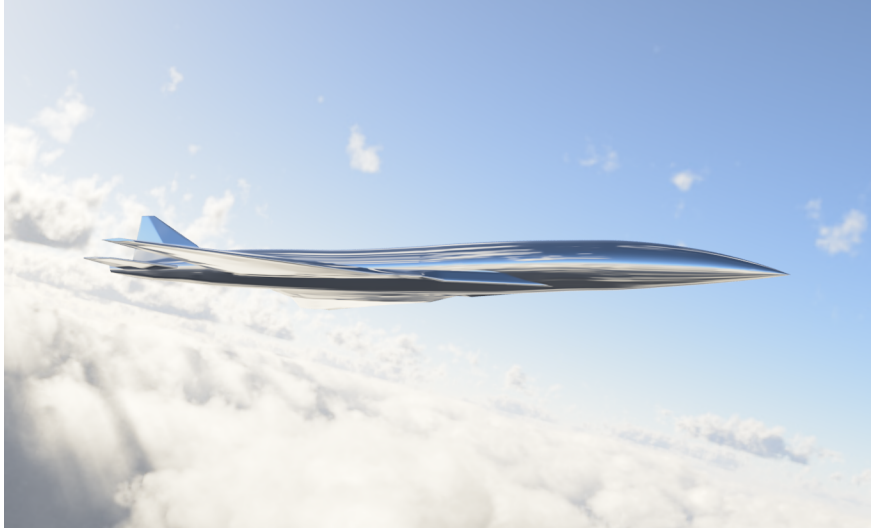




CHALMERS



Modellering av överljudsflygplan

Kandidatarbete inom mekanik och maritima vetenskaper

ANDREAS ERIKSSON
ARON OLOFSSON
AXEL LINDMARK
CHRISTIAN BENSRYD
JOEL ANDERSSON
SOFIA BJÖRS

INSTITUTIONEN FÖR MEKANIK OCH MARITIMA VETENSKAPER

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg 2024
www.chalmers.se

KANDIDATARBETE 2024

Modellering av överljudsflygplan

ANDREAS ERIKSSON
ARON OLOFSSON
AXEL LINDMARK
CHRISTIAN BENSRYD
JOEL ANDERSSON
SOFIA BJÖRS



CHALMERS

Institutionen för mekanik och maritima vetenskaper
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg 2024

Modellering av överljudsflygplan

ANDREAS ERIKSSON

ARON OLOFSSON

AXEL LINDMARK

CHRISTIAN BENSRYD

JOEL ANDERSSON

SOFIA BJÖRS

© ANDREAS ERIKSSON, ARON OLOFSSON, AXEL LINDMARK, CHRISTIAN BENSRYD, JOEL ANDERSSON, SOFIA BJÖRS, 2024.

Handledare: Tomas Grönstedt, Institutionen för mekanik och maritima vetenskaper

Examinator: Carlos Xisto, Institutionen för mekanik och maritima vetenskaper

Kandidatarbete 2024

Institutionen för mekanik och maritima vetenskaper

Chalmers Tekniska Högskola

SE-412 96 Göteborg

Telefon +46 31 772 1000

Omslagsbild: Rendering av modell på Boom Overture.

Skriven i L^AT_EX

Göteborg 2024

Modellering av överljudsflygplan

ANDREAS ERIKSSON

ARON OLOFSSON

AXEL LINDMARK

CHRISTIAN BENSRYD

JOEL ANDERSSON

SOFIA BJÖRS

Institutionen för mekanik och maritima vetenskaper

Chalmers Tekniska Högskola

Sammanfattning

För att tillfredsställa framtidens behov av snabbare flygresor, pågår idag ett intensivt arbete att utveckla nya supersoniska transportflygplan för kommersiellt bruk. Ett sådant flygplan går under namnet Overture och utvecklas av det amerikanska bolaget Boom Supersonic. Den här rapporten ämnar att bygga upp en matematisk modell av Overture, för att ge en tidig fingervisning om prestandan hos framtida supersoniska transportflygplan. Modellen bygger på de relativt enkla analytiska metoder som presenteras av Daniel P. Raymer i boken *Aircraft Design: A Conceptual Approach*. Arbetet görs i samarbete med en parallell grupp vilka fokuserar på att modellera motorerna till Overture.

Resultaten indikerar att Overture, baserat på den mycket begränsade mängd data som Boom Supersonic har publicerat, inte kommer ha erforderlig dragkraft för att uppnå den prestanda, under de förhållanden, som Boom Supersonic hävdar. Därmed är det inte sagt att resultaten som här presenteras är slutgiltiga: de bygger på mycket enkla metoder och begränsad data. Rapporten kommer även redovisa flygplanets aerodynamiska prestanda. Av resultatet framgår även de väsentligt förkortade flygtiderna och i slutsatsen, de negativa miljömässiga konsekvenserna.

Nyckelord: överljudsflygplan, supersonisk transport, aerodynamisk modellering.

Abstract

To satisfy the growing demand for faster air travel, intensive work is done to develop new aircraft for supersonic transport for commercial purposes. One such aircraft goes by the name Overture and is being developed by the American firm Boom Supersonic. This report aims to construct a mathematical model to give an early indication of the expected performance of future supersonic aircraft. The model builds on the relatively simple analytical methods presented by Daniel P. Raymer in his book *Aircraft Design: A Conceptual Approach*. A parallel group models the engines.

Based on the limited amount of publicly available data, the result indicates that Overture does not have the required thrust to achieve the, by Boom Supersonic, stated performance under the considered flight parameters. However, it should be noted that these results should not be regarded as final: the results build upon very simple models and limited data. Furthermore, the report will present an estimation of the aerodynamics of the aircraft. The result section will also present the drastically shortened flight times. The negative environmental effects are also discussed.

Keywords: supersonic aircraft, supersonic transport, aerodynamic modeling.

Nomenklatur

Grekiska bokstäver

α	Anfallsvinkel
β	Andelen massa som är kvar vid landning
β_M	Hjälpvariabel
λ	Vingkonicitet
Λ_{LE-deg}	Svepvinkel i grader
$\Lambda_{H.L.}$	Klaffvinkel

Koefficienter och parametrar

A_{max}	Maximal tvärsnittsarea för flygplanet
A_R	Sidoförhållande
C_{D_0}	Friktionskoefficient vid noll lyft
$C_{D_{misc}}$	Friktionskoefficient för geometri skild från vingar och flygplanskroppen
$C_{D_{wave}}$	Friktionskoefficient för vågmotstånd
$C_{D_{L\&P}}$	Friktionskoefficient för utbuktningar och läckor
C_f	Planytans friktionskoefficient
C_{f_c}	Komponentvis friktionskoefficient
C_L	Lyftkraftskoefficient
$C_{L_{max}}$	Maximal C_L
$\Delta C_{L_{max}}$	Lyftkraftskoefficient från vingklaffar
$\Delta C_{l_{max}}$	Lyftbidrag från höglyftanordning
C_{L_α}	Lutningen på lyftkraftskurvan, den linjära delen
C_1	Första lyftkraftskoefficienten
C_2	Andra lyftkraftskoefficienten

D	Luftmotstånd
$(D/q)_{wave}$	Vågmotstånd genom dynamiskt tryck. Fås till $\frac{C}{D}$ genom att dividera med S_{ref}
EBK	Efterbrännkammare
E_{WD}	Empirisk faktor för chockvågmotstånd effektivitet
F	Dragkraft
$\frac{L}{D}$	Glidtalet
K	Faktor för induceratmotstånd
K_1	Viskös och icke-viskös koefficient för inducerat motstånd
K_2	Viskös koefficient för inducerat motstånd
K_0	Faktor för 0% framkantssugning
K_{100}	Faktor för 100% framkantssugning
L	Lyftkraft
l	Längd
M	Machtal
m	Massa
n	Lastfaktor
NO_x	Kväveoxider
pa_x	Antal passagerare
P_s	Viktspecifik dragkraft
q	Dynamiskt tryck
$R_{Breguet}$	Bregueträckvidd
R_{cutoff}	Reynoldstalet för gränsen mellan turbulent och laminärt flöde
R_{max}	Maximal radie för Sears-Haack
$R_{specific}$	Specifik räckvidd
S	Tvärsnittsarea för Sears-Haack
SFC	Specifik bränsleförbrukning
$S_{flapped}$	Klaffyta inkl. vingyta uppströms klaffen
S_{ref}	Vingens referensarea, inkluderat area i flygkroppen
S_{wet}	Våt yta
S_{wet_c}	Komponentvis våt yta
$S\%$	Procent av K
TAS	Sann lufthastighet
T_{SL}	Dragkraft vid havsnivån
$\frac{T_{SL}}{W_{TO}}$	Dragkraftslast

V	Hastighet
W	Vikt
W_s	Vingspann
W_{TO}	Vikt vid start
$\frac{W_{TO}}{S_{ref}}$	Vingbelastning



Innehåll

Nomenklatur	ix
1 Inledning	1
1.1 Syfte	3
1.2 Frågeställning	3
1.3 Boom Overture	3
1.4 Avgränsningar	4
2 Teori	5
2.1 Begränsningsanalys	5
2.1.1 Masterekvationen	5
2.1.1.1 Planflykt	6
2.1.1.2 Start	7
2.2 Luftmotstånd	7
2.2.1 Supersoniskt nollmotstånd	8
2.2.1.1 Ytfriktionsmotstånd	8
2.2.1.2 Vågmotstånd	8
2.2.2 Inducerat luftmotstånd	10
2.2.2.1 Inducerad luftmotståndsfaktor	10
2.3 Lyftkraft	12
2.3.1 Lyftkraftskoefficient	12
2.3.2 Lyftkraftkurvans lutning	12
2.3.3 Maximal lyftkraftskoefficient	13
2.3.3.1 Vingklaffar	15
2.4 Anfallsvinkel	15
2.5 Glidtal	16
2.6 Dragkraft	16
2.7 Bregueträckvidd	17
2.8 Specifik räckvidd	17
2.9 Bränsle	17
2.9.1 Kväveoxider	18
3 Metod: Framställning av 3D-modeller	19
3.1 CAD-modell	19
3.1.1 Modellering	19
3.1.2 Modellen	20

4	Metod: Analys av flygplanet	23
4.1	Geometrisk data på Overture	23
4.1.1	Referensarea	23
4.1.2	Tvårsnittsarea	23
4.1.3	Våt yta	23
4.1.4	Sidoförhållande	23
4.1.5	Vingsvepsvinkel	24
4.2	Jämförelse mot Sears-Haack	24
4.2.1	Whitcombs area-regel	24
4.3	Luftmotstånd	25
4.3.1	Supersoniskt nollmotstånd	25
4.3.1.1	Ytfriktionsmotstånd	25
4.3.1.2	Vågmotstånd	26
4.3.2	Inducerat luftmotstånd	26
4.4	Lyftkraft	26
4.4.1	Lyftkraftskoefficienten	26
4.4.2	Lutningen på lyftkraftskoefficientskurvan	27
4.5	Anfallsvinkel	27
4.6	Glidtal	27
4.7	Bregueträckvidd	28
4.8	Specifik räckvidd	28
4.9	Dragkraft	28
4.10	Begränsningsanalys	28
4.10.1	Planflykt	28
4.10.2	Start	29
4.10.3	Fullständig graf	30
5	Resultat	31
5.1	Geometrisk data	31
5.2	Whitcombs area-regel	31
5.3	Luftmotstånd	32
5.3.1	Inducerat luftmotstånd	33
5.4	Lyftkraft	33
5.5	Dragkraft	33
5.6	Bregueträckvidd	33
5.7	Specifik räckvidd	34
5.8	Begränsningsanalys	34
6	Slutsats & diskussion	35
6.1	Whitcombs area-regel	35
6.2	Erforderlig dragkraft	35
6.3	Luftmotstånd	36
6.4	Lyftkraft	36
6.5	Glidtal	36
6.6	Bregueträckvidd & flygtider	37
6.7	Specifik räckvidd	37
6.8	Begränsningsanalys	38

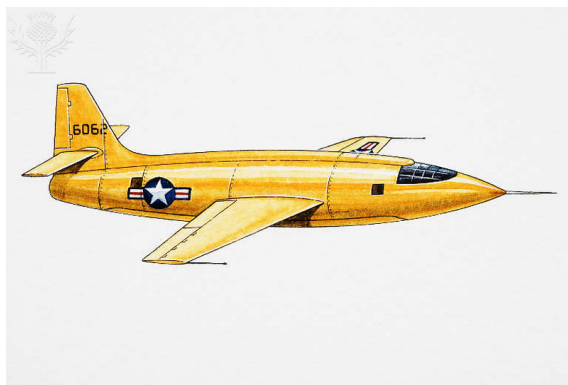
6.9	Samhälleliga & etiska perspektiv	39
6.10	Modellens validitet	41
	Bibliography	43
A	Appendix 1	I
A.1	Fullständig kod	I

1

Inledning

”Supersonisk” är ett uttryck som beskriver när relativhastigheten mellan ett objekt och en fluid är högre än ljudets hastighet i fluiden [1]. Ett flygplan som ska flyga supersoniskt har stora krav på sig. Motorerna måste producera tillräckligt mycket dragkraft medan kroppen måste bära tillräckligt med bränsle för motorerna. Därutöver måste kroppen även vara konstruerad för att klara de stora krafter den utsätts för. Det här är endast ett fåtal av de kraven som ställs på konstruktionen av flygplan som ska flyga supersoniskt. Om flygplanet också ska kunna användas i kommersiellt bruk så förlängs kravlistan med bland annat extra last från passagerare och en större mängd bränsle för att tillmötesgå en längre flygtid och ökad last.

Historiskt sett har människan drivits av sin dröm att kunna flyga. Från konstruktionen av det första flygplanet till idag har design och utveckling gått allt snabbare. På grund av andra världskriget fanns incitament för snabbare stridsflygplan och det första supersoniska flygplanet, Bell X-1, konstruerades 1947 [2].



Figur 1.1: Illustration av det första supersoniska flygplanet Bell X-1

Med motivering att förkorta flygtiden och med de teknologiska framsteg som gjordes under 1950-talet, började idén om supersonisk transport utforskats. Under lång tid var det teoretiskt möjligt att konstruera ett supersoniskt transportflygplan, men det var osäkert ur ett ekonomiskt perspektiv. Anledningen var den ökade bränslekonsumtionen, jämfört med de subsoniska flygplanen, vid supersoniska hastigheter. Det skulle ta nästan 20 år för det första kommersiella överljudsflygplanet att realiseras. Det gjordes med det sovjetiska flygplanet Tupolev Tu-144 som flög första gången 1968, efter en mycket hastig och ofullständig utveckling; något som skulle komma att påverka programmet under hela dess existens [3], [4]. Flygplanet flög officiellt mellan 1968-1999, där endast 55 flygningar gjordes med passagerare, innan det togs

ur bruk med anledning av bristande säkerhet. Tu-144 var ett av de två supersoniska flygplan som använts kommersiellt. Det andra var Concorde som utvecklades i ett samarbete mellan British Aerospace och Aérospatiale och utvecklingen påbörjades 1965. Det flög första gången 1969, endast tre månader efter Tu-144, och fortsatte flyga till dess att det pensionerades år 2003 [5], [4], på grund av lönsamhetsproblem samt den olycka vilken inträffade några år tidigare.



