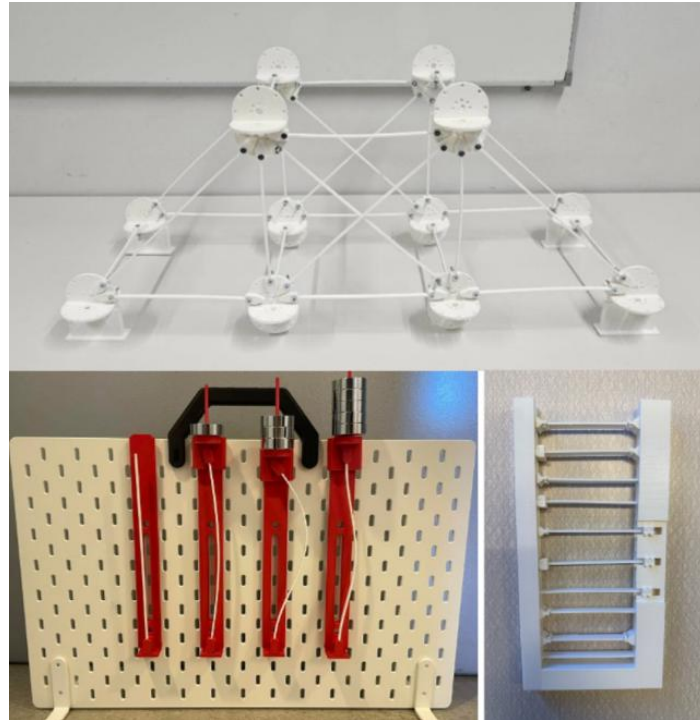




CHALMERS



Undervisningsmaterial inom hållfasthetslära

Kandidatarbete inom Hållfasthetslära

Rasmus Terve
Lukas Axelsson
Albin Hellgren
Julia Lüning
Marcus Mossberg
Anna Ståhl

INSTITUTIONEN FÖR MEKANIK OCH MARITIMA VETENSKAPER

Sammanfattning

Detta kandidatarbete har inneburit design och utveckling av fysiska undervisningsmodeller inom hållfasthetslära vid Chalmers tekniska högskola. Bakgrunden till projektet är att traditionell undervisning ofta vilar på abstrakta matematiska modeller, vilket för studenter kan vara utmanande utan fysisk visualisering av komplexa mekaniska fenomen. Syftet har varit att skapa modulära system som kan underlätta studenternas intuitiva inlärningsprocess och öka förståelsen av sambandet mellan teorin och praktiken.

Genom att följa det internationella ingenjörssramverket CDIO (Conceive, Design, Implement, Operate) har projektet omfattat hela utvecklingskedjan från behovsanalys till färdiga prototyper. Arbetet har resulterat i tre olika delprojekt:

- **Eulers knäckningsfall:** Vidareutveckling av existerande modeller från föregående års arbete, för att parallellt kunna visualisera hur en stångs kritiska knäcklast och tillhörande utböjningsform förändras beroende på olika upplagsvillkor. Modellen har anpassats för montering på en standardiserad förvaringsvägg med namnet ”SKÅDIS” från IKEA.
- **Ram- och fackverksstrukturer:** Ett modulärt system med specialdesignade knutpunkter som medger växling mellan momentstyva och momentfria förband. Detta möjliggör modellering av strukturer som rena ram- och fackverk samt konkretiserar skillnaderna mellan hur dessa strukturer tar upp laster.
- **Upplagsvillkor:** Modeller framtagna för att visualisera hur olika typer av randvillkor direkt påverkar en balks utböjning och rotation.

Produktionen av modellerna har utförts genom additiv tillverkning (3D-skrivning) i plasterna PLA, PETG och TPU med stort fokus på att skapa hållbara komponenter med god tillverkningsbarhet. En central del i projektet var att göra modellerna mobila och lättanvända.

Utvärdering av delprojekten genomfördes kontinuerligt i samråd med handledare och förväntas uppfylla syftet att brygga gapet mellan komplexa ekvationer och fysisk verklighet. Projektet visar att de framtagna modellerna utgör ett effektivt och flexibelt komplement till teoretiska kurser inom hållfasthetslära.

Abstract

This Bachelor's thesis has focused on designing and developing physical teaching models in solid mechanics at Chalmers University of Technology. The background of the project is that traditional teaching often relies on abstract mathematical models, which can be challenging for students without physical visualization of complex mechanical phenomena and deformations. The purpose has been to create modular systems of models that can facilitate the students' intuitive learning process and increase their understanding of the connection between theory and practice.

By following the international engineering framework CDIO (Conceive, Design, Implement, Operate), the project has encompassed the entire development chain from needs analysis to finished prototypes. The work has resulted in three different sub-projects:

- **Euler's buckling cases:** Further development of existing models from the previous year's work, in order to visualize in parallel how a rod's critical buckling load and associated deflection shape change depending on different support conditions. The model has been adapted for mounting on a standardized storage board named "SKÅDIS" from IKEA.
- **Frame and truss structures:** A modular system with specially designed nodes that allows switching between moment-rigid and moment-free joints. This enables the modeling of structures as pure frames and trusses, and concretizes the differences in how these structures support loads.
- **Support conditions:** Models developed to visualize how different types of boundary conditions directly affect a beam's deflection and rotation.

Production of the models has been carried out through additive manufacturing (3D printing), in the plastics PLA, PETG, and TPU, with a strong focus on creating durable components with good manufacturability. A central part of the project was to make the models mobile and easy to use.

Evaluation of the sub-projects was conducted continuously in consultation with supervisors and is expected to fulfill the purpose of bridging the gap between complex equations and physical reality. The project shows that the developed models constitute an effective and flexible complement to theoretical courses in solid mechanics.

Förord

Denna rapport avser att redovisa resultatet av ett kandidatarbete utfört vid institutionen för mekanik och maritima vetenskaper vid Chalmers University of Technology under vårterminen 2026.

Projektgruppen vill rikta ett stort tack till handledaren Jim Brouzoulis för värdefull vägledning och kontinuerligt stöd under projektets gång. Vidare riktas ett stort tack till eXPerimentverkstaden för tillgång till utrustning samt stöd vid 3D-skrivning. Slutligen vill projektgruppen tacka institutionen för ett lärorikt och givande arbete.

Författarna* Göteborg, maj

*Lukas Axelsson, Albin Hellgren, Julia Lüning, Marcus Mossberg, Anna Ståhl, Rasmus Terve

AI-användning

Under projektets gång har generativa AI-verktyg, specifikt ChatGPT och Gemini, använts som stödresurser. Användningen har varit fokuserad på områden som språklig bearbetning av text, tekniskt stöd för LaTeX samt stöd vid CAD-modellering. AI har även använts för att generera bilder till rapporten. Verktögen har fungerat som ett komplement till gruppens eget arbete för att effektivisera rapportskrivning samt tekniska moment.

Akronymer & beteckningar

CAD *Computer-Aided Design*. Datorstödd konstruktion för att skapa digitala två- eller tredimensionella modeller av fysiska objekt.

Additiv tillverkning En tillverkningsmetod där material successivt byggs upp lager för lager till dess att den färdiga produktens geometri erhålls.

G-kod Ett programmeringsspråk som används för att instruera datorstyrda maskiner, såsom 3D-skrivare, hur de ska röra sig.

Infill Den inre strukturen i ett 3D-skrivet objekt. Genom att variera mönster och densitet kan vikt och styrka optimeras.

PETG *Polyethylene Terephthalate Glycol-modified*. En tålig termoplast med goda mekaniska egenskaper och kemisk resistens.

PLA *Polylactic Acid*. En biologiskt nedbrytbar termoplast som är vanlig inom 3D-skrivning tack vare sin användarvänlighet och styvhet.

TPU *Thermoplastic Polyurethane*. En flexibel och elastisk plast som används för att skapa gummiliknande detaljer.

Slicer En mjukvara som skär upp en 3D-modell i horisontella lager och genererar den G-kod som krävs för utskrift.

STL *Standard Tessellation Language*. Ett filformat som beskriver en 3D-modells yta genom ett nät av trianglar, standard för export till 3D-skrivare.

Anisotrop Ett material vars mekaniska egenskaper varierar beroende på riktning. För 3D-utskrifter innebär det exempelvis att utskriften ofta är svagare i Z-led där lagren fäster i varandra.

Plastisk deformation En permanent, kvarstående formförändring hos ett material. De 3D-skrivna knutpunkterna utvärderades för att klara krafter utan att deformeras plastiskt.

FEM *Finita elementmetoden*. En beräkningsmetod för att simulera hur en struktur reagerar på yttre krafter.

Rapid Prototyping En process för att snabbt skapa fysiska modeller med hjälp av t.ex. 3D-skrivning.

Innehåll

AI-användning	1
Akronymer & beteckningar	1
1 Inledning	1
1.1 Bakgrund	1
1.2 Syfte	2
1.3 Problemformulering	2
1.3.1 Eulers knäckningsfall	3
1.3.2 Ram- och fackverk	3
1.3.3 Upplagsvillkor	3
1.4 Avgränsningar	4
2 Teori	6
2.1 Eulers knäckningsfall	6
2.2 Ram- och fackverkstruktur	7
2.3 Upplagsvillkor/randvillkor	7
2.4 Pedagogik	8
2.5 Materiallära och 3D-skrivning	8
3 Metod och genomförande	10
3.1 CDIO-modellen	10
3.2 Utvecklingsprocessen	11
3.3 Intervjuer	12
3.4 Eulers knäckningsfall	12
3.4.1 Utveckling av Eulerkroppen	12
3.5 Ram- och fackverk	30
3.5.1 Knutpunkter ram- och fackverk	30
3.5.2 Utveckling av adapter och balkelement	34
3.5.3 Laboration	37
3.6 Balkelement med upplagsvillkor	37
4 Resultat	41
4.1 Eulers knäckningsfall	41
4.1.1 Utvärdering av Euler-delprojektet	50
4.2 Ram- och fackverksstruktur	52
4.2.1 Komponenter	53

4.2.2	Utvärdering av delprojektet Ram- och fackverk	59
4.3	Balkelement med upplagsvillkor	62
4.3.1	Utvärdering av delprojektet för upplagsvillkor	63
5	Diskussion	65
5.1	Eulerfallen	65
5.2	Ram- och fackverk	66
5.3	Upplagsvillkor	68
5.4	Materialval och utskriftskvalitet	69
5.4.1	Materialval	69
5.4.2	Kvalitet på utskrifter	69
6	Slutsats	71
6.1	Euler	71
6.2	Ram- och fackverk	72
6.3	Upplagsvillkor	72
6.4	Vidareutveckling	73
A	Intervjufrågor	76
B	Sammanställning av intervju	77
C	Laborations PM	80
D	Printerinställningar och visuell representation	88

1 Inledning

Syftet med detta kapitel är att introducera behovet av fysiska pedagogiska undervisningsmodeller inom hållfasthetslära. Hädanefter i rapporten kommer fysiska pedagogiska undervisningsmodeller att endast benämnas som modeller eller undervisningsmodeller. Traditionell undervisning är ofta teoretiskt komplex och saknar praktiska moment där studenter får koppla teori till verklighet, vilket kan göra det svårt för studenter att visualisera mekaniska fenomen, exempelvis deformationer. Genom att använda additiv tillverkning ämnar projektet att skapa modulära system av undervisningsmodeller som främjar undervisningen av mekaniska fenomen för att öka den intuitiva förståelsen hos studenter.

1.1 Bakgrund

Mekanik och hållfasthetslära är två grundläggande ämnen som ingår i många ingenjörsutbildningar. På exempelvis Maskinteknik och Samhällsbyggnadsteknik utgör dessa ämnen en central del av teknikgrunden och fungerar som fundament för flertalet efterföljande kurser, vilka förutsätter att studenten har tillgodogjort sig dessa grundläggande begrepp.

Kurserna introducerar ett flertal nya koncept och teoretiska modeller som ofta är abstrakta till sin natur och därmed kan vara svåra att visualisera. Detta kan medföra att studenter upplever svårigheter att uppnå kursernas lärandemål. Utmaningarna är inte nödvändigtvis kopplade till undervisningens kvalitet, utan kan snarare ses som en konsekvens av att ämnesområdena är nya för många studenter, i synnerhet inom hållfasthetsläran där sambandet mellan teori och praktik kan vara svårt att intuitivt förstå. Till skillnad från dynamik, som ofta introduceras redan under gymnasieutbildningen, är hållfasthetslära för många studenter ett helt nytt ämnesområde när det behandlas på universitetsnivå.

Dessa svårigheter kan leda till utmaningar både för studenter och lärare. Studenter kan ha svårt att tillgodogöra sig kursmaterialet på ett effektivt sätt, samtidigt som lärare ställs inför utmaningen att förmedla kursmaterialet på ett pedagogiskt och engagerande sätt.

Att konkretisera dessa fenomen och begrepp genom exempelvis experiment eller demonstration kräver ofta otymplig utrustning, vilket riskerar att leda till att praktiska och visuella moment helt utesluts ur undervisningen. Bristande förståelse inom dessa grundläggande ämnen riskerar att påverka studenternas fortsatta studier negativt, då kursernas lärandemål utgör en förutsättning för senare kurser inom utbildningsprogrammen.

Traditionell undervisning har ofta ett stort fokus på teori och beräkningar men betydel-

sen av visualisering och interaktivt arbete i tekniska utbildningar ska inte underskattas. Tidigare studier inom pedagogik visar att visualisering och interaktiva hjälpmedel kan underlätta förståelsen av abstrakta teoretiska samband avsevärt [10]. Det finns därmed ett behov av kompletterande undervisningsmaterial som innefattar exempelvis undervisningsmodeller som kan stödja både studenternas lärande och lärarnas pedagogiska arbete. Utveckling av pedagogiskt anpassade undervisningsmodeller inom hållfasthetslära ses därmed som ett relevant och angeläget område att undersöka.

I tidigare års kandidatarbete har modeller som visualiserar Eulers knäckningsfall framtagits och utvecklats [1]. Materialet är pedagogiskt och mobilt, men har även viss utvecklingspotential. Enligt projektets uppdragsgivare, Jim Brouzoulis, ska vissa av dessa modeller vidareutvecklas i mer pedagogisk och tillgänglig riktning .

1.2 Syfte

Syftet med kandidatarbetet är att designa och utveckla undervisningsmodeller som kan användas inom kurser i hållfasthetslära. En central del av delprojektet för ram- och fackverksstrukturer har varit möjliggörandet av en laboration där modellerna kan implementeras i undervisningen. Målsättningen är att underlätta inlärningsprocessen genom visuella modeller och interaktivitet för studenterna, samtidigt som det samlade materialet ska vara användarvänligt och enkelt att implementera för undervisande lärare.

1.3 Problemformulering

Trots att hållfasthetslära är en grundläggande del av många ingenjörsutbildningar upplever studenter ofta svårigheter att förstå abstrakta teoretiska samband. Samtidigt saknas ofta pedagogiska och intuitiva undervisningsmodeller som tydligt kopplar teori till praktik.

Det övergripande problem som har behandlats i detta arbete är därmed hur undervisningsmaterial inom hållfasthetslära, i form av undervisningsmodeller kan utformas för att förbättra studenternas lärande. Projektet har genomförts inom de ramar som fastställts i samråd med uppdragsgivaren med fokus på vissa aspekter inom tre områden av hållfasthetslära. Detta innefattar givna utgångspunkter i form av utveckling av modeller rörande Eulers knäckningsfall, strukturer i form av ram- och fackverk samt balkelement med olika infästningar. Det har därmed varit av stor vikt att de framtagna undervisningsmodellerna är genomtänkta samt har ett tydligt syfte för hur de ska implementeras.

Många av de modeller som finns idag är tunga och otympliga vilket kan resultera i att läraren inte tar med sig dem till undervisningen. Det krävs därför mer mobila lösningar. Projektet är uppdelat i tre olika delprojekt som beskrivs nedan.

1.3.1 Eulers knäckningsfall

Eulers knäckningsfall är ett centralt innehåll inom hållfasthetslära och är ett moment där flertalet studenter upplever svårigheter med att ta till sig kunskap. Enligt uppdragsgivaren fanns det därmed stor efterfrågan på vidareutveckling av tidigare års Eulermodeller [1], som kan främja studenters lärande med hjälp av pedagogisk visualisering av knäckningsfallen. Uppdragsgivaren har även önskemål om att kunna montera konstruktionen på IKEA-väggen, för att lättare kunna hantera och belasta modellerna med specifik vikt under undervisningstillfällen.

1.3.2 Ram- och fackverk

En annan central del inom hållfasthetslära är ram- och fackverksstrukturer. Uppdragsgivaren anser att detta område ofta upplevs som utmanande för studenter, både när det gäller att förstå skillnaderna mellan strukturerna och att utveckla en intuitiv känsla för deformationer och lastfördelning. Projektet omfattar därför utvecklingen av en modulär byggsats för ram- och fackverksstrukturer samt en praktisk implementering av hur denna kan integreras i undervisningen på ett pedagogiskt sätt. Uppdragsgivaren har för närvarande en byggsats för ramverk innehållande knutpunkter och balkar från PASCO [9], som är en leverantör av fysiska undervisningsmodeller inom olika discipliner. Uppdragsgivaren önskar dessutom kunna konstruera andra fackverksstrukturer och detta kräver att balkarna kan monteras med momentfria leder. Ett ytterligare krav var därför att de 3D-utskrivna komponenterna skulle vara kompatibla med den existerande byggsatsen, så att både vidareutveckling av befintliga strukturer och konstruktion av nya möjliggörs utan behov av att införskaffa exempelvis nya balkar från PASCO.

1.3.3 Upplagsvillkor

Det tredje delprojektet fokuserar på upplagsvillkor, även kallat randvillkor, vilket är en fundamental del av hållfasthetslära för att i ett system kunna definiera hur en struktur är fixerad och samverkar med sin omgivning. I den teoretiska undervisningen av dessa koncept används ofta symboler för de olika upplagsvillkoren såsom fast inspänd, ledat stöd och rullstöd vilka definierar huruvida rotation och translation förhindras eller tillåts. För många studenter är det en utmaning att på ett intuitivt sätt förstå hur dessa abstrakta villkor direkt påverkar en balks fysiska beteende, momentfördelning och utböjning.

Behovet av detta delmoment identifierades under projektets inledande intervjuer där både studenter och lärare inom hållfasthetslära pekade ut visualiseringen av randvillkor som en central men utmanande del av läromålen. Det är idag ont om enkla modeller som på ett pedagogiskt sätt tillåter studenter att experimentera med de olika kombinationerna av upplagsvillkor för att direkt kunna observera skillnaderna i utböjning, rotation samt deformation. Målet med denna del av arbetet är därför att utveckla en undervisningsmodell

som konkretiserar dessa fenomen och bryggar gapet mellan teori och praktisk tillämpning.

1.4 Avgränsningar

För att arbetet inte ska bli för omfattande och för att det ska kunna genomföras inom ramen för ett kandidatprojekt på 20 veckor har en rad avgränsningar fastställts.

Fysiska undervisningsmodeller utformas specifikt för att användas i grundkurser inom hållfasthetslära och statik. En avgränsning har gjorts mot fortsättningskurser såsom kurser inom finita elementmetoden (FEM). Undervisningsmodellerna ska däremot konstrueras med den modularitet som krävs för att underlätta framtida vidareutveckling, till exempel genom framtida kandidatarbeten. Detta för att kunna användas i exempelvis fortsättningskurser inom FEM.

Undervisningsmodellerna ska primärt framställas genom additiv tillverkning, vilket i detta projekt innebär 3D-skrivning. Inga andra tillverkningsmetoder ska användas med undantag för enklare bearbetning av de 3D-skrivna modellerna. För att möjliggöra montering och säkerställa mekanisk funktion tillåts användning av standardkomponenter, såsom skruvar och muttrar som komplement till de 3D-skrivna delarna.

Projektet avgränsas till att enbart behandla problemställningar kring hållfasthetslära och statik enligt uppdragsgivarens begäran. Detta innebär att modeller och beräkningar inte kommer att omfatta andra områden inom mekaniken, såsom dynamik.

Projektet avgränsas även till användning av standardfilament såsom plasterna Polylactic Acid (PLA), Thermoplastic polyurethane (TPU) och Polyethylene terephthalate glycol (PETG). Inställningarna på 3D-skrivaren ska vara anpassade för att uppnå den önskade standarden på produkten utan att övervärdera kvaliteten och därmed resultera i en lång tillverkningstid eller en dyr produkt. Då 3D-skrivning är en metod med begränsad noggrannhet, kommer inga snäva toleranser att tillämpas.

Modellerna ska vara gjorda av delar som är möjliga att 3D-skriva med vanlig standard. Därav ska dimensionerna av det 3D-utskrivna materialet vara anpassade efter standard på vanliga 3D-skrivare. Dimensionerna på modellerna ska även vara anpassade för att utskriften av modellerna ska kunna transporteras på ett smidigt sätt.

Eftersom undervisningsmodellerna syftar till att utbilda kommande studenter inom statik och hållfasthetslära ska fokus istället ligga på att designa och tillverka enkla och intuitiva komponenter för att främja inläringen av mekaniska fenomen hos studenterna.

Studenterna ska utföra beräkningar på ram- och fackverk med hjälp av kraftsensorer som mäter tryck- och dragkraft. Sensorerna har fixerade infästningar, vilket begränsar utformningen av modellernas infästning. Designen av element som kopplar till sensorerna måste därmed vara kompatibel med sensorernas infästningar samt klara av de krafter som

undervisningsmodellen utsätts för.

Som nämns i kapitel 1.2 ska ett laborationsunderlag tas fram. Beräkningar som genomförs begränsas till enklare handberäkningar och innefattar inte beräkningar i FEM-program som till exempel ANSYS. Laborationen kommer även vara begränsad till beräkningar av strukturer i 2D och ej 3D, då hållfasthetslära är en introduktionskurs och därmed behöver laborationen vara anpassad för kursens innehåll.

Utvärdering av undervisningsmodellerna och laborationens pedagogiska kvalitet begränsas till mindre omfattande studier i grupp med studenter och lärare.

2 Teori

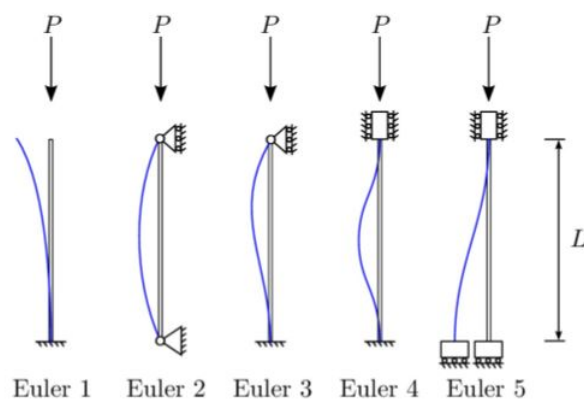
2.1 Eulers knäckningsfall

Eulers knäckningsfall är en central del inom kursen hållfasthetslära som innefattar teori om stabilitet hos långa och slanka stänger med olika upplagsvillkor^[3]. Teorin omfattar fem olika fall av balkar som har samma egenskaper gällande material och dimensioner, men skiljer sig åt gällande upplagsvillkor. De olika upplagsvillkoren möjliggör olika utfall av deformation samt när balken förlorar sin stabilitet och därmed när knäckning uppstår. Knäckning uppstår när balken belastas av en vertikal kraft som är större än knäckningslasten för respektive Eulerfall. Knäckningslasten är därmed olika för samtliga fall och definieras olika för respektive fall.

De fem Eulerfallen består av följande upplagsvillkor med stigande knäcklast:

- Euler 1: Fast inspänd - Fri ände
- Euler 2: Ledat stöd - Ledat stöd
- Euler 3: Fast inspänd - Ledat stöd
- Euler 4: Fast inspänd - Glidstöd
- Euler 5: Rullstöd - Glidstöd

Figur 2.1 visualiserar de olika Eulerfallen.



Figur 2.1: De fem Eulerfallen. Återgiven från Jim Brouzoulis, opublicerat material, använd med tillstånd.

2.2 Ram- och fackverkstruktur

Ramverk och fackverk är två grundläggande typer av bärande strukturer som analyseras inom hållfasthetslära och statik, men de skiljer sig åt både i uppbyggnad och i hur de bär laster [4].

Ett fackverk består av stänger som är sammansatta i knutpunkter, vilka idealiseras som leder utan momentöverföring. Detta innebär att varje stång endast belastas av axiella krafter, det vill säga drag eller tryck. En central princip i fackverk är användningen av trianglar, eftersom dessa är geometriskt stabila. När stänger belastas i drag eller tryck är hela tvärsnittet aktivt i lastupptagningen, vilket innebär att stora krafter kan bäras med relativt liten materialåtgång. Detta gör dem mycket effektiva och vanliga i exempelvis broar, takstolar och torn. Vid böjning krävs mer material då det primärt är ändarna av balken som bär last.

Ett ramverk skiljer sig däremot genom att dess element är sammanfogade med momentstyva knutpunkter. Det innebär att konstruktionen inte bara tar upp normalkrafter utan även böjmoment och tvärkrafter. Till skillnad från fackverk kräver ramverk därför inte triangulering av balkar för att vara stabila, eftersom stabiliteten istället uppnås genom styva förband mellan elementen. Detta möjliggör större designfrihet, exempelvis öppna ytor i byggnader, men leder ofta till en mindre materialeffektiv konstruktion jämfört med fackverk.

Sammanfattningsvis belastas ett fackverk enbart av axiella krafter medan ett ramverk även utsätts för böjmoment och tvärkrafter, vilket är den stora skillnaden mellan dessa två konstruktionsprinciper och är något som den framtagna undervisningsmodellen ämnar att illustrera.

2.3 Upplagsvillkor/randvillkor

För att förstå en strukturs totala beteende är definitionen av upplagsvillkor (randvillkor) central. I projektet behandlas en rad olika typer:

- Ledad infästning: tillåter rotation men förhindrar translation helt.
- Glidled: tillåter både rotation och translation i ett led.
- Glidinspänning: Tillåter translation i en riktning men förhindrar rotation helt.
- Fast inspänning: förhindrar både rotation och all form av translation.

I figur 2.2 visas de olika symbolerna för randvillkoren i listan ovan.

MEKANISKA UPPLAGSVILLKOR – SYMBOLER OCH BESKRIVNINGAR

UPPLAG	SYMBOL	BESKRIVNING
Ledad infästning		Fast position, fri rotation
Rullstöd (Glidled)		Tillåter translation och fri rotation
Glidinspänning (Guided fixed support)		Tillåter translation, ej rotation
Fast inspänning		Fast position, ej rotation

Figur 2.2: Symboler för olika randvillkor genererad med AI genom Gemini.

2.4 Pedagogik

Traditionell undervisning i hållfasthetslära har ofta ett stort fokus på teori och beräkningar, men betydelsen av visualisering och interaktivt arbete i tekniska utbildningar ska inte underskattas. Tidigare studier inom pedagogik visar att visualisering och interaktiva hjälpmedel kan underlätta förståelsen av teoretiska samband avsevärt [10]. Det finns därmed ett behov av kompletterande undervisningsmaterial som innefattar exempelvis pedagogiska undervisningsmodeller som kan stödja både studenternas lärande och lärarnas pedagogiska arbete.

2.5 Materiallära och 3D-skrivning

En central förutsättning är att de fysiska undervisningsmodellerna ska vara kompatibla med 3D-utskrift. Därför baseras materialvalet på vanligt förekommande filament som TPU, PETG och PLA.

PLA, som är en semikristallin polymer och ofta framställs från förnybara resurser, betraktas som ett fördelaktigt alternativ inom ramen för detta projekt. PETG, å andra sidan, är en modifierad variant av PET med reducerad kristallinitet, vilket resulterar i ett material med högre styvhet jämfört med PLA. PETG kräver dessutom högre utskriftstemperaturer och uppvisar större känslighet för temperaturvariationer under tillverkningsprocessen [7].

3D-skrivning är en form av additiv tillverkning, vilket innebär att material successivt byggs upp till dess att den färdiga produktens geometri erhålls. Vid 3D-skrivning sker detta genom att plast deponeras lager för lager. Den lagerbaserade tillverkningsprocessen medför att detaljens mekaniska egenskaper blir riktningsberoende, vilket gör utskriftsorienteringen till en viktig faktor att beakta. Exempelvis uppvisar en stav högre styvhet när den skrivs ut liggande, medan en stående utskrift resulterar i sämre hållfasthet. Detta beror på att bindningen mellan lagren är svagare än inom lagren, vilket ger upphov till anisotropa egenskaper i materialet.

Vid framtagning av prototyper användes materialen PLA, PETG och TPU, då dessa är lättillgängliga och kompatibla med de 3D-skrivare som finns tillgängliga på Chalmers. PLA och PETG användes främst för komponenter som kräver högre styvhet, medan TPU valdes för mer flexibla konstruktioner. Materialen skiljer sig åt i sina mekaniska egenskaper: PLA har högst elasticitetsmodul och är därmed styvast, men är samtidigt sprött. PETG uppvisar högre slagtlighet och flexibilitet jämfört med PLA. TPU är det mest flexibla materialet, med hög töjbarhet och god förmåga att återgå till sin ursprungliga form efter elastisk deformation.

Ur ett tillverkningsperspektiv är PLA, PETG och TPU lämpliga materialval. PLA och PETG är relativt enkla att arbeta med vid 3D-skrivning, då de är mindre känsliga för variationer i temperatur och ofta betraktas som standardmaterial. TPU:s flexibilitet gör det särskilt användbart för att demonstrera och visualisera stora deformationer i undervisningsmodeller.

Utöver polymera material har även stål använts i projektet, främst i form av standardiserade fästelement såsom skruvar och bultar. Stål är ett styvt och återvinningsbart material där utvecklingen av fossilfritt stål gör det till ett attraktivt alternativ ur både miljö- och hållfasthetsperspektiv [2]. Genom att använda standardiserade komponenter, som tillverkas i stora volymer, kan även en högre energieffektivitet uppnås jämfört med småskalig egen tillverkning.

3 Metod och genomförande

I detta avsnitt beskrivs de ingående valda metoderna samt hur projektet genomfördes. Arbetet har präglats av en iterativ designprocess som beskrivs för de olika delprojekten, där rapid prototyping har varit en central del för att kontinuerligt utvärdera och förfinas modellernas funktion. Genomförandet har strukturerats utifrån CDIO-ramverket.

Genomförandet av konstruktionsfasen har präglats av en iterativ process där CAD-modellering och prototypframtagning via 3D-skrivning har använts parallellt. Detta arbetssätt har varit avgörande för att säkerställa precision i de rörliga delarnas passform, särskilt vid utformningen av glidleds- och rotationsmodulerna där rätt toleranser krävdes.

3.1 CDIO-modellen

CDIO (Conceive-Design-Implement-Operate) är ett internationellt ramverk för att utveckla ingenjörsutbildningar. Nedan redovisas de centrala delar som utgör CDIO-ramverket.

I den inledande fasen, *conceive*, låg fokus på att definiera problemet samt identifiera användarens behov. Genom intervjuer fastställdes vilka fenomen inom hållfasthetslära som studenter har svårigheter med samt vad som behövs för de olika modellerna. Dessa insikter tillsammans med uppdragsgivarens krav låg till grund för de olika modellerna som framtogs under projektet. Fasen innefattade också en idégenerering där olika lösningsförslag togs fram.

I fasen *design* vidareutvecklades det valda konceptet till en detaljerad teknisk lösning. Arbetet skedde främst med hjälp av CAD-modellering, där fokus låg på att skapa en användarvänlig och portabel konstruktion. I modelleringen låg det stor vikt i att modellerna skulle kunna 3D-skrivas snabbt och i stora kvantiteter med så lite stödstruktur som möjligt. Detta innebar optimering av delarnas geometri med 3D-skrivning i åtanke.

I fasen *implement* övergick arbetet till fysiskt skapande genom 3D-skrivning. Här testades materialparametrar och inställningar för att uppnå önskad ytfinhet och mekaniska egenskaper hos produkterna. Processen är iterativ vilket innebar att delkomponenter skrevs ut, utvärderades och justerades för att uppnå önskat resultat. Målet med implementeringen var att färdigställa en fullskalig prototyp som är robust nog att användas i praktiken och enkel att producera på nytt. En annan del av *implement* innebar att presentera ett konkret förslag på en utformad laboration för ram- och fackverk som ska kunna implementeras i kurser inom hållfasthetslära. Utgångspunkten är att det som skapas ska vara ändamålsenligt och fylla ett tydligt syfte.

I den avslutande fasen *operate* utvärderades den färdiga produkten utifrån dess tänkta syfte. Här testades modellernas förmåga att praktiskt demonstrera de avsedda principerna inom hållfasthetslära. Utvärderingen skedde inom gruppen i samråd med handledare där samtliga framtagna modeller samt laborationen utvärderades.

3.2 Utvecklingsprocessen

Arbetet har inneburit en iterativ designprocess där rapid prototyping använts för att kontinuerligt utvärdera och förfinas modellernas fysiska och pedagogiska egenskaper. Genom att kombinera CAD med additiv tillverkning i form av 3D-skrivning, har olika lösningar kunnat testas och optimeras. I detta kapitel beskrivs de centrala delarna i produktutvecklingsfasen: kravställning, idégenerering och CAD-modellering.

Innan konstruktionsarbetet påbörjades fastställdes olika krav för respektive undervisningsmodell. Gemensamma krav för alla undervisningsmodeller var att de ska vara pedagogiskt tydliga, fysiskt hållbara, lätta att transportera och tillverkningsbara genom 3D-skrivning. Att modellerna ska ha god tillverkningsbarhet och därmed vara väl lämpade för 3D-skrivning grundar sig dels i att manuellt efterarbete, såsom borttagning av stödmaterial, är tidskrävande och dels i att en högre ytfinitet kan bibehållas när ytor inte påverkas av kontaktpunkter från stöd.

Även ett sista delproblem skulle tas fram inom ramen för projektet. Detta gjordes dels genom intervjuer med studenter och lärare, mer om intervjuerna redovisas i kapitel 3.3. Utöver intervjuer hade gruppen mycket interna diskussioner kring möjliga alternativ. Områden som dök upp under processen var bland annat spänningskoncentrationer, upplagsvillkor, böjskjuvspänning och axisymmetriska problem. Gruppen valde att gå vidare med upplagsvillkor då detta ansågs realiserbart samt dök upp flertalet gånger vid intervjuerna.

De primära CAD-mjukvarorna som användes under projektet var CATIA V5 samt Fusion 360. Dessa är två välkända program med mycket information att tillgå. CATIA V5 är en mjukvara som gruppen var bekanta med sedan tidigare, medan fördelen med Fusion är möjligheten för flera användare att arbeta på en produkt samtidigt. Något som CATIA V5 dessvärre inte tillåter. Både CATIA V5 och Fusion 360 ger ut studentlicenser, vilket var ett krav för att gruppen skulle kunna använda programmen i projektet. Vid CAD-modelleringen gjordes många iterationer av de olika koncepten för att genom ett iterativt arbete kunna utveckla prototyper av god kvalitet. Detta gjordes genom att efter varje iteration utvärdera resultatet vilket gav insikter om vad som behövde ändras till nästa iteration.

3.3 Intervjuer

Intervjuer utfördes tidigt i projektets skede i syfte att fånga upp åsikter och tankar hos studerande, undervisande lärare samt lärarassistenter inom hållfasthetslära. En sammanställning från intervjuerna samt intervjufrågorna finns att tillgå under Appendix A och Appendix B. Intervjuernas huvudfokus låg på att identifiera områden som ansågs vara extra utmanande hos studenterna samt vilka undervisningsmodeller som lärare tycks sakna. Intervjuerna lyfte även frågor kopplade till hur en laboration för ram- och fackverk bör vara utformad. Dessa aspekter ligger till grund för det Laborations PM som togs fram och som kan läsas i sin helhet under Appendix C.

3.4 Eulers knäckningsfall

Modellen som har tagits fram för att visualisera Eulers knäckningsfall är en vidareutveckling av en konstruktion från ett tidigare kandidatarbete [1]. I årets projekt har gruppen utvecklat en modell som representerar Eulerfall 2, 3, 4 och 5. Detta möjliggör en tydlig och pedagogisk visualisering av samtliga Eulerfall samtidigt.

För att modellerna skulle kunna monteras på en förvaringstavla av typen IKEA SKÅDIS [5] krävdes dock vissa konstruktionsändringar. Den primära modifieringen avsåg den glidhylsa som i den ursprungliga designen omslöt hela styrskenan och löpte längs denna vid belastning. Den tidigare utformningen omöjliggjorde montering mot en plan yta. Glidhysan designades därför om och gjordes öppen på baksidan. Denna ändring tillåter att skenan kan monteras plant mot IKEA-väggen utan att glidhysans mekaniska funktion förhindras.

3.4.1 Utveckling av Eulerkroppen

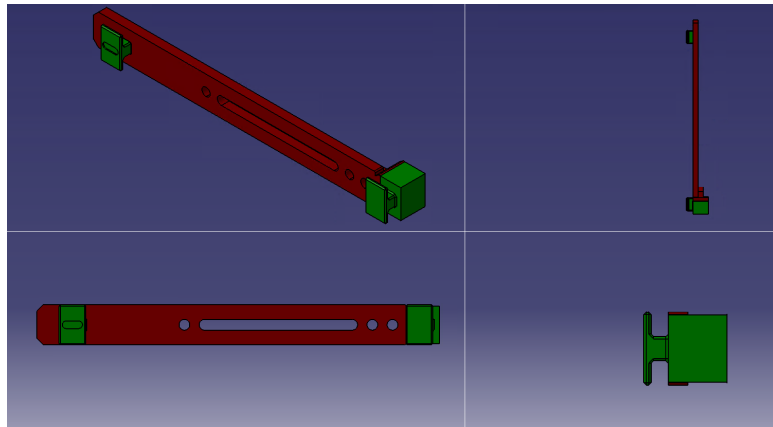
De huvudsakliga ändringarna som uppdragsgivaren önskade var följande:

- Möjlighet att visualisera samtliga Eulerfall samtidigt.
- Möjlighet att demonstrera skillnaden i knäcklast mellan olika Eulerfall.
- Anpassning för montering på en IKEA-vägg.
- Enkel och flexibel hantering.
- Möjlighet att visualisera knäckning av en ram i relation till Eulers knäckningsfall.
- Möjlighet att demonstrera Eulerfall 5.

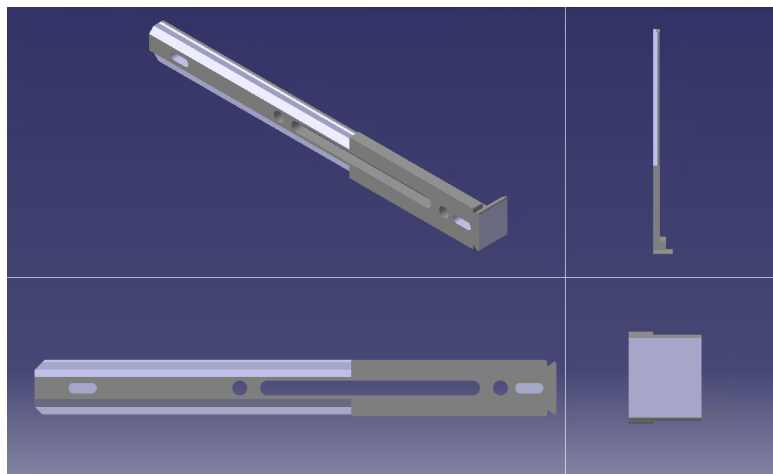
För att strukturera arbetet delades utvecklingen in i flera distinkta arbetsområden: bas-kropp, vikthållare, infästningar för knäckningsram, distansstavar, Eulerfall 5 samt allmänna infästningar.

Baskropp

Två olika prototyper av baskroppen med grunddesign från förgående års kandidatarbete togs fram för att utvärdera vilken lösning som fungerade bäst. Den ena varianten, Bas 1 som syns i [3.1a](#), innebar att komponenten monterades dikt an mot IKEA-vägg, vilket krävde en avsevärd omdesign av vikthållaren. Den andra varianten, Bas 2 krävde mindre ändringar av vikthållaren, men krävde istället en ny distanskomponent för att separera basen från väggen. Bastyperna illustreras i figur [3.1a](#) och [3.1b](#).



(a) Bas 1: Baskroppen visas med två grönmarkerade distansdelar som separerar basen från IKEA-väggen.

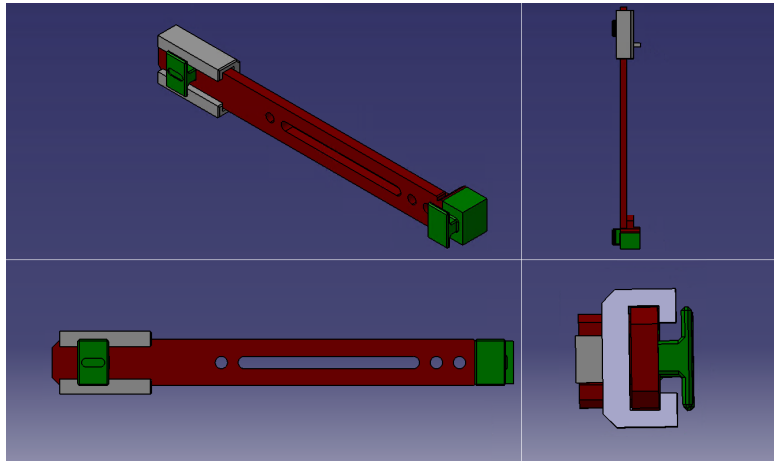


(b) Bas 2: Visar den alternativa lösningen med utskärningar i basen för att möjliggöra vikthållarens rörelse.

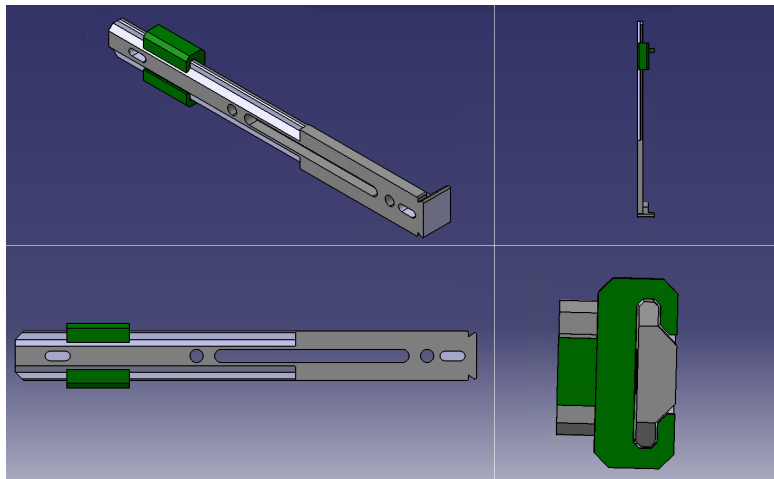
Figur 3.1: Två varianter av baskroppen.

Efter utskrift bedömdes Bas 2, se figur [3.1b](#), inledningsvis vara en mer lämplig lösning. Vikthållarens rörelse längs basen begränsades dock till 170 mm. Även om detta initialt antogs vara tillräckligt, visade tester att rörelsefriheten var för liten och att en rörlighet på upp till 270 mm, motsvarande hela kroppens längd var önskvärd. Med Bas 1 kunde vikthållaren röra sig fritt längs hela kroppen, men kravet på två extra komponenter ansågs suboptimalt. Figur [3.2a](#) och [3.2b](#) visar Bas 1 respektive Bas 2, se figur [3.1b](#) monterade

med vikthållare.



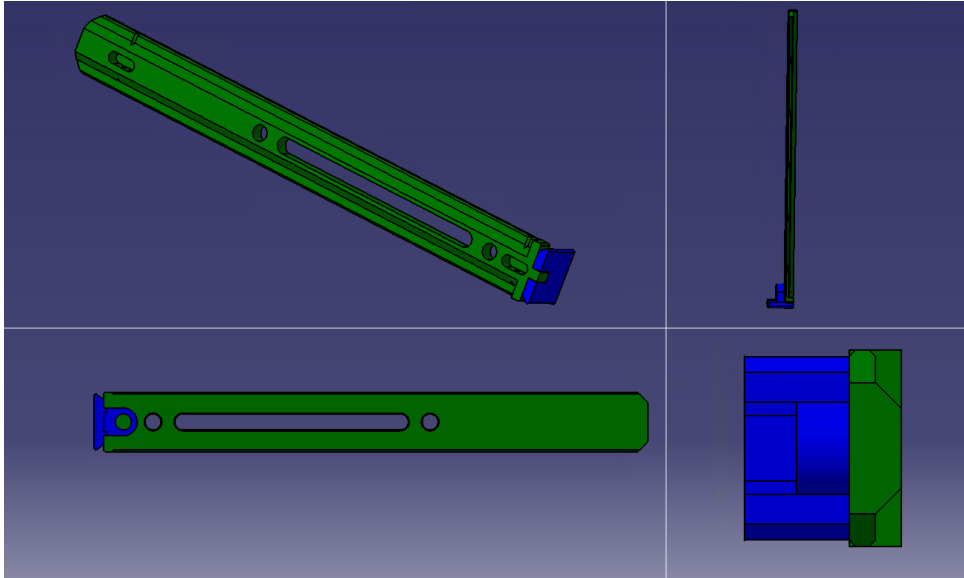
(a) Bas 1 med vikthållare. Det framgår tydligt att vikthållaren kan löpa fritt längs med hela baskroppen.



(b) Bas 2 med vikthållare. Här framgår det att vikthållarens rörelse längs kroppen är kraftigt begränsad.

Figur 3.2: De två varianterna av baskroppen monterade med vikthållare.

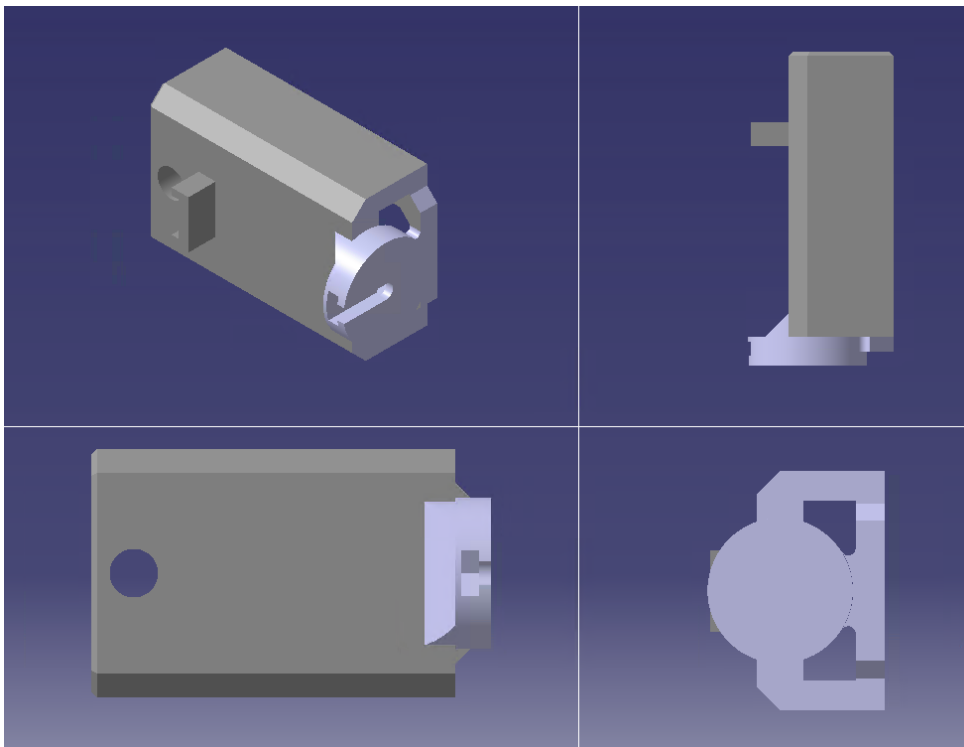
En vidareutveckling av Bas 2 visas i figur [3.3](#), härnäst benämnd som bas 3. I denna design kan vikthållaren löpa fritt längs med kroppen. Dessutom är baskroppen utskriven i två separata delar för att minska utskriftstiden och eliminera behovet av stödstrukturer vid de två ovala utskärningarna, vilka används för att montera infästningsmekanismerna. Ytterligare ett mindre hål lades till på sidan av baskroppen för att möjliggöra utbytbara infästningsmekanismer utan användning av lim.



Figur 3.3: Bas 3, vilket är den slutgiltiga designen för baskroppen bestående av delarna Bas (grön) och Bottendel (blå).

Vikthållare

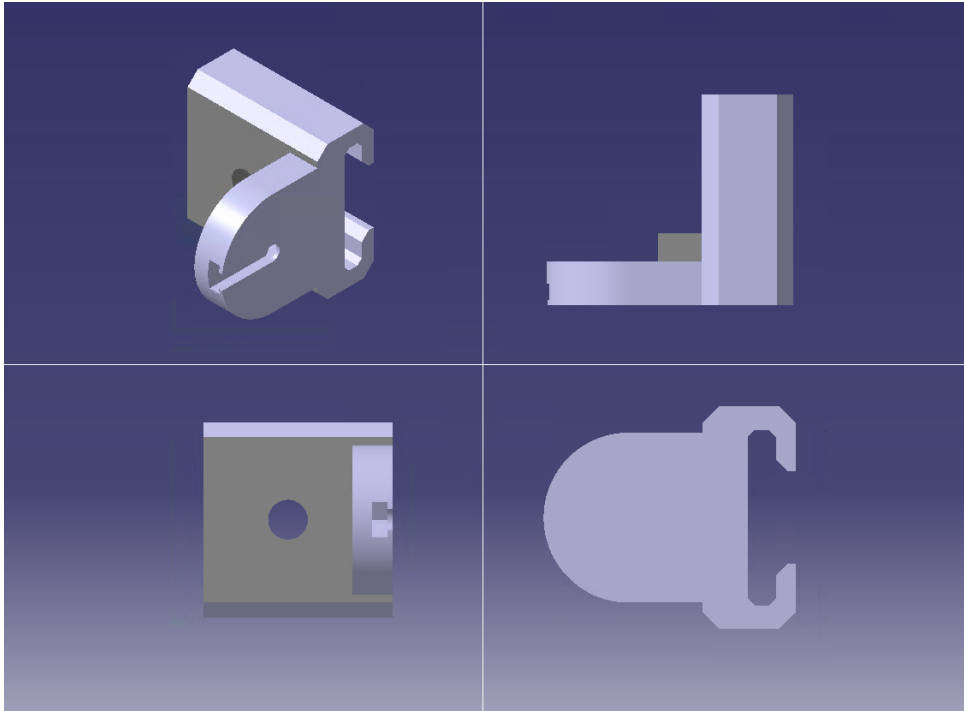
Uppdragsgivaren önskade att vikthållaren skulle anpassas för specifika vikter. Den första iterationen av vikthållaren anpassades efter den första baskroppen, med utgångspunkt i modifieringar från föregående års kandidatarbete. Syftet var att vikterna skulle fixeras genom att en skruv fördes in i en utskärning, se figur 3.4.



Figur 3.4: Vikthållare 1, den första iterationen av vikthållaren.

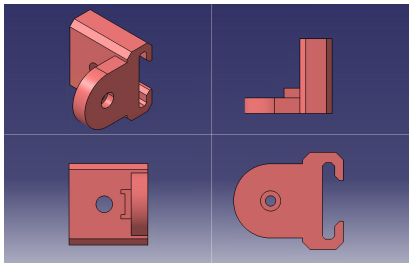
Vikthållare 1 medgav däremot en ytterst begränsad vertikal rörelse på grund av dess övre parti. Dessutom fylldes skruvutskärningen med stödstruktur som var svår att avlägsna efter utskrift.

I Vikthållare 2 ändrades designen för att möjliggöra obegränsad vertikal rörelse. Formgivningen anpassades så att enheten kunde glida vertikalt i sidospåren på Bas 3, vilket gjorde det möjligt att montera Eulers knäckningsfall direkt på IKEA-väggen. Vikthållare 2 visas i figur 3.5.

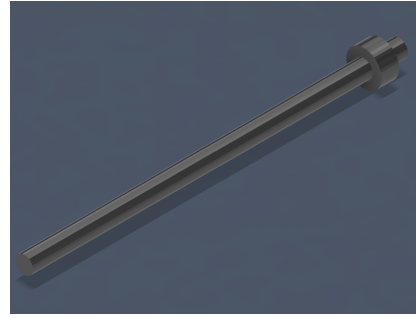


Figur 3.5: Vikthållare 2 från olika vyer.

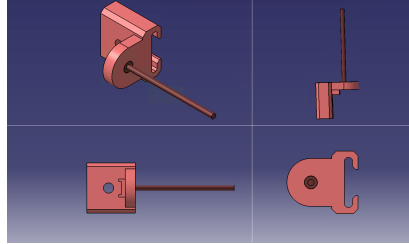
Trots att Vikthållare 2 löste problemet med den vertikala rörligheten, kvarstod problematiken med stödmaterial i skruvutskärningen. Genom ytterligare idégenerering togs en tvådelad lösning fram, bestående av en separat vikthållare och en viktstav. Konceptet byggde på att staven hålls på plats av vikterna. Detta eliminerade behovet av utskärningen helt. Istället utformades ett hål med två olika diametrar för att säkerställa att vikten placerades stabilt. Figur 3.6 visar komponenterna i denna slutgiltiga design som benämns Vikthållare 3, inklusive staven och den sammansatta enheten.



(a) Vikthållare 3. Två olika håldiametrar kan observeras på den plana ytan.



(b) Staven till vikthållaren. Två olika diametrar på staven kan observeras.



(c) Sammansatt enhet med Vikthållare 3 och dess tillhörande stav.

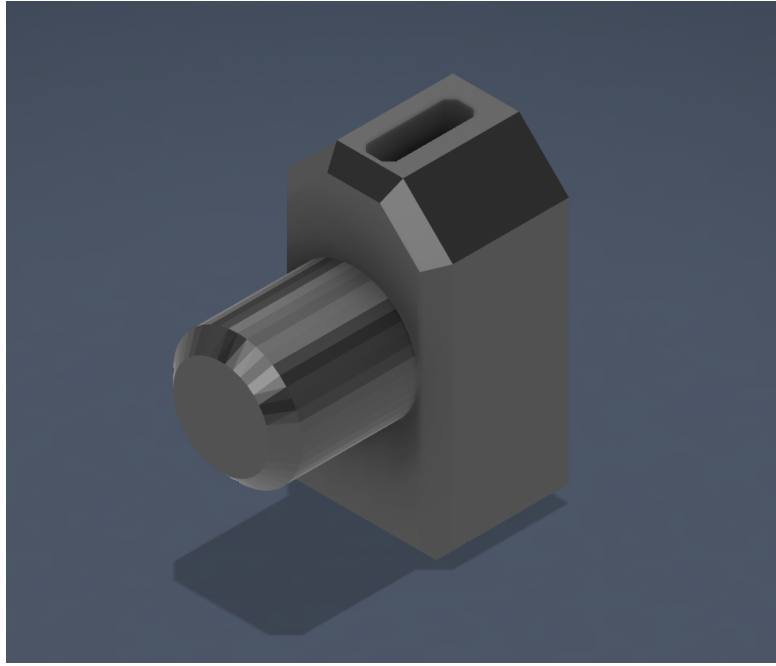
Figur 3.6: Slutgiltig design av vikthållaren och viktstaven.

Infästningar

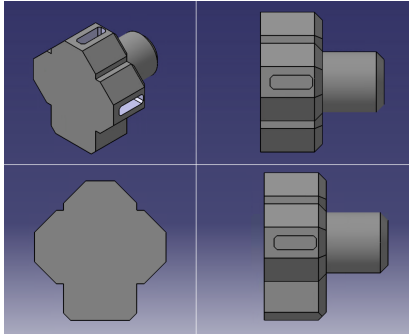
Föregående års kandidatarbete använde en infästning som både fungerar som momentfritt upplag samt fast inspänd. Uppdragsgivaren efterfrågade bättre tolerans och möjlighet att konstruera knäckning av en plan ram samt att visualisera högre knäckningsmoder, se figurerna [4.1b](#) och [4.1c](#).

För att åstadkomma detta justerades toleranserna på befintliga infästningen från föregående års projekt som kan ses i figur [3.7](#). Denna infästning fungerar både som momentfritt upplag samt fast inspänning och benämns som Infästning A.

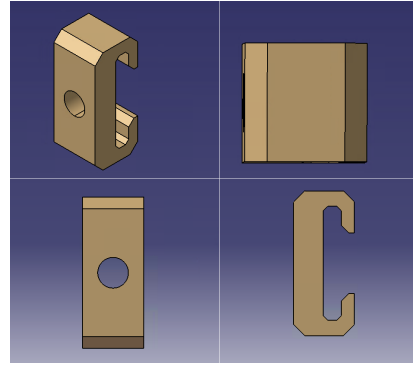
Grundgeometrin från Infästning A återanvändes för att skapa en ny infästning som möjliggör för att kunna skapa knäckning av en plan ram samt högre knäckningsmoder, se figur [3.8a](#). Denna infästning benämns som Infästning B. Genom sammansättning av Infästning B och framtagna mittpunkter kan visualisering av högre knäckningsmoder skapas, se figur [3.8b](#) och [3.8c](#). Dessutom kan Infästning B användas för att kunna förevisa Eulerfall nummer 5 som syns i figur [3.11](#).



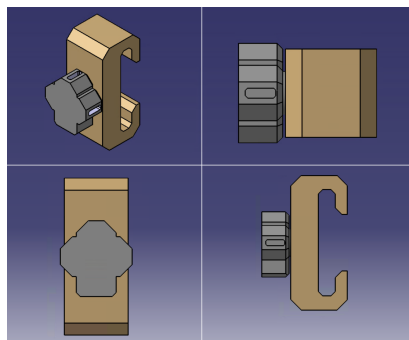
Figur 3.7: CAD-modell som visar infästning A som kan fungera som momentfritt upplagd och fast inspänning.



(a) Infästning B som används för att skapa knäckning av en plan ram, högre knäckningsmoder samt för att demonstrera Eulerfall 5.



(b) Mittpunkt som används för skapa högre knäckningsmoder.