(a) Tupolev Tu-144



(b) Air france Concorde

Figur 1.2: De enda två supersoniska flygplanen som flugit kommersiellt

Supersoniska flygplan har länge haft problem med höga ljudnivåer på grund av att deras motorer producerar mycket buller, dessutom producerar ett objekt som rör sig över ljudets hastighet överljudsknallar. Den stora mängden buller har lett till att bestämmelser införts, vilka förbjuder flygplan att flyga snabbare än ljudets hastighet över land. På grund av dessa bestämmelser är det inte ekonomiskt försvarbart att hålla överljudsflygplan i drift, om inte för sträckor som korsar stora hav. För att öka den ekonomiska hållbarheten hos supersoniska flygplan, är bullerfrågan något som legat i fokus under utvecklingen av nya flygplan. Företaget Boom Supersonic påbörjade utvecklingen av ett nytt överljudsflygplan för kommersiellt bruk år 2016. Flygplanet i fråga kallas för Overture [6].



Figur 1.3: Rendering av Boom Overture [6]

Boom Overture, figur 1.3, är den senaste satsningen inom supersonisk transport och förväntas flyga tidigast 2029. I det här projektet ska analysen och modelleringen

utgå ifrån flygplanet Boom Overture där data ska samlas in i syfte att analysera dess prestanda.

1.1 Syfte

Syftet med rapporten är att en upprätta en enkel aerodynamisk modell för ett teoretiskt överljudsflygplan, baserat på Boom Overture. Utifrån modellen ska en tidig prestandautvärdering utföras. Utvärderingen förväntas ge svar på grundläggande aerodynamisk och teknisk data som: erforderlig dragkraft, lyftkraft, luftmotstånd, anfallsvinkel vid planflykt och glidtal. Projektet kommer dessutom genomföras i samarbete med ett parallellt projekt som har till uppgift att analysera flygplanets motorer. Således kommer vissa parametrar, som dragkraft och bränslekonsumtion, vara av varandra beroende mellan de två projekten.

1.2 Frågeställning

Modellen förväntas ge svar på följande:

- Erforderlig dragkraft
- Luftmotstånd
- Lyftkraft
- Glidtal
- Bregueträckvidd
- Jämförelse med subsoniska flygplan

Arbetet kommer även diskutera etiska och samhällseliga aspekter.

1.3 Boom Overture

Overture utvecklas av Boom Supersonic som även har utvecklat ett testflygplan, vilken går under namnet "Baby Boom", med första flygning den 22 mars 2024 [7]. "Baby Boom" används i experimentella syften. Planet följer andra supersoniska flygplan, såsom Concorde och Tu-144, med användandet av en deltavinge. Några generella värden på Overture är presenterade nedan, de är tagna från Boom Supersonics hemsida [6], [8]:

- Maximal hastighet: Mach 1.7
- Flyghöjd: 60 000 ft eller 18 338 m
- Längd: 201 ft eller 61.3 m

- Vingspann: 106 ft eller 32.3 m
- Maximal räckvidd: 7867 km
- Passagerare: 64-80
- Motorer: 4x Symphony med 160 kN per motor vid start

1.4 Avgränsningar

Projektet kommer enbart utvärdera flygplanets prestanda, inte motorernas då de kommer utvärderas av det tidigare nämnda parallella projektet. Utvärderingen sker analytiskt med matematiska metoder och stöd av 3D-modeller. Projektet genomför därmed inte några fysiska tester i vindtunnel eller numeriska simuleringar i simuleringsprogram.

Vidare utvärderas endast enkla manövrar då projektet enbart omfattar kommersiella transportflygplan och inte militära, vilka hade satt större krav på manövrering. Buller från stötar och motorer studeras ej.

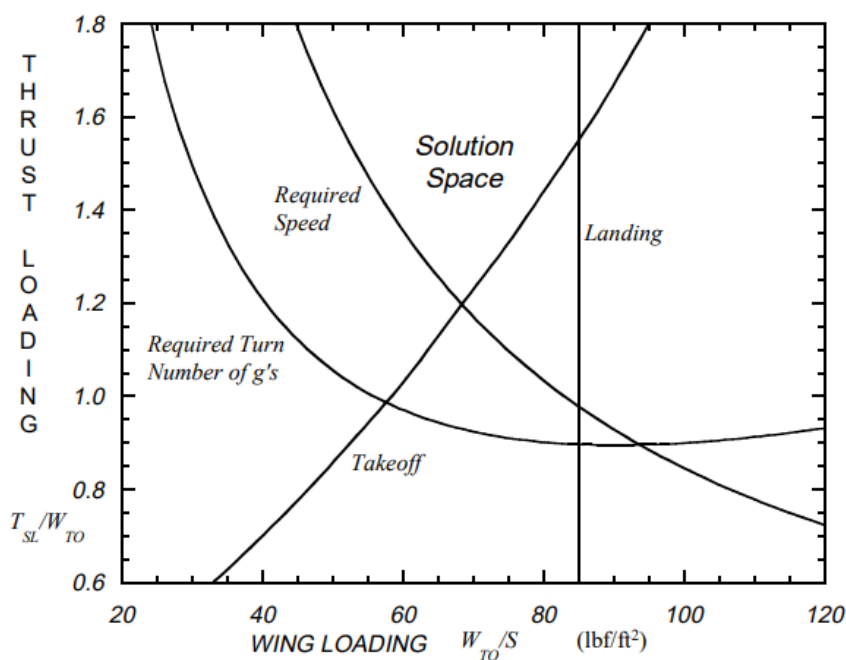
Till följd av att Overture är under utveckling, är majoriteten av informationen inte tillgänglig. Således är större delen av beräkningarna baserade på egna antaganden och publikt material.

2

Teori

2.1 Begränsningsanalys

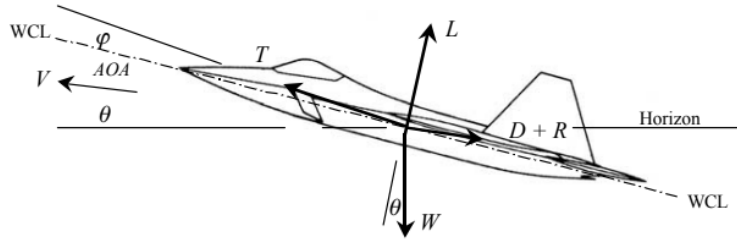
Begränsningsanalys är en viktig del för att minimera mängden möjliga lösningar och visualisera en så kallad "lösningsmängd" för att följa de krav som ställs. De här kraven är planets olika flygfaser såsom start, planflykt, manövrering och landning, se figur 2.1. Kraven kan bli översatta till funktionella relationer i en ekvation som beräknar begränsningarna. Den kallas i *Aircraft Engine Design*, vilken kommer refereras till som "Mattingly" i resten av rapporten, [9] för "Masterekvationen".



Figur 2.1: Potentiell lösningsmängd i en begränsningsanalys [9, kap. 2.1, s. 20]

2.1.1 Masterekvationen

Masterekvationen (2.1) från Mattingly används för att skapa en begränsningsanalys. Den härleds från friläggning av alla krafter med Newton's andra lag, se figur 2.2. Friläggningen modifieras för att inkludera prestandaförhållanden som dragkraftslast (T_{SL}/W_{TO}) och vingbelastning (W_{TO}/S). Dessa förhållanden utgör axlarna på begränsningsanalysgrafens.



Figur 2.2: Krafter på ett flygplan [9, kap. 2.2, s. 22]

$$\frac{T_{SL}}{W_{TO}} = \frac{\beta}{\alpha} \left\{ \frac{q S_{REF}}{\beta W_{TO}} \left[K_1 \left(\frac{n\beta W_{TO}}{q S_{REF}} \right)^2 + K_2 \left(\frac{n\beta W_{TO}}{q S_{REF}} \right) + C_{D_0} + C_{DR} \right] + \frac{P_s}{V} \right\} \quad (2.1)$$

Tabell 2.1: Förklaring av parametrarna i ekvation 2.1

Parameter	Förklaring	Enhet
T_{SL}	Dragkraft vid havsnivå	N
W_{TO}	Vikt vid start	kg
β	Andelen massa som är kvar vid landning	-
α	Andel tillgänglig motorkraft	-
q	Dynamiskt tryck	Pa
S_{REF}	Flygplanets referensyta	m^2
K_1	Koefficient för luftmotstånd beroende av lyftkraft	-
n	Lastfaktor	-
K_2	Viskös koefficient för inducerat motstånd	-
C_{D_0}	Friktionskoefficient vid noll lyft	-
C_{DR}	Annan friktionskraft	-
P_s	Viktspecifik extra kraft	W
V	Hastighet	m/s
S_{TO}	Startsträcka	m
α_{wet}	Thrust lapse variation	-
t_R	Tid för rotation	s
k_{TO}	Starthastighetskonstant	-

Ekvationen ger möjlighet att utvärdera ett antal parametrar och därmed uppskatta flygplanets aerodynamik. Värderna som behövs för att använda ekvationen är T_{SL} , W_{TO} , β , α , q , S , n , C_{DR} , P_s och V . Med hjälp av dessa kan följande parametrar, K_1 , K_2 och C_{D_0} utvärderas.

2.1.1.1 Planflykt

Flygplanet flyger med konstant hastighet på konstant höjd. Det innebär att $\frac{dh}{dt} = 0$, $\frac{dV}{dt} = 0$ samt $n = 1$ vilket gör att $L = W$. Ekvation 2.1 blir då istället ekvation 2.2:

$$\frac{T_{SL}}{W_{TO}} = \frac{\beta}{\alpha} \left\{ K_1 \frac{\beta}{q} \left(\frac{W_{TO}}{S} \right) + K_2 + \frac{C_{D_0} + C_{DR}}{\beta/q(W_{TO}/S)} \right\} \quad (2.2)$$

2.1.1.2 Start

För att sätta en begränsning vid start justeras ekvation 2.1 till 2.3:

$$S_{TO} = \left\{ \frac{k_{TO}}{\rho g \alpha_w e t \frac{T_{SL}}{W_{TO}}} \right\} \left(\frac{W_{TO}}{S} \right) + \left\{ t_R k_{TO} \sqrt{\frac{2\beta}{\rho C_{L_{max}}}} \right\} \quad (2.3)$$

För att förenkla, löses $\frac{W_{TO}}{S}$ ut och variabelsubstituerades på samma sätt som mattingly [9, kap 2, s. 41]:

$$\left(\frac{W_{TO}}{S} \right) = \left\{ \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a} \right\}^2 \quad (2.4)$$

Alla parametrar fås från Mattingly [9, appendix E, s. 537-546] och standardatmosfären från altitud-tabellen [9, appendix B, s. 511-517]. Värden till a och b ges ur ekvationerna 2.5 respektive 2.6 medan c är ett krav på flygplanets startsträcka.

$$a = \frac{k_{TO}^2 \beta^2}{\rho g \alpha_w e t (T_{SL}/W_{TO})} \quad (2.5)$$

$$b = t_r \cdot k_{TO} \cdot \sqrt{\frac{2\beta}{\rho C_{l,max}}} \quad (2.6)$$

$$c = S_{TO} \quad (2.7)$$

2.2 Luftmotstånd

Luftmotstånd är den kraft, vilken beräknas enligt ekvation 2.8, som uppkommer då en kropp rör sig genom luften och uppstår till följd av olika fysikaliska fenomen. Således delas luftmotstånd upp i flera underkategorier där nollmotstånd [10, kap. 12.5, s. 416-442] och inducerat motstånd [10, kap. 12.6, s. 442-452] utgör de två största delarna. Nollmotstånd uppstår främst till följd av kroppens direkta interaktion med luften, medan inducerat motstånd är en konsekvens av att kroppen genererar en lyftkraft. Därmed uppträder inducerat motstånd om och endast om kroppen genererar en lyftkraft. De adderas för att bilda det totala motståndet enligt ekvation 2.9.

$$D = q S_{ref} C_D \quad (2.8)$$

$$C_D = C_{D_0} + K C_L^2 \quad (2.9)$$

Nollmotståndet kan i sin tur delas in i ytfriktionsmotstånd [10, kap. 12.5.1-12.5.2, s. 416-417], formmotstånd [10, kap. 12.5.4, s. 422-424] och vågmotstånd [10, kap. 12.5.9, s. 432-435]. Den första är alltid närvarande då kroppen rör sig genom luften och uppstår till följd av den mekaniska friktionen mellan luftens molekyler och kroppens yta. Den andra typen är tryckkrafternas bidrag och inkluderas i beräkningen

av vågmotståndet över Mach 1.2. Den tredje typen uppstår då delar av eller hela flödet kring kroppen uppnått ljudets hastighet varefter vågor bildas kring kroppen.

2.2.1 Supersoniskt nollmotstånd

Det luftmotstånd som inte gynnar flygplanets ändamål kallas för nollmotstånd [10, kap. 12.3, s. 432-435]. Till skillnad från det inducerade motståndet, ger nollmotståndet inget bidrag till lyftkraften och motverkar endast kraften att flyga i planetes färdriktning. Definitionen av nollmotståndet är således all form av motstånd som inte producerar lyftkraft.

Beräkning av supersoniskt nollmotstånd sker enligt ekvation 2.10:

$$C_{D_0} = \frac{\sum(C_{f_c})}{S_{ref}} + C_{D_{wave}} + C_{D_{misc}} + C_{D_{L\&P}} \quad (2.10)$$

I det här projekt försummas $C_{D_{misc}} + C_{D_{L\&P}}$ (luftmotstånd som innefattar läckor, utbuktningar, form och komponentstörningar och diverse andra motstånd). Alltså blir supersoniskt nollmotstånd summan av ytfriktionsmotstånd och vågmotstånd.

2.2.1.1 Ytfriktionsmotstånd

Ytfriktionsmotstånd [10, kap. 12.5.3, s. 418-422] är den typ av motstånd som uppstår på en kropp som färdas genom en fluid. Det här luftmotståndet består till stor del av viskositeten hos fluiden som kroppen färdas genom och kan evalueras med hjälp av Reynolds tal, vilket är ett förhållande mellan tröghetskrafter och viskösa krafter.

För beräkning av $\frac{\sum(C_{f_c} S_{wet_c})}{S_{ref}}$ behövs C_f för laminärt respektive turbulent flöde vilket beror av det begränsade Reynolds talet R_{cutoff} .

$$\text{Laminärt : } C_f = 1.328/\sqrt{R_{cutoff}} \quad (2.11)$$

$$\text{Turbulent : } C_f = \frac{0.455}{(\log_{10} R_{cutoff})^{2.58} (1 + 0.144 M^2)^{0.65}} \quad (2.12)$$

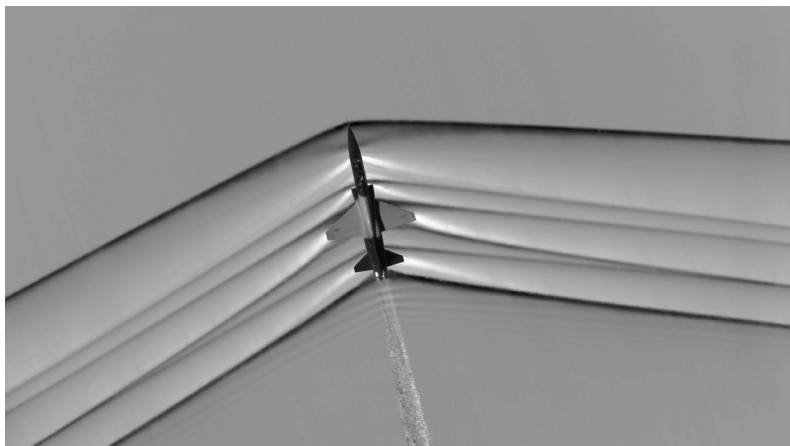
$$R_{cutoff} = 44.62(l/k)^{1.053} M^{1.16} \quad (2.13)$$

Sedan summeras alla C_f för flygplanets fyra olika komponenter (flygkropp, vinge, roder, höjdroder) med respektive våta yta S_{wet_c} för att få fram komponenten $\frac{\sum(C_{f_c} S_{wet_c})}{S_{ref}}$ i ekvationen.