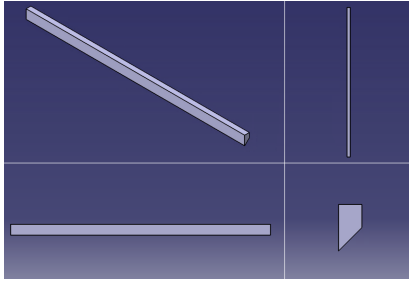
(c) Visar hur infästning B och mittpunkten monteras samman för att skapa högre knäckningsmoder.

Figur 3.8: Komponenter för uppbyggnad av knäckning av plan ram, högre knäckningsmoder samt Eulerfall 5.

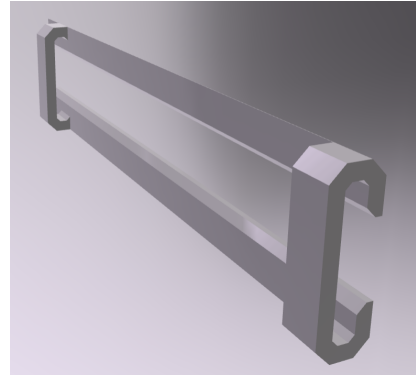
Distanstavar

Vid tester av Eulerfallen observerades att bärförmågan snabbt gick förlorad vid knäckning, vilket oundvikligen ledde till ett för grovt knäckningsfall och extrem utböjning. Då detta inte var önskvärt identifierades ett behov av att mekaniskt begränsa den kraftiga knäckningen. Tre olika iterationer av distansstavar togs fram för detta ändamål, vilka presenteras i figur 3.9.

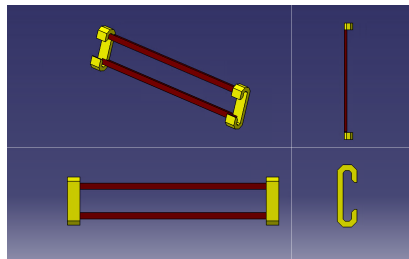
Den första iterationen 3.9a placerades mellan IKEA-väggen och baskroppens utskärningar för vikthållaren för att begränsa rörelsen. Även om detta fungerade uppvisade konstruktionen stor risk att släppa från väggen. Därför togs en andra iteration fram, se figur 3.9b, bestående av fasta distansstavar som träs ned över baskroppen. Denna geometri ledde dock till problem vid 3D-utskrivning. Den tredje och sista iterationen, se figur 3.9c, löste utskriftsproblemet genom att designen delades upp i fyra separata delar.



(a) Första iterationen av distansstavar, vilken kräver två separata utskrifter. Dessa placeras i skårorna på vardera sida av baskroppen.



(b) Andra iterationen bestod av en solid utskrift som träs över baskroppen för att motverka kraftig knäckning.



(c) Tredje iterationen av distansstavar, framtagna för att undvika problem vid 3D-utskrivning och effektivt motverka kraftig knäckning.

Figur 3.9: Iterationer av distansstavar för att förhindra grov knäckning.

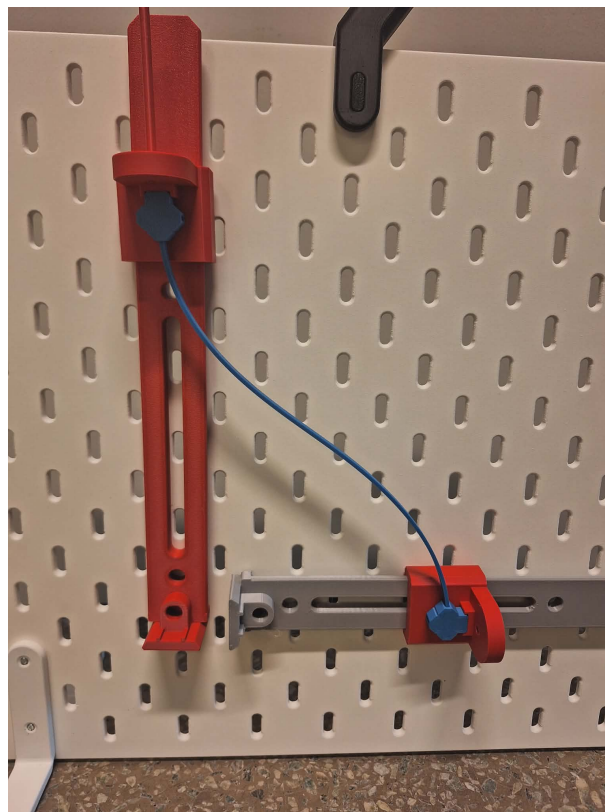
Eulerfall 5

I föregående års kandidatarbete demonstrerades Eulerfall 5 genom att en separat komponent placerades vid sidan av systemet (sidoställdes), vilket visas i figur [3.10](#).



Figur 3.10: Illustration av hur föregående års kandidatarbete demonstrerade Eulerfall 5 genom att manuellt sidoställa en separat komponent. Bild hämtad från föregående års kandidatarbete [1](#) med tillstånd.

Genom användning av IKEA-väggen möjliggjordes dock en lösning som eliminerar behovet av sidoställning. Genom att montera en vertikal och en horisontell baskropp, kombinerat med två vikthållare samt infästning B, kan fallet demonstreras mer integrerat. Denna lösning illustreras i figur [3.11](#).



Figur 3.11: Visualisering av hur Eulerfall 5 kan monteras direkt på IKEA-väggen utan att behöva placera en separat komponent manuellt. Lösningen använder sig av två rullstöd.

Vägginfästning

Uppdragsgivaren framförde ett önskemål om att både nuvarande och framtida undervisningsmodeller ska kunna monteras på en IKEA-vägg. Kraven på dessa väggfästen var att de skulle vara användarvänliga, tidseffektiva att montera och demontera, samt dimensionerade för att klara laster i specifika riktningar. Under idégenereringsfasen togs följande fyra koncept fram, se även [3.1](#):

- **Skruvinfästning:** Utnyttjande av befintliga standardkomponenter, vilket utgör en snabb och enkel lösning.
- **Krokinfästning:** Baserad på IKEA:s befintliga kroksystem, vars funktionsprincip vidareutvecklades för detta ändamål.
- **Spänninfästning (snäppfäste):** Ett additivt tillverkat fäste med inbyggd snäppmekanism som låser komponenten i sitt läge och enkelt monteras genom att man komprimerar hullingarna.
- **Låsinfästning med kil:** En komponent som förs igenom väggens hål och därefter fixeras temporärt på baksidan med hjälp av en kil.

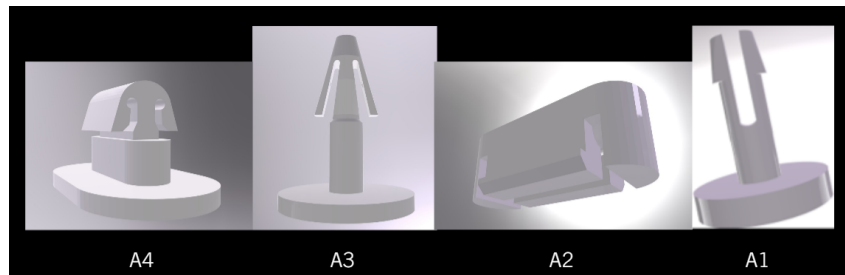
En utvärdering av de genererade koncepten genomfördes utifrån de fastställda designkraven, se tabell [3.1](#). Det koncept som bedömdes ha störst potential och därmed valdes för vidareutveckling var spänninfästningen.

Krav på produkt						
Idéer:	Monterbar IKEA vägg	Enkla att montera på/av	Snabba att montera av/på	Ta krafter i samtliga riktningar	Elimineringskriterier: (+) Ja (-) Nej (?) Mer info krävs	
					Beslut: (+) Fullfölj lösningen (-) Eliminera lösningen (?) Sök mer info	
					Kommentar	Beslut
1	+	-	-	+		-
2	+	+	+	-		-
3	+	+	+	+		+
4	+	+	-	+		-

Tabell 3.1: Genererade koncept för infästning. Från vänster: 1. Skruvinfästning, 2. Krokinfästning, 3. Spänninfästning, 4. Låsinfästning med kil.

Vidareutvecklingen av spänninfästningen genomfördes i en iterativ process för att opti-

mera den slutgiltiga prototypen. Under den första iterationen togs ett flertal varianter fram, se figur 3.12. Resultatet av utvärderingen av dessa tidiga prototyper presenteras i tabell 3.2.

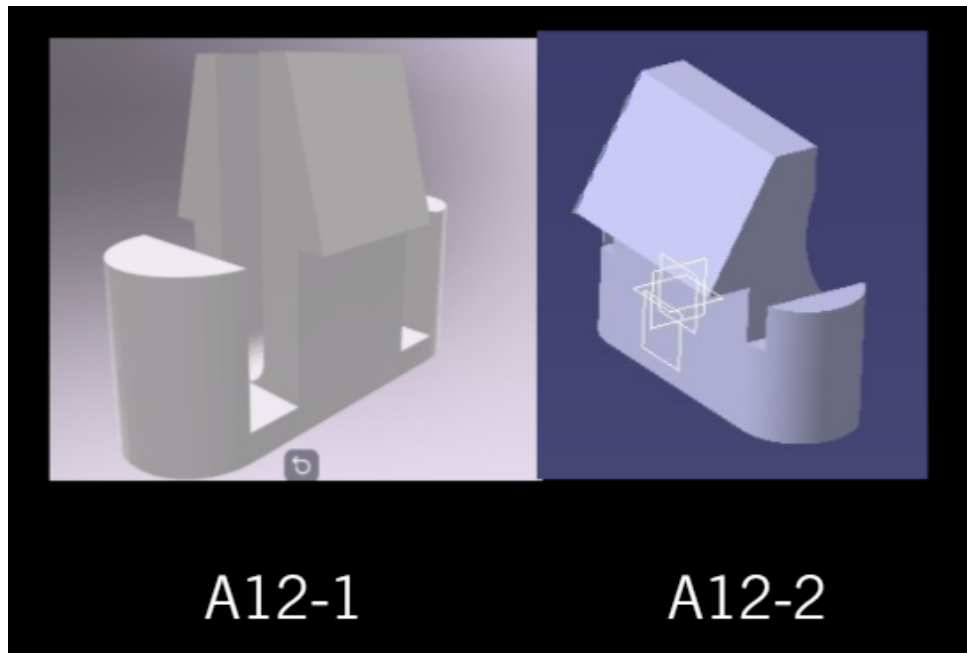


Figur 3.12: Första iterationen av spänninfästningar: A1, A2, A3 och A4.

Prototyp					Kriterier uppfyllnad: Skala: 1 - 10 1 = Min poäng 10 = Max poäng
Kriterier:	A1	A2	A3	A4	
Passform	1	9	1	1	
Klämförmåga	5	1	1	1	
Infästningsförmåga	3	1	1	1	
In och uttagningsbar	8	8	8	1	
Medelvärde:	4,25	4,75	2,75	1	
Vidareutveckla på:	/	/	-	-	
(+) Vidareutveckla på (-) Eliminera lösningen (/) Kombinerad lösning					

Tabell 3.2: Utvärderingsmatris för prototyperna A1 till A4, refererande till figur 3.12.

Varianterna A1 och A2 uppvisade störst potential för användning som väggfäste. A1 hade en viss bristfällig passform, men dess flexibilitet medgav en god klämförmåga vid montering. A2 hade däremot en utmärkt passform i IKEA-väggen, men saknade nödvändig klämförmåga. För att optimera funktionen kombinerades egenskaperna från dessa två koncept i en ny iteration: klämförmågan och demonterbarheten hämtades från A1, medan passformen integrerades från A2. Kommande iteration är en kombination av A1 och A2 och benämns nedan som A12. Den andra iterationen resulterade i prototyperna A12-1 och A12-2, se figur 3.13 och tabell 3.3.

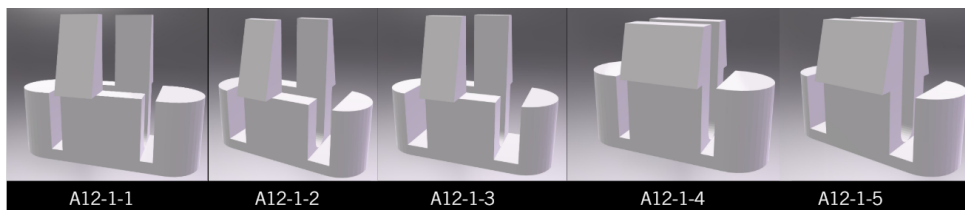


Figur 3.13: Andra iterationens prototyper, A12-1 och A12-2.

Prototyp			Kriterier uppfyllnad: Skala: 1 - 10 1 = Min poäng 10 = Max poäng
Kriterier:	A12-1	A12-2	
Passform	8	8	
Klämförmåga	7	1	
Infästningsförmåga	5	1	
In och uttagningsbar	1	8	
Medelvärde:	5,25	4,5	
Vidareutveckla på:	+	-	
(+) Vidareutveckla på (-) Eliminera lösningen (/) Kombinerad lösning			

Tabell 3.3: Utvärderingsmatris för A12-1 och A12-2, refererande till figur 3.13.

Variant A12-1 uppvisade god passform och klämförmåga, men begränsades av ett mekaniskt problem, fästet hade förmåga att monteras i väggens hål, men den totala deformationen var otillräcklig för demontering. Avståndet mellan Hullingarna begränsade deras inåtgående rörelse, vilket identifierades som ett utvecklingsområde för nästkommande iteration. Variant A12-2 medförde inga funktionella framsteg då den, trots god passform, fortfarande saknade tillräcklig klämförmåga.



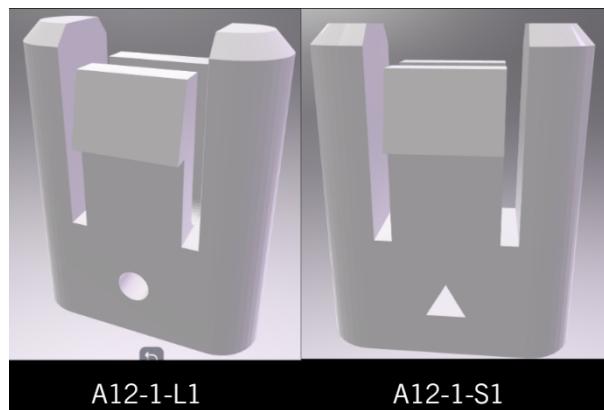
Figur 3.14: Tredje iterationens spännfästen, A12-1-1 till A12-1-5.

Prototyp						Kriterier uppfyllnad: Skala: 1 - 10 1 = Min poäng 10 = Max poäng
Kriterier:	A12-1-1	A12-1-2	A12-1-3	A12-1-4	A12-1-5	
Passform	8	4	9	8	8	
Klämförmåga	2	2	2	3	3	
Infästningsförmåga	1	1	1	1	2	
In och uttagningsbar	1	1	1	1	1	
Medelvärde:	3	2	3,25	3,25	3,5	
Vidareutveckla på:	-	-	-	-	-	
(+) Vidareutveckla på (-) Eliminera lösningen (/) Kombinerad lösning						

Tabell 3.4: Utvärderingsmatris för iteration 3, refererande till figur 3.14.

I den tredje iterationen, se tabell 3.4, A12-1-1 till A12-1-5, se figur 3.14, gjordes justeringar som ökade den totala deformationen. I varianterna A12-1-1 till A12-1-3 försköts Hullingarna i sidled för att förhindra kollision vid komprimering. För A12-1-4 och A12-1-5 reducerades hullingarnas totalhöjd för att tillåta en större böjning och därmed ökad förflyttning.

Trots dessa designförändringar bedömdes den tredje iterationen som ett bakslag, då poängen understeg tidigare versioner. Det primära problemet var att godset under hullingarna bröts av vid komprimering. Brotten uppstod huvudsakligen vid infästningen mot bottenplattan eller vid övergången till tjockare gods under hullingarna. Orsaken till brotten bedömdes i första hand vara att materialets maximala skjuvspänning överskreds, eventuellt i kombination med lokala brister i utskriftskvaliteten.



Figur 3.15: Fjärde iterationen: A12-1-L1 (liggande utskrift) och A12-1-S1 (stående utskrift).

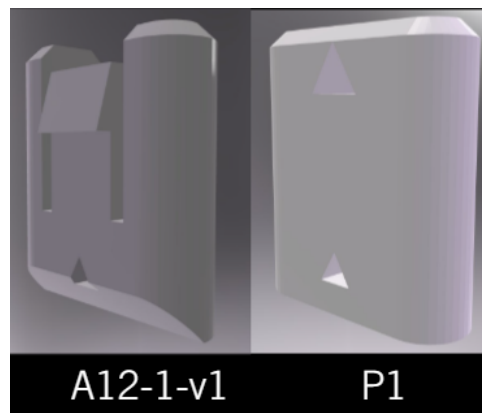
Prototyp			Kriterier uppfyllnad: Skala: 1 - 10 1 = Min poäng 10 = Max poäng
Kriterier:	A12-1-L1	A12-1-S1	
Passform	9	9	
Klämförmåga	3	1	
Infästningsförmåga	1	1	
In och uttagningsbar	1	1	
Medelvärde:	3,5	3	
Vidareutveckla på:	-	-	
(+) Vidareutveckla på (-) Eliminera lösningen (/) Kombinerad lösning			

Tabell 3.5: Utvärderingsmatris för iteration 4, refererande till figur 3.15.

I den fjärde iterationen, se tabell 3.5, återgick designen till grundkonceptet från A12-1, men modifierades med reducerade klackdimensioner. Tidigare tester hade även påvisat behovet av en instyrningsgeometri för att underlätta montering i väggens hål, vilket integrerades i de nya prototyperna A12-1-L1 och A12-1-S1, se figur 3.15. Dessa två varianter testades med olika utskriftsorienteringar:

- **A12-1-L1, Liggande utskrift:** Syftet med en horisontell utskriftsorientering var att rikta materialets lager parallellt med hullingarna, vilket minskar skjuvspänningarna mellan lagren och därmed risken för brott. Modellen visade sig dock obrukbar då geometrin krävde en omfattande mängd stödstruktur under utskriften, vilket i praktiken blev omöjligt att avlägsna utan att skada väggfästet.
- **A12-1-S1 (Stående utskrift):** Den stående utskriften resulterade återigen i materialbrott vid komprimering då maxspänningen överskreds. Analysen visade att

A12-1-S1 blev för styv och koncentrerade spänningarna till godset under hullingarna, till skillnad från den tidigare versionen A12-1 som hade en tunn och flexibel bottenplatta vilken kunde ta upp delar av deformationen.

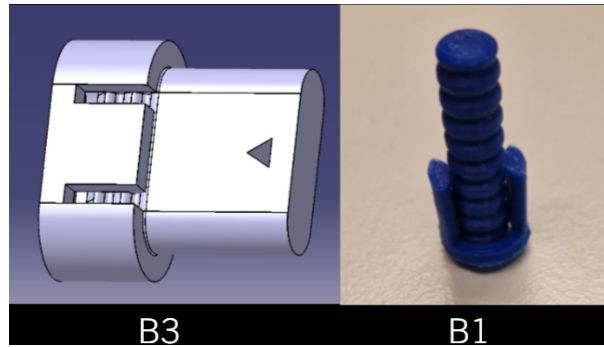


Figur 3.16: Femte och sjätte iterationen: A12-1-v1 bygger på samma form som A12-1-S1 men är utskriven i 45 graders vinkel. P1 är en solid plugg utan fjädrande hullingar.

Prototyp			Kriterier uppfyllnad: Skala: 1 - 10 1 = Min poäng 10 = Max poäng
Kriterier:	A12-1-v1	B3	
Passform	9	9	
Klämförmåga	3	7	
Infästningsförmåga	1	6	
In och uttagningsbar	1	8	
Medelvärde:	3,5	7,5	
Vidareutveckla på:	-	-	
(+) Vidareutveckla på (-) Eliminera lösningen (/) Kombinerad lösning			

Tabell 3.6: Utvärderingsvärden för B3 och A12-1-v1. Som tabellen visar gav A12-1-v1 ingen förbättring, medan B3 resulterade i en ökning till 7,5.

Den femte iterationen, se tabell 3.6, för A12-1-v1, se figur 3.16, skrevs ut med en lutning på 45 grader mot det horisontella planet. Syftet var att optimera utskriftsriktningen för att förhindra skjuvbrott i hullingarna. Parallellt utvecklades en ny typ av väggfäste (B3, se figur 3.17), baserat på insikter från infästningarna till ram- och fackverksmodellerna (där B1 utgjorde en tidig iteration, se figur 3.17). Detta slutgiltiga väggfästet (B3) uppvisade en viss inspänningsförmåga och eliminerade problemet med materialbrott. Trots detta bedömdes inspänningsförmågan fortfarande som för svag. A12-1-v1 hade dessutom fortfarande problemet med att hullingarna bröts.



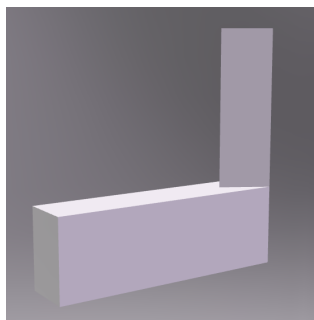
Figur 3.17: Spännfästen typ B: B3 representerar en omarbetad design baserad på fästena till ramverk/fackverk. B1 visar den första iterationen av detta spännfäste.

Prototyp

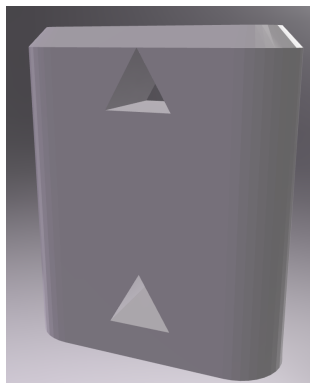
Kriterier:	P1	Kriterier uppfyllnad: Skala: 1 - 10 1 = Min poäng 10 = Max poäng
Passform	9	
Infästningsförmåga	6	
In och uttagningsbar	9	
Medelvärde:	8	
Vidareutveckla på:	+	
(+) Vidareutveckla på (-) Eliminera lösningen (/) Kombinerad lösning		

Tabell 3.7: Utvärderingsmatris för P1, refererande till figur 3.16. Observera att kriteriet ”klämförmåga” har exkluderats då P1 utgörs av en solid plugg och inte av ett spännfäste.

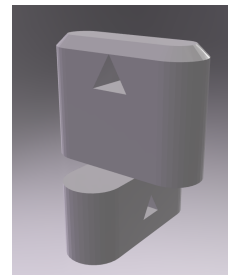
Under den sjätte iterationen observerades att en enkel solid plugg, se variant P1 i figur 3.16, erbjöd en mycket tillfredsställande passform, uteslutande baserat på friktion och snäva toleranser mot IKEA-väggens hål. Därmed valdes att frångå konceptet med flexibla hullingar och istället fokusera på en plugg-lösning. Beslutet grundades i insikten att den inledande elimineringsmatrisen hade överskattat spänninfästningens potential tillverkning i 3D-skrivaren.



(a) Kilen som förs in i det övre hålet för att låsa fast infästningen mot IKEA-väggen.



(b) Pluggen som förs in i IKEA-väggen för att positionera Eulerfallen i vertikal riktning.



(c) En plugg vriden 90 grader för att möjliggöra horisontell montering av bas-kroppen, vilket krävs för att demonstrera Eulerfall 5.

Figur 3.18: Slutgiltig lösning av väggfäste bestående av plugg och kil.

Prototyp

Kriterier:	P1-plugg	Kriterier uppfyllnad: Skala: 1 - 10 1 = Min poäng 10 = Max poäng
Passform	9	
Infästningsförmåga	9	
In och uttagsbar	9	
Medelvärde:	9	
Vidareutveckla på:	+	
(+) Vidareutveckla på (-) Eliminera lösningen (/) Kombinerad lösning		

Tabell 3.8: Utvärdering av plugg med kil, vilket gav en poängökning till medelvärdet 9.

Pluggen P1 uppnådde ett medelvärde på 8 i utvärderingen vilket kan jämföras med de tidigare toppresultaten på 5,25 för A12-1 och 7,5 för B3, se tabell 3.7. Den höga poängen för infästningsförmåga hos P1 berodde på att geometrin effektivt kunde ta upp tvärkrafter. För att även kunna hantera axialkrafter identifierades dock ett behov av en låsande kil. Den slutgiltiga prototypen för infästningen fastställdes därmed till en plugg med tillhörande kil. Denna visas i figur 3.18. Denna lösning visade sig framgångsrikt kunna fixera modellen och ta upp laster i samtliga riktningar. Tillsammans med kilen fick lösningen det högsta medelvärdet på 9, vilket man kan se i tabell 3.8. Som visas i figur

3.18 togs det även fram en modifikation för att kunna montera baskroppen i horisontell riktning, vilket är nödvändigt för att kunna demonstrera Eulerfall 5.

3.5 Ram- och fackverk

Under designprocessen av ram- och fackverksstrukturen låg fokus på ett modulärt system som enkelt och intuitivt kan anpassas för att visualisera samt möjliggöra beräkningar på ram- och fackverksstrukturer. Arbetet inleddes med att identifiera behovet av komponenter som kan illustrera hur system av balkar och stänger beter sig under olika belastningar och infästningar. I resterande delen av denna rapport kommer balkar samt stänger att benämnas som endast balkar även om de vid vissa tillfällen ska betraktas som beräkningsmässiga stänger.

En central del i detaljkonstruktionen var utvecklingen av knutpunkter i CAD, vilka skulle utformas för att möjliggöra sammankoppling av balkar i olika riktningar. En viktig del av utformningen för knutpunkterna är att de ska kunna tillåta eller förhindra rotation beroende på om det är ett ram- eller fackverk som byggs. Därav konstruerades knutpunkterna på ett sätt som tillåter både momentfria leder och fast inspänning där moment överförs.

För att kunna bygga större strukturer samt tillåta flertalet studenter att bygga ram- och fackverk samtidigt togs även egna balkelement fram. Detta gjordes genom att använda PASCO:s egna CAD-filer för balkelement som finns på deras hemsida [8]. Dessa balkelement modifierades för att få de dimensioner som önskades, vilket var ett kvadratisk solid tvärsnitt med de ursprungliga längderna på balkarna från befintliga byggsatsen. Genom en iterativ testprocess optimerades komponenternas funktion och passform för att kunna bygga flertalet strukturer med olika vinklar och balklängder om önskas.

3.5.1 Knutpunkter ram- och fackverk

Utvecklingen av de slutgiltiga knutpunkterna för ram- och fackverkssystemet genomfördes med en iterativ designprocess. Då knutpunkterna är en central del av systemet, med de ställda kraven att de ska kunna agera både momentstyvt och momentfritt samt ha god tillverkningsbarhet, krävdes flera iterationscykler för att komma fram till lämplig lösning.



Figur 3.19: Knutpunkt från PASCO.

Processen utgick inledningsvis ifrån PASCO:s existerande knutpunkter som referens, se Figur 3.19, varpå egna lösningar itererades fram. Varje iterativ cykel bestod av tre huvudsakliga steg.

1. CAD-modellering.

Geometrin anpassades och finjusterades för att möta krav på passform och funktionalitet, där extra hänsyn även togs till tillverkningsbarhet. Detta för att minimera behovet av stödstruktur och överhäng vid tillverkning, vilket underlättar 3D-skrivningsprocessen då det minskar mängden material som behövs och behovet av manuell bearbetning efter utskriften är klar.

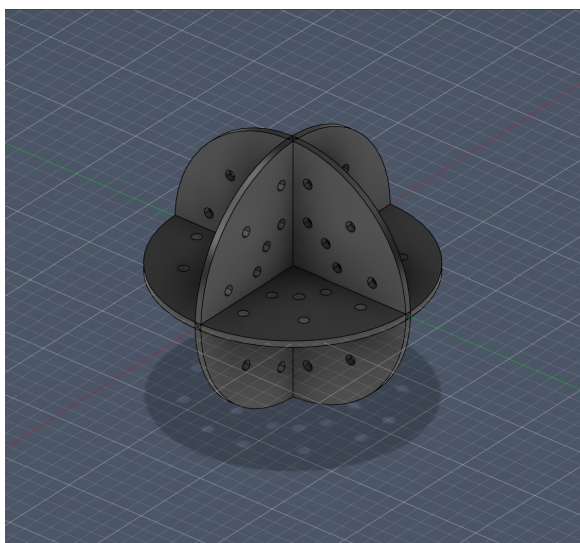
2. Prototyp tillverkning:

De digitala CAD-modellerna exporterades som STL-filer och skrevs därefter ut. Vid tillverkningen valdes utskriftsorienteringen med omsorg för att hantera strukturernas anisotropa svagheter. Detta innebär att lagrens riktning anpassades för att optimalt kunna bära de förväntade lasterna. Även inställningar som lagerhöjd och infill var av största vikt för geometrins slutgiltiga kvalitet och valdes därefter för att optimera funktionalitet mot tid för utskrivningsprocessen.