2.2.1.2 Vågmotstånd

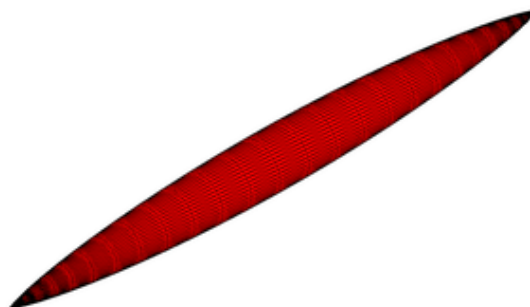
Vågmotstånd är ett luftmotstånd som uppstår vid transsoniska och supersoniska hastigheter på flygkroppen som skapar vågbildningar. Luftmotståndet ökar drastiskt vid det kritiska Machtalet på grund av de konstanta vågformationer flygplanet

genererar. Eftersom flygkroppar är komplexa, är det svårt att skapa en modell för att beräkna vågmotståndet. Därför används korrelationer av ideala flygkroppar (e.g. Sears-Haack) och data på andra flygkroppar vid modellering.



Figur 2.3: Vågformationer från ett flygplan [11]

Sears-Haack [11] är en kropp med det lägsta teoretiska vågmotståndet, se figur 2.4. Sears-Haack är en viktig del inom modellering och används för att minimera vågmotstånd och forma flygkroppen under designen, genom Whitcombs area-regel.

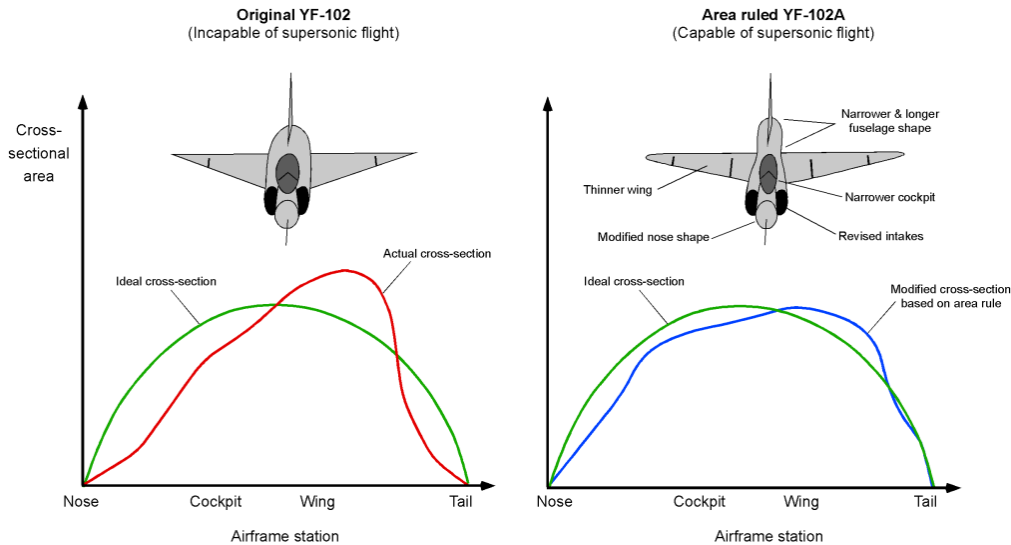


Figur 2.4: Sears-Haack [12]

Tvårsnittsarean växer jämnt till kroppens mitt och avtar sedan symmetriskt. Se formel 2.14 nedan.

$$S(x) = \pi \cdot R_{max}^2 \cdot [4x \cdot (1 - x)]^{\frac{3}{2}} \quad (2.14)$$

Whitcombs area-regel är en metod för att visualisera flygplanskroppen i jämförelse med Sears-Haack. Genom att snitta arean på modellen från nos till stjärt, går det att jämföra tvärsnittsarean mellan flygplanet och Sears-Haack-kroppen. Det blir sedan en utgångspunkt i hur vågmotståndet kan minimeras samt hur väl kroppen är designad för att undvika vågmotstånd.



Figur 2.5: Area-regel [11]

För jämförelsen behövs $(D/q)_{Sears-Haack}$ vilket fås genom att anta att A_{max} är 1:1 skala mellan Sears-Haack och 3D-modellen. Sedan kan $(D/q)_{wave}$ räknas ut ur ekvation 2.16 genom att anta att ett typiskt supersoniskt flygplan har ett värde på $E_{WD} = 2.0$. Varefter $(D/q)_{wave}$ kan divideras med S_{ref} för att få ut $C_{D_{wave}}$ enligt ekvation 2.10.

$$(D/q)_{Sears-Haack} = \frac{9\pi}{2} \left(\frac{A_{max}}{l} \right)^2 \quad (2.15)$$

$$(D/q)_{wave} = E_{WD} \left[1 - 0.2(M - 1.2)^{0.57} \left(1 - \frac{\pi \Lambda_{LE-deg}^{0.77}}{100} \right) \right] (D/q)_{Sears-Haack} \quad (2.16)$$

$$C_{D_{wave}} = \frac{(D/q)_{wave}}{S_{ref}} \quad (2.17)$$

2.2.2 Inducerat luftmotstånd

Det inducerade luftmotståndet är motståndet som uppstår när en lyftkraft genereras. Luftens övertryck på vingens underyta förflyttas från vingpetsen till vingens överyta, som både reducerar lyftkraften och skapar vingpetsvirvlar [10, kap. 12.6, s. 442-452]. Dessa virvlar är orsaken till att luftmotståndet bildas. Det inducerade luftmotståndets koefficient är proportionell mot lyftkraftskoefficienten med faktorn K se ekvation 2.18.

$$C_{D_i} = K C_L^2 \quad (2.18)$$

2.2.2.1 Inducerad luftmotståndsfaktor

Det finns flera metoder för hur faktorn K kan beräknas. Metoden "Leading-edge suction method" anses vara det precisa alternativet [10, kap. 12.6.2, s. 446-451],

jämfört med metoder som "Oswald Span Efficient method" [10, kap. 12.6.1, s. 443-446]. Den semi-empiriska metoden används för att estimeras faktorn K baserat på konceptet av framkantssugning. Kurvaturen skapar tryckskillnad på framkanten av vingen på grund av att supersoniska flygplan generellt har tunna vingar [10, kap. 12.6, s. 442-452]. Det reducerade trycket på grund av separation utövar en sugningskraft. För det ideella fallet fås 100% framkantssugning, K_{100} , och vid 0%, K_0 . K_{100} kan beräknas enligt ekvation 2.20. A_R beräknas enligt ekvation 2.19, där W_s är vingens spann och S_{ref} är vingens referensarea. K_0 är inversen av lyftkurvas lutning (ekvation 2.21) och är därför beroende flygplanets hastighet.

$$A_R = \frac{W_s^2}{S_{ref}} \quad (2.19)$$

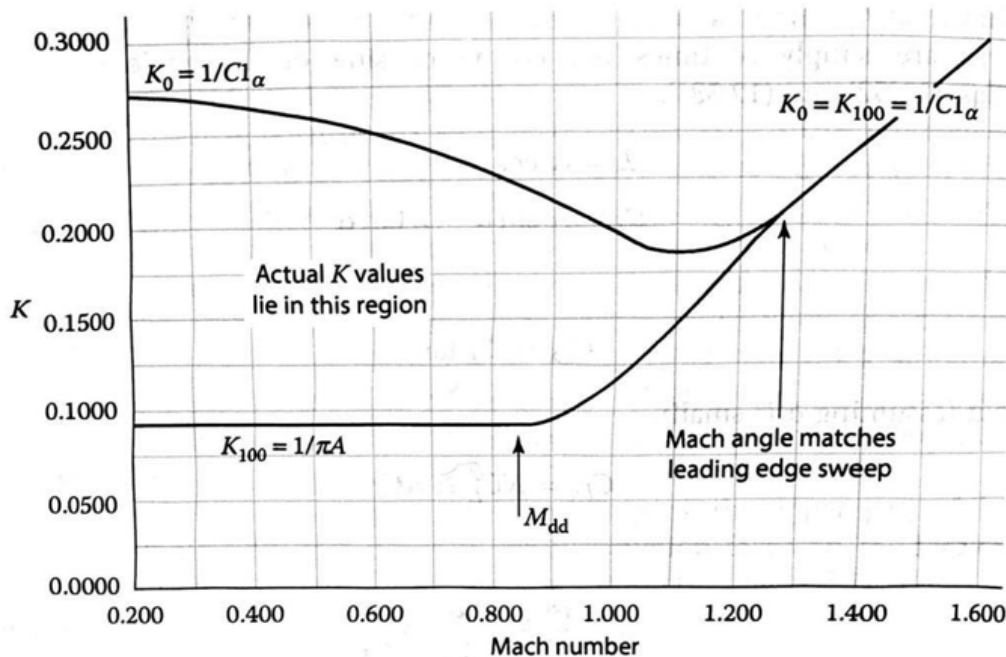
$$K_{100} = \frac{1}{\pi A_R} \quad (2.20)$$

$$K_0 = \frac{1}{C_{L\alpha}} \quad (2.21)$$

Metoden beräknar K genom en uppskattning av den procentuella framkantssugningen för att sedan interpolera fram K utifrån 100%-fallet och 0%-fallet:

$$K = S\%K_{100} + (1 - S\%)K_0 \quad (2.22)$$

Även K_{100} påverkas i transsoniska till supersoniska hastigheter på grund av vågformationer, vilka reducerar framkantssugningen. Vid supersoniska hastigheter brukar framkantssugningen vara nästintill obefintlig.



Figur 2.6: Grafen visar drag-due-to-liftdragfaktorn K som funktion av Machtal. [10, kap. 12.6, s. 448]

2.3 Lyftkraft

Lyftkraft [10, kap. 12.4, s. 396-416] är den kraft som genereras då en ving inducerar en tryckskillnad mellan vingens ovan- och undersida. Det här resulterar i en kraft ortogonal mot flödesriktningen vilket får flygplanet att lyfta.

2.3.1 Lyftkraftskoefficient

Lyftkraft beräknas med ekvation (2.23), enligt [10, kap. 12.3, s. 396-397], där C_L är den så kallade lyftkraftskoefficienten.

$$L = qS_{ref}C_L \quad (2.23)$$

Lyftkraftskoefficienten sätter lyftkraften i relation till grundläggande parametrar som anfallsvinkel, tryck, densitet, referensarea och flödeshastighet [13]. Att beräkna C_L är därför avgörande för att beräkna lyftkraften som helhet. Det önskade C_L under planflykt kan beräknas genom att sätta $L = mg$ i ekvationen 2.24 för att motverka viktkraften.

Beräkning av C_L görs med följande ekvation:

$$C_L = \frac{L}{qS_{ref}} = \frac{mg}{qS_{ref}} \quad (2.24)$$

Där det dynamiska trycket q beräknas med ekvation 2.25.

$$q = \frac{\gamma p}{2} M^2 \quad (2.25)$$

2.3.2 Lyftkraftkurvans lutning

Variabeln $C_{L\alpha}$ beskriver lutningen på den linjära delen i figur 2.12, vilket är en del i att uppskatta hur ett flygplan förväntas prestera.

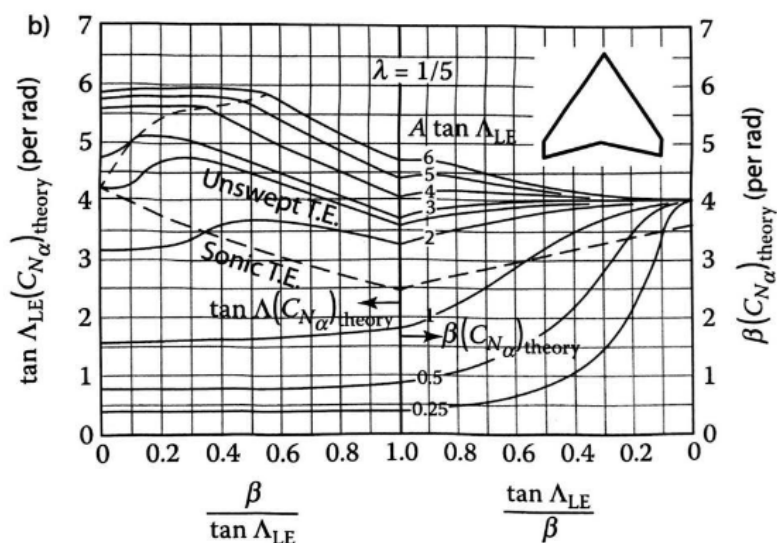
För att beräkna $C_{L\alpha}$ används först ekvationerna från [10, kap. 12.4.2, s. 401-404] vilka ger $\frac{\beta_M}{\tan\Lambda_{LE-deg}}$. Då $\beta_M = \sqrt{M^2 - 1}$ ger två olika fall beroende på huruvida kvoten blir större eller mindre än ett, måste det här tas i beaktning enligt ekvation 2.26 och ekvation 2.27.

$$\frac{\beta_M}{\tan\Lambda_{LE-deg}} > 1 \Rightarrow \frac{\tan\Lambda_{LE-deg}}{\beta_M} \quad (2.26)$$

$$\frac{\beta_M}{\tan\Lambda_{LE-deg}} < 1 \Rightarrow \frac{\beta_M}{\tan\Lambda_{LE-deg}} \quad (2.27)$$

Om kvoten blir större än ett, ska kvoten inverteras och högra sidan av grafen skall avläsas. Ur grafen fås ett $\tan\Lambda_{LE-deg}(C_{N\alpha})_{theory}(per\ rad)$ vilket kan divideras med

$\tan\Lambda_{LE-deg}$ för att få ut ett $C_{L\alpha}$.

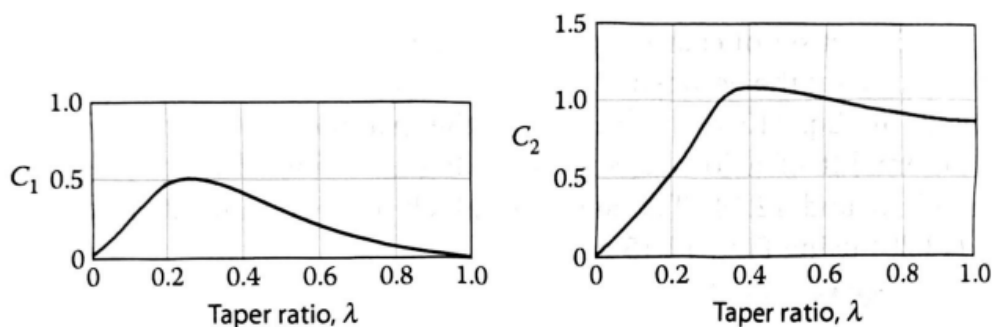


Figur 2.7: Graf på $\tan\Lambda_{LE-deg}(C_{N\alpha})_{theory}$ (per rad), beror av $\frac{\beta}{\tan\Lambda_{LE-deg}}$ och $\frac{\tan\Lambda_{LE-deg}}{\beta}$ [10, kap. 12.4.2, s. 402]

2.3.3 Maximal lyftkraftskoefficient

$C_{L,Max}$ är det maximala värdet på C_L och finns bland annat i masterekvationen.

Enligt [10, kap. 12.4.5-12.4.6, s. 404-411] kan, med $\lambda = 1/5$, fås värdet på C_1 och C_2 genom avläsning av figur 2.8.

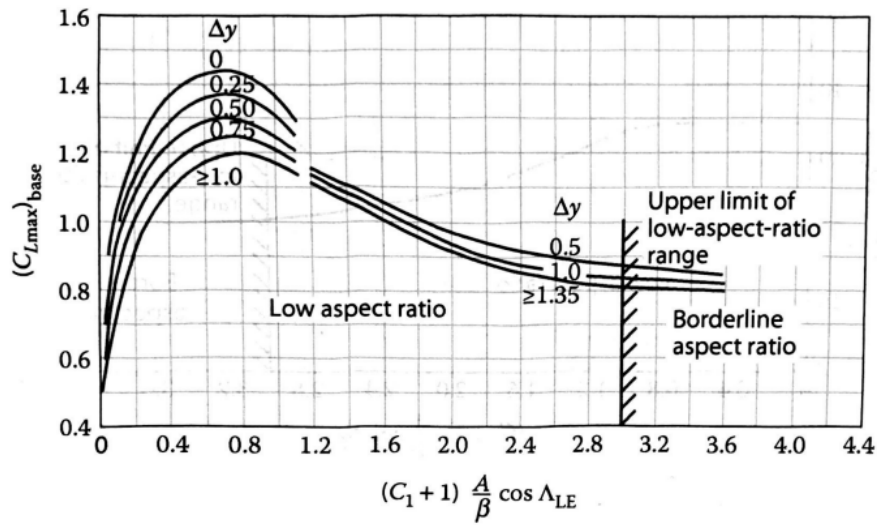


Figur 2.8: Graf på C_1 och C_2 beror av λ [10, kap. 12.4.5, s. 408]

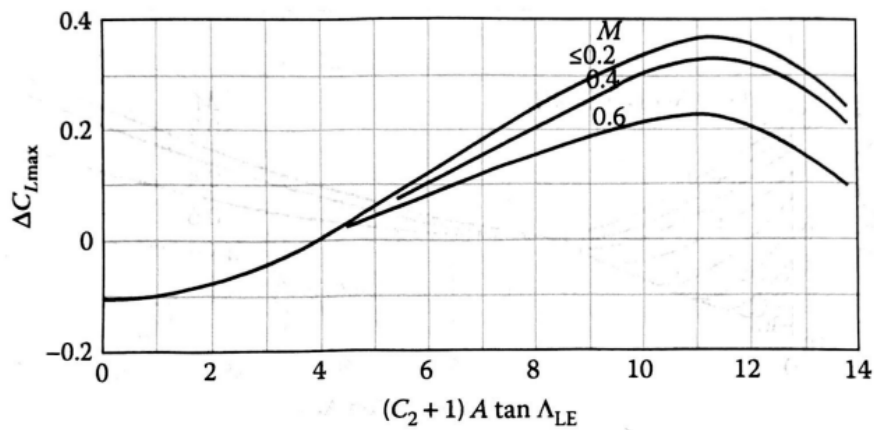
Från beräkning av C_1 och C_2 kan ekvation 2.28 och 2.29 användas med hjälp av figur 2.9, för att få fram ett värde på $(C_{L,max})_{base}$.

$$\lambda \Rightarrow (C_1 + 1) \frac{A_R}{\beta_M} \cos\Lambda_{LE-deg} \quad (2.28)$$

$$\lambda \Rightarrow (C_2 + 1) A_R \tan\Lambda_{LE-deg} \quad (2.29)$$



Figur 2.9: Graf på $(C_{Lmax})_{base}$ beror på C_1 [10, kap. 12.4.5, s. 409]



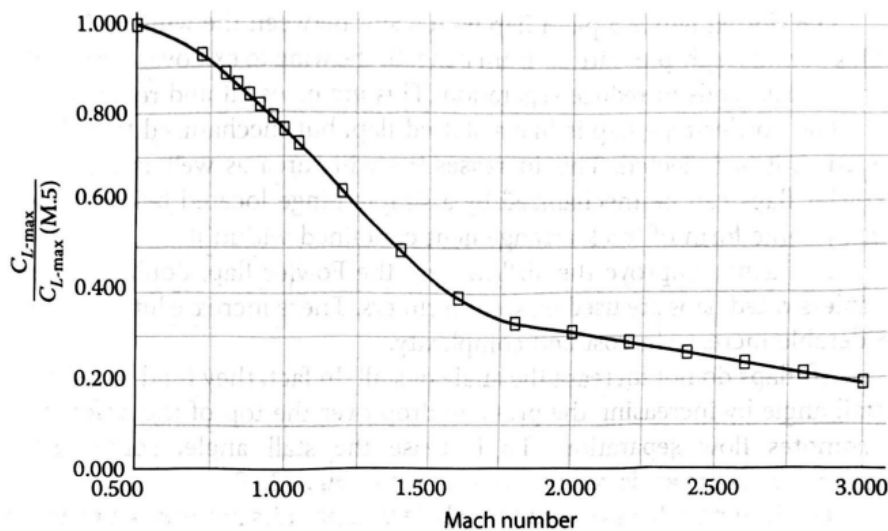
Figur 2.10: Graf på ΔC_{Lmax} beror på C_2 [10, kap. 12.4.6, s. 409]

Vingen har lågt sidoförhållande om:

$$A_R \leq \frac{3}{(C_1 + 1)(\cos \Lambda_{LE-deg})} \quad (2.30)$$

Maximal subsonisk lyftkraft för en vinge med ett lågt sidoförhållande:

$$C_{Lmax(M.5)} = (C_{Lmax})_{base} + \Delta C_{Lmax} \quad (2.31)$$



Figur 2.11: Graf på $\frac{C_{Lmax}}{C_{Lmax(M.5)}}$ beror på M [10, kap. 12.4.6, s. 411]

För beräkning av lyftkraften över Mach 0.5, kan empiriska approximationer användas för att räkna fram C_{Lmax} . Genom att använda ekvation 2.32 och figur 2.11.

$$M \Rightarrow \frac{C_{Lmax}}{C_{Lmax(M.5)}} \Rightarrow C_{Lmax} \quad (2.32)$$

2.3.3.1 Vingklaffar

Vingklaffar används för att öka ett flygplans maximala lyftkraftskoefficient och beräknas enligt [10, kap. 12.4.6, s. 415] genom ekvation 2.33.

$$\Delta C_{Lmax} = 0.9 \cdot \Delta C_{\ell max} \left(\frac{S_{flapped}}{S_{ref}} \right) \cdot \cos(\Lambda_{H.L.}) \quad (2.33)$$

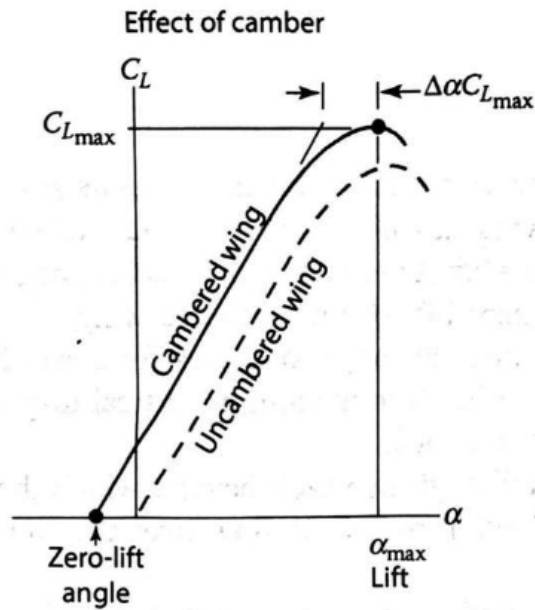
$C_{\ell max}$ är ett tabellerat värde som beror på typen av höglyftanordning.

2.4 Anfallsvinkel

Anfallsvinkeln hos flygplanet beskriver vinkeln planets vinge möter luftströmmen med.

Funktionsvärdet C_L beror på α med lutningen $C_{L\alpha}$, ekvation 2.34.

$$\frac{\alpha}{C_L} = \frac{1}{C_{L\alpha}} \quad (2.34)$$



Figur 2.12: Graf på C_L som beror på α , även kallad lyftkraftskurvan [10, kap. 12.4, s. 398]

Genom att lösa ut α ur ekvation 2.34 kan anfallsvinkeln beräknas med:

$$\alpha = \frac{C_L}{C_{L\alpha}} \quad (2.35)$$

2.5 Glidtal

Glidtalet [10, kap. 17.2, s. 639-649] anger förhållandet mellan luftmotstånd och lyftkraft. Det här representerar hur långt ett flygplan kan glida vid planflykt. Beräkning sker utifrån förhållandet mellan lyftkraft och luftmotstånd från ekvation 2.8 respektive 2.23 och blir då ekvation 2.36.

$$\frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D} \quad (2.36)$$

Varefter C_D kan bytas mot 2.37.

$$C_D = C_{D_0} + KC_L^2 \quad (2.37)$$

Vilket ger ekvationen för glidtal:

$$\frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_{D_0} + KC_L^2} \quad (2.38)$$

2.6 Dragkraft

Dragkraft är den kraft som driver planet framåt. För att hålla flygplanet i luften behöver dragkraften från motorerna vara lika stor eller större än flygplanets luft-

motstånd dividerat med cosinus av anfallsvinkeln [14, kap. 2, s. 31]. Vid planflykt ges dragkraften av ekvation 2.39.

$$F = \frac{D}{\cos(\alpha)} \quad (2.39)$$

2.7 Bregueträckvidd

En metod för att tidigt uppskatta ett flygplans räckvidd är den så kallade Bregueträckvidden. Ekvationen för Bregueträckvidden är härledd från ett fall vid planflykt inom stratosfären [14, kap. 2, s. 32-33]:

$$R_{Breguet} = \frac{L}{D} \frac{V}{g \cdot SFC} \ln \left(\frac{m_{startcruise}}{m_{endcruise}} \right) \quad (2.40)$$

2.8 Specifik räckvidd

Flygplanets specifika räckvidd är sträckan ett flygplan färdas per enhet bränsle förbrukat och mäts i $\frac{km}{kg}$ [15]. För att beräkna ett flygplans specifika räckvidd kombineras dess hastighet, glidtal, massa och SFC i ekvation 2.41. Där faktorn 1000 används för att omvandla ifrån $\frac{m}{mg}$ till $\frac{km}{kg}$.

$$R_{specific} = V \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{1000}{m_{aircraft} \cdot g \cdot SFC} \quad (2.41)$$

Den specifika räckvidden ger en bild av hur effektivt flygplanet är samt hur dyrt det kommer vara i drift. Genom att multiplicera den specifika räckvidden med antalet passagerare går det även att utvärdera hur många kilometer passagerarna transporteras per enhet bränsle.

2.9 Bränsle

Enligt [6] ska Overture drivas av 100% SAF. SAF står för *Sustainable aviation fuel*, [16] och är ett flytande bränsle som kan minska CO_2 emissioner med upp till 80%. SAF framställs från restavfall såsom oljor, fetter och avfall från grödor. Det innebär att den CO_2 som släpps ut genom användning av SAF redan har absorberats av biomassan och är en del av kretsloppet. Till skillnad från fossila bränslen, vilka tillför CO_2 till kretsloppet, ger det här bränslet ett netto noll utsläpp av koldioxid. Det är ett mer hållbart bränsle som kan bidra till uppnå bland annat FNs klimatmål [17], exempelvis:

- 7: Hållbar energi för alla
- 11: Hållbara städer och samhällen
- 13: Bekämpning klimatförändringarna

2.9.1 Kväveoxider

NO_x är ett samlingsnamn för kemiska substanser uppbyggda av kväve och syre [18], även kallade kväveoxider. Utsläpp av kväveoxider kommer främst från transportsektorn, men internationellt står även kraftverk för en signifikant andel av utsläppen. Kvävedioxid (NO_2), vilken är en form av NO_x , är i sig bland de större luftförorenarna i världen.

3

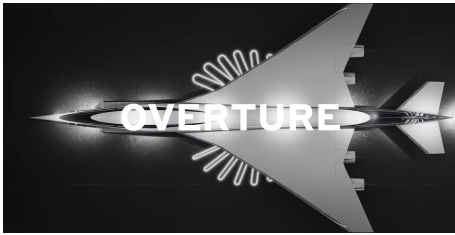
Metod: Framställning av 3D-modeller

3.1 CAD-modell

För att göra mätningar och uppskattningar på flygplanet, skapades en virtuell 3D-modell. CAD-programmet som användes för att skapa modellen var Fusion 360, ett program utvecklat av företaget Autodesk. Då projektet bygger på att analysera ett redan existerande flygplan, var det av stor vikt att skapa en modell vars geometri är så lik Overture som möjligt.

3.1.1 Modellering

Modellen av Overture i verklig storlek skapades genom att hitta data, vingspann och längd, från Boom Supersonics hemsida [6] för att kunna skala 3D-modellen, sedan användes de fyra bilderna i figur 3.1 för att göra en så korrekt modell som möjligt. Vidare användes även data från Concorde [19] för det som saknas hos Overture.



(a) Boom Overture från ovan [6]



(b) Boom Overture från sidan [6]



(c) Boom Overture framifrån [6]



(d) Boom Overture bakifrån [6]

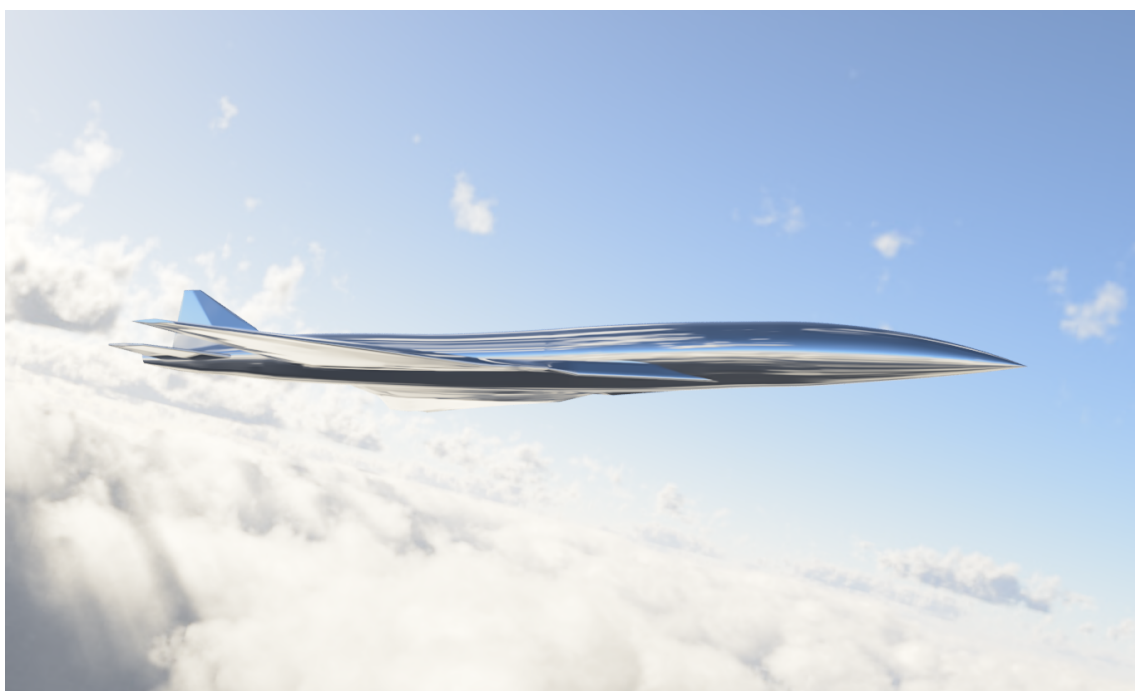
Figur 3.1: Referensbilder på Boom Overture som använts för att rita upp flygplanet i CAD-programmet Fusion 360. Bild (a) och (b) skalades upp till korrekt storlek och användes därefter till att skapa flygplanskroppen. Alla fyra bilderna användes därefter för att skapa vingar och roder, samt placera dessa på rätt plats.