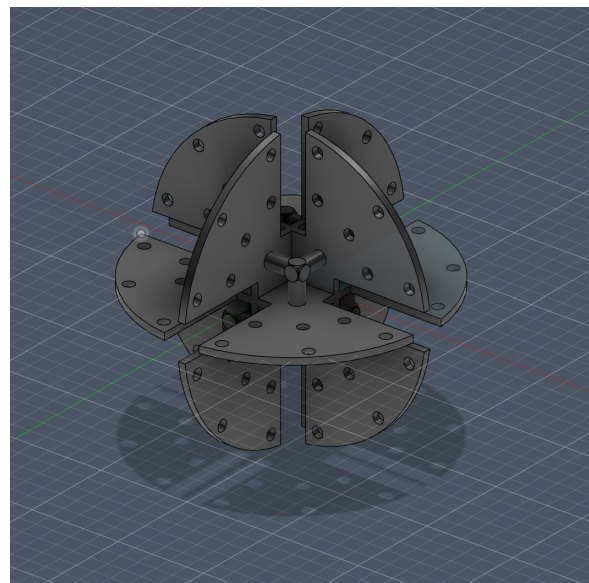
3. Utvärdering och testning:

Den fysiska utskriften utvärderades praktiskt genom att testa passformen mot balkarna och de mekaniska egenskaperna, såsom balkarnas rörlighet vid olika inspänningar. Insikterna från testerna kom sedan att ligga som grund för nästa iteration.

Genom denna process togs olika prototyper fram:



(a) Iteration 1.

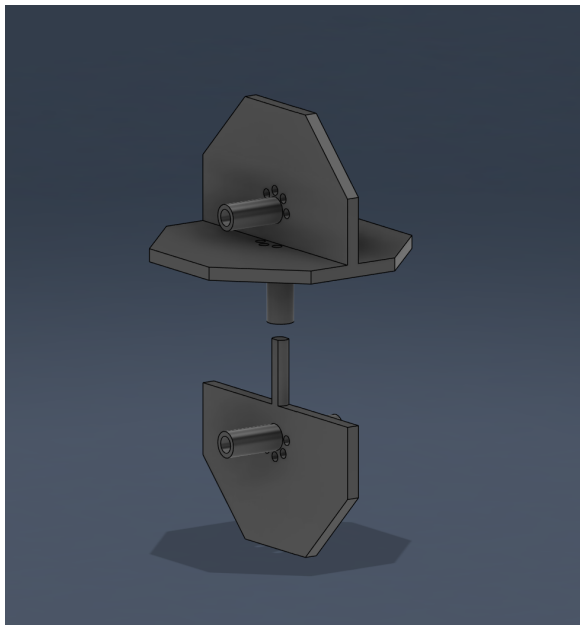


(b) Iteration 2.

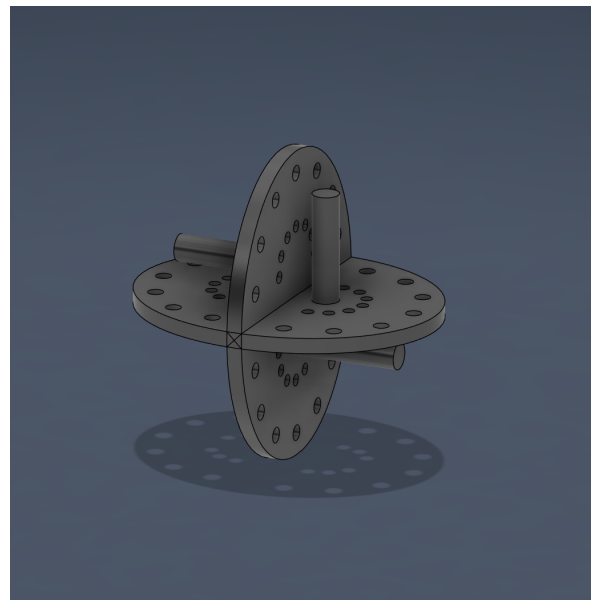
Figur 3.20: Olika iterationer för knutpunkten.

För den första iterationen låg fokus på att möjliggöra montering i tre plan för att skapa en flexibel knutpunkt för önskad användning. Modellen tillät detta men medförde dock flera nackdelar. Mest kritiskt var avsaknaden av en rotationsaxel, vilket resulterade i att systemet enbart kunde användas för ramverkstrukturer, se figur 3.20a. Ur ett produktionstekniskt perspektiv av geometrin var denna iteration även bristfällig då den krävde omfattande stödstruktur under utskrift, vilket strider mot ambitionen att optimera delarna för additiv tillverkning.

För att adressera behovet av momentfria leder introducerades en rotationsaxel i den efterföljande iterationen, se figur 3.20b. Trots att den mekaniska funktionaliteten förbättrades för att stödja fackverksstrukturer, visade sig denna design för komplex för praktisk tillämpning, då modellen lämpade sig i ännu lägre grad för 3D-skrivning än sin föregångare. Dess komplexa geometri gjorde den därför opraktisk ur ett tillverkningsperspektiv.



(a) Iteration 3.



(b) Iteration 4.

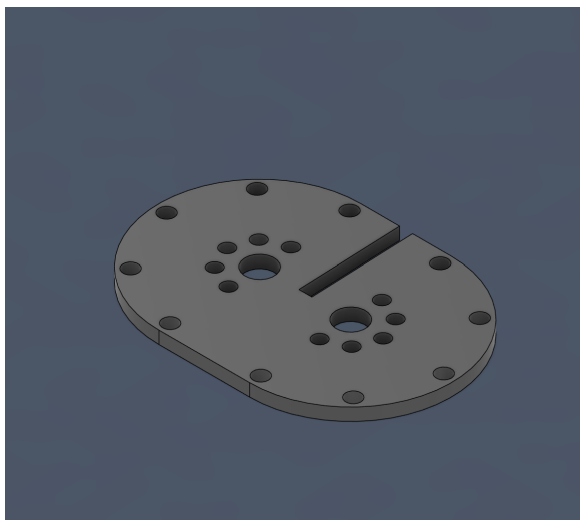
Figur 3.21: Vidareutveckling av knutpunkten genom iteration 3 och 4.

Efter de inledande iterationsfasen delades designprocessen upp i två parallella spår för att utforska olika alternativ. Det tredje konceptet, se figur 3.21a, hämtade inspiration från PASCO:s befintliga lösning, men vidareutvecklades med ett extra plan för att möjliggöra montering nedåt och därmed kunna bygga fritt i alla tre plan. Ur ett mekaniskt perspektiv fungerade denna prototyp väl och uppfyllde kraven på mångsidighet i konstruktionen. Dock kvarstod betydande utmaningar vid tillverkningen då modellen var komplex att 3D-utskriva och krävde montering av flertalet olika komponenter. Den rådande komplexiteten och antalet delar innebar dessutom en högre risk för brott vid belastning, vilket bedömdes som en kritisk nackdel för en undervisningsmodell som ska tåla upprepad användning.

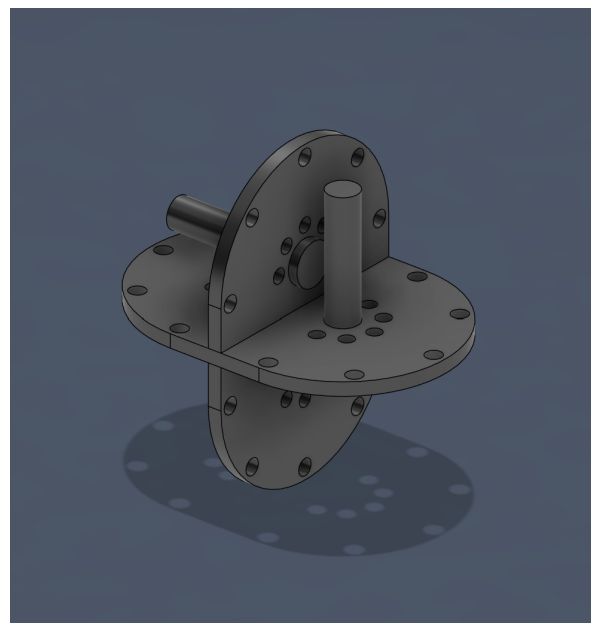
Det andra konceptet se 3.21b markerar ett skifte i designarbetet med fokus på att max-

inera delarnas lämplighet för additiv tillverkning. Designen baserades på två identiska plattor som 3D-utskrevs separat. Denna konfiguration visade sig vara god då plattorna kunde framställas helt utan stödstruktur eller överhäng, vilket minimerar efterarbetet och materialåtgången.

Utöver de produktionstekniska fördelarna erbjöd denna lösning en hög grad av modularitet. Systemet tillät konstruktion i samtliga plan, med stöd för rotationsaxlar vilket möjliggör konstruktion av godtyckliga ram- och fackverk. Tack vare kombinationen av tillverkningsbarhet och funktionell flexibilitet valdes detta koncept för den fortsatta utvecklingen. I detta skede identifierades dock ett behov av ytterligare optimering av komponenternas yttre geometri, reduktion av godstjocklek samt hålmönstrets och rotationsaxlarnas placering för att säkerställa en väl fungerande produkt.



(a) Modul av slutgiltigt koncept för knutpunkt.

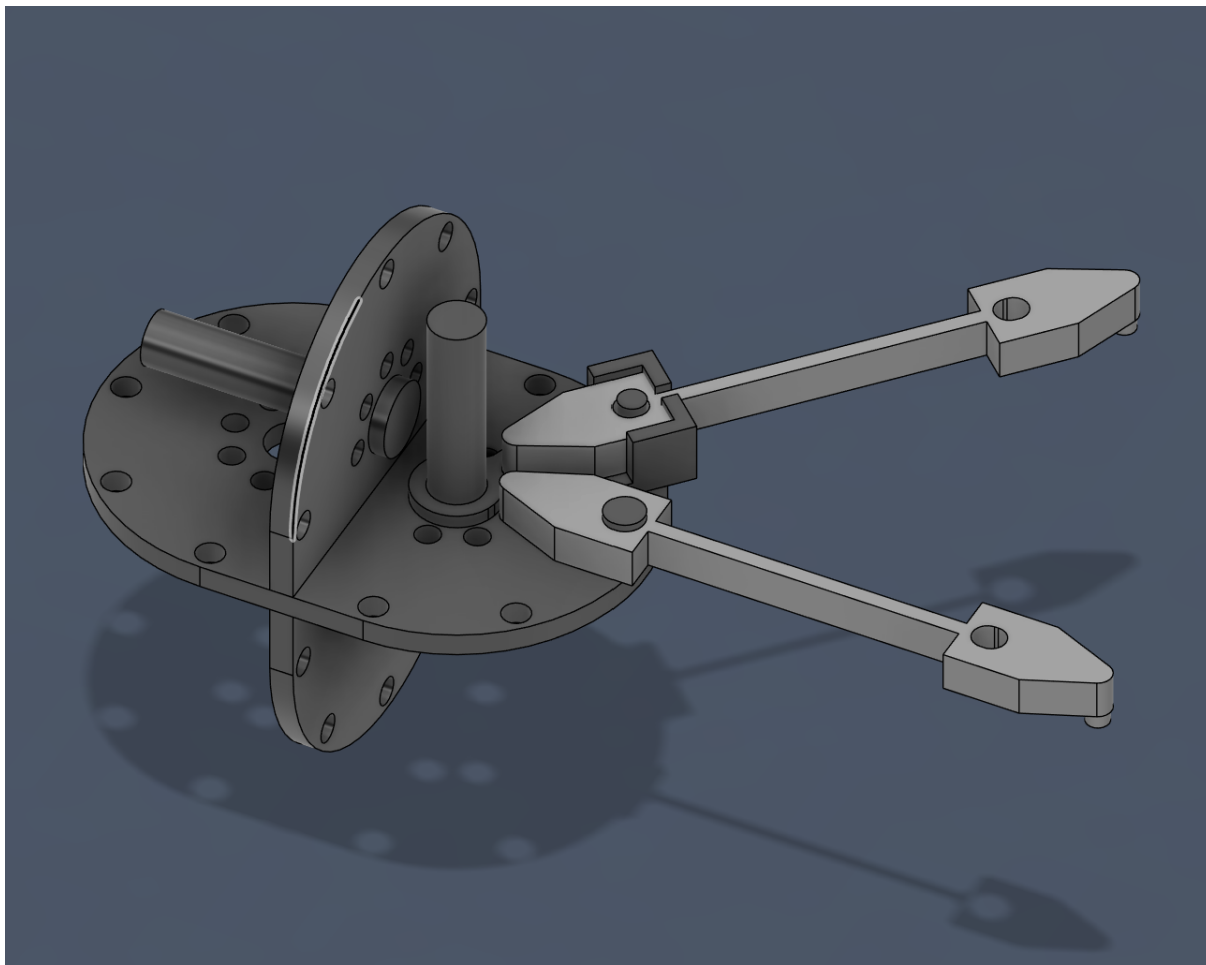


(b) Slutgiltigt koncept för knutpunkt.

Figur 3.22: Presentation av det slutgiltiga konceptet för knutpunkten.

Den avslutande fasen av designprocessen fokuserade därmed på att finjustera det valda modulära konceptet för att fastställa den slutgiltiga designen. I figur 3.22a presenteras den färdigutvecklade plattan efter optimering av den yttre geometrin, godstjockleken och hålens positionering. Dessa dimensionerades för att säkerställa tillräcklig funktionalitet samtidigt som knutpunktens storlek bibehålls liten och därmed portabel.

Det fullständiga resultatet av denna iterativa utvecklingsprocess illustreras i figur 3.22b, som visar en komplett monterad knutpunkt inklusive tillhörande rotationsaxlar. Denna slutprodukt kombinerar god tillverkningsbarhet genom effektiv och stödfri 3D-utskrivning, med den mekaniska flexibilitet som krävs för att studenter ska kunna laborera med och visualisera både ram- och fackverksstrukturer.



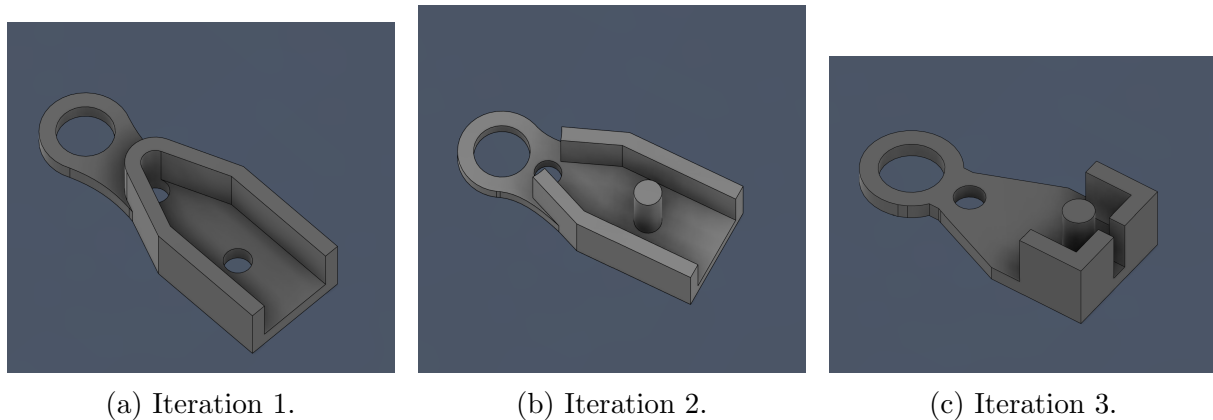
Figur 3.23: Exempel av slutgiltigt koncept som visar en balk infäst momentfritt (övre balken) och en balk som är infäst momentstyvt (nedre balken).

För att demonstrera knutpunktens mångsidighet illustrerar figur [3.23](#) hur de olika infästningstyperna fungerar i systemet. Bilden illustrerar monteringen av både en momentfri och en momentstyv infästning. Detta görs med hjälp av en adapter som möjliggör den momentfria infästningen. Utformningen av denna adapter redovisas i delkapitel 3.5.2 nedan. Genom systemets utformning kan den momentfria anslutningen tillåta fri rotation kring axeln, medan den momentstyva infästningen, som uppnås genom skruvförbindning, säkerställer att balken fixeras stabilt mot knutpunkten för att möjliggöra överföring av böjmoment. Denna tydliga skillnad i monteringsätt fungerar som ett direkt pedagogiskt stöd för att konkretisera skillnaden mellan de teoretiska begreppen i undervisningen.

3.5.2 Utveckling av adapter och balkelement

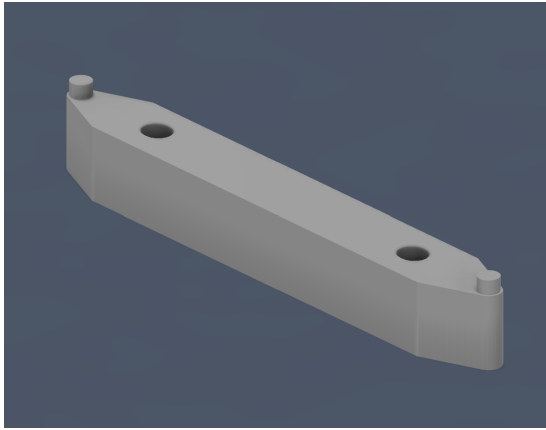
Vid konstruktion av fackverk med den framtagna knutpunkten krävs en adapter som tillåter fri rotation för balkelementet kring axeln. Huvudsyftet var att utveckla en skräddarsydd adapter för knutpunkten och balkelementen, där designen minimerar komplexiteten med fullt bibehållen prestanda. Utvecklingen skedde iterativt i takt med förändringarna av det

övriga systemet.

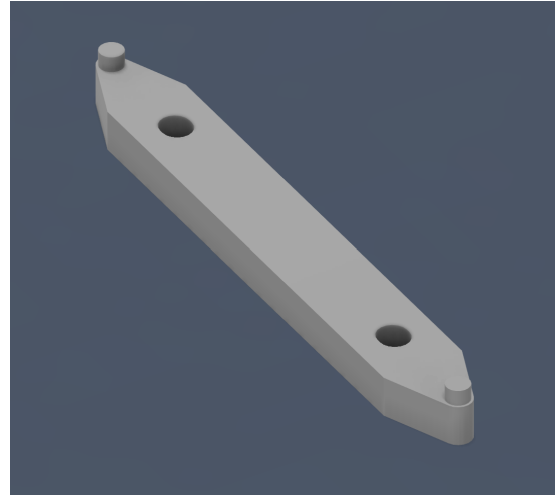


Figur 3.24: Utvecklingsprocessen av adapter.

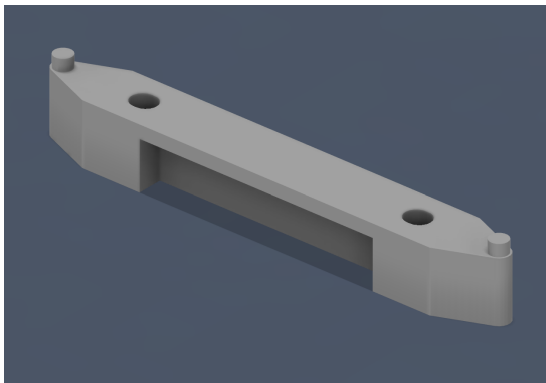
Den första prototypen, se figur [3.24a](#), säkerställde den grundläggande funktionen och fixerade balken med en skruv, men var onödigt skrymmande och även relativt materialineffektiv. I den andra iterationen, se figur [3.24b](#) avlägsnades överflödigt material och skruven kom att ersättas med en integrerad plugg. Även om detta förenklade monteringen, visades att tillförlitligheten varierade kraftigt med utskriftskvalitet. Denna iteration kom att fungera som en övergångslösning då den parallella utvecklingen av balkelementen drev fram ett slutkoncept för den nya balkgeometrin och tillverkningsbarhet. Dessa insikter resulterade i den slutgiltiga iterationen, se figur [3.24c](#), som är exakt dimensionerad efter projektets balkelement. Genom att uteslutande behålla kritiskt material uppnåddes en minimalistisk och robust design som erbjuder maximalt stöd och enbart monteras genom friktion samt garanterar en tillförlitlig mekanisk koppling.



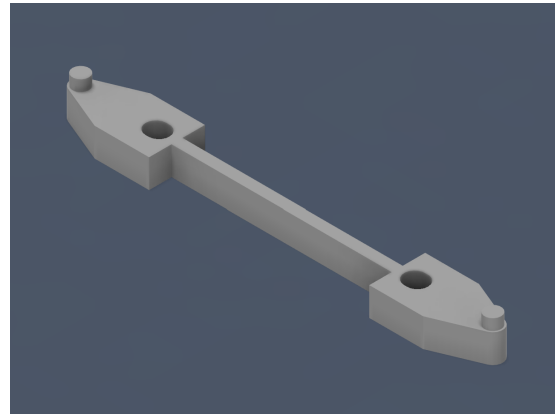
(a) Iteration 1.



(b) Iteration 2.



(c) Iteration 3.



(d) Iteration 4.

Figur 3.25: Utvecklingsprocess för balken genom fyra iterationer.

Utvecklingen av balkelementen utgjorde en kritisk del av projektet, då dessa inte endast måste bära laster, utan även uppfylla det fundamentala pedagogiska kravet på att kunna deformeras visuellt. Processen genomförs iterativt för att balansera strukturell integritet, tillverkningsbarhet och kompatibilitet med befintlig utrustning. Utgångspunkten var PASCO:s befintliga CAD-modeller, varifrån den första prototypen togs fram, se figur 3.25a. Denna präglades av ett massivt och kvadratisk tvärsnitt som, även om det garanterade kompatibilitet med PASCO-modeller, resulterade i en extremt styv 3D-skriven balk som var i princip omöjlig att deformera visuellt under rimliga laster. I ett försök att minska böjstyvheten samt spara utskriftsmaterial smalnades tvärsnittet därefter av till en rektangulär profil i den andra iterationen, se figur 3.25b. De fysiska testerna visade dock att balken fortfarande var för styv för att uppvisa en pedagogisk och tydlig utböjning. För att ytterligare påverka böjstyvheten utforskades ett T-format tvärsnitt i en tredje iteration, se figur 3.25c. Detta reducerade visserligen styvheten marginellt, men introducerade istället produktionstekniska problem då den överhängande geometrin krävde stödstrukturer vid utskrift. Insikterna från dessa försök resulterade slutligen i en omdesign, se figur 3.25d.

I den slutgiltiga lösningen utformades själva balkkroppen avsevärt smalare, vilket visade sig vara mycket framgångsrikt. Balken bibehåller tillräcklig axiell styvhet för laborationerna, men har en tillräckligt låg böjstyvhet för att tydligt deformeras visuellt och illustrera olika knäckningsmoder. För att säkerställa fortsatt kompatibilitet med PASCO:s befintliga utrustning, såsom den kraftsensor som erhålls i det befintliga byggsettet, behölls den ursprungliga och bredare geometrin i balkens båda ändar, se figur [3.25d](#).

3.5.3 Laboration

En del av projektet innefattar utformningen av en laboration kopplad till ram- och fackverkstrukturer. Laborationen beskrivs i ett PM i Appendix C och bygger på de nya infästningarna som alltså möjliggör byggandet av fackverkstrukturer, då den ursprungliga modellen från PASCO enbart möjliggör konstruktion av ramverkstrukturer.

För att utvärdera hur den framtagna laborationen med tillhörande delar presterar pedagogiskt, genomfördes ett praktiskt test i samarbete med uppdragsgivare. Den ursprungliga avsikten var att inkludera en grupp studenter, men det bedömdes att testets syfte kunde uppfyllas utan deras medverkan.

Testet genomfördes genom att laborations PM följdes steg för steg, med målet att bedöma både laborationens utformning och de tillhörande komponenternas användarvänlighet och intuitivitet. Särskilt fokus lades på att utvärdera i vilken utsträckning instruktionerna var tillräckligt tydliga för att möjliggöra genomförandet utan krav på förkunskaper.

3.6 Balkelement med upplagsvillkor

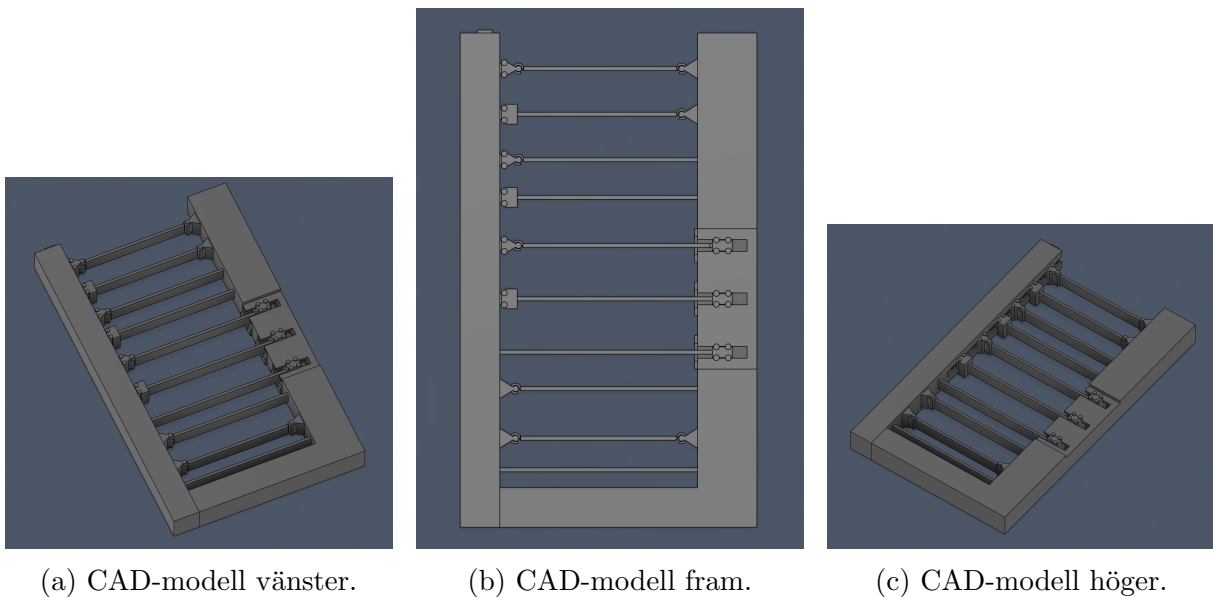
Detta delprojekt fokuserar på en undervisningsmodell vars syfte är att konkretisera hur olika randvillkor påverkar en strukturs mekaniska beteende. Idén uppkom under intervjuerna i den inledande fasen av arbetet där både studenter och lärare betonade att upplagsvillkor var en central del av ämnet hållfasthetslära där elever har svårt att koppla abstrakta matematiska symboler till fysisk verklighet.

I den teoretiska undervisningen definieras randvillkor genom matematiska villkor för rotation samt translation. Problemet som identifierades är bristen på enkla fysiska modeller som tillåter studenter att experimentera med olika kombinationer av dessa villkor på samma balkelement för att direkt kunna observera skillnader i utböjning och deformation. Målet med delprojektet var därför att utveckla ett system som brygger gapet mellan komplexa ekvationer och en balks beteende.

Modellen har utformats som ett modulärt system bestående av likadana balkelement där olika typer av stödmoduler appliceras för att på så sätt skapa en rad olika fall samtidigt. Denna modularitet möjliggör utbytet av diverse komponenter vid behov. Modulerna utformades för att representera följande upplagsvillkor:

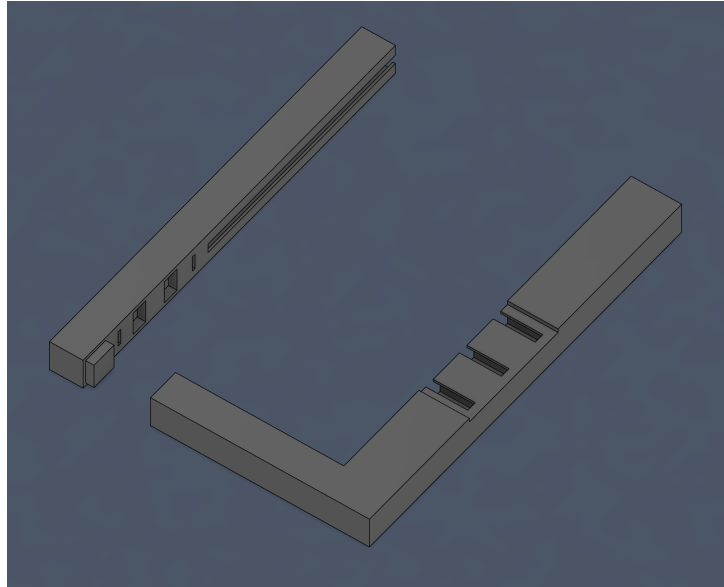
- Ledad infästning: Tillåter fri rotation men förhindrar translation helt.
- Glidled: Tillåter rotation helt samt translation i ett led.
- Glidinspänning: Tillåter translation i en riktning samt förhindrar rotation helt.
- Fast inspänning: Fast fixering som förhindrar både rotation och translation helt.

Genom CAD och 3D-skrivning har fokus legat på att skapa fysiska stödmoduler som är enkla att hantera samt tydligt och intuitivt visualiserar upplagsvillkor utan vidare utrustning. Se figurer [3.26a](#), [3.26b](#) och [3.26c](#) för den fullständiga CAD-modellen.