3.1.2 Modellen

Den slutgiltiga modellen visas i figur 3.2.



Figur 3.2: Den slutgiltiga modellen. (a) är modellen från ovan. (b) är en överblick av modellen. (c) är modellen från sidan.



Figur 3.3: Rendering av modellen

4

Metod: Analys av flygplanet

Det här kapitlet redogör hur teorin implementeras. Samtliga beräkningar baseras på den teori som redovisats i föregående kapitel. De delar av koden som är inlagda är delar av den fullständiga koden vilken går att hitta i Appendix 1.

4.1 Geometrisk data på Overture

Nedan beskrivs metod för inhämtning och beräkning av geometrisk data och parametrar på Overture.

4.1.1 Referensarea

För att ta fram värdet på vingens referensarea användes modellen i Fusion 360. I programmet användes verktyget *measure* för att åstadkomma det. Genom att markera vingarnas yta med verktyget, beräknades värdet på referensarean. Vingarnas referensarea visas i tabell 5.1.

4.1.2 Tvärsnittsarea

Tvärsnittsarean behövs för att jämföra flygplanskroppens form gentemot Sears-Haack. Den togs fram från 3D-modellen i Fusion 360 genom att beräkna tvärsnittsarean i ett antal jämnt utplacerade punkter. Totalt 11 punkter användes vid 0%, 10%, 20% fortsatt till 100% av längden. De slutgiltiga värdena för dessa punkter är presenterade i tabell 5.2.

4.1.3 Våt yta

Flygplanets våta yta togs fram från modellen genom att välja flygplansmodellen och välja verktyget *properties* i Fusion 360. Värdet på kroppens våta yta redovisas i tabell 5.1 nedan.

4.1.4 Sidoförhållande

Vingarnas sidoförhållande togs fram enligt ekvation 2.19. Spannet togs fram från Boom Supersonics hemsida [8] och S_{REF} , som tidigare nämnt, togs fram från CAD-modellen. Sidoförhållandet återfinns i tabell 5.1.

4.1.5 Vingsvepsvinkel

Vinkeln som vingen är svept bakåt med, beräknades från CAD-modellen i Fusion 360. Först ritades en referenslinje upp vinkelrät mot flygplanskroppen. Därefter användes verktyget *measure*, med vingens framkant och den tidigare nämnda referenslinjen valda, för att få ut vingsvepsvinkeln. Värdet på vinkeln redovisas i sektion 5.1.

4.2 Jämförelse mot Sears-Haack

För att jämföra hur flygplanskroppen gentemot Sears-Haack kroppen har, som tidigare nämnt, tvärsnittsarean tagits fram vid ett antal punkter på CAD-modellen. Det implementerades i koden som en lista. Följande kod användes för att välja 11 jämnt fördelade punkter på Sears-Haack kroppen. Tabell 5.2 är en sammanställning av värdena på tvärsnittsareorna.

```
1 def plane_ratio_generator(number, airplane_length):
2     slices = np.linspace(0, airplane_length, number)
3     ratio_list = slices / airplane_length
4     return ratio_list
```

Variabeln *airplane_length* är längden på flygplanet och *number* är antalet punkter som används för jämförelsen.

4.2.1 Whitcombs area-regel

Grafen för skillnaderna mellan Sears-Haack kroppen och CAD-modellens kropp plottades med följande kod:

```
1 def Sears_Haack(airplane_length, maximum_area, resolution):
2     len_ratio = plane_ratio_generator(resolution, airplane_length)
3     r_max = math.sqrt(maximum_area / np.pi) #maximum radius
4     SearsHaack_areas = np.pi * r_max ** 2 * (4 * len_ratio * (1 -
5     len_ratio)) ** (3 / 2) #Sears Haack
6     return SearsHaack_areas
7 SH_areas = Sears_Haack(1, A_max, len(areas))
8
9 plt.figure()
10 plt.plot(plane_ratio_generator(len(areas),1), areas, color='g')
11 plt.plot(plane_ratio_generator(len(SH_areas),1), SH_areas)
12 plt.xlabel("Length ratio")
13 plt.ylabel("Cross sectional area [m^2]")
```

Först skalades Sears-Haack kroppen till flygplansmodellen varefter tvärsnittsarean räknades ut enligt ekvation 2.14. Detta plottades sedan tillsammans med tabellvärden från tabell 5.2. Grafen finns att hitta i avsnitt 5.2 i Resultat.

4.3 Luftmotstånd

Följande stycken beskriver de olika luftmotstånden som verkar på flygplanet och hur de har beräknats för analysen av det modellerade flygplanet.

4.3.1 Supersoniskt nollmotstånd

Beräkning av supersoniskt nollmotstånd genomfördes enligt ekvation 2.10 och termerna $C_{DDR} + C_{DL\&P}$ försumrades. Implementering av termerna $\frac{\sum(C_{fc})}{S_{ref}}$ och $C_{D_{wave}}$ i Python beskrivs i följande kapitel.

4.3.1.1 Ytfriktionsmotstånd

Ytfriktionsmotståndet beräknades för fyra olika komponenter: flygkropp, vinge, roder och höjdroder, vilket genomfördes genom att räkna ut deras individuella våta yta. Det gjordes i Fusion 360 med hjälp av verktyget *measure*. Där valdes komponenterna separat för att få fram den våta ytan från verktyget. Tabell 5.3 visar värdena för komponenternas våta ytor. Sedan beräknades R_{cutoff} för de olika delarna, det gjordes genom att mäta längden i Fusion 360 med hjälp av verktyget *measure*. Därefter togs värdena för R_{cutoff} fram med hjälp av ekvation 2.13. Längderna visas i tabell 5.4 i avsnitt 5.3 nedan.

Sista steget var att beräkna värdet för komponenten $\frac{\sum(C_{fc}S_{wet_c})}{S_{ref}}$ genom ekvation 2.11, 2.12 och 2.13. Där sattes de tidigare värdena för S_{wet} och R_{cutoff} in och värden kunde fås på delarnas ytfriktionsmotstånd.

Beräkningarna gjordes i kod vilken är presenterad nedan:

```

1 S_wet = [577, 1064, 56.6, 120.1] #[m^2]
2 Char_l = [60.913, 14.273, 5.767, 5.33] #0 = Wing, 1 = Fuselage, 2 =
   Rudder, 3 = Elevator
3
4 def skin_friction_drag(rho, my, Mach, T, s_ref, s_wet, gamma,
   gas_const, char_l):
5     Cf_list = []
6     for idx, char_l_numbers in enumerate(char_l):
7         V = np.sqrt((gamma * gas_const * T)) * Mach
8         #R = (rho * V * char_l_numbers) / my #ekv. 12.25
9         R = 44.62*(char_l_numbers/(0.052*10**(-5)))*1.053*Mach
   **1.16
10        if R < 500000: #limit for turbulence in the flat plate
11            Cf = 1.328/math.sqrt(R) #ekv. 12.26
12        else: #if R > 500 000
13            Cf = 0.455/((math.log10(R)**2.58)*(1+0.144*Mach**2)
   **0.65) #ekv. 12.27
14
15        Cf_list.append(Cf * s_wet[idx])
16    skin_friction = sum(Cf_list)/s_ref
17    return skin_friction

```

Det slutgiltiga värdet på $\frac{\sum(C_{fc}S_{wet_c})}{S_{ref}}$ finns i tabell 5.5 i sektion 5.3 nedan.

4.3.1.2 Vågmotstånd

Implementering av vågmotståndet, $C_{D_{wave}}$, använde följande ekvationer: 2.15, 2.16 och 2.17. Koden som användes för att beräkna detta är som följer:

```

1 def CD_wave_calc(maximum_area, s_ref, leading_delta, mach_numbers,
2   e_wd):
3     D_q_wave_sears_hawk = (9*np.pi/2)*(maximum_area/l)**2 #D/q f r
4     sears hawk 12.44
5     D_q_wave = e_wd * (1 - 0.2*(mach_numbers - 1.2)**0.57*(1-(np.pi
6     *leading_delta**0.77)/100))*D_q_wave_sears_hawk #12.45
7     CD_wave = D_q_wave / s_ref
8     return CD_wave
9
10 CD_waves = CD_wave_calc(A_max, S_ref, leading_edge_sweep, M, E_wd)

```

Värdet på $C_{D_{wave}}$ finns i tabell 5.5 i sektion 5.3 nedan.

4.3.2 Inducerat luftmotstånd

Där K_0 först beräknades med hjälp av $C_{L\alpha}$ enligt ekvation 2.21. Sedan togs värdet på K_{100} fram med hjälp av π samt sidoförhållandet A_R , enligt ekvation 2.19 samt 2.20. I ekvation 2.22 användes både K_0 och K_{100} för att få fram ett värde på K .

Därefter beräknade C_D med ekvation 2.9, vilken kräver värden på K , C_L och C_{D_0} . Värdet på K togs fram ovan och C_L och C_{D_0} fås från ekvation 2.24 och 2.10. I projektet gjordes detta i kod, vilken är presenterad nedan.

```

1 def dragduetolift(Mach,S,aspect_ratio,cl_alfa):
2   #cl_alfa = 4 / np.sqrt(Mach ** 2 - 1)
3   k0 = 1 / cl_alfa # ekv. fig.12.38
4   k100 = 1 / (np.pi * aspect_ratio) # ekv. fig.12.38
5   K = S * k100 + (1 - S) * k0 # ekv. 12.57 d r s = leading edge
6   suction factor
7   return K
8
9 def Cd(CD0,m,K,p,CL): #supersonic
10  C_D = CD0 + K * CL ** 2
11  return C_D

```

I tabell 5.6 finns värdet på C_D .

4.4 Lyftkraft

I det här avsnittet presenteras processerna för att räkna ut parametrarna vilka användes för att analysera flygplanets lyftkraft.

4.4.1 Lyftkraftskoefficienten

Lyftkraftskoefficienten C_L beräknades med hjälp av ekvation 2.24 där L och q togs fram med hjälp utav ekvation 2.25 och vingens referensarea. Notera att variabler- na, i koden nedan, *mass*, *grav* och *S* motsvarar massa, gravitationsaccelerationen respektive vingens referensarea S_{ref} .

```

1 def Cl(mass,grav,q,S):
2     CL = mass * grav / (q * S)
3     return CL

```

Värdet för konstanten C_L finns i tabell 5.7.

4.4.2 Lutningen på lyftkraftskoefficientskurvan

För att beräkna $C_{L\alpha}$ beräknades β_M , det gjordes genom ekvationen $\beta_M = \sqrt{M^2 - 1}$. För att läsa ut rätt värde på $\tan \Lambda_{LE-deg}(C_{N\alpha})_{theory}(per\ rad)$ från figur 2.7 behövdes värdet på $A_{Rtan}(\Lambda_{LE-deg})$ tas fram. Λ_{LE-deg} fås från 3D-modellen enligt kapitel 4.1.5 Vingsvepsvinkel. Vingarna har två olika vingsvepsvinklar genom deras form. Stötvågen som skapas av vingens första del, den med störst vingsvepsvinkel, kommer ligga utanför vingens resterande del enligt [11]. Därmed användes endast den större vingsvepsvinkeln i kommande beräkningar.

$A_{Rtan}(\Lambda_{LE-deg})$ beräknades. Den siffran användes i figur 2.7 för att läsa ut $\tan \Lambda_{LE-deg}(C_{N\alpha})_{theory}(per\ rad)$. Ur det värdet kunde $C_{L\alpha}$ fås ut genom att värdet dividerades med $\tan(\Lambda_{LE-deg})$.

4.5 Anfallsvinkel

Med C_L och $C_{L\alpha}$ beräknat, användes ekvation 2.35 för att få den erforderliga anfallsvinkeln för planet.

4.6 Glidtal

För att beräkna glidtalet användes följande kod:

```

1 cl_alfa = 2.183821406
2 Aspect_ratio = 2.33 #sidof rh llande p vingarna
3 S_ref = 447.6 #[m^2]
4 p = 7200 #pressure at alt
5 g = 9.81 #Grav. konstant [m/s^2]
6
7 def dragduetolift(Mach,S,aspect_ratio,cl_alfa):
8     #cl_alfa = 4 / np.sqrt(Mach ** 2 - 1)
9     k0 = 1 / cl_alfa # ekv. fig.12.38
10    k100 = 1 / (np.pi * aspect_ratio) # ekv. fig.12.38
11    K = S * k100 + (1 - S) * k0 # ekv. 12.57 d r s = leading edge
12    suction factor
13    return K
14
15 def get_q(mach,pressure):
16     q = 1.4*pressure/2*mach**2
17     return q
18
19 def Cl(mass,grav,q,S):
20     CL = mass * grav / (q * S)

```

```
20     return CL
21
22 def L_over_D(Mach, aspect_ratio, S, CD0, m):
23     K = dragduetolift(Mach, aspect_ratio, S)
24     CL = Cl(m, g, get_q(1.7, p), S_ref)
25
26     LoD = CL/(CD0+K*CL**2)
27     return LoD
```

Först definierades ett antal parametrar, sen skapades en funktion för att ta fram hur mycket luftmotstånd som genereras. Värden på q och C_L beräknades baserat på ekvation 2.25 respektive 2.24. Därefter lades detta ihop i funktionen `L_over_D` vilken beräknade ut mängden lyftkraft över luftmotstånd.

4.7 Bregueträckvidd

Bregueträckvidden beräknades med ekvation 2.40 och redovisas i tabell 5.9.

4.8 Specifik räckvidd

Modellens specifika räckvidd beräknades med hjälp ekvation 2.41. Resultatet redovisas i sektion 5.8.

4.9 Dragkraft

Dragkraften beräknades genom ekvation 2.39 för planflykt och implementerades i kod som följer:

```
1 def Fnet(D, alpha, L):
2     Fnet = D/math.cos(alpha)           #constant level flight
3     return Fnet
```

4.10 Begränsningsanalys

I kommande avsnitt kommer de olika fallen att redovisas. Koden som presenteras i avsnitt 4.8.1 och 4.8.2 kommer att läggas ihop med koden i avsnitt 4.8.3 där de plottas tillsammans i en graf som används för att se lösningsmängden.

4.10.1 Planflykt

För planflykt används Symphonys egna dragkraft vid mark då dragkraften given av systergruppen inte var representativ för dragkraften vid havsnivå. Ekvation 2.2 har använts och implementerats i följande kod:

```
1 def master_cruise(beta, alpha, WS, cd0, K, q):
2     TW=beta/alpha*(K*beta/q*WS+cd0/(beta/q*WS))
3     return TW
4
```

```

5 #Constraint analysis
6 CDO = skin_friction_drag(rho_alt, my_alt, 1.7, t18000, S_ref, S_wet
    , Gamma, Gas_const, Char_l)+CD_wave_calc(A_max, S_ref,
    leading_edge_sweep, 1.7, E_wd)
7 induced_factor = dragduetolift(1.7,0,Aspect_ratio,p)
8 WS=np.linspace(0*47.88, 120*47.88, 60)
9 TW=np.linspace(0.001, 8, 60)
10
11 list = master_cruise(0.81,0.193,WS,CDO,induced_factor, get_q(1.7,p)
    )
12
13 lt.figure()
14 constraint1 = plt.plot(WS,list , color="k", label='Total drag')
15 plt.xlabel("Wing Loading (N/m^2)")
16 plt.ylabel("Thrust Loading")
17 plt.xlim(0,5500)
18 plt.ylim(0,0.9)
19 plt.show()

```

4.10.2 Start

Koden implementerade masterekvationen utvecklad för startfallet i ekvation 2.3. För att använda sig av ekvationen behövs ett krav på startsträckan sättas. Concorde hade en startsträcka på ca 3410 m [20]. Flygplanet förväntas ha en kortare startsträcka, därav valdes det att kolla på fyra olika längder på startsträckor, 1500 m, 2000 m, 2500 m och 3000 m. Detta för att se sträckan som krävs för att kunna lyfta.

```

1 import math
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4
5 rho = 1.29
6 deltaCLmax = 0.33
7 CL_max0 = 0.55
8 CL_max = 0.55+deltaCLmax
9 k_T0 = 1.2
10 t_R = 3
11
12 def master_takeoff(TW,alpha_wet,beta,CL_max,S_T0):
13     a = (k_T0**2*beta**2)/(rho*g*CL_max*alpha_wet*TW)
14     b = t_R*k_T0*np.sqrt((2*beta)/(rho*CL_max))
15     c = S_T0
16     WS = ((-b+np.sqrt(b**2+4*a*c))/(2*a))**2
17     return WS
18
19 #Constraint analysis
20 CDO = skin_friction_drag(rho_alt, my_alt, 1.7, t18000, S_ref, S_wet
    , Gamma, Gas_const, Char_l)+CD_wave_calc(A_max, S_ref,
    leading_edge_sweep, 1.7, E_wd)
21 induced_factor = dragduetolift(1.7,0,Aspect_ratio,p)
22 WS=np.linspace(0*47.88, 120*47.88, 60)
23 TW=np.linspace(0.0001, 1, 60)
24
25 list2 = master_takeoff(TW, 1,1,CL_max,2000)

```

```
26 list3 = master_takeoff(TW, 1,1,CL_max,1500)
27 list4 = master_takeoff(TW, 1,1,CL_max,2500)
28 list5 = master_takeoff(TW, 1,1,CL_max,3000)
29
30 #plot
31 plt.figure()
32 constraint2 = plt.plot(list2,TW , color="k", label='Total drag',
33     linestyle="dashed")
34 constraint3 = plt.plot(list3,TW , color="k", label='Total drag',
35     linestyle="dashed")
36 constraint4 = plt.plot(list4,TW , color="k", label='Total drag',
37     linestyle="dashed")
38 constraint5 = plt.plot(list5,TW , color="k", label='Total drag',
39     linestyle="dashed")
40 point = plt.plot(WS_point,TW_point, marker=".", color="r")
41 plt.xlabel("Wing Loading (N/m^2)")
42 plt.ylabel("Thrust Loading")
43 plt.xlim(0,5500)
44 plt.ylim(0,0.9)
45 plt.show()
```

4.10.3 Fullständig graf

Följande kod användes för att plotta båda begränsningarna för att definiera lösningsmängden vilka presenteras i figur 5.2 och 5.3. Grafen inkluderar en markering som representerar var den framtagna flygplansmodellen ligger i förhållande till begränsningarna.