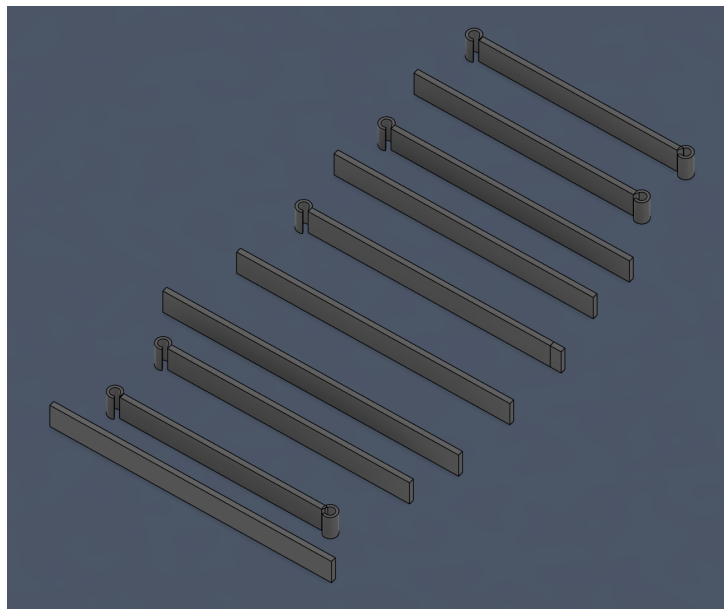
Figur 3.26: CAD-modell av undervisningsmodellen för upplagsvillkor.

En ram skapades för att hålla alla stödmodulerna på rätt plats. Detta gjordes med en tvådelad ram som 3D-skrivs i två delar som sedan monteras samman till en färdig ram. Ramen fungerar därefter som en bas till resterande komponenter. Se figur [3.27](#) för den tvådelade ramen.



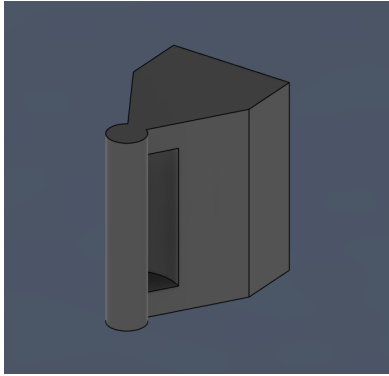
Figur 3.27: CAD-modell av ram.

Balkar skapades för att passa de olika stödmodulerna, notera längd har anpassats till bredden på ramen i kombination med upplagens extra behov av längd. Balkarna har samma tvärsnitt för att tillåta rättvis jämförelse av balkelementen. Se figur [3.28](#) för de färdiga CAD-modellerna av balkarna.

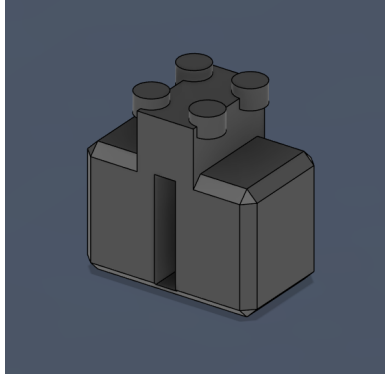


Figur 3.28: CAD-modell av balkar.

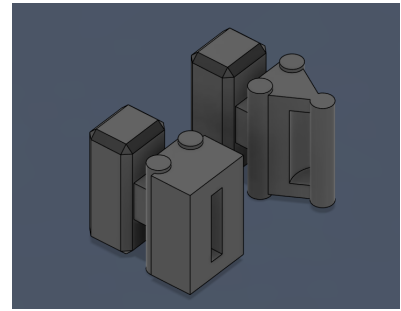
För att åstadkomma de rätta upplagsvillkoren skapades stödmoduler som skulle kunna integreras i ramen för att fästa balkarna i. CAD-modeller skapades för fast led, glidstöd, glidinspänning samt glidled och visas i figurerna [3.29a](#), [3.29b](#) och [3.29c](#).



(a) CAD-modell för ledmodulen.



(b) CAD-modell för glidstödsmodulen.



(c) CAD-modell för rullstödsmodulerna.

Figur 3.29: CAD-modeller av stödmoduler.

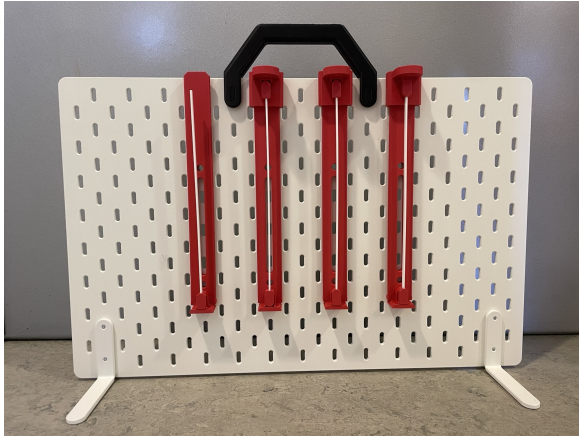
4 Resultat

I detta kapitel presenteras resultatet, som består av de tre olika huvudkoncepten: Eulerfallen, ram- och fackverk samt balkar med olika upplagsvillkor.

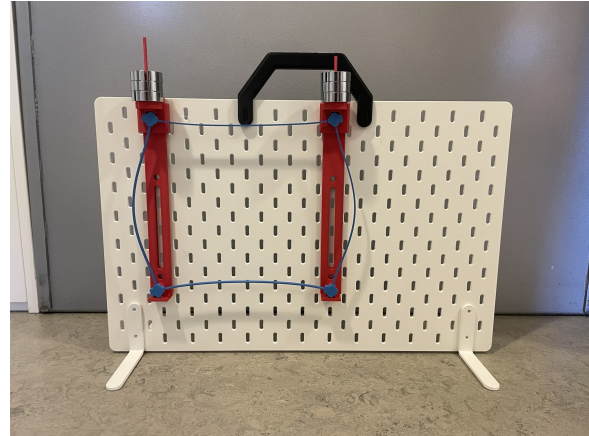
En utvärdering av de framtagna undervisningsmodellerna genomfördes för att säkerställa att modellerna uppfyller sitt syfte och är pedagogiskt tydliga. Resultatet av utvärderingen presenteras i detta kapitel baserat på de tre huvudområdena.

4.1 Eulers knäckningsfall

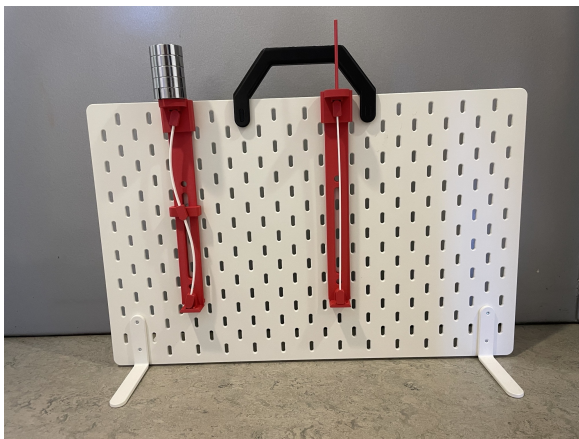
Resultatet av den slutgiltiga modell som representerar Eulers knäckningsfall består av flertalet komponenter som vid montering kan visualisera de 5 Eulerfallen, knäckning av en ram samt högre knäckningsmoder av Eulerfall, se figur [4.1](#).



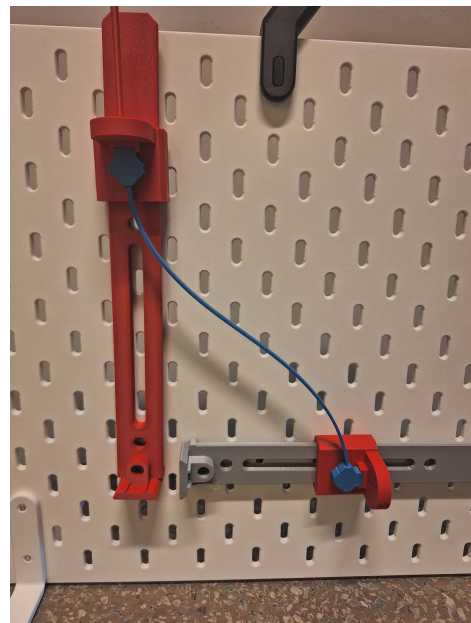
(a) Eulerfallen obelastade.



(b) Knäckning av en plan ram.



(c) Till vänster syns högre knäckningsmod belastad enligt Euler två.

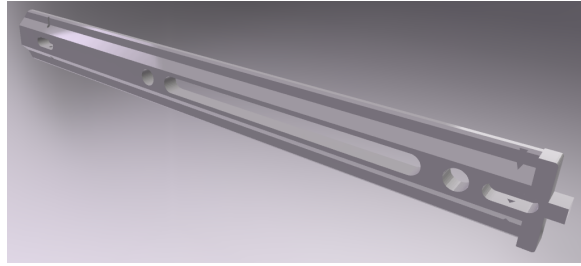


(d) Visualisering hur Eulerfall nummer 5 kan monteras direkt på IKEA-väggen.

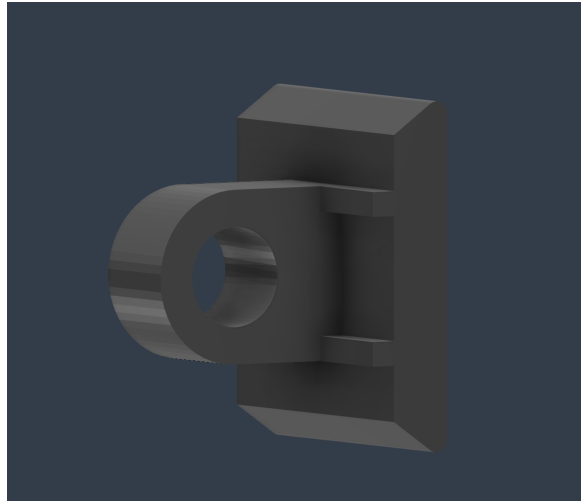
Figur 4.1: Olika exempel på hur modellen kan användas för att illustrera Eulers knäckningsfall.

Baskropp

För att kunna visualisera Eulers knäckningsfall behövs en baskropp som består av en bas, som visas i figur 4.2, samt bottendel som visas i figur 4.3. Baskroppen har utskärningar för att möjliggöra rörelse för vikthållaren samt två fästpunkter för väggfästen.



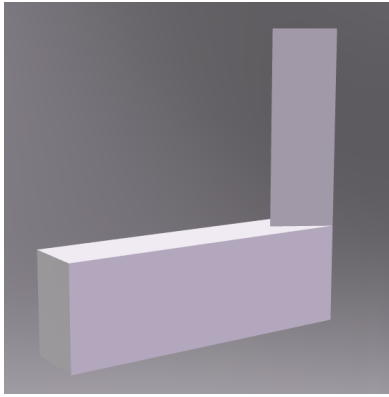
Figur 4.2: CAD-modell av bas.



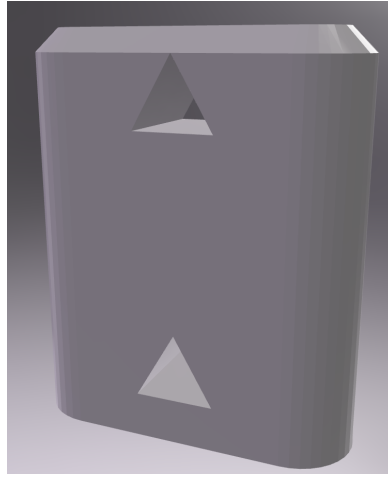
Figur 4.3: CAD-modell av bottendel.

Väggfäste

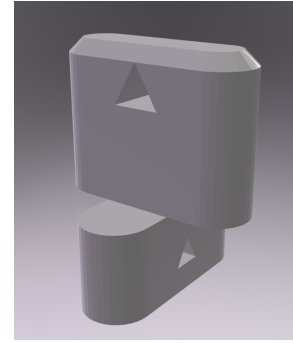
För att kunna montera grundkonstruktionen på IKEA-väggen krävs ett väggfäste som säkerställer en stabil och effektiv sammanhållning av konstruktionen. Den slutgiltiga lösningen som framtogs bestod av en vertikal monteringsplugg med kil för att kunna förevisa Eulerfall 1-4 samt en horisontell plugg med kil för att kunna förevisa Eulerfall 5, se figur [4.4](#).



(a) Kilen som förs in i det övre hålet, se b) och c), för att låsa fast infästningen mot IKEA-väggen.



(b) Pluggen som förs in i IKEA-väggen för att positionera Eulerfallen i vertikal riktning.

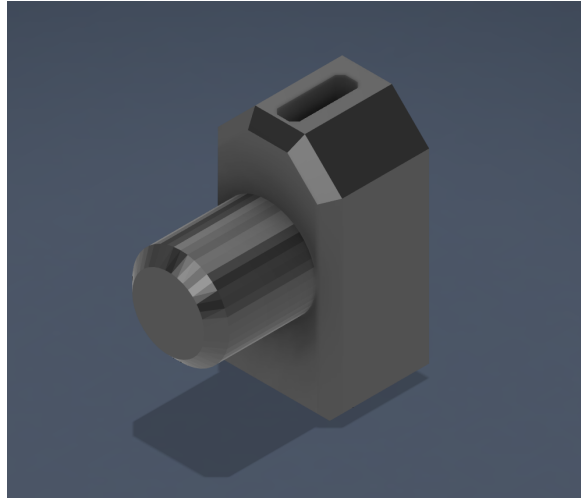


(c) En plugg vriden 90 grader för att möjliggöra horisontell montering av bas-kroppen, vilket krävs för att demonstrera Eulerfall nummer 5.

Figur 4.4: Slutgiltig lösning av väggfäste.

Infästning A

För att möjliggöra visualisering av Eulerfall 1,2,3 samt 4 krävs varierande upplagsvillkor. Den framtagna konstruktionen, som presenteras i figur 4.5, baseras på samma grunddesign som i föregående års kandidatarbete, med den huvudsakliga modifieringen att öppningen för hålet har reducerats då uppdragsgivaren önskade en stramare passform. Infästningen är utformad för att möjliggöra två typer av upplagsvillkor: rullstöd och fast inspänning. Detta innebär att konstruktionen kan anpassas beroende på vilka Eulerfall som avses att demonstreras.



Figur 4.5: CAD-modell av infästning A kan monteras för att skapa momentfria leder eller fasta inspänningar.

Stångelement

För samtliga Eulerfall används ett stångelement som består av en lång stång med rektangulärt tvärsnitt som kan skäras av för att skapa kortare stänger, detta för att möjliggöra visualisering av högre knäckningsmoder. Stångelementen för samtliga Eulerfall har därmed samma materialegenskaper samt dimensioner för att kunna säkerställa tillförlitlig jämförelse mellan Eulerfallen. Stångelementet visas i figur 4.6. Stångelementet har samma grunddesign som föregående års kandidatarbete.

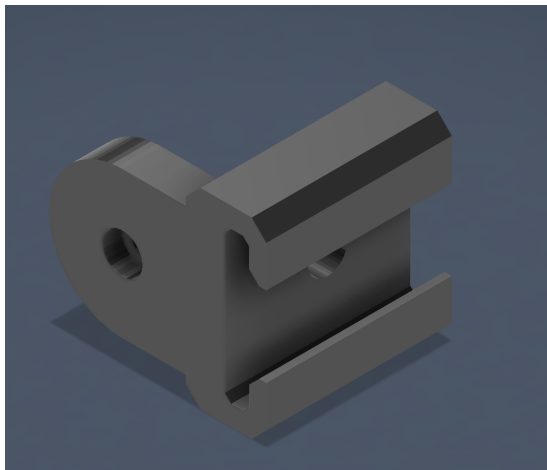


Figur 4.6: CAD-modell av stångelement som används för att förevisa knäckningen.

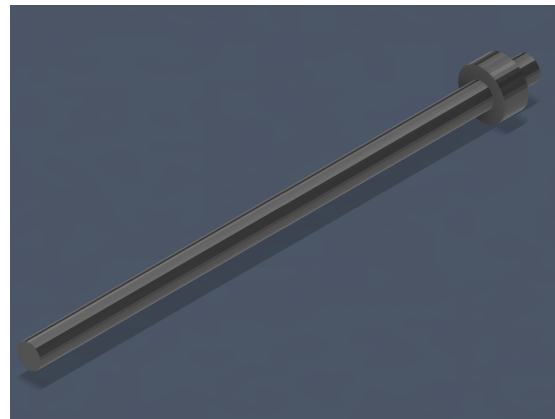
Vikthållare

Stångelementet monteras på vikthållaren för att möjliggöra applicering av en axiell last. Vikthållaren är utformad så att den framtagna infästningen kan integreras och därmed möjliggöra olika upplagsvillkor.

Vidare, i kombination med en tillhörande stav, se figur 4.7a och 4.7b, ger vikthållaren möjlighet att applicera en specifik last för att generera en definierad axiell belastning på stången. Vikthållaren är konstruerad med en skenmekanism som tillåter rörelse längs baskroppen, vilket bidrar till en stabil och styrd belastningsapplikation



(a) CAD-modell av vikthållare.

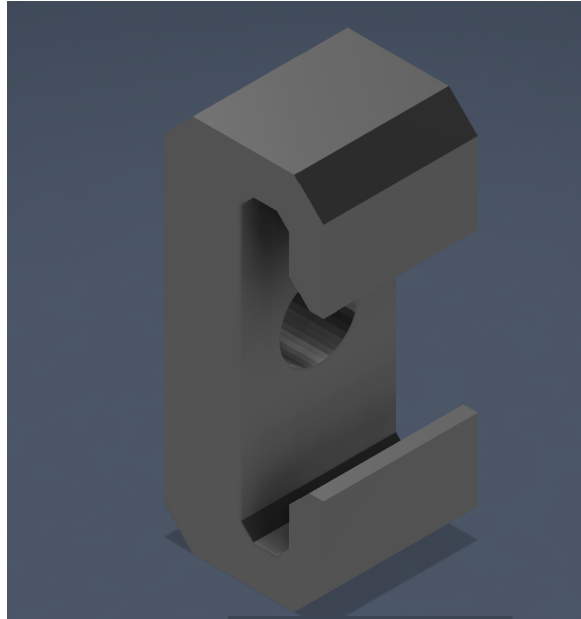


(b) CAD-modell av stav till vikthållare.

Figur 4.7: CAD-modeller av komponenter till vikthållaren.

Mittpunkt för högre knäckningsmod

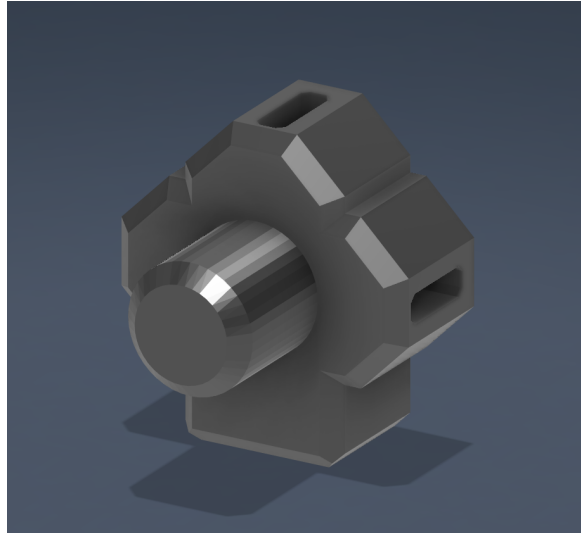
För att möjliggöra ramverk med Eulerfallen samt högre knäckningsmoder införs en knutpunkt i stångens mitt. Denna knutpunkt fungerar som ett rullstöd som medger axiell translation och rotation men inte transversell utböjning, vilket gör att högre knäckningsformer kan förevisas. Knutpunktens hål är utformat för att möjliggöra montering av infästning för knäckning av en plan ram samt infästning för knäckning av ram. Mittknutpunkten visas i figur 4.8.



Figur 4.8: CAD-modell av mittknutpunkt för högre knäckningsmod.

Infästning B

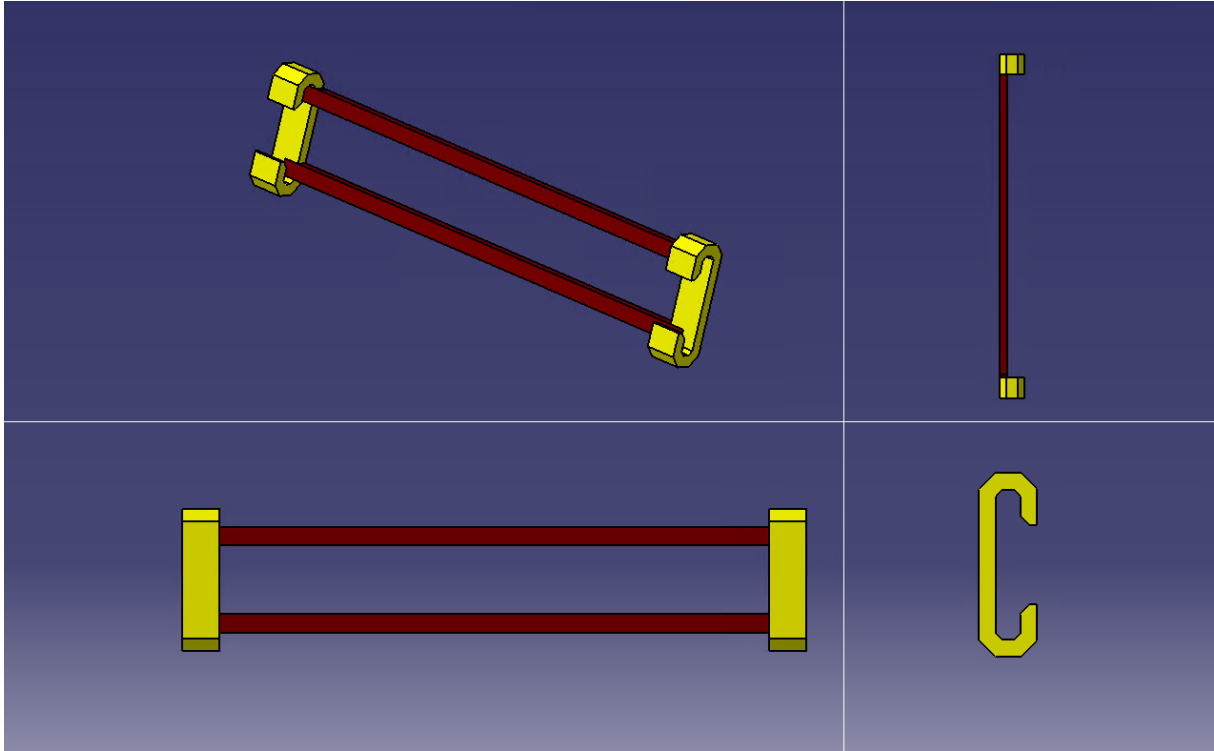
Infästningen B, se figur [4.9](#), är en vidareutvecklad version av infästning A som möjliggör bland annat förevisning av ramverk med Eulerfallen. Genom att använda infästning tillsammans med mittpunkten kan även högre knäckningsmod visualiseras, se figur [4.1c](#). Dessutom kan infästningen användas för att skapa knäckning av en plan ram, vilket sker genom att infästningarna placeras i botten och toppen av baskroppen utan mittpunkt, se figur [4.1b](#). Slutligen kan även Eulerfall 5 visualiseras med hjälp av infästningen, se figur [4.1d](#).



Figur 4.9: CAD-modell av Infästning B, som möjliggör för montering av 4 stycken stångelement. Infästning B kan monteras för att skapa momentfria leder eller fasta inspänningar.

Distansstavar

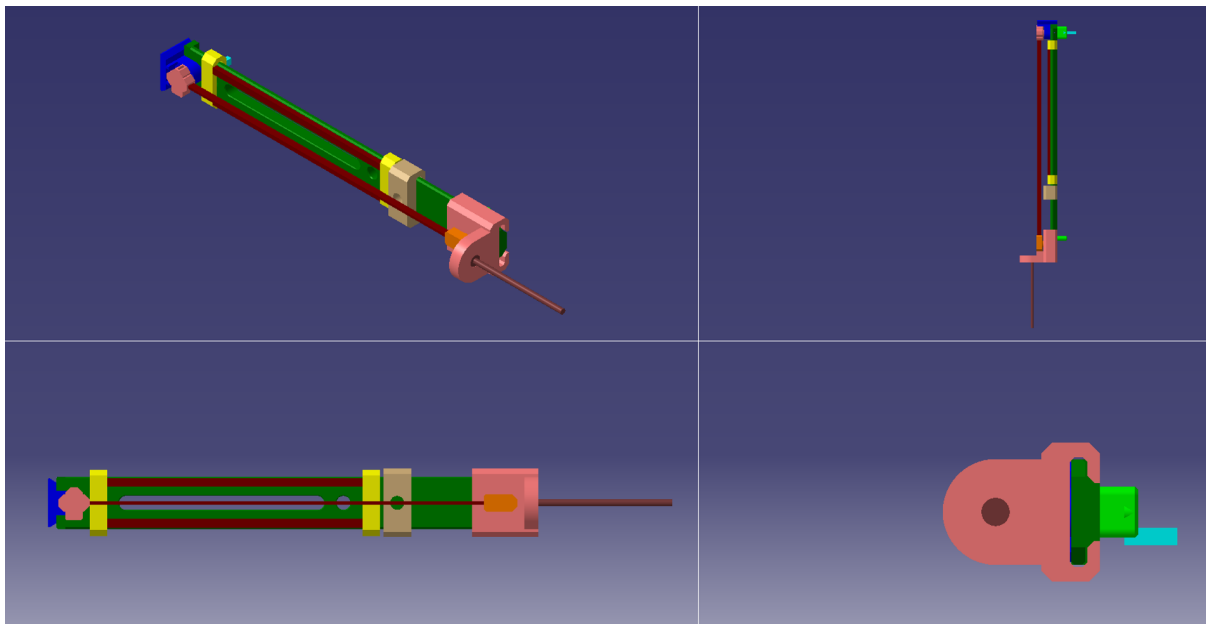
Grov knäckning av stångelementet observerades under testerna och uppstod när vikthållaren gled hela vägen ned till baskroppens botten. Detta skapade ett behov av distansstavar som hindrar vikthållaren från att glida ner till botten av baskroppen. Distansstavarna bidrar därmed till en mer kontrollerad knäckningsprocess, i enlighet med det beteende som illustreras i figur [2.1](#). Se figur [4.10](#) för distansstavar.



Figur 4.10: Visar distansstav samt tillbehör, som kan monteras över baskroppen för att motverka grov knäckning av Eulerfallen.

Sammansatt modell för Eulers knäckningsfall

I figur [4.11](#) presenteras ett sammansatt exempel av undervisningsmodellen, där Eulers knäckningsfall visualiseras med samtliga komponenter monterade på bas- och bottendelen, inklusive de två olika väggfästena.



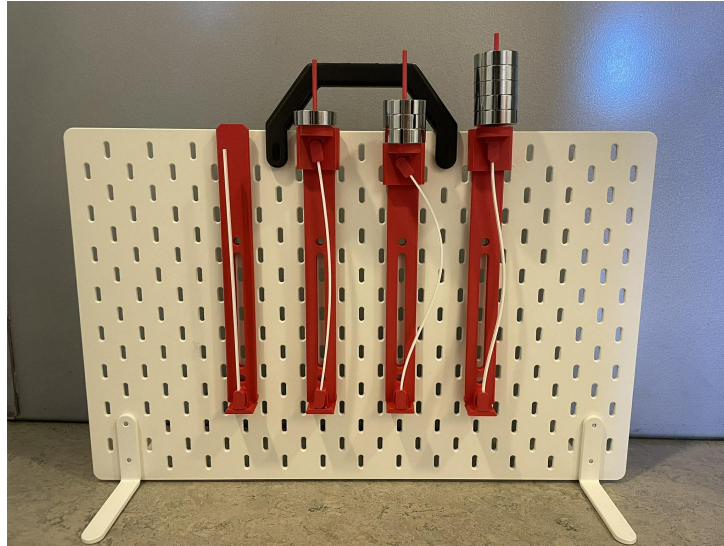
Figur 4.11: Visar en sammansättning av samtliga delar som kan monteras på Eulerbas-kroppen.

4.1.1 Utvärdering av Euler-delprojektet

I detta delkapitel utvärderas delprojektet Euler utifrån dess olika kriterier: visualisering av knäckning, funktion, modularitet samt monteringsystem och infästningar.

Visualisering av knäckning

Utvärderingen gjordes genom att belasta modellen med vikter för att se när knäckning sker för olika infästningar som representerar de olika Eulerfallen. Genom att möjliggöra samtidig visualisering av flera Eulerfall skapades bättre förutsättningar för att förstå hur den kritiska knäckningslasten och utböjningen varierar beroende på infästningarnas påverkan på balkens styvhet. Infästningarna definierar respektive Eulerfall där knäckningslasten varierar i stigande ordning. Se figur [4.12](#).



Figur 4.12: Eulers knäckningsfall: Euler 1 längst till vänster och Euler 4 längst till höger.

Modellerna anses därmed konkretisera och redogöra för de teoretiska begreppen och brygger gapet mellan ekvationer och fysisk verklighet på ett effektivt och pedagogiskt sätt.

Funktion och modularitet

Vid utvärderingen av modellens funktion och modularitet låg fokus på hur modulerna samverkade för att på ett pedagogiskt sätt visualisera skillnaderna mellan Eulerfallen. Genom belastningstester av de olika fallen konstaterades att de resulterande utböjningsformerna överensstämde väl med teoretiska förväntningar.