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2
3 TW_point = Thrust_SL/(m_max_T0*g)
4
5 WS_point = (m_max_T0*g)/S_ref
6
7
8 plt.figure()
9 constraint1 = plt.plot(WS,list , color="k", label='Total drag')
10 constraint2 = plt.plot(list2,TW , color="k", label='Total drag')
11 point = plt.plot(WS_point,TW_point, marker=".", color="r")
12 plt.xlabel("Wing Loading (N/m^2)")
13 plt.ylabel("Thrust Loading")
14 plt.xlim(0,5500)
15 plt.ylim(0,0.9)
16 plt.show()
```

5

Resultat

Det här kapitlet presenterar de värden som beräknats i kapitel 4 med metoderna från kapitel 2. Kapitlet tar inte upp implikationer av de presenterade värdena.

5.1 Geometrisk data

Den geometriska datan hämtades dels från öppen data från Boom Overture och dels från den tidigare upprättade CAD modellen.

Tabell 5.1: Geometrisk Data

Variabel	Värde	enhet
S_{REF}	447.6	m^2
$S_{flapped}$	246.6	m^2
S_{wet}	1890	m^2
Λ_{LE-deg}	70	deg
$\Lambda_{H.L.}$	40	deg
A_R	2.33	-

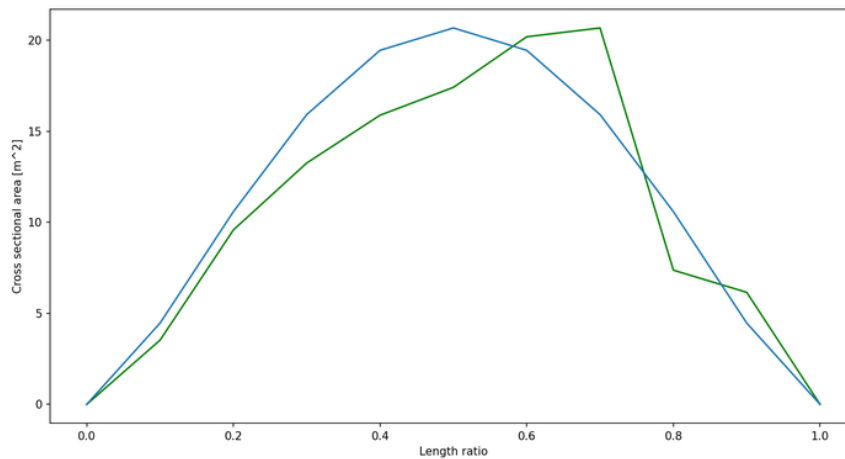
5.2 Whitcombs area-regel

Tvårsnittsurean uppmättes till:

Tabell 5.2: Tabell på tvårsnittsurean över punkter på flygplanet

Punkt	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Värde [m^2]	0	3.53	9.582	13.259	15.885	17.414	20.194	20.678	7.372	6.155	0

Jämförelse mellan den modellerade flygplanskroppen och Sears-Haack kroppen plottas i samma graf med färgerna grön respektive blå, se figur 2.7.



Figur 5.1: Jämförelse mellan Overtures flygplanskropp och Sears-Haack, den blåa linjen är Sears-Haack och den gröna är det modellerade flygplanet.

5.3 Luftmotstånd

Värden för luftmotstånd beräknades med metoderna redovisade i förgående kapitel. Både värden för beräkningarna, exempelvis de karakteristiska längderna, och de slutgiltiga värdena redovisas i tabell 5.3 och 5.4.

Tabell 5.3: Tabell över $S_{wet}[m^2]$

Del	Flygkropp	Vinge	Roder	Höjdroder
S_{wet}	577	1064	56.6	120.1

Tabell 5.4: Tabell över längder [m]

Del	Flygkropp	Vinge	Roder	Höjdroder
Längd	60.913	14.273	5.767	5.33

Beräknade värden för luftmotstånd presenteras i tabell 5.5.

Tabell 5.5: Luftmotstånd

Variabel	Värde
$C_{D_{DR}}$	0
$C_{D_{L\&P}}$	0
C_{D_0}	0.010909
$\frac{\sum(C_{f_e} S_{wet_e})}{S_{ref}}$	0.00398

5.3.1 Inducerat luftmotstånd

Redovisning av värden relaterade till det inducerade luftmotståndet:

Tabell 5.6: Inducerat luftmotstånd

Variabel	Värde
K_0	0.458
K_{100}	0.137
K	0.458
C_D	0.0346

5.4 Lyftkraft

Redovisning av värden relaterade till beräknad lyftkraft:

Tabell 5.7: Lyftkraft

Variabel	Värde
C_L	0.2274
$Atan(\Delta_{LE-deg})$	6.963
$C_{L\alpha}$	2.1838
C_{Lmax}	0.5425
ΔC_{Lmax}	0.3418
$C_{Lmax,flapped}$	0.8843
α	5.97°
$\frac{L}{D}$	6.574

5.5 Dragkraft

Redovisning av värde av beräknad dragkraft:

Tabell 5.8: Dragkraft vid 18288 meters höjd

Variabel	Värde [kN]
$F_{dragkraft}$	224.643
$F_{dragkraft/motor}$	56.16

5.6 Bregueträckvidd

Enligt ekvation 2.40 beräknas bregueträckvidden vilken redovisas i tabell 5.9.

Tabell 5.9: Bregueträckvidd

Variabel	Värde	Enhet
$m_{start,cruise}$	177500	kg
$m_{end,cruise}$	86360	kg
SFC	28.589	$\frac{mg}{Ns}$
$R_{Breguet}$	4571	NM

5.7 Specifik räckvidd

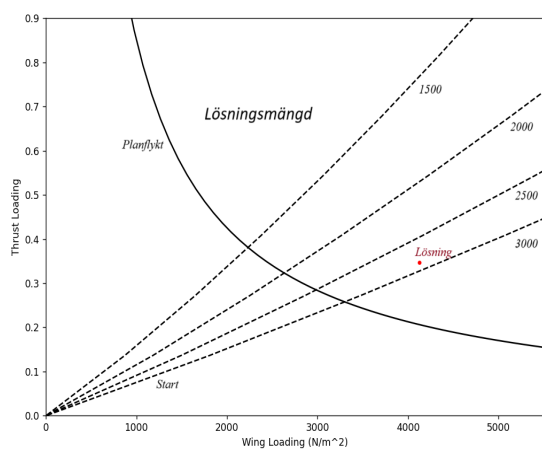
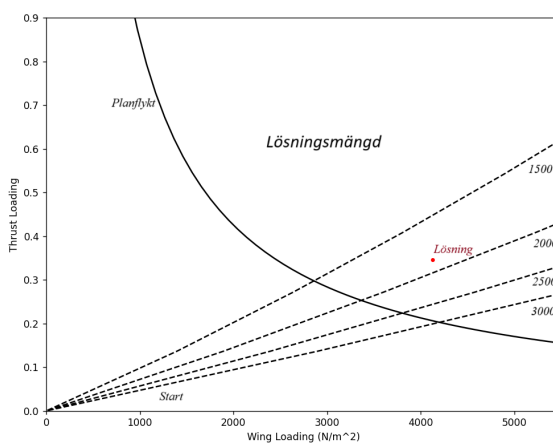
Redovisning av värden relaterade till specifik räckvidd beräknad genom ekvation 2.41 presenteras i tabell 5.10.

Tabell 5.10: Specifik räckvidd

Variabel	Värde	Enhet
$m_{aircraft}$	188240.8	kg
SFC	28.589	$\frac{mg}{Ns}$
V	501.33	$\frac{m}{s}$
$R_{specific}$	0.0624	$\frac{km}{kg}$
$R_{specific} \cdot paX$	4.992	$\frac{km \cdot paX}{kg}$

5.8 Begränsningsanalys

Figur 5.3 och 5.2 visar varsin graf på begränsningsanalysen för ett flygplan utan respektive med vingklaffar utvärderad för flygplanets planflykt och start. Lösningsmängden som syns på bilden är den area som begränsas av linjerna. De streckade linjerna representerar olika startsträckor och den röda markeringen visar var det modellerade planet hamnar i relation till lösningsmängden.

**Figur 5.2:** Utan klaffar**Figur 5.3:** Med klaffar

6

Slutsats & diskussion

Följande kapitel presenterar de slutsatser härlädda från de analyser och beräkningar genomförda i föregående kapitel. Utöver analyser och beräkningar diskuteras även etiska och miljömässiga aspekter.

6.1 Whitcombs area-regel

Vid jämförelse av kurvorna i figur 5.1 är det tydligt att tvärsnittsareorna på modellen är mycket lik de hos Sears-Haack kroppen. Kurvan för flygkroppen följer den för Sears-Haack, men vissa områden skiljer sig nämnvärt. Exempelvis följer kurvan för flygkroppen Sears-Haack kurvan de första 50% av flygplanetens längd, men efter 50% separerar det. Det leder till att flygplanetens area når sitt maximum efter Sears-Haack kroppen når sitt. Efter maximumpunkten följer däremot de två kurvorna varandra.

Det här betyder att flygplanet till stor del följer Whitcombs area-regel och är därmed optimerad för att reducera vågmotstånd.

6.2 Erforderlig dragkraft

Den dragkraft modellen kräver för att flyga i Mach 1.7 på 18288 m höjd är 224.643 kN. Det resulterar i 56.16 kN per motor då flygplanet ska ha fyra motorer. Från systergruppen, som arbetat med att modellera motorerna till Overture, fås att motorerna utvecklar en dragkraft på 32.36 kN vid denna höjd. Det innebär att motorerna inte har den erforderliga dragkraften för att uppnå de ställda kraven.

Siffrorna som redovisas i rapporten kan ställas i kontrast med liknande motorer för supersoniska transportflygplan. Concorde är ett av det flygplan som delar flest likheter med Overture, dels vad gäller design och dels dess prestanda. Concorde hade fyra stycken Olympus 593 motorer designade och producerade av Bristol Engine Company och senare Rolls-Royce [21]. Motorerna hade en dragkraft på 169.2 kN med EBK och 139.4 kN utan EBK. De värdena är mycket lika de av Boom angivna värdena [22]. Eftersom Symphony motorerna är turbofläktmotorer kommer de förlora dragkraft till följd av hög hastighet och höjd, i större utsträckning än Olympus motorerna vilka var av typen turbojet.

6.3 Luftmotstånd

Luftmotståndet beror till stor del på flyghastigheten och ökar vid höga hastigheter. Då Machtalet närmar sig 1, ökar luftmotståndet exponentiellt emedan vågmotståndet börjar verka. Ökningen i hastighet kan effektivt fördubbla luftmotståndet [10, Kap. 12.5.11, s. 440]. Över Mach 1 börjar luftmotståndet minska något men bibehåller en förhöjd nivå. Således kommer ett supersoniskt flygplan uppleva oproportionerligt högt luftmotstånd jämfört med ett subsoniskt flygplan.

Det förhöjda luftmotståndet har till följd att ett supersoniskt flygplan får en ökad bränsleförbrukning, i jämförelse med ett subsoniskt flygplan, emedan ett högre motstånd erfordrar fler eller kraftfullare motorer. En del av det ökade luftmotståndet kompenseras dock av den mycket höga flyghöjden eftersom ett lågt lufttryck ger lägre luftmotstånd.

6.4 Lyftkraft

Eftersom lyftkraften för ett flygplan varierar med vikten kommer denna aldrig vara densamma vid olika tidpunkter. Av denna anledning jämförs flygplanen med koefficienter som beskriver dess prestanda där en är dess lyftkraftskoefficient. Beräkningarna ger ett värde på 0.2274 för C_L .

Boeing 747, vilket är ett subsoniskt kommersiellt flygplan, har en lyftkraftskoefficient på 0.52 [23] vilket är mer än dubbla värdet som fås från projektet. Däremot är värdet högre än de tidigare supersoniska flygplanen Concorde och Tu-144 med koefficienter på 0.125 [24] respektive 0.106 [25]. Den skillnaden innebär att, jämfört med de två tidigare supersoniska flygplanen, klarar det modellerade flygplanet av att möta ett större luftmotstånd. Även om den inte matchar den standard som subsoniska transportflygplan håller.

6.5 Glidtal

Glidtalet, som beskriver förhållandet mellan lyftkraften och luftmotståndet, korrelerar med hur lång sträcka ett flygplan kan glida. Det innebär att glidtalet är omvänt proportionellt till den energi som krävs att flyga en given sträcka. En fördubbling av glidtal innebär en halvering av energin för samma sträcka. Det betyder att ett flygplan med högre glidtal har en bättre bränsleekonomi. Enligt tabell 5.7 är glidtalet beräknad till 6.574:1 för det modellerade flygplanet vid Mach 1.7, jämfört med Boeing 747-400 [26] vars glidtal är 17:1 vid Mach 0.85. Det resulterar i 2.6 gånger högre energiförbrukning för det modellerade flygplanet. Ifall hänsyn tas till antalet passagerare, där passagerarantalet är 80 för Overture och 416 för Boeing 747-400 [27], fås att energin per passagerare blir 13.5 gånger större för modellen än för Boeing 747-400.

6.6 Bregueträckvidd & flygtider

Tabell 5.9 redovisar Bregueträckvidden hos det supersoniska flygplanet vid Mach 1.7. Det kan ställas i relation med motsvarande subsoniska flygplan, exempelvis Boeing 787-9 [28], vars räckvidd är 7565 NM. Det modellerade planet har därmed en begränsad räckvidd i jämförelse med dagens subsoniska flygplan.

Däremot förväntas det supersoniska flyget ge kortare flygtider vilket illustreras i tabell 6.1. På de längre flygsträckorna, inte minst de där flygrutten går långa sträckor över hav där Mach 1.7 kan hållas, kan uppemot 6 timmar besparas.

Tabell 6.1: Sträckor och flygtider

Rutt	Sträcka[NM]	Flygtid supersonisk[h]	Flygtid subsonisk[h]	Skillnad[h]
<i>New York – London</i>	≈ 2991	3.0	7	4
<i>Vancouver – Tokyo</i>	≈ 4074	4.1	10	5.9
<i>Sydney – Tokyo</i>	≈ 4227	4.9	10	5.1
<i>London – Dubai</i>	≈ 2967	5	7	2
<i>Los Angeles – New York</i>	≈ 2145	3.6	5.5	1.9

De rutter som redovisas i tabell 6.1 baseras dels på uttalanden från Boom [29] och dels på rutternas egenskaper. Supersoniska flygplan antas prestera bäst, ur ekonomisk synvinkel, på rutter med mycket trafik [30], långa sträckor, sträckor över hav och med ett stort antal passagerare med politiska och ekonomiska angelägenheter. Med tanke på de stora fokus Boom har på att reducera buller [31], är det rimligt att Overture även kommer flyga över land, om än med reducerad hastighet.

6.7 Specifik räckvidd

Ett sätt att jämföra flygplan är dess specifika räckvidd, introducerad i sektion 2.8. Från tabell 5.10 framkommer att det modellerade flygplanets specifika räckvidd är $0.0624 \frac{km}{kg}$. Kombinerat med en maxkapacitet på 80 passagerare betyder det att för varje kg bränsle förbrukat utvinns fem personkilometer. För passagerarflygplanet Airbus A321neo är den specifika räckvidden $0.29 \frac{km}{kg}$ [32]. Maxkapaciteten hos A321neo är 244 passagerare vilket ger 70.76 personkilometer per kg bränsle. Detta innebär att A321neo presterar ungefär 14 gånger så effektivt när det kommer till att transportera passagerare. Prestanda stämmer överens med de beräknade värdena, där konventionella transportflygplan presterar bättre än supersoniska vad gäller specifik räckvidd.

6.8 Begränsningsanalys

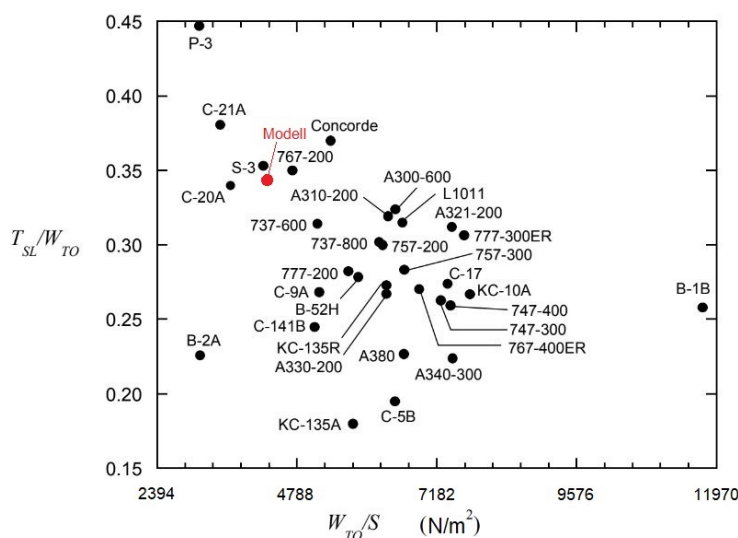
Enligt modellen krävs en dragkraft på 56.16 kN per motor under planflykt. Projektets parallella grupp tog fram en dragkraft på 32.36 kN per motor på en höjd av 18288 m. Det ger en skillnad på 23.8 kN i saknad dragkraft. Det är därmed tydligt att flygplanet inte uppnår de ställda kraven. Det stämmer inte överens med begränsningsanalysen där lösningen alltid är ovanför linjen för planflykt. Det beror på att begränsningsanalysen endast visar *att* flygplanet kommer kunna flyga, inte med vilka hastigheter det kommer flyga i. Exempelvis Mach 1.7 vilket var önskat.

Figur 5.2 visar fyra linjer vilka representerar olika startsträckor utan vingklaffar. På grund av de osäkerheter gällande erforderlig startsträcka valdes att analysera fyra godtyckliga startsträckor mellan de extrema fallen, 1500 som kortast och 3000 som längst. Från figuren är det möjligt att dra slutsatsen att flygplanet kommer kräva en startsträcka på ungefär 2800 m, vilket är något kortare än Concorde på 3410 m [20] och Tu-144 med 2930 m [33].

Med vingklaffar förkortas startsträckan ytterligare, vilket illustreras i figur 5.3. Därmed sjunker startsträckan till mindre än 2000 m och därmed uppnås de ställda kraven. Dock har, på grund av tidsbrist, luftmotståndet inte tagits i hänsyn och klaffen i fråga är endast en enkel klaff. Vid vidare utveckling kan modernare vingklaffar tillämpas, till exempel spaltklaffar. På så sätt kan det modellerade flygplanet startsträcka minskas ytterligare.

Både figur 5.2 och 5.3 visar tydligt att utifrån kravparametrarna är planflykt möjligt baserat på den framtagna modellen. En intressant fråga att ställa är om det finns möjlighet för en design med ett utökat antal passagerare på bekostnad av startsträcka, eftersom vår modell inte överskrider den banlängd som krävs av mycket stora wide-body-flygplan. Enligt Airplanning [34] kräver interkontinentala wide-body-flygplan en startsträcka på upp till 4000 meter. Det hade därmed varit möjligt att designa ett supersoniskt flygplan med större passagerarmängd som utnyttjar de fulla 4000 m som finns tillgängliga. Det hade kunna minska energiåtgången per passagerare.

Figur 6.1 visar en jämförelse mellan modellen och andra flygplan, både kommersiella och militära. Av de här flygplanen ligger modellens lösning, den röda punkten, nära den för Concorde. Det är att förvänta då de två flygplanen är mycket lika, vilket även ökar validiteten hos modellen. Lösningpunkten har dock en lägre dragkraftslast och vingbelastning. Det medför bland annat en lägre överstegringshastighet som förkortar start- och landningssträckan [35]. Fördelen med det är att flygplansmodellen kan komma att flyga från mindre flygplatser.



Figur 6.1: Jämförelse med andra flygplan [9]

6.9 Samhälleliga & etiska perspektiv

En stor etisk aspekt av utvecklingen av supersoniska flygplan är utsläppen. Flygplan stod för 2,5% av de globala CO_2 utsläppen 2019 och är sagda att fortsätta öka i framtiden [36]. Datan är dock baserad på subsoniska flygplan, medan projektet fokuserar på supersoniska. Det är stora skillnader mellan subsoniska och supersoniska flygplan i relation till utsläpp. Supersoniska flygplan både flyger snabbare, vilket kräver mer bränsle och leder till större utsläpp, och på en högre höjd. När utsläpp från flygplan diskuteras gäller det inte bara koldioxid, utan även NO_x och vattenånga.

Då flygplan flyger släpper de ut både NO_x och vattenånga, vilka kvarblir i stratosfären och reducerar ozonlagret. Utsläppen bidrar till ökad temperatur genom att stänga in den infraröda terrestiska strålningen [37]. Studier har påvisat att NO_x på hög höjd bidrar oproportionerligt till miljöförstoring [38]. I [37] presenteras en studie gjord på tre scenarion: en subsonisk flykt, en supersonisk flykt i en hastighet av Mach 1.6 samt en andra supersonisk flykt i en hastighet av Mach 2.2. Effekten av de här scenarier på klimatet och ozonlagret är simulerad genom ett kemiskt simuleringsverktyg, vilket kollar på ett antal ämnen som emitteras av flygplanen i drift. Scenario nummer två är representativ för det här projektet och rapporten är därför, som helhet, applicerbar på Overture.

Resultatet av studien var att den kommersiella användningen av supersoniska flygplan över flera års tid hade skadat ozonlagret i stratosfären på grund av de höga halterna NO_x . Forskarna bakom studien [37] förklarade, i en intervju med Aerospace America i år [39], att konsekvenserna hade blivit att mer UV-strålning hade tagit sig genom det skyddande ozonlagret. Det hade lett till en ökad risk för bland annat hudcancer samt skapandet av marknära ozon.

En stor del av Boom Supersonics utveckling fokuserar på hållbarhet [40]. Stora satsningar har gjorts i försök att göra supersonisk flygning mer hållbar. En hållbarhetsrapport från 2021 [41] redovisar arbetet som gjorts under året. Booms långsiktiga mål är att vara klimatneutrala vid 2025 och de arbetar kontinuerligt för att uppnå målet. De har tre stora steg för att uppnå detta: mäta mängden utsläpp, utvärdera och utveckla sätt att minska utsläppen och sist att avlägsna kol som redan finns i atmosfären.

En stor satsning Boom gjort är att de använder SAF som bränsle [42]. SAF är, som tidigare nämnt, ett bränsle som återanvänder den i kretsloppet redan existerande CO_2 och därmed är klimat neutralt i den mån att det inte bidrar till nya CO_2 utsläpp. Boom Supersonic arbetar ständigt för att deras motorer är optimerade för användning av 100% SAF. Även om SAF är bättre än de bränslen som används idag, leder användning av det endast till reducering av CO_2 utsläpp. Det påverkar alltså inte mängden NO_x eller vattenånga som släpps ut av flygplanet i stratosfären [37]. Alltså är SAF ett bra alternativ för att lösa problemet med CO_2 men det finns fortfarande stora problem kvar som måste lösas innan överljudsflygplan kan klassas som "hållbara". Ännu ett problem med SAF är att produktionen, idag, sker för långsamt för att tillfredsställa det behov som flygplansindustrin har [43]. År 2023 producerades det, i USA, bara 0.2% av den SAF som efterfrågades. Därför är det än så länge endast en dröm att använda 100% SAF för att driva hela flottan av överljudsflygplan.

Även om bränslet ska bytas ut mot SAF, tillkommer en ökning i bränsleförbrukning när hastigheten ökar. I en studie gjord av Boom Supersonic [44] på sex rutter förutspådda att ha ett högt behov av supersoniska flygplan, jämförs bränsleförbrukningen mellan premiumkabinen i ett subsoniskt flygplan mot premiumkabinen i Overture. Resultatet av studien är att Overture drar 2-3 gånger mer bränsle per säte än ett subsoniskt flygplan. Detta är en generell siffra som beror på vilken rutt som flygs. Det är stor skillnad mellan rutter som till majoritet går över vatten och rutter som till majoritet går över land på grund av de hastighetsbegränsningar som finns för att minska buller från överljudsknallar.

De stora kraven på dragkraft och det ökade luftmotståndet vid höga hastigheter kommer öka bränsleförbrukningen markant, alltså är det svårt att konstruera ett överljudsflygplan där bränsleförbrukningen inte är väldigt mycket högre än subsoniska flygplan för samma rutter. Argumentet Boom Supersonic använder är att historiskt har utvecklingen mot starkare motorer krävt högre bränsleförbrukning [44], deras tanke är att fortsatt arbete kommer göras inom området för att öka hållbarheten. Tillfälligt uppfylls inte kraven som ställs på supersoniska flyg.

Sammanfattningsvis finns det många utmaningar med att utveckla överljudsflygplan, men det är klart att miljöpåverkan är den största i en tid då miljön står i fokus och hotet om global uppvärmning är stundande. Det är ett faktum att användning av supersoniska flygplan hade lett till förödande effekter på ozonlagret tack vare utsläppen av CO_2 , NO_x och vattenånga. Ur det perspektivet är använd-

ningen av SAF inte en perfekt lösning utan det krävs mer forskning för att hitta bra lösningar på resterande problem. Det bör därför diskuteras om supersonisk transport rättfärdigar de miljömässiga konsekvenserna.

6.10 Modellens validitet

Eftersom projektet främst bygger på den data Boom Supersonic har publicerat, vilket rör sig om en begränsad mängd, medföljer en viss sänkning av modellens validitet. Inte heller är modellen kontrollerad med simuleringar eller fysiska experiment. Det är något som givetvis bör tas i beaktning. Därmed är inte sagt att projektet är spekulativt: de framtagna värdena kan fortfarande en fingervisning i hur supersonisk transport kan komma att framstå. Alla ekvationer, och den teori som stödjer dem, har mycket forskning bakom sig och har granskats återkommande av experter på ämnet.

Litteraturförteckning

- [1] Nationalencyklopedin, *supersonisk hastighet*. <http://www.ne.se/uppslagsverk/encyklopedi/enkel/supersonisk-hastighet> (hämtad 28 mar. 2024)
- [2] Smithsonian, *Bell X-1*. https://www.si.edu/object/bell-x-1%3Anasm_A19510007000 (hämtad 28 mars 2024)
- [3] Britannica, *Tupolev Tu-144*. <https://www.britannica.com/technology/Tupolev-Tu-144> (hämtad 28 mars 2024)
- [4] Stephen Dowling, *The Soviet Union's flawed rival to Concorde*, BBC, 14 augusti 2020, <https://www.bbc.com/future/article/20171018-the-soviet-unions-flawed-rival-to-concorde> (hämtad 7 maj 2024)
- [5] Britannica, *Concorde*. <https://www.britannica.com/technology/Concorde> (hämtad 28 mar. 2024)
- [6] Boom Supersonic, *Overture*. <https://boomsupersonic.com/overture> (hämtad 28 mar. 2024)
- [7] Boom Supersonic, *XB-1*, <https://boomsupersonic.com/xb-1> (hämtad 8 mar. 2024)
- [8] Boom Supersonic, *It's About Time For a Bold New Era of Supersonic Flight*. <https://boomsupersonic.com/flyby/its-about-time-for-a-bold-new-era-of-supersonic-flight> (hämtad 5 maj 2024)
- [9] Mattingly, Jack D., et al. Aircraft Engine Design, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000. ProQuest Ebook Central, <http://ebookcentral.proquest.com/lib/chalmers/detail.action?docID=3111670>. Skapad från Chalmers på 2024-01-14 17:09:19.
- [10] Raymer, Daniel P. *Aerodynamics i Aircraft Design: A Conceptual Approach*, 6th ed. Reston, (Virginia), USA: AIAA, 2018
- [11] Gordon Leishman, J. i *Introduction to Aerospace Flight Vehicles*. Daytona Beach, Florida, FL, USA: Embry-Riddle Aeronautical University, 2023, ch. 46. [Online] tillgänglig via:

- <https://eaglepubs.erau.edu/introductiontoaerospaceflightvehicles/chapter/flying-fast/>. (hämtad 23 april 2024)
- [12] Triaero, *TRIAERO Sample Files*. Dec. 2022. <https://triaero.sourceforge.net/samples.html> (hämtad 24-05-07)
- [13] Tom Benson. *The lift coefficient*, <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/VirtualAero/BottleRocket/airplane/liftco.html>, (hämtad 4 maj 2024)
- [14] Tomas Grönstedt, Carlos Xisto, Xin Zhao, Marily Thoma. *An introduction to the wonderful world of aerospace propulsion*, 2023-08-25
- [15] Paul Tocknell, *What is specific range?*. Jun. 2009, <https://www.askacfi.com/860/what-is-specific-range.htm> (hämtad 5 maj 2024)
- [16] IATA, *Developing sustainable aviation fuel (SAF)* <https://www.iata.org/en/programs/environment/sustainable-aviation-fuels/> (hämtad 2 maj 2024)
- [17] United Nations Association of Sweden, *Globala målen för hållbar utveckling*, <https://fn.se/globala-malen-for-hallbar-utveckling/> (hämtad 7 maj 2024)
- [18] Queensland government, *Nitrogen oxides*. <https://www.qld.gov.au/environment/management/monitoring/air/air-pollution/pollutants/nitrogen-oxides> (hämtad 2 maj 2024)
- [19] Heritage Concorde, *Concorde Wing Structure*. <https://www.heritageconcorde.com/wing-structure> (hämtad 8 maj 2024)
- [20] Skybrary, *AEROSPATIALE - BRITISH AEROSPACE Concorde*, <https://skybrary.aero/aircraft/conc> (hämtad. 8 maj 2024)
- [21] Heritage Concorde, *Concorde Olympus 593 MK.610 Engines* <https://www.heritageconcorde.com/concorde-olympus-593-mk610-engines> (hämtad 2024-05-06)
- [22] Boom Supersonic, *Symphony*. <https://boomsupersonic.com/symphony> (hämtad 6 maj 2024)
- [23] J. Scott, Aerospaceweb.org, *Applying the Lift Equation*, aerospaceweb.org, Nov. 27, 2005. <https://aerospaceweb.org/question/aerodynamics/q0252.shtml>, (hämtad 3 maj 2024)

-
- [24] Concorde SST, *CONCORDE B*, <http://www.concordesst.com/concordeb.html> (hämtad 3 maj 2024)
- [25] Y.-L. Ding, Z.-H. Han, J.-L. Qiao, Q. Chen, W.-P. Song, and B.-F. Song, *Inverse Design Method for Low-Boom Supersonic Transport with Lift Constraint*, AIAA journal/AIAA journal on disc, vol. 61, no. 7, pp. 2840–2853, Jul. 2023, doi: <https://doi.org/10.2514/1.j062410>.
- [26] Rodrigo Martinez-Val, Emilio Perez, Jose Palacin, *Historical Perspective of Air Transport Productivity and Efficiency*, 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Jun. 2012, <https://doi.org/10.2514/6.2005-121>
- [27] Boeing, *The right choice for the large airplane market*, 2010, https://www.boeing.com/content/dam/boeing/boeingdotcom/company/about_bca/startup/pdf/historical/747-400-passenger.pdf (hämtad 2024-05-06)
- [28] Boeing, *Boeing 787 dreamliner*, <https://www.boeing.com/commercial/787#technical-specs> (hämtad 2024-05-06)
- [29] Boom, *Large and Growing Demand for Supersonic Travel*, <https://boomsupersonic.com/commercial> (hämtad 2024-05-06)
- [30] OAG, *THE BUSIEST FLIGHT ROUTES OF 2023*, 2021, <https://www.oag.com/busiest-routes-world-2023> (hämtad 2024-05-06)
- [31] Boom, *The new sound of supersonic: Q&A with booms principal acoustic engineer*, 2021, <https://boomsupersonic.com/flyby/the-new-sound-of-supersonic-q-a-with-booms-principal-acoustic-engineer> (hämtad 2024-05-06)
- [32] B van der Zalm, Aircraft performance and weight investigation, *Airbus A321neo performance*, 22 Oct 2022, <https://www.aircraftinvestigation.info/airplanes/A321neo.html> (hämtad 5 maj 2024)
- [33] *TU-144 SST Technical specs* <http://www.tu144sst.com/techspecs/performance.html> (hämtad 8 maj 2024)
- [34] Airplanning, *Airport runways*. 2021. <https://www.airplanning.com/post/airport-runways> (hämtad 8 maj 2024)
- [35] A. Garage, *Wing and thrust loading*, Medium, Jun 25 2021, <https://avio-garage.medium.com/wing-and-thrust-loading-887072d92d18> (hämtad 7 maj 2024)

- [36] H. Ritchie, *What share of global CO₂ emissions come from aviation?* (2024) <https://ourworldindata.org/global-aviation-emissions> (hämtad 3 maj 2024)
- [37] S. D. Eastham, T. Fritz, I. Sanz-Morère. P. Prashanth, F. Allroggen, R. G. Prinn, R. L. Speth, S. R. H. Barrett, *Impacts of a near-future supersonic aircraft fleet on atmospheric composition and climate* Royal society of chemistry, Environ. Sci.: Atmos., 2022, DOI: 10.1039/d1ea00081k
- [38] Yuche Chen, Xuanke Wu, Kejia Hu, Jens Borken-Kleefeld, *Nox emissions from diesel cars increase with altitude*, Elsevier, Feb. 2023. <https://doi.org/10.1016/j.trd.2022.103573>
- [39] Keith Button, *Supersonic travel: Dead on arrival?*. Aerospace america, Feb. 2024. <https://aerospaceamerica.aiaa.org/features/supersonic-travel-dead-on-arrival/> (hämtad 4 maj 2024)
- [40] Boom Supersonic *Sustainability*, <https://boomsupersonic.com/sustainability> (hämtad 2 maj 2024)
- [41] Boom Supersonic, *Environmental sustainability report*, 2021.
- [42] Boom Supersonic, *Ensuring that High-Speed Flight is also Sustainable*. 30 okt. 2023, <https://boomsupersonic.com/flyby/ensuring-that-supersonic-flight-is-also-sustainable-boom-supersonic-wef> (hämtad: 4 maj 2024)
- [43] Nicolás Rivero, *Fat, sugar, trash: All the weird things that may fuel planes by 2050*, Washington Post. Feb. 2024. <https://www.washingtonpost.com/climate-solutions/2024/02/02/sustainable-aviation-fuel-future/> (hämtad 4 maj 2024)
- [44] Boom Supersonic, *Supersonic aircraft fuel consumption*. Dec. 2022.

A

Appendix 1

A.1 Fullständig kod