Systemets modularitet bedömdes som framgångsrik, då utformningen möjliggjorde parallell montering av de olika fallen på IKEA-väggen, vilket gav en tydlig pedagogisk överblick av hur den kritiska knäcklasten påverkas av upplagsvillkoren. Beställaren har använt denna modell på föreläsningar med god upplevelse i flexibilitet av struktur och visualisering. Vidare möjliggör modulariteten att enskilda komponenter kan bytas ut, exempelvis om en permanent deformation uppstår efter knäckning.

Valet av PLA-plast för stängerna visade sig vara ändamålsenligt då det tillåter modellen att visa utböjningen utan risk för brott vid varje försök. Flertalet tester kunde göras på samma stång innan ett byte var nödvändigt, detta på grund av dess elastiska materialegenskaper. Därmed anses modulerna besitta den fysiska hållbarhet som krävs för upprepad användning.

Monteringssystem och väggfäste

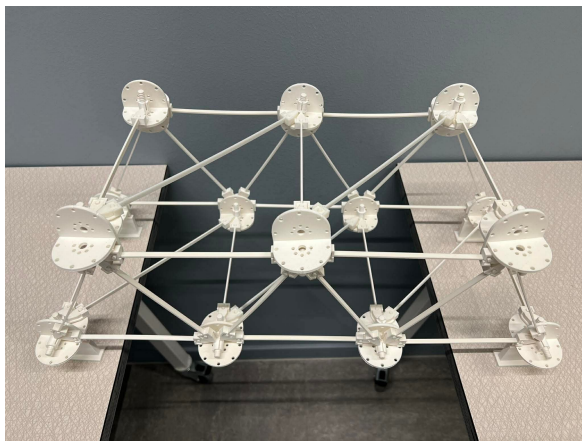
Monteringssystemet för Euler-modellen utvärderades utifrån kriterier gällande stabilitet, bärförmåga och användarvänlighet. Genom den iterativa designprocessen av väggfästen

utvecklades ett fäste som uppfyller kraven. Vid praktiska tester uppvisade dessa fästen en god förmåga att ta upp de krafter som uppstår vid knäckning utan att ge upphov till glapp eller oavsiktliga förflyttningar.

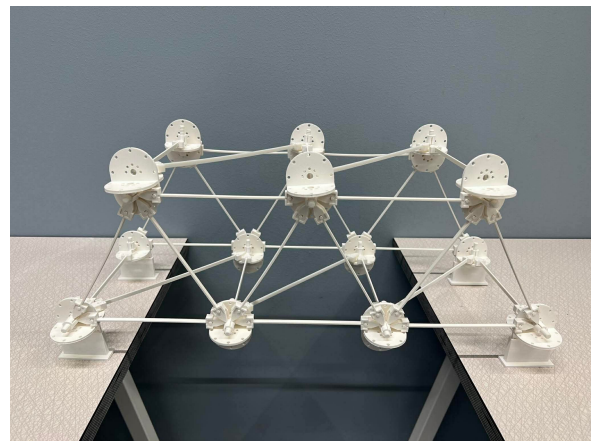
Vidare konstaterades att systemet erbjöd den eftersträlvade enkelheten i hantering, då modulerna kunde monteras och omkonfigureras snabbt utan behov av verktyg. Resultatet visar att det valda infästningskonceptet uppfyller de tekniska kraven på en mobil och flexibel fysisk undervisningsmodell som är lätt att transportera och använda för både lärare och studenter.

4.2 Ram- och fackverksstruktur

För att visualisera fenomenet ram- och fackverk togs en slutgiltig struktur fram som både kan tillåta samt förhindra rotation, beroende på hur strukturen monteras ihop. Därmed kan strukturen både fungera som ett ram- och fackverk. När strukturen är monterad som ett fackverk består strukturen av knutpunkter med axlar samt balkar med tillhörande adapter som möjliggör rotation kring knutpunkternas axlar. När strukturen är monterad som ett ramverk består strukturen av samma knutpunkter som vid fackverk, däremot fixeras balkarna på knutpunkterna med skruvar som förhindrar rotation. Den färdiga exempelstrukturen av fackverk visas i figur 4.13 samt exempelramverk i 4.14. För instruktioner hur exempelfackverket monteras, se Lab-PM i appendix

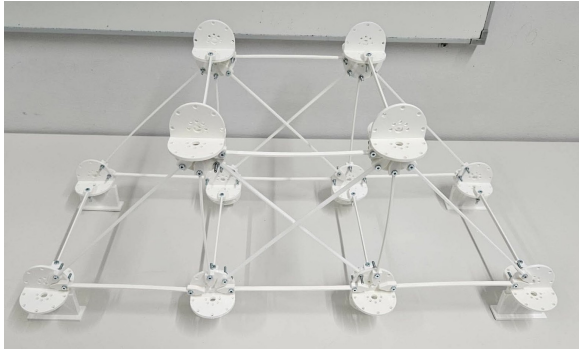


(a) Vy ovan.

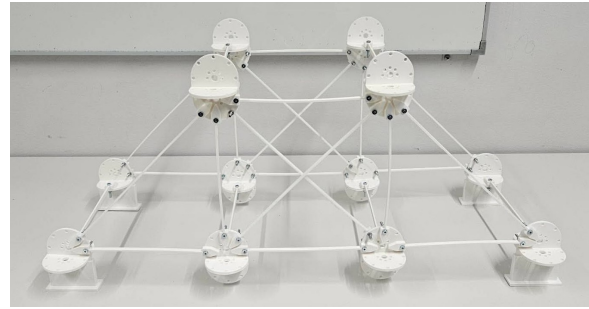


(b) Vy framifrån.

Figur 4.13: Slutgiltigt exempelfackverk från 2 olika vyer.



(a) Vy ovan.



(b) Vy framifrån.

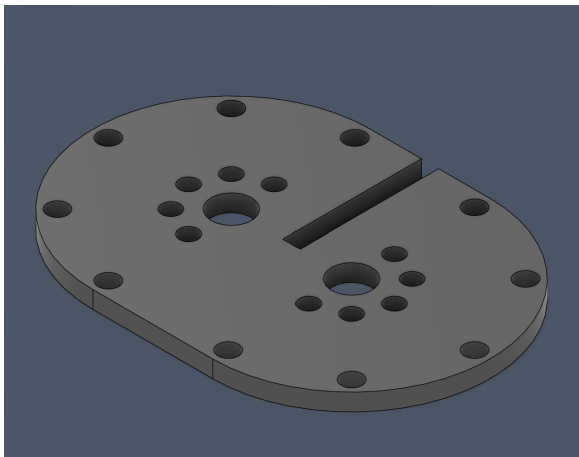
Figur 4.14: Slutgiltigt exempelramverk från 2 olika vyer.

4.2.1 Komponenter

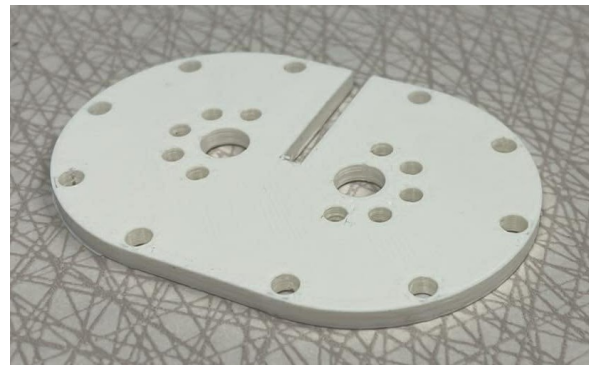
Ett flertal komponenter skapades för att kunna bygga ram- och fackverksstrukturer. Dessa komponenter redovisas i detta delkapitel.

Knutpunkter

Den slutgiltiga designen av knutpunkterna består av två stycken plattor som visas i figur 4.15. Plattorna kopplas samman i skåran med hjälp av friktion och bildar tillsammans en knutpunkt. Rotationsaxlar, som visas i figur 4.16, monteras i hålen som skapar knutpunkten som presenteras i figur 4.17

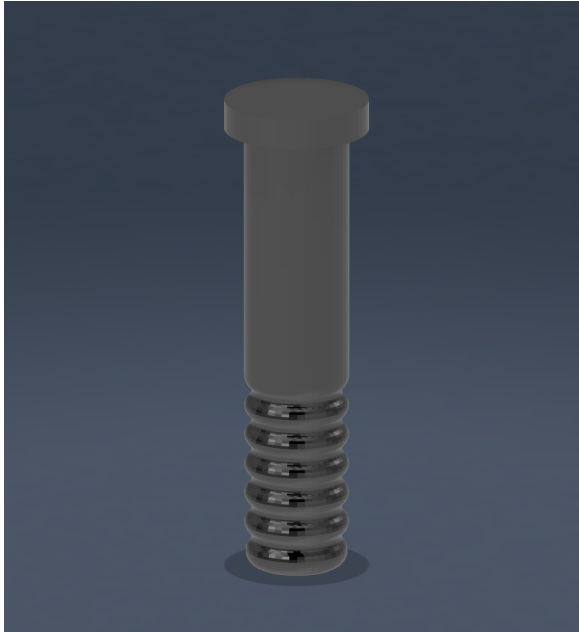


(a) CAD-modell av platta.

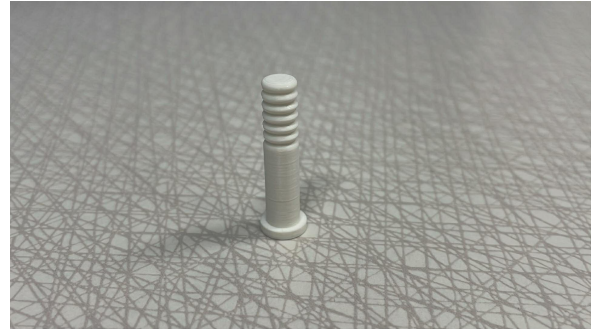


(b) 3D-skriven platta

Figur 4.15: Jämförelse mellan CAD-modell och 3D-skriven platta.

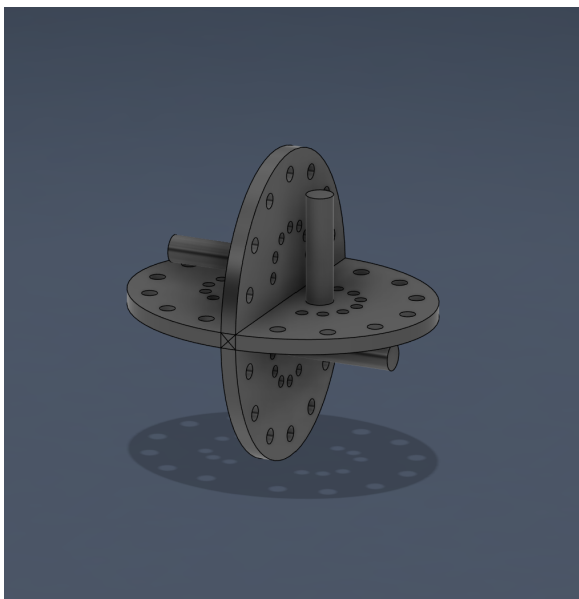


(a) CAD-modell av rotationsaxel.

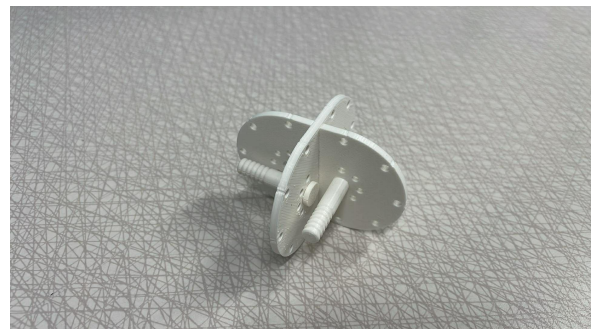


(b) 3D-skriven rotationsaxel.

Figur 4.16: Jämförelse mellan CAD-modell och 3D-skriven axel.



(a) CAD-modell av monterad knutpunkt.

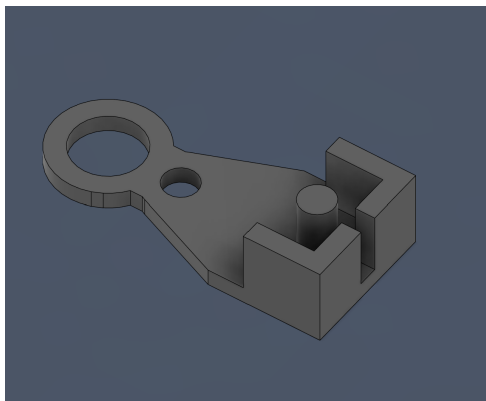


(b) 3D-skriven monterad knutpunkt.

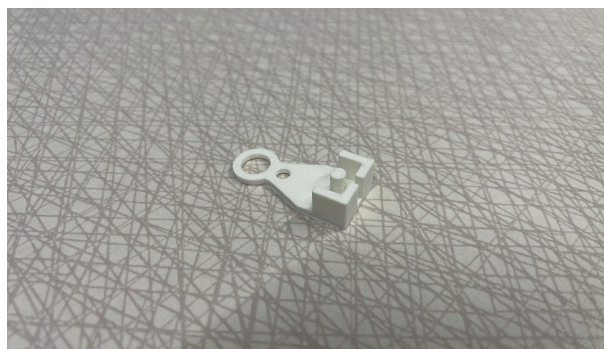
Figur 4.17: Jämförelse mellan CAD-modell och 3D-skriven knutpunkt.

Adapter

Val av slutgiltig modell av adapter, som togs fram i kapitel [3.5.2](#), presenteras i figurerna [4.18a](#) och [4.18b](#). Adapterns uppgift är att tillåta fri rotation för balkar och därmed möjliggöra att strukturen fungerar som ett fackverk. Adaptern är dessutom utformad på ett sätt som tillåter balken att fixeras ordentligt med hjälp av friktion och därmed inte behöver monteringskruvar.



(a) CAD-modell av adapter.

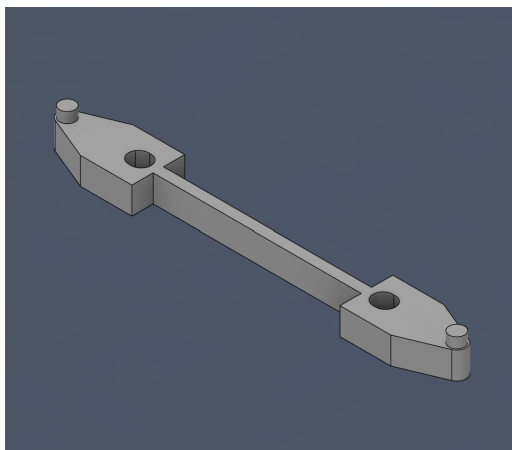


(b) 3D-skriven adapter.

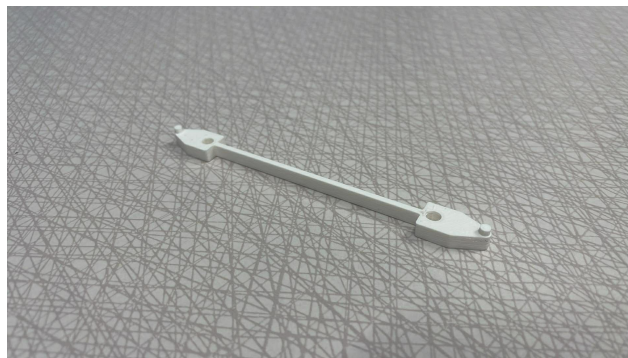
Figur 4.18: Jämförelse mellan CAD-modell och 3D-skriven adapter.

Balkelement

Samtliga balkar har ett solitt rektangulärt tvärsnitt, se figurerna [4.19a](#) och [4.19b](#). Den exempelstruktur som kommer konstrueras i detta projekt använder tre stycken balklängder: 240 mm, 167 mm samt 78 mm. För att kunna skapa ytterligare strukturer finns även balklängder med dimensionerna 53 mm samt 115 mm tillgängliga. Strukturer är inte begränsad till specifika balklängder utan kan konstrueras med olika kombinationer för att uppnå olika strukturella egenskaper, som till exempel styvhet.



(a) CAD-modell av balkelement.

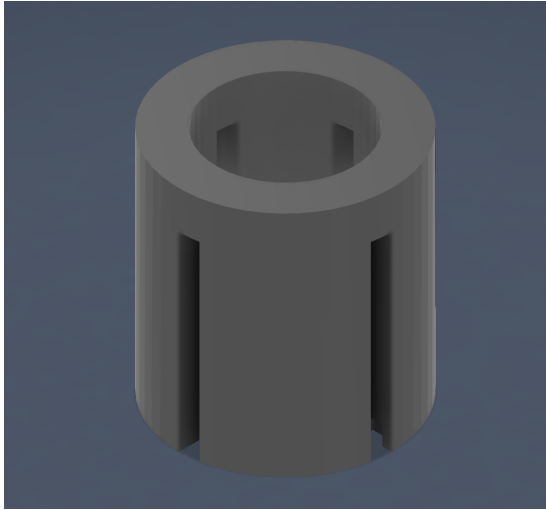


(b) 3D-skrivet balkelement.

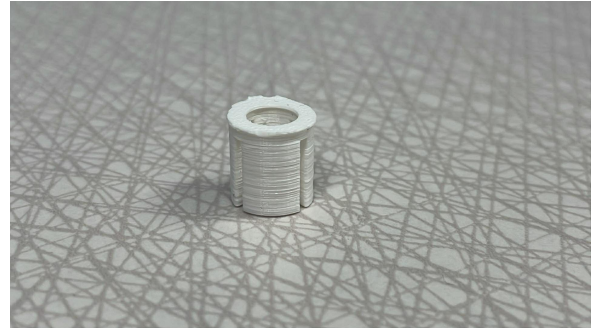
Figur 4.19: Jämförelse mellan CAD-modell och 3D-skrivet balkelementet.

Axellås

För att förhindra att balkarna separeras från dess axel skapades ett axellås, se figurerna [4.20a](#) och [4.20b](#). Axellåset monteras på axeln i syfte att förhindra balkarnas rörelse i axelns riktning efter att tillhörande balkar och adapterar är fastsatta.



(a) CAD-modell av axellås.

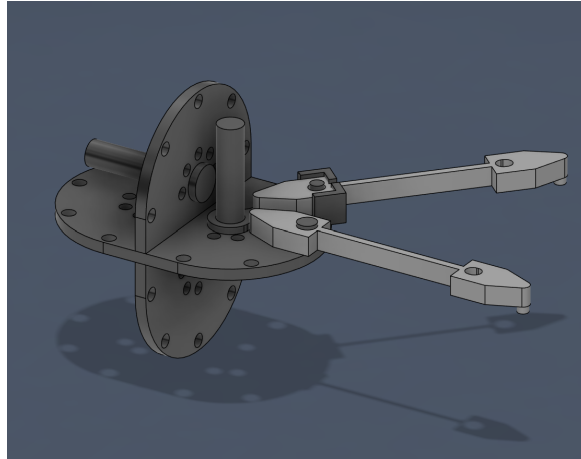


(b) 3D-skrivet axellås.

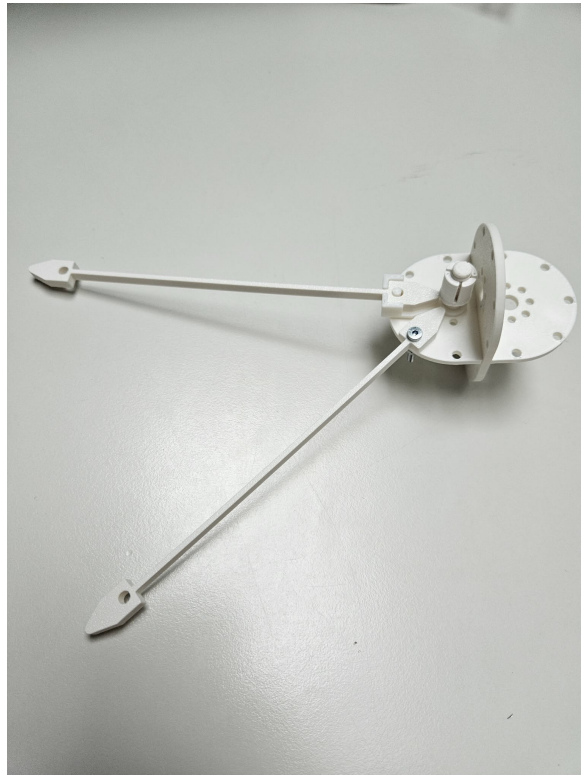
Figur 4.20: Jämförelse mellan CAD-modell och 3D-skrivet axellås.

Sammankopplad knutpunkt

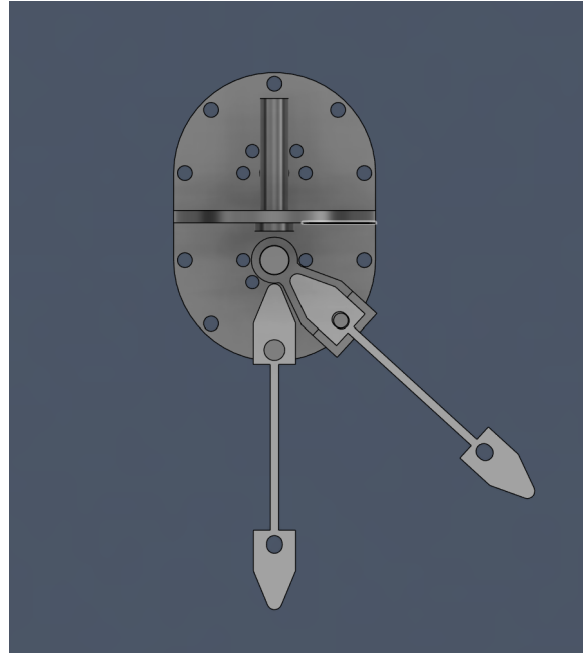
Genom sammankoppling av samtliga komponenter ovan bildas en struktur som kopplar samman balk med knutpunkt. Figurerna [4.21](#), [4.22](#) och [4.23](#) visar både en balk med tillhörande adapter och axel avsedd för fackverksstrukturen, samt en balk som monteras i knutpunkten med hjälp av skruvar för ramverksstruktur. Genom att sammanfoga flera knutpunktsstrukturer kan ett ram- eller fackverk konstrueras.



Figur 4.21: CAD-modell av monterad knutpunkt med stång och balk.



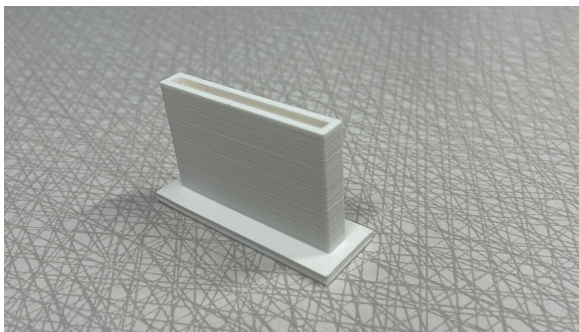
Figur 4.22: Monterad knutpunkt med 3D-utskrivna komponenter, momentstyvt element monterat med M3 skruv och mutter, momentfritt element monterat med adapter.



Figur 4.23: Sammankopplad knutpunkt visad ovanifrån.

Upplag

Knutpunkterna är utrustade med upplag som ger stabilt stöd mot underlaget, vilket möjliggör att knutpunkterna kan stå stabilt i upprätt position. Dessa upplag förhindrar att knutpunkterna roterar och säkerställer att fackverket agerar i linje med den önskade inspänningen. Eftersom att dessa upplag höjer strukturen något så möjliggör de även montering av brostruktur med fritt hängande knutpunkter på plana ytor. En 3D-skriven prototyp visas i figur 4.24a och 4.24b.



(a) Upplag till knutpunkter.



(b) Knutpunkt i upplaget så att knutpunkten kan stå upp.

Figur 4.24: Visualisering av upplag och dess användning.

4.2.2 Utvärdering av delprojektet Ram- och fackverk

En kvalitativ utvärdering av delprojektet ram- och fackverk gjordes genom att utvärdera dess modularitet samt den mekaniska funktionen av balkar och knutpunkter.

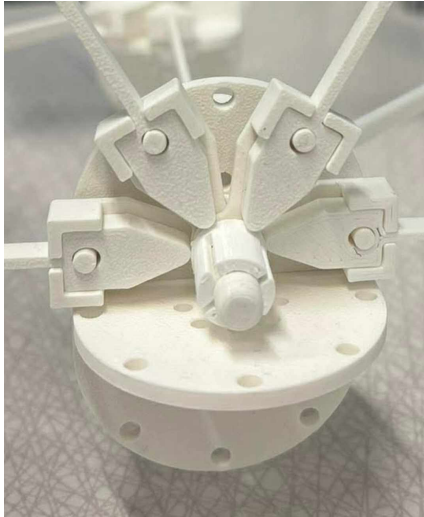
Modularitet

Utvärderingen av strukturen för ram- och fackverk fokuserade primärt på dess modularitet och förmåga att representera komplexa mekaniska system. Genom praktiska tester av systemet konstaterades att balkelementen med rektangulärt solitt tvärsnitt, som visas i Figur 3.25b, uppvisade god stabilitet vid montering. Däremot gjorde dess styvhet svårt att visualisera deformation. Balkarna med ett smalt rektangulärt tvärsnitt kunde å andra sidan enkelt visa deformationer och utböjningar i en balkstrukturen vid belastning. Den modulära uppbyggnaden tillät en hög grad av flexibilitet, där strukturer snabbt kunde konfigureras om för att illustrera olika belastningsfall och geometrier i flera plan.

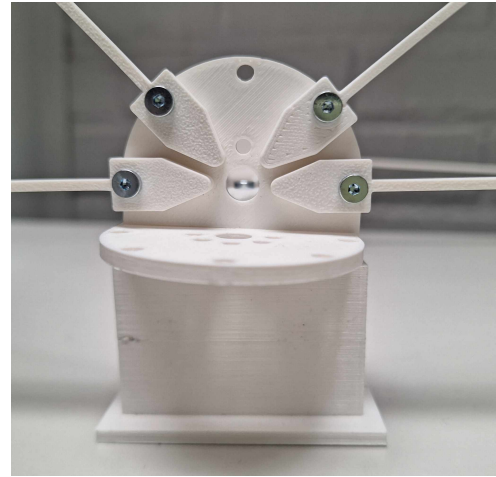
Vidare testades balkarna i de adaptrar samt knutpunkter som vidareutvecklats baserat på PASCO:s egna geometrier, vilket gav en tillfredsställande passform som möjliggjorde stabila konstruktioner. Systemets utformning verifierades i syfte att uppfylla målet om att skapa en intuitiv undervisningsmodell där studenter praktiskt kan undersöka hur olika strukturella konfigurationer påverkar en konstruktions beteende.

Mekanisk funktion av balkar och knutpunkter

En kritisk del av utvärderingen rörde funktionen hos knutpunkterna. Den mekaniska lösningen för att variera mellan fast inspänning och ledbara knutpunkter utvärderades genom att bygga både ram- och fackverksstrukturer. Resultatet av utvärderingen visade att utformningen av knutpunkterna effektivt kunde förhindra eller tillåta rotation av balkarnas ändar, vilket är en förutsättning för att korrekt kunna studera skillnaden i momentöverföring mellan de två strukturtyperna, se figur 4.25a och figur 4.25b.



(a) Fackverk knutpunkt.



(b) Ramverk knutpunkt.

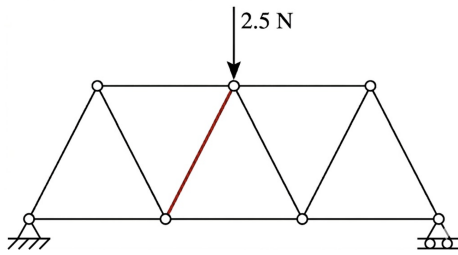
Figur 4.25: Visualisering av knutpunktsvariation mellan ram- och fackverk.

Utvärderingen av knutpunkterna visade även att de 3D-skrivna komponenterna hade tillräcklig bärformåga för de krafter som krävdes för att tydligt demonstrera de mekaniska fenomenen utan att deformeras plastiskt. Att knutpunkterna stabilt medgav sammankoppling av balkar i flera olika riktningar i olika plan bekräftade att designen uppfyller syftet med att visualisera komplexa tredimensionella system.

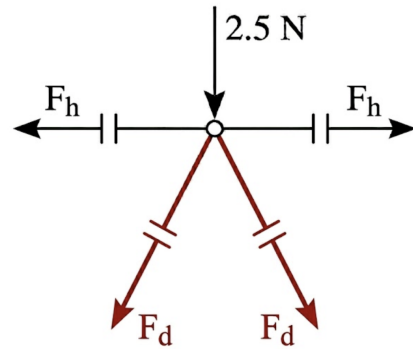
Validering av fysisk modell mot beräkningsmodell

För att säkerställa att den fysiska modellen uppvisar förväntad fackverksverkan i enlighet med den teoretiska beräkningsmodellen, genomfördes ett empiriskt test där strukturen belastades med en punktlast. Inledningsvis utfördes ett teoretiskt räkneexempel baserat på figurerna 4.26 och 4.27. Syftet var att undersöka huruvida den uppmätta kraften i den rödmarkerade balken överensstämde med den beräknade kraften. Den teoretiska kraften i balken togs fram genom beräkningar i ekvation 4.1 med notationer enligt figur 4.27:

$$2F_d \cos(30^\circ) = 2.5 \text{ N} \Rightarrow F_d = \frac{2.5}{2 \cos(30^\circ)} = 1.44 \text{ N} \quad (4.1)$$

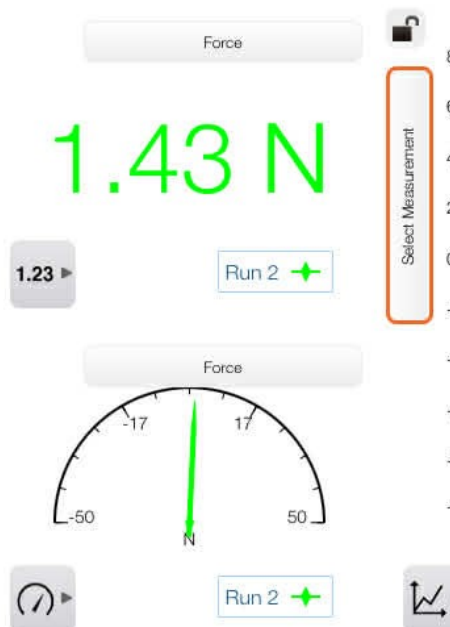


Figur 4.26: Illustration till räkneexempel.



Figur 4.27: Friläggning av knutpunkt.

Vid det empiriska testet användes en kraftsensor som mäter axialkrafter monterad i mitten av balkelementet enligt figur 4.29, samtidigt som vikter på 500 g hängdes i strukturen. Eftersom fackverksstrukturen är tredimensionell och innehåller ytterligare ett lager i djupled, blir den dubbelt så styv som den tvådimensionella modell som räkneexemplet baseras på (här bortser vi från bidrag från de tvärgående elementen). Detta beaktades genom att dubblera mängden använd vikt vid testet. För att säkerställa överensstämmelse med den teoretiska beräkningsmodellen måste lasten appliceras centrerat på balken, se figur 4.29, som ger värden visat i figur 4.28, eftersom en asymmetrisk placering förändrar systemets kraftfördelning.



Figur 4.28: Resultat från kraftsensor.



Figur 4.29: Belastat fackverk med kraftsensor.

Vid test av modellen uppmättes axialkraften till 1,43 N. Detta kan jämföras med det

teoretiskt beräknade värdet på 1,44 N, vilket motsvarar en avvikelse på cirka 0,7 procent. Resultatet från testet visar alltså att fackverksmodellen uppvisar en stark koppling till teorin och kan därför med fördel användas vid en laboration.

Laboration ram- och fackverk

Det har tagits fram ett utkast till lämplig laboration. Laborationen utgör ett konkret exempel på hur de framtagna komponenterna för ram- och fackverksstrukturer kan implementeras i undervisningen. Implementeringen utgjorde en central del av projektet och är kopplad till CDIO-metodens delar *Implement* och *Operate*. Syftet är att öka studenternas förståelse för skillnaderna mellan strukturerna samt hur olika konfigurationer påverkar styvhet och deformation.

Laborationen består av två moment. I det första momentet får studenterna bygga ett ramverk respektive ett fackverk och därefter belasta dessa fysiskt. Genom att själva interagera med strukturerna och använda mätinstrument ges en intuitiv förståelse för hur styvhet, deformation och lastfördelning skiljer sig åt mellan strukturerna.

I det andra momentet utför studenterna enklare handberäkningar på fackverksstrukturen. Syftet är att koppla de analytiska resultaten till observationerna från det experimentella momentet och därigenom fördjupa förståelsen. Efter beräkningarna ska studenterna även belasta strukturen med tillhörande vikter för att simulera räkneexemplet och därefter reflektera kring korrelationen mellan resultaten samt eventuella felkällor. Laborationen är dokumenterad i form av ett PM och återfinns i sin helhet i Appendix C.

4.3 Balkelement med upplagsvillkor

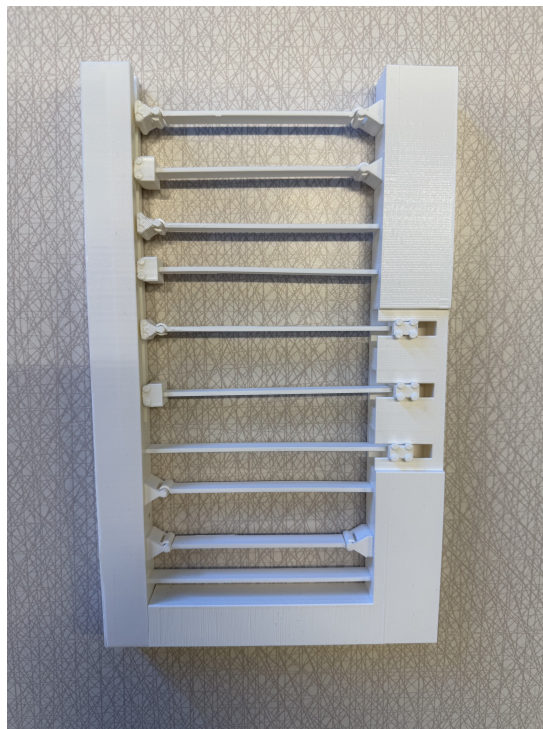
Resultatet av det tredje delprojektet är en undervisningsmodell utformad för att konkretisera hur olika randvillkor påverkar en strukturs mekaniska beteende, visualiserat med konsolbalkar genom olika randvillkor. Modellen består av ett system där olika stöd kan appliceras på liknande balkelement för att demonstrera variationer i utböjning, rotation och deformation beroende på olika typer av randvillkor. Modellen ämnar att brygga gapet mellan teoretiska ekvationer och den fysiska verkligheten genom att låta studenterna visuellt och fysiskt observera skillnaderna i exempelvis momentfördelning, styvhet och utböjning.

Det färdiga systemet omfattar en sammanställd ram, standardiserade balkelement samt fyra unika stödmoduler och variationer på dem som representerar de mest centrala randvillkoren inom balkböjning.

Ramen är utformad som en stabil bas bestående av två sammanfogade delar, vilket möjliggör montering av flera moduler med stöd parallellt för att skapa en uppsättning olika fall bredvid varandra. För att säkerställa att jämförelsen mellan dessa fall blir ana-

lytiskt korrekt har balkelementen utformats med identiska tvärsnitt med liknande längder, där längden har anpassats specifikt för att passa ramens bredd. Denna standardisering ser till att de observerade variationerna i mekaniskt beteende kan härledas till de olika upplagsvillkoren.

Systemet har optimerats för additiv tillverkning, med särskilt fokus på att minimera behovet av stödstruktur vid utskrift. Detta har resulterat i komponenter med hög mekanisk precision och god ytfinhet. Detta är kritiskt för att de rörliga delarna ska kunna löpa fritt samt representerar de avsedda mekaniska fenomenen. Genom att använda lätta material och en kompakt samt materialeffektiv design har systemet även anpassats för att vara mobilt. Detta underlättar för att använda modellen i undervisningsmiljö. Den färdiga undervisningsmodellen visas i figur 4.30.



Figur 4.30: Slutgiltigt koncept för delprojektet upplagsvillkor.

4.3.1 Utvärdering av delprojektet för upplagsvillkor

Vid utvärderingen av undervisningsmodellen för upplagsvillkor testades systemets förmåga att konkret visualisera hur olika upplagsvillkor påverkar en balks utböjning samt rotation. Genom att belasta de olika balkarna observerades att de 3D-skrivna modellerna representerar de teoretiska fallen väl. Det kunde visuellt bekräftas att modulerna med leder tillät rotation, medan fasta inspänningar hindrade rotation. Det kunde även bekräftas att alla typer av glidstöd tillät translation i endast ett led, medan fast inspänning och fasta leder förhindrade translation i alla led. Detta resulterade i att balkarna uppvisade distinkta utböjningsformer beroende på upplagsvillkor, vilket direkt åskådliggör sambandet mellan

abstrakta matematiska villkor och fysisk verklighet.

Gällande systemets modularitet och mekaniska funktion visade testerna att den tillverkade tvådelade ramen utgör en stabil bas för samtliga komponenter som enkelt kan integreras i strukturen samt bytas ut vid behov. Då samtliga balkelement konstruerats med samma tvärsnitt och liknande längder beror deformationer av balkarna nästan enbart på upplagsvillkoren, vilket ger en rättvis jämförelse av balkelement.

Slutligen utvärderades passformen och systemets användarvänlighet. Den iterativa processen med CAD-modellering och additiv tillverkning resulterade i stöd som är enkla att hantera och byta ut vid behov samt intuitivt visualiserar de mekaniska fenomenen utan behov av vidare utrustning. Utvärderingen bekräftar därmed att de framtagna modellerna bidrar och effektivt lyckas brygga gapet mellan komplexa ekvationer och det fysiska beteendet i systemet.

5 Diskussion

I detta kapitel analyseras de framtagna modellerna utifrån tekniska krav och pedagogiska målsättningar. Slutligen görs reflektioner över hur väl modellerna lyckas brygga gapet mellan komplexa ekvationer och verklighet baserat på den utvärdering som genomfördes.

5.1 Eulerfallen

Utvecklingen av modellen utgick från föregående års konstruktion, vilket möjliggjorde ett tydligt fokus på vidareutveckling snarare än nyutveckling. Denna strategi visade sig vara fördelaktig då grundprinciperna redan var etablerade. Föregående lösning hade inte kravet på att den skulle kunna monteras på en IKEA-vägg och var därmed svår att använda för att visa flera fall samtidigt. En central målsättning blev därför att förbättra visualiseringen av olika fall, vilket i sin tur ställde högre krav på både konstruktionens anpassningsbarhet och användarvänlighet.

Ett av de första och mest betydande hindren var att den tidigare modellen inte var anpassad för montering på en IKEA-vägg. Detta krävde en omkonstruktion av både infästningar men även modellen i helhet. Arbetet med infästningarna visade sig vara iterativt och tekniskt utmanande, då en balans behövde uppnås mellan stabilitet och att vara demonterbar. Flera prototyper resulterade i lösningar som antingen var för styva eller hade för hög friktion, vilket försvårade hanteringen. Den slutliga lösningen representerar därför en kompromiss där tillräcklig stabilitet uppnås samtidigt som komponenterna kan monteras och demonteras utan hög kraft, vilket är viktigt ur ett användarperspektiv.

En annan viktig aspekt av modellens funktionalitet är möjligheten att applicera en last i form av en vikt via en toppmonterad axel. Denna vikt skulle då kunna ökas gradvis om användaren önskar. Detta tillägg bidrar till att tydligare illustrera fallen som modellen avser att demonstrera, exempelvis instabilitet eller knäckning. Samtidigt introducerar detta moment ytterligare krav på konstruktionens hållfasthet och precision, då belastningen måste kunna appliceras kontrollerat utan att påverka modellens övriga funktion negativt.

Vidare har modellen utformats med modularitet i åtanke, där en mittdel möjliggör konfiguration i olika lägen, exempelvis för att demonstrera högre knäckningsmoder. Detta ökar modellens pedagogiska värde, då den kan användas för att illustrera flera scenarier inom samma ramverk. En sådan flexibilitet gör det också möjligt att använda modellen som en del i ett större undervisningssammanhang, exempelvis i en föreläsningssal.

Tillverkningsaspekten, särskilt med avseende på 3D-skrivning, har också varit central i

designprocessen. En ambition har varit att minimera behovet av stödstruktur, då detta både påverkar tillverkningstid och efterbearbetning. Trots detta har vissa geometriska begränsningar, såsom hål och överhäng, gjort det nödvändigt att acceptera en viss mängd stödmaterial. Detta illustrerar en typisk avvägning mellan designoptimering och funktionella krav, där fullständig optimering för tillverkning inte alltid är möjlig utan att äventyra modellens syfte.

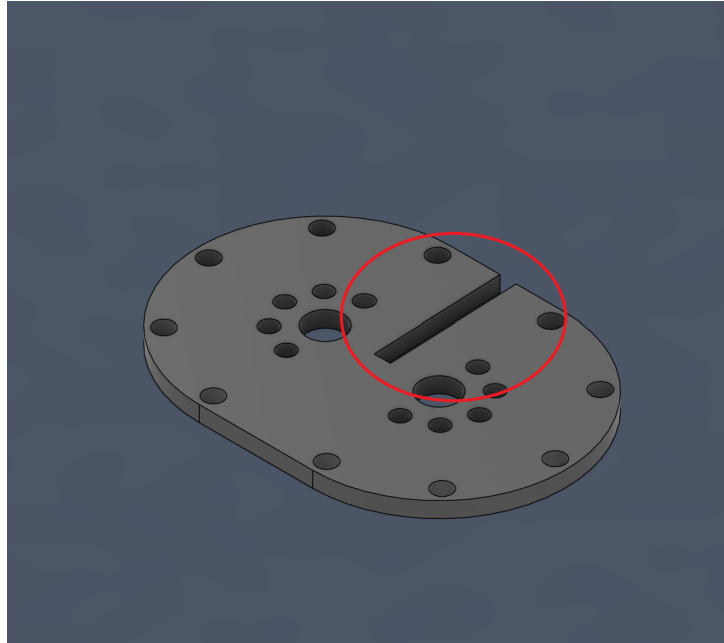
Slutligen har stor vikt lagts vid att modellen ska vara relativt enkel att montera ihop. Det ska vara intuitivt för lärare att bygga ihop och inte ta upp allt för mycket av deras tid.

Sammanfattningsvis visar utvecklingsprocessen att även till synes mindre designförändringar kan ha stor påverkan på både funktion och användbarhet. Genom iterativt arbete och avvägningar mellan stabilitet, flexibilitet och tillverkningsbarhet har en modell tagits fram som i högre grad uppfyller de pedagogiska och praktiska krav som ställs på den.

5.2 Ram- och fackverk

Även här har utvecklingen av knutpunkterna och balkarna präglats av en ständig avvägning mellan teknisk komplexitet, pedagogisk visualisering och anpassning för additiv tillverkning.

Modellerna från PASCO, som troligen är formsprutade, tillåter komplexa tredimensionella geometrier. Vid 3D-skrivning innebär dock dessa geometrier potentiellt ett stort behov av stödstrukturer, vilket leder till längre utskriftstider och sämre ytfinhet. Beslutet att frångå en massiv knutpunkt och istället designa systemet utifrån två identiska, kombinerbara plattor var därmed en avgörande kompromiss. Här valdes det att frångå den initiala tredimensionella geometrin för att uppnå en form som kunde skrivas ut helt platt mot byggplattan utan stödstruktur. Denna lösning optimerade utskriftskvaliteten och modulariteten men ställde högre krav på toleranserna i skårorna, se figur 5.1. Skårorna kalibrerades för att motverka instabilitet i strukturen vid montering.



Figur 5.1: Skåra i knutpunktsplatta.

En liknande iterativ process krävdes för balkelementen. De tidiga prototyperna designades med ett rektangulärt, solitt tvärsnitt med utgångspunkt i PASCO:s referensmodeller. Det framkom dock snabbt under belastningstesterna att de 3D-skrivna balkarna blev alldeles för styva med PASCO:s massiva tvärsnitt. Även vid försök med mer flexibla plasttyper som TPU uppnåddes inte önskat resultat. Eftersom ett av de primära pedagogiska syftena med projektet är att visualisera deformationer, utgjorde denna styvhet ett kritiskt problem. Balkarna böjde sig inte synbart under rimliga laster.

För att lösa detta problem gjordes designbeslutet att kraftigt minska tvärsnittet på balkarna. Denna kompromiss innebar att strukturens totala bärförmåga minskade, men det medförde två betydande fördelar. För det första uppfylldes det kritiska kravet på visuell deformation, då balkarna nu kan deformeras tydligt vid lämplig applicerad last, vilket kraftigt förstärker den pedagogiska upplevelsen av lastfördelning och deformation. För det andra resulterade det smalare tvärsnittet i avsevärd materialbesparing och kortare utskriftstider.

Ur ett helhetsperspektiv visade sig dessa kompromisser ha oväntade fördelar. Genom att separera fackverksfunktionen från ramverksfunktionen uppstod dessutom en tydlig visuell skillnad i hur elementen är infästa. Denna fysiska skillnad i montering tillsammans med balkar som tydligt visuellt deformeras gör det betydligt enklare för studenter att intuitivt koppla isär de två strukturtyperna och förstå teorin i praktiken.

En central del av modellernas pedagogiska syfte är att studenter ska kunna verifiera teoretiska handberäkningar genom praktiska mätningar med en kraftsensor. Vid jämförelse mellan teori och praktik uppstår dock oundvikligen avvikelser som är viktiga att belysa

ur ett inlärningsperspektiv. I matematiska fackverksmodeller idealiseras ofta knutpunkten till helt friktionsfria leder utan glapp. I den 3D-skrivna modellen introducerade tillverkningsstoleranser och design istället små spel som orsakar initiala avvikelser från den idealiserade modellen. Dessutom medför friktion i rotationsaxlarna att knutpunkterna kan ta upp mindre böjmoment, vilket gör att den faktiska kraftfördelningen avviker något från de rena normalkrafterna som teorin förutsätter.

Vidare förutsätter handberäkningarna i regel idealelastiska och viktlösa balkar/stänger där laster appliceras exakt i noderna. I verkligheten bidrar komponenternas egentygnd till lastfallet, i detta fall primärt kraftsensorns egentygnd, men även balkar och knutpunkter. Trots dessa avvikelser och felkällor bedöms laborationsmodellen vara mycket givande, och uppvisar att den väl överensstämmer med de beräkningsmässiga resultaten. Att de uppmätta värdena inte stämmer helt överens med de teoretiska uträknade värdena skapar i sig ett viktigt pedagogiskt moment. Det tvingar studenterna att kritiskt reflektera över de förenklingar som görs i beräkningsmodeller och förtydligar återigen kopplingen och skillnaderna mellan det teoretiska och det praktiska.

5.3 Upplagsvillkor

Resultatet visar att den framtagna undervisningsmodellen för upplagsvillkor framgångsrikt uppfyller sitt syfte att konkretisera abstrakta randvillkor. Genom att studenterna själva kan fysiskt känna skillnaden i rotation och utböjning på liknande balkar blir den visuella och taktila skillnaden mer tydlig. Detta adresserar direkt det primära problem som lyftes under de inledande intervjuerna som handlade om elevernas svårighet att intuitivt förstå innebörden av beräkningsmässiga randvillkor.

Valet att utforma systemet modulärt, med en standardiserad tvådelad ram och utbytbara stödmoduler, visade sig vara en stor fördel. Det möjliggör direkta jämförelser av olika upplagsfall sida vid sida under liknande belastningsförhållanden. Rent tekniskt krävde dock stöden en noggrann avvägning. Att skapa en glidled eller ett rullstöd som löper fritt i en riktning men som samtidigt ej glappar under användning ställde höga krav, både på designgeometri och på 3D-skrivarens toleranser. Den iterativa processen rapid prototyping var här avgörande för att hitta rätt passform mellan balkelement, stödmodulerna och ramen, där CAD-modellering av prototyper spelade en central roll.

En kritisk aspekt att diskutera är avvikelserna mellan den idealiserade teoretiska modellen och den fysiska 3D-utskriften. I klassisk balkteori antas exempelvis ett rullstöd vara helt friktionsfritt vilket är oundvikligt i den fysiska undervisningsmodellen där friktion ej kan försummas. Detta kan leda till att balken uppvisar vissa avvikelser i beteende vid jämförelse med beräkningsmodellerna vid belastning. Ur ett pedagogiskt perspektiv kan denna nackdel ses som en tillgång då det kan ge studenterna ett tillfälle att reflektera kring hur verkliga konstruktioner skiljer sig från teoretiska beräkningsmodeller.

Utöver den visuella aspekten bekräftade testerna vikten av den taktila upplevelsen hos balkmodellerna. Att fysiskt känna hur mycket styvare ett system blir med fast inspänning gentemot ledat stöd ger en förståelse för hur moment och krafter tas upp av en konstruktion. Systemets användarvänlighet bekräftar att additiv tillverkning är en ytterst lämplig metod för att ta fram denna typ av skräddarsydda, rörliga undervisningsmodeller som traditionellt hade varit mer komplicerade och dyra att tillverka i metall.

Valet av PLA bekräftades vara ett lämpligt materialval med tanke på dess mer flexibla materialegenskaper. TPU hade varit för flexibelt medan PETG förmodligen hade gett en för styv modell.

5.4 Materialval och utskriftskvalitet

I detta delkapitel diskuteras val av utskriftsmaterial, vilken utskriftskvalitet som krävdes samt vilka utskriftinställningar som valdes för att uppnå den önskade utskriftskvaliteten.

5.4.1 Materialval

Materialvalet i projektet baserades på en avvägning mellan tillverkningsbarhet, mekaniska egenskaper och applikationskrav. Under projektets gång har tre olika material använts för utskrivningar, TPU, PETG samt PLA. Utskrifter har dessutom genomförts med olika 3D-skrivare och dess standardinställningar för att undersöka möjligheten till utskrift eller om justeringar i en slicer behövs.

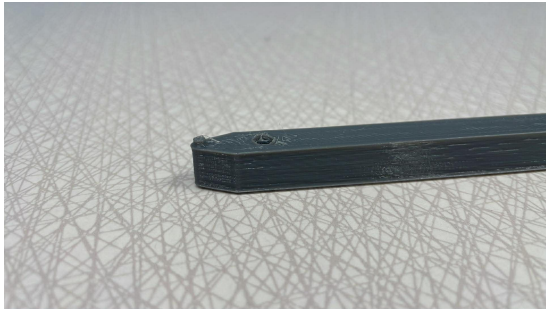
Det slutgiltiga utskrivningsmaterialet som används i samtliga modeller är PLA. Detta baserades på att PETG inte uppvisade de önskade resultaten, då modellerna i PETG blev mycket styva, vilket resulterade i svårigheter att se visuell deformation. PLA är däremot ett standardiserat material med betydligt mjukare material som möjliggör för att tydligt se deformation.

TPU uteslöts eftersom det är ett mer svårbearbetat material att använda i 3D-utskrift och kräver extra förberedelser innan användning. Materialet är även mycket känsligt under tillverkningen, speciellt vid överhäng. Dessutom är det även temperaturkänsligt, vilket ökar risken för problem under tillverkningen samt varierande resultat. [7](#)

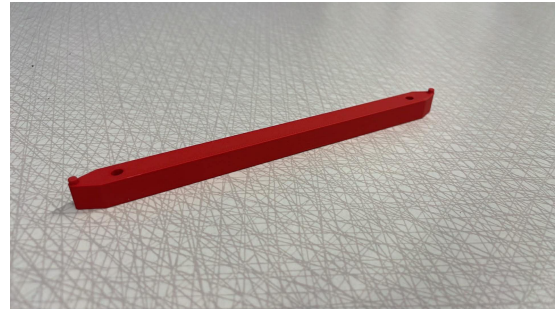
5.4.2 Kvalitet på utskrifter

Printkvalitet och ytfinhet är relevanta faktorer då dessa direkt påverkar funktion och monterbarhet av komponenterna. Vid en jämförelse av de framtagna komponenterna framgår det att utskrifterna i PETG, se figur [5.2a](#), uppvisar en sämre ytfinhet än utskrifterna i PLA, se figur [5.2b](#). Detta beror sannolikt på att PETG generellt kräver mer finjustering av utskriftsparametrar, såsom temperatur och kylning, för att uppnå optimal ytfinish.

För att optimera användarvänligheten och effektivisera produktionsflödet har designen utformats för att i största möjliga mån minimera behovet av stödstruktur. Behovet av minimal stödstruktur har även varit en avgörande faktor vid valet av de specifika modellerna. Genom att utforma ram- och fackverksstrukturerna med liknande komponenter underlättas utskriftsprocessen avsevärt och öppnar dörren för möjligheten till massproduktion. Detta har varit av stor vikt under projektets gång på grund av begränsad tillgång till 3D-skrivare.



(a) PETG.



(b) PLA.

Figur 5.2: Jämförelse mellan utskrifter i olika plaster.

6 Slutsats

Projektet har visat att de framtagna undervisningsmodellerna för Eulers knäckningsfall, ram- och fackverksstrukturer samt upplagsvillkor uppfyller sitt syfte som pedagogiska hjälpmedel inom hållfasthetslära. Genom modulära, fysiska lösningar har teoretiska begrepp kunnat visualiseras på ett sätt som stärker förståelse. Modellerna kan dessutom integreras i befintliga undervisningsmiljöer och bidrar till att koppla samman teori, handberäkningar och verklighet.

Sammantaget bedöms projektet ha uppfyllt de mål som identifierades i projektet, detta utgör ett undervisningskomplement inom hållfasthetslära och strukturanalys som skall stödja studenternas förståelse.

6.1 Euler

Detta delprojekt har visat att det är möjligt att utveckla en fysisk och pedagogisk modell som på ett tydligt sätt visualiserar Eulers knäckningsfall och därigenom främjar förståelsen för stabilitetsproblem hos strukturer. Genom att vidareutveckla en tidigare modell har fokus kunnat läggas på förbättrad funktionalitet, ökad pedagogisk förståelse samt anpassning till praktisk undervisning.

Den framtagna lösningen möjliggör demonstration av flera knäckningsfall, där upplagsvillkorens inverkan på kritisk knäckningslast framgår tydligt. Att fallen kan monteras och belastas parallellt bidrar ytterligare till jämförbarhet och förstärker den visuella kopplingen mellan teori och praktik. Tillägget av belastning via en toppmonterad axel ger också en mer realistisk representation av hur krafter appliceras i verkliga konstruktioner.

Vidare visar projektet att materialvalet, i detta fall PLA, är väl anpassat för ändamålet. Materialets egenskaper möjliggör upprepade demonstrationer utan permanent deformation, vilket är avgörande för modellens hållbarhet och användning i undervisning. Även konstruktionen i stort, inklusive infästningarna för IKEA-väggen, har visat sig uppfylla kraven på både stabilitet och användarvänlighet efter en iterativ utvecklingsprocess.

Utöver detta har hänsyn tagits till tillverkningsaspekter, särskilt inom 3D-skrivning, där ambitionen att minimera behovet av stödmaterial till stor del har uppnåtts utan att kompromissa med funktionaliteten. Samtidigt har modellen utformats för att vara relativt enkel att montera, vilket ytterligare stärker dess användbarhet i pedagogiska sammanhang.

Sammanfattningsvis bedöms den utvecklade Euler-modulen utgöra ett effektivt komplement till undervisning och därmed fullfölja sitt syfte att vara ett pedagogiskt hjälpmedel för studenter. Genom att visuellt visa teoretiska samband skapas bättre förutsättningar för intuitiv förståelse av Eulerfallen i verkligheten.

6.2 Ram- och fackverk

Slutsatsen för delprojektet gällande ram- och fackverksstrukturer är att det utvecklade modulära systemet uppfyller de ställda kraven på mekanisk flexibilitet, tillverkningsbarhet och pedagogisk tydlighet väl. Genom den iterativa utvecklingen av knutpunkter som medger en smidig växling mellan momentfria och momentstyva infästningar, har en konkret fysisk lösning skapats som tydliggör den fundamentala teoretiska skillnaden mellan ram- och fackverksstrukturer.

Systemets kompatibilitet med befintligt material från PASCO har verifierats genom praktiska tester. Detta säkerställer inte bara att de 3D-skrivna komponenterna sömlöst kan integreras i existerande undervisningsmaterial, utan skapar även en kostnadseffektiv och hållbar grund för framtida utökningar. Vidare visar utvärderingen att de egenutvecklade balkelementen i PLA-plast, med sitt optimerade och avsmalnade tvärsnitt, uppnår en utmärkt balans. De är tillräckligt stabila för att hantera laborativa laster, men är samtidigt flexibla nog att tydligt och pedagogiskt visualisera de deformationer och utböjningar som uppstår vid belastning.

Slutligen bedöms den tillhörande laborationen och det framtagna laborations-PM:et utgöra ett mycket starkt och intuitivt stöd för studenternas lärande. Genom att integrera fysiskt byggande och praktiska mätningar med analytiska handberäkningar, uppmuntras studenterna att reflektera över avvikelser mellan de idealiserade matematiska modellerna och den fysiska verkligheten. Sammantaget skapar detta system mycket goda förutsättningar för att öka den intuitiva förståelsen för hur strukturella konfigurationer påverkar lastfördelning och styvhet, vilket framgångsrikt brygger gapet mellan komplex teori och praktisk mekanik.

6.3 Upplagsvillkor

Slutsatsen för delprojektet rörande upplagsvillkor är att den framtagna undervisningsmodellen lyckas konkretisera hur olika randvillkor påverkar en strukturs mekaniska beteende. Genom utvärderingen har det bekräftats att systemet på ett pedagogiskt sätt visualiserar skillnader i utböjning, styvhet och rotation som annars ofta endast presenteras genom abstrakta matematiska modeller.

Modellens modulära utformning, med en stabil tvådelad ram och utbytbara stödmoduler,

har visat sig vara ett effektivt verktyg för att simulera fall som fast inspänning, ledat stöd, glidled och glidinspänning. Genom att använda standardiserade balkelement med identiska tvärsnitt kan studenter direkt härleda variationer i deformation till de specifika upplagsvillkoren, vilket skapar en rättvis och intuitivt tydlig jämförelse mellan de olika fallen som representeras i modellen.

Den tekniska utvärderingen visar att additiv tillverkning i plasten PLA är en lämplig metod för att producera dessa moduler med den precision som krävs för att kunna säkerställa modellens mekaniska funktion. Slutligen tyder mycket på att undervisningsmodellen för upplagsvillkor bidrar till att överbrygga gapet mellan teoretiska ekvationer och fysisk verklighet, vilket uppfyller det behov som identifierades under projektets inledande intervjuer.

6.4 Vidareutveckling

Det nuvarande projektet har i huvudsak utformats med grundläggande kurser i hållfasthetslära i åtanke, varvid fokus har legat på handberäkningar av enkla tvådimensionella fackverks- och ramverksstrukturer. För att modellerna ska kunna användas i mer avancerade kurser, exempelvis inom finita elementmetoden (FEM), finns betydande vidareutvecklingspotential. Ett naturligt nästa steg är att introducera balkar med varierande tvärsnittsgeometrier, detta för att ge studenterna en visuell uppfattning om att olika tvärsnitt beter sig olika och tar laster på olika sätt. Detta skulle möjliggöra laborationer och numeriska beräkningar kring olika böjtröghetsmoment och styvheter.

Vidare bör framtida projekt utforska de 3D-skrivna materialens faktiska E-moduler. För att fullt ut utnyttja modellernas potential i FEM-sammanhang kan även kombinerade ram- och fackverksstrukturer konstrueras i 3D. Detta skulle dock kräva en modifiering av de beräkningsskript och bibliotek som för närvarande används i undervisningen, så att dessa kan hantera tredimensionella indata (x, y, z) .

Gällande de fysiska komponenterna finns möjligheter att utöka systemets variation och komplexitet ytterligare. Genom att ta fram nya balklängder kan fler vinklar och mer komplexa geometrier konstrueras. Även belastningsmetoderna kan förfinas. För ramverk vore det fördelaktigt med ett standardiserat sätt att applicera punktlaster längs med balkelementen, och för fackverk behövs mer användarvänliga metoder för att applicera centrerade laster direkt i knutpunkterna. Framtida utveckling bör även undersöka möjligheten att införa utbredda laster, med både konstant och varierande intensitet längs balkens längd, samt metoder för att introducera mer komplexa tredimensionella belastningsfall som ger upphov till vridning i systemet.

Dessutom kan fästianordningarna (upplag) och knutpunkterna vidareutvecklas för att möjliggöra fixering mot olika underlag, såsom väggar och tak, vilket ytterligare skulle

bredda möjligheterna att simulera diverse fasta och ledade inspänningar.

Avslutningsvis finns det goda möjligheter att produktionsoptimera det framtagna konceptet kring upplagsvillkor. Genom att utforska och finjustera tillverkningstoleranser kan både passform och den generella utskriftskvaliteten förbättras. Modulernas design kan vidareutvecklas för att i ännu högre grad minimera behovet av stödstrukturer, till exempel genom att göra dem enkelt isärtagbara. Ett intressant spår är även att undersöka print-in-place-lösningar som drastiskt reducerar monterings tiden.

Ett framtida koncept skulle kunna vara att designa mindre, mer kompakta moduler som, trots att de visar färre randvillkor per enhet, erbjuder en högre grad av modularitet och är enklare att 3D-skriva i stora kvantiteter.

Slutligen kan alla STL-filer hittas på "Thingiverse" [6].

Litteratur

- [1] Joel Ansgar m.fl. *Utvärdering av 3D-skrivning som framtagningss metod för utbildningsmaterial – Med fokus på hållfasthetslära*. Tekn. rapport. Chalmers Tekniska Högskola, Institutionen för Mekanik och Maritima Vetenskaper, 2025. URL: <https://odr.chalmers.se/server/api/core/bitstreams/9c04a8c9-7377-4d3f-81f7-47c48f0e5f0b/content>.
- [2] BE Group. *Fossilfritt stål – nyckeln till hållbar stålproduktion*. 2025. URL: <https://www.begroup.se/kommunikation/kunskap/fossilfritt-stal-nyckeln-till-hallbar-stalproduktion> (hämtad 2026-04-28).
- [3] Christer Ljung, Niels Saabye Ottosen, Matti Ristinmaa. *Introduktion Till Hållfasthetslära, kapitel 5 s. 141–161*. 2007. URL: <https://www.chalmersstore.se/svensk-litteratur/introduktion-till-hallfasthetslara-enaxliga-tillstand.html> (hämtad 2026-03-13).
- [4] Engineering Statics Project. *Engineering Statics*. URL: https://engineeringstatics.org/Chapter_06-structures.html (hämtad 2026-04-14).
- [5] IKEA. *SKÅDIS Förvaringstavla, vit, 56x56 cm*. IKEA. Produktbeskrivning av den förvaringstavla som utgör basen för projektets monteringsystem och upphängning av FPU-modeller. 2024. URL: <https://www.ikea.com/se/sv/p/skadis-foervaringstavla-vit-10321618/> (hämtad 2024-05-22).
- [6] Kandidat_Undervisning. *Thingiverse Designs*. 2026. URL: https://www.thingiverse.com/Kandidat_Undervisning/collections/44054941/things (hämtad 2026-05-13).
- [7] National Center for Biotechnology Information. *Environmental risk analysis and sustainable modification of polylactic acid (PLA)*. 2023. URL: <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC10534872/> (hämtad 2026-04-24).
- [8] PASCO Scientific. *Beam Files for PASCO Structures*. 2024. URL: <https://www.pasco.com/resources/diy/209> (hämtad 2026-05-04).
- [9] PASCO Scientific. *Building Better Bridges Kit*. Accessed 2026-02-10. 2024. URL: <https://shorturl.at/f6S1x>.
- [10] D. Rhymer. *An Assessment of Visualization Modules for Learning Enhancement in Mechanics of Materials*. Tekn. rapport. Peer reviewed conference paper. American Society for Engineering Education, 2001.

A Intervjufrågor

Frågor till studenter:

1. Var det något särskilt moment i hållfasthetskursen som du tyckte var extra svårt att förstå?
2. Varför var just det svårt?
3. Hur hade du lättare kunnat ta till dig av kursmaterialet?
4. Hur hade du velat se det visuellt för att lättast förstå?
5. Hur hade en demonstration/experiment inom området behövt vara utformad för att du på bästa sätt skulle kunna förstå?
6. Lär du dig bäst genom demonstration av lärare eller genom laboration/få testa själv?
7. Upplever ni att Eulers knäckningsfall är svåra att förstå?
8. Hade en laboration/demonstration där man visuellt kan se alla knäckningsfall och deformationer samtidigt varit bra för att öka studenters kunskap och förståelse?
9. Upplever ni att Fackverk/Ramverk är svåra att förstå? Svårt hur kraften fördelas osv eller något annat?
10. Hade en laboration där man visuellt kan se kraftfördelningen osv hade varit bra för att öka studenternas kunskap och förståelse?

Frågor till lärare:

1. Vilket moment tycker du är svårast att lära ut? Vad uppfattar du är svårast för eleverna att förstå?
2. Finns det något specifikt problem på tentan som eleverna återkommande har svårt för?
3. Finns det något demonstrationsmaterial som du saknar i din undervisning? Har du något demonstrationsmaterial som du hade velat utveckla?
4. Hur lång tid hade du kunnat tänka dig att lägga på en lab/demonstration för fackverk etc.

B Sammanställning av intervju

Resultat från intervjuer

Studentperspektiv

Intervjuerna visar att studenterna framför allt upplever svårigheter inom följande moment:

- Knäckning, särskilt förståelse av knäckningsmoder och randvillkor.
- Styvhetsmatriser och större matrissystem, som upplevs som abstrakta.
- Randvillkor kopplade till differentialekvationer.
- Axisymmetriska problem och krympförband.
- Allmänna spänningstillstånd i matrisform.
- Yttröghetsmoment och dess koppling till böjmotstånd.
- Vridning, trots liknande struktur som drag och böjning.
- Utmattning och brott, där undervisningen upplevs som teoretisk och tabellbaserad.

Fackverk och ramverk upplevs generellt som mer konkreta, men det finns osäkerhet kring kraftfördelning, rimlighetsbedömning samt skillnaden mellan kraft och spänning.

En återkommande synpunkt är att svårigheterna sällan ligger i att genomföra beräkningar, utan i att förstå den fysiska innebörden av resultaten. Kopplingen mellan matematik och hållfasthet upplevs som bristfällig.

Studenterna efterfrågar i hög grad:

- Fysiska modeller och tydligare visualisering.
- Laborationer där teori kan verifieras praktiskt.
- Möjlighet att först räkna och därefter testa resultaten experimentellt.
- Tydligare visualisering av randvillkor och deformationer.

Majoriteten föredrar laborationer där de själva får arbeta aktivt framför enbart demonstrationer.

Lärarperspektiv

Lärarna bekräftar flera av studenternas upplevelser. Särskilt svåra moment att lära ut anses vara:

- Randvillkor och deras koppling till differentialekvationer.
- Knäckning och inspänningsfall.
- Allmänna spänningstillstånd.
- Axisymmetriska problem.
- Yttröghetsmoment.
- Rent moment och friläggning.

Enligt lärarna ligger problemet ofta i att studenter har svårt att välja rätt randvillkor och förstå den fysiska tolkningen av matematiska uttryck, snarare än att genomföra själva beräkningarna.

På tentamen är det främst uppgifter med axisymmetri, differentialekvationer och randvillkor som orsakar svårigheter.

Lärarna uttrycker behov av mer demonstrationsmaterial, exempelvis:

- Modeller för rent moment.
- Visualisering av randvillkor.
- Fysiska modeller för trycksatta cylindrar.
- Konkret exempel inom utmattning.
- Fackverk med varierande tvärsnitt för att tydliggöra skillnaden mellan kraft och spänning.

Sammanfattande analys

Både studenter och lärare identifierar samma centrala problemområden: randvillkor, knäckning, axisymmetri, yttröghetsmoment och allmänna spänningstillstånd. Den gemensamma nämnaren är en bristande koppling mellan matematisk modell och fysisk förståelse.

Intervjuerna indikerar att ökad visualisering och fler praktiska moment, där teoretiska beräkningar verifieras experimentellt, kan bidra till förbättrad förståelse och djupare konceptuell inläring.

C Laborations PM

Laboration: Ram- och fackverksstrukturer

1. Syfte

Att genom användning av en fysisk modell öka förståelsen för skillnaden mellan beräkningsmodeller av ram- och fackverk samt hur olika konfigurationer påverkar styvhet och deformation. Genom interaktion med fysiska modeller ges möjlighet att belasta strukturerna för att observera hur deformation och belastning skiljer sig åt beroende på modell.

2. Utrustning

Under laborationen finns tillgång till:

- Balkar med givna dimensioner
- Fästelement för olika typer av infästningar
- Mätinstrument för att mäta drag- och tryckkrafter
- Vikter för att belasta strukturen med givna laster

3. Genomförande

Ni ska nu bygga upp en ramverksstruktur och en fackverksstruktur. Nedan finns instruktioner att tillgå, läs igenom innan ni börjar så kommer det gå mycket smidigare. Byggandet är uppdelat i olika delmoment

3.1 Ramverksstruktur

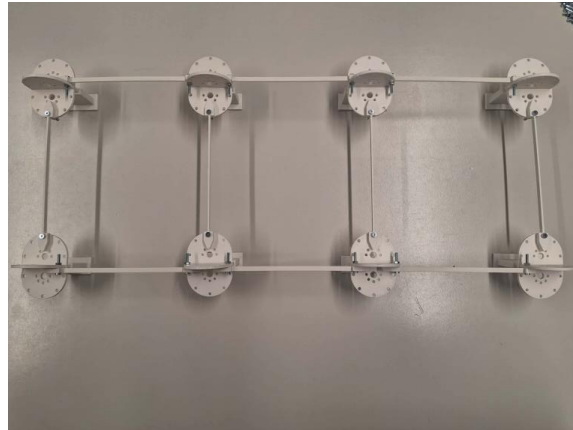
Börja med att bygga en ramverksstruktur. Följande lista innehåller de delar som ska monteras och antal av varje del.

- 27 st balkar varav 25 st med längd 167 mm och 2 st med längd 78 mm.
- 12 st knutpunkter
- 54 st skruvar med tillhörande muttrar
- 4 st upplag
- Kraftsensor (PASCO)

R1

Vi börjar med att bygga underdelen av strukturen, för att göra detta behövs 8 st knutpunkter, 4 st fötter och 10 st balkar med längden 167 mm. Se bild nedan. Fäst

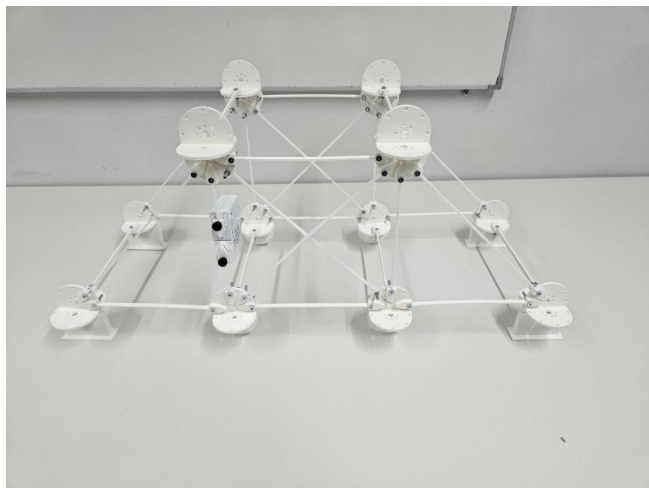
balkarna med hjälp av skruvarna. Infästning med skruvar möjliggör överföring av moment i knutpunkterna. Skruvarna fästs med hjälp av en mutter på undersidan.



Figur 1 – Understa lagret av Ramverk.

R2

Vi fortsätter nu att bygga en nivåuppåt. För detta steg behövs ytterligare 4 st knutpunkter, 15 st balkar med längden 167 mm och 2 st balkar med längden 78 mm. De två kortare balkarna kommer byta ut en av de längre och sättas ihop med hjälp av kraftsensorn. Se bild nedan.



Figur 2 - Färdigt ramverk med kraftsensor.

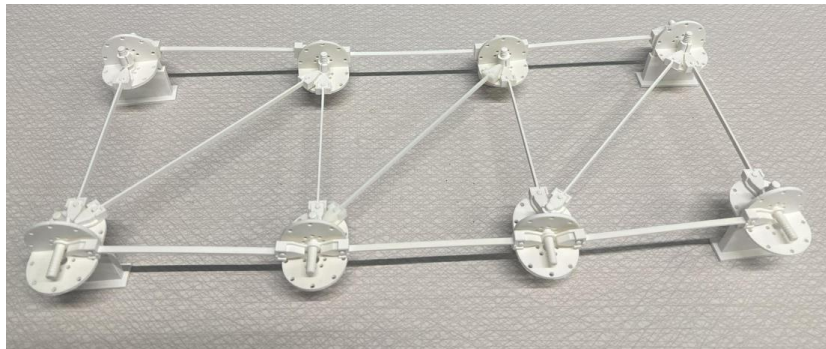
Nu är ramverksstrukturen färdigbyggd! Lägg ramverksstrukturen åt sidan. Fortsätt nu att bygga en modell av en fackverksstruktur enligt instruktionerna nedan.

3.2 Fackverksstruktur

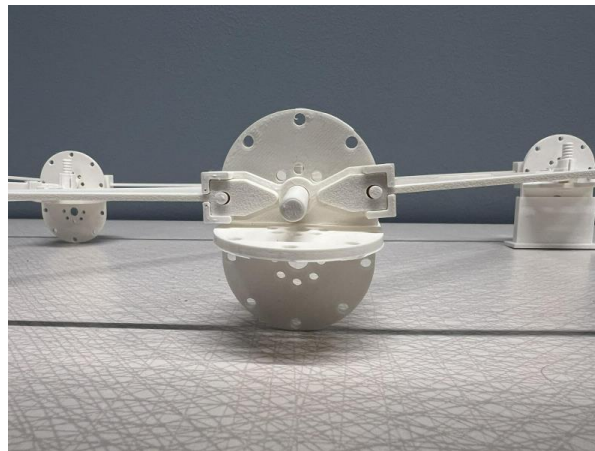
Till skillnad från ramverksstrukturen byter vi nu ut skruvarna mot axlar, adaptrar och axellås. Detta motsvarar en momentfri led, vi tillåter alltså inte överföring av moment i fackverksstrukturen. För att underlätta kommer återigen en lista på de delar som ingår:

- 34 st balkar varav 27 st med längd 167 mm, 2 st med längd 78 mm och 5 st med längd 240 mm.
- 14 st knutpunkter
- 4 st upplag
- Kraftmätare
- 68 st adaptrar
- 28 st axlar
- 28 st axellås

Börja med att bygga underdelen av strukturen, den ska se ut som Figur 3 när den är komplett. För att göra detta behövs 8 st knutpunkter, 4 st fötter, 10 st balkar med längden 167 mm och 3st balkar med längden 240 mm. Dem längre balkarna sätts diagonalt för att stabilisera fackverksstrukturen. Adaptrar fästs på balkarna som i sin tur sätts på axlarna, adapterna hålls även på plats med hjälp av axellåsen, se figur 3 och 4 nedan.



Figur 3 – Understa lagret av fackverk.

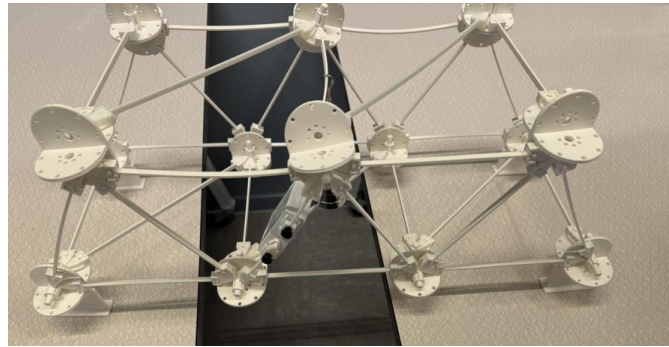


Figur 4 – Balkar fastsatta i knutpunkt.

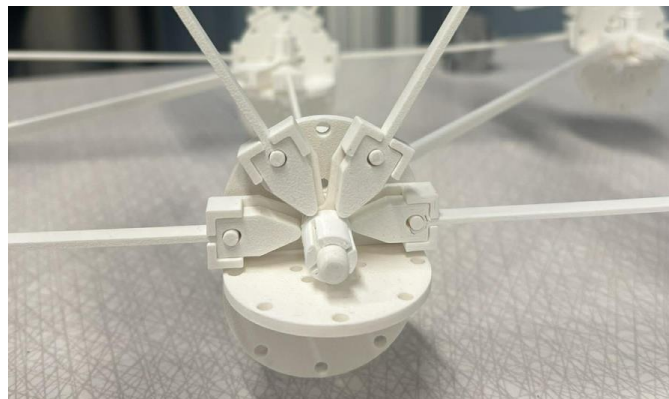
F2

Vi fortsätter nu att bygga ett steg uppåt. För detta steg behövs ytterligare 6st knutpunkter, 18st balkar med längden 167 mm, 2st balkar med längden 240 mm och 2st balkar med

längden 78 mm. De två kortare balkarna kommer byta ut en av de längre och sätts ihop med hjälp av kraftmätaren på samma sätt som innan. Se figur 5 och 6 nedan.



Figur 5 - Färdigt fackverk.



Figur 6 – Knutpunkt fackverk.

3.3 Diskussion

Nu är de två modellerna färdigbyggda, placera nu strukturerna bredvid varandra. Diskutera först och reflektera över hur ni tror att strukturerna kommer deformeras vid belastning. Applicera sedan en last på strukturerna, undersök och diskutera följande punkter:

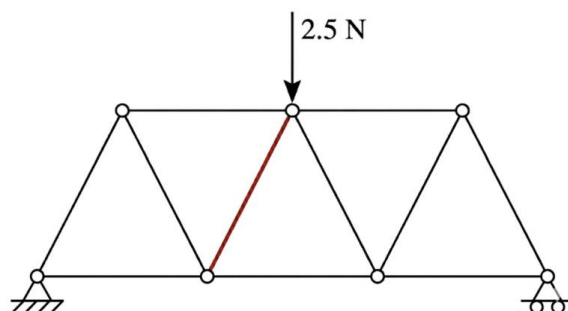
- Hur ser deformationen ut för de olika strukturerna? Blev deformationen som ni hade tänkt er? Om inte, vad var det som skilde sig åt?

- Går det att uppfatta någon skillnad i styvhet mellan strukturerna?
- Vad ger mätinstrumentet för värde på den axiella kraften, skiljer det sig mellan strukturerna? Varför tror du att det är så?

4. Beräkningsuppgift

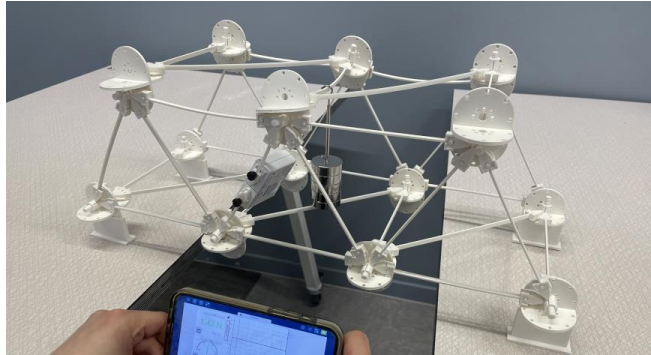
I denna uppgift ska ni undersöka hur väl beräkningsmodellen kan prediktera krafterna i systemet genom att mäta krafter i strukturen och jämföra mot beräknade krafter. Beräkningen utgår från en fackverksstruktur likt den ni precis byggt.

Den övre, mittersta knutpunkten är belastad med en punktlast på 2.5 N enligt figur 7 nedan, räkna ut kraften i det rödmarkerade elementet. Hamnar den i drag eller tryck?



Figur 7 – Illustration till räkneexempel.

Beräkningsuppgiften utgår från en fackverksstruktur i 2D medan den byggda modellen är i 3D. Detta innebär att den byggda modellen i teorin är dubbelt så styv som räkneexemplet. För att korrigera detta applicerar vi därmed dubbla vikten på den fysiska fackverksmodellen. Häng därför 500g vikter på fackverksstrukturen och avläs kraftsensorn. Försök hänga vikterna nära mitten på balken för att resultatet ska bli så sanningsenligt som möjligt, se figur 8.



Figur 8 – Fackverksmodell med applicerad last

- Vad säger kraftsensorn?
- Stämmer det överens med era beräkningar?
- Vad blir felet?

5. Reflektion

Diskutera frågorna nedan inom gruppen och hinder kring dem.

1. Vad är den stora skillnaden mellan fackverk och ramverk?
2. Är det alltid självklart hur en struktur kommer att deformeras?
3. Blev resultatet från beräkningarna som tänkt?
4. Vad tror ni att det kan finnas för felkällor?

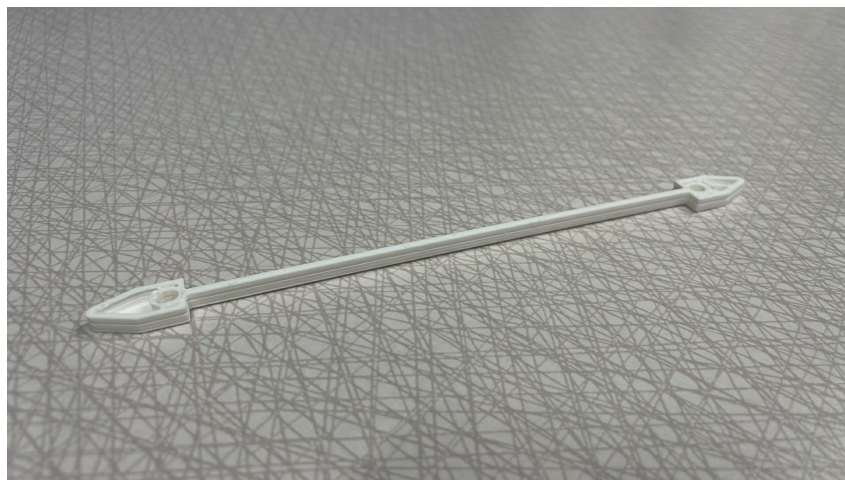
D Printerinställningar och visuell representation

	Plast	Nozzel	infill %	Lagerhöjd	Bild
PRUSA	PETG	0.6	20	0.2	D.2
PRUSA	PLA	0.4	20	0.2	D.3

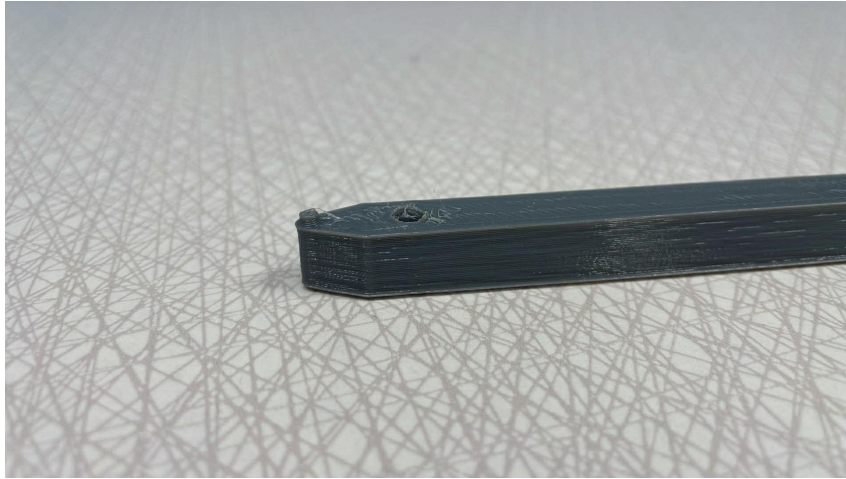
Tabell D.1: PRUSA inställningar rekommendation.

	Plast	Lagerhöjd	infill %	Bild
BAMBU	PLA	0.16	10	D.4
PRUSA	PETG	0.3	15	D.2
PRUSA	PLA	0.15	5	D.5

Tabell D.2: Inställningar på 3D-skrivare.



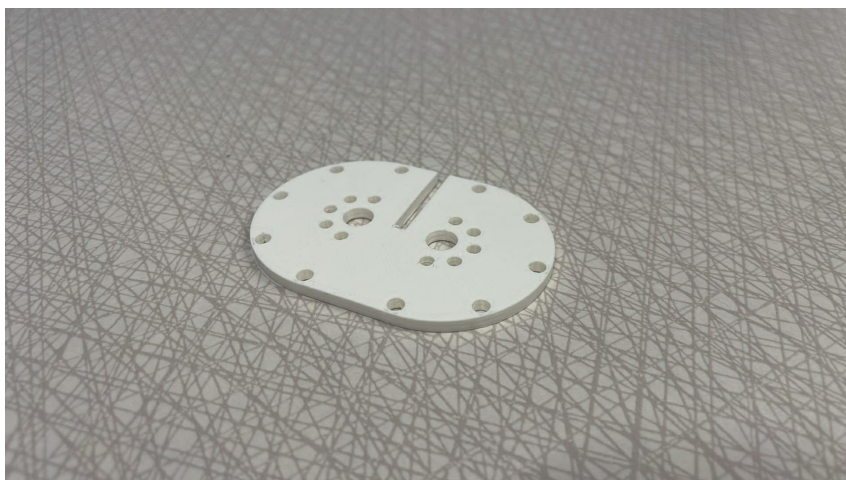
Figur D.1: Visar Infill 0%.



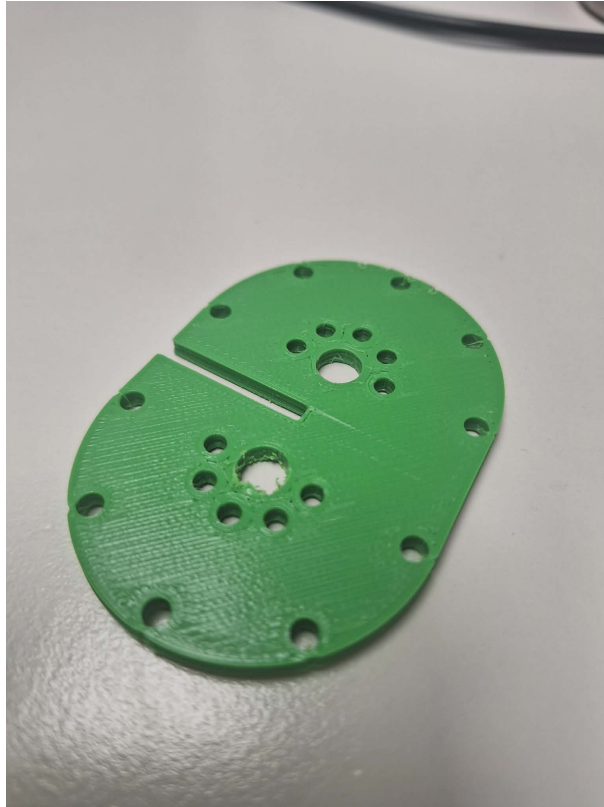
Figur D.2: Balk i PETG.



Figur D.3: Balk i PLA.



Figur D.4: Platta i PLA.



Figur D.5: Platta i PLA grön.