```
1 import math
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4
5
6 #DATA-----
7 #Aircraft dimensions
8 m = None #Mass, empty? [kg]
9 m_max_TO = 188240.0 #Mass max take-off
10 l = 60.913 #Length [m]
11 c = None #Flightspeed [m/s]
12 M = np.linspace(1.2, 2.5, 20) #Machnumber
13 s = None #Surface area [m^2]
14 p = 7200
15 cl_alfa = 2.1836
16 height = 18288
17
18
19 #for areas see the plotting part
20 areas = [0, 3.53, 9.582, 13.259, 15.885, 17.414, 20.194, 20.678,
21          7.372, 6.155, 0] #sectional area
22 A_max = max(areas) #Maximum cross sectional area [m^2]
23
24 leading_edge_sweep = 50 #The sweep of the leading edge [deg]
25 Char_l = [60.913, 14.273, 5.767, 5.33] #0 = Wing, 1 = Fuselage, 2 =
26       Rudder, 3 = Elevator
27 Aspect_ratio = 2.33
28
29 #Engine performance
30 sfc = None #Specific fuel consumption [mg/Ns]
31 LVH = None #Lower heating Value [Mj/kg]
32 eta = None #Efficiency (verkningsgrad)
33 Thrust_SL = 166941*4 #Thrust Sea-level for motors
34
35 #Physics constants
36 g = 9.81 #Grav. konstant [m/s^2]
37
38 t0 = 15+273.15 #Standard temperature [K]
39 t18000 = -56.5+273.15 #Temperature at 18 000m
40
41 p0 = 101.3*10**3 #Standard atm pressure [pa]
```

A. Appendix 1

```
40 rho_alt = 0.14 #[kg/m^3] @ 18 000m
41 my_alt = 1.422*10**(-5) #[10^-5*s/m^2] @18 000m
42
43 #Aerodynamic variables
44 C_fc = 0
45 S_wet = [577, 1064, 56.6, 120.1] #[m^2]
46 S_ref = 447.6 #[m^2]
47 E_wd = 2
48 Gamma = 1.4
49 Gas_const = 8.314/0.0289645 #[J/k mol*K] for air
50
51 Mol = 0.02896968
52 R = 8.314462618
53 L = -0.0065
54 pb = 22632
55
56 V = 250/3.6 #concorde speed climb in from
    fpm to m/s
57 dhdt = 5000*0.00508 #climb rate
58
59 #Formler
60 #supersonic_skin_friction = C_fc*S_wet/S_ref #ekv. 12.41
61 #wave_drag = E_wd*(1-0.386*(M-1.2)**0.57*(1-((math.pi*
    leading_edge_sweep**0.77)/100)))*Dq_sears_haack
62
63
64 #-----MAIN--(function)--CODE-----
65 #-----Utility-----
66 def file_reader(filename):
67
68     area_list = []
69     with open(filename, mode="r") as file:
70         for idx,line in enumerate(file):
71             if idx >= 8:
72                 info = line.strip("\n").split(" ")[-1]
73                 if 8 <= idx and float(info) != 0:
74                     area_list.append(float(info)/(10**6))
75
76     area_list.insert(0,0)
77     area_list.append(0)
78
79     return area_list
80
81
82 #-----Parasite---Drag-----
83 #Optimal Sears Hawk
84 def Sears_Haack(airplane_length, maximum_area, resolution):
85     len_ratio = plane_ratio_generator(resolution, airplane_length)
86     r_max = math.sqrt(maximum_area / np.pi) #maximum radius
87     SearsHaack_areas = np.pi * r_max ** 2 * (4 * len_ratio * (1 -
    len_ratio)) ** (3 / 2) #Sears Haack
88     return SearsHaack_areas
89
90 #Wave drag
91 def CD_wave_calc(maximum_area, s_ref, leading_delta, mach_numbers,
    e_wd):
```

```

92     D_q_wave_sears_hawk = (9*np.pi/2)*(maximum_area/l)**2 #D/q f r
          sears hawk 12.44
93     D_q_wave = e_wd * (1 - 0.2*(mach_numbers - 1.2)**0.57*(1-(np.pi
          *leading_delta**0.77)/100))*D_q_wave_sears_hawk #12.45
94     CD_wave = D_q_wave / s_ref
95     return CD_wave
96
97 #Skin friction
98 def skin_friction_drag(rho, my, Mach, T, s_ref, s_wet, gamma,
          gas_const, char_l):
99     Cf_list = []
100     for idx, char_l_numbers in enumerate(char_l):
101         V = np.sqrt((gamma * gas_const * T)) * Mach
102         #R = (rho * V * char_l_numbers) / my #ekv. 12.25
103         R = 44.62*(char_l_numbers/(0.052*10**(-5)))*1.053*Mach
          **1.16
104         if R < 500000: #limit for turbulence in the flat plate
105             Cf = 1.328/math.sqrt(R) #ekv. 12.26
106         else: #if R > 500 000
107             Cf = 0.455/((math.log10(R)**2.58)*(1+0.144*Mach**2)
          **0.65) #ekv. 12.27
108
109         Cf_list.append(Cf * s_wet[idx])
110     skin_friction = sum(Cf_list)/s_ref
111     return skin_friction
112
113 def plane_ratio_generator(number, airplane_length):
114     slices = np.linspace(0, airplane_length, number)
115     ratio_list = slices / airplane_length
116     return ratio_list
117
118 #-----Induced---Drag-----
119 def dragduetolift(Mach,S,aspect_ratio,cl_alfa):
120     #cl_alfa = 4 / np.sqrt(Mach ** 2 - 1)
121     k0 = 1 / cl_alfa # ekv. fig.12.38
122     k100 = 1 / (np.pi * aspect_ratio) # ekv. fig.12.38
123     K = S * k100 + (1 - S) * k0 # ekv. 12.57 d r s = leading edge
          suction factor
124     return K
125
126 def get_q(mach,pressure):
127     q = 1.4*pressure/2*mach**2
128     return q
129
130 def Cl(mass,grav,q,S):
131     CL = mass * grav / (q * S)
132     return CL
133
134 def Cd(CD0,m,K,p,CL): #supersonic
135     C_D = CD0 + K * CL ** 2
136     return C_D
137
138 def master_cruise(beta,alpha,WS,cd0,K,q):
139     TW=beta/alpha*(K*beta/q*WS+cd0/(beta/q*WS))
140     return TW
141

```

A. Appendix 1

```
142 def get_alpha(CL, CL_alpha):
143     alpha = CL/CL_alpha
144     return alpha
145
146 def drag(cd,q,S):
147     D=q*S*cd
148     return D
149
150 def lift(cl,q,S):
151     L=q*S*cl
152     return L
153
154 def Fnet(D,alpha,L):
155     Fnet=(m_max_T0*g-L)/math.sin(alpha)           #constant level flight
156     return Fnet
157
158 def pressure(pb,g,h,T0,hb):
159     p=pb*np.exp((-g*(h-hb)*Mol)/(T0*R))
160     return p
161
162
163 rho = 1.29
164 deltaCLmax = 0.33
165 CL_max0 = 0.55
166 CL_max = 0.55+deltaCLmax
167 k_T0 = 1.2
168 t_R = 3
169
170
171
172 def master_takeoff(TW,alpha_wet,beta,CL_max,S_T0):
173     a = (k_T0**2*beta**2)/(rho*g*CL_max*alpha_wet*TW)
174     b = t_R*k_T0*np.sqrt((2*beta)/(rho*CL_max))
175     c = S_T0
176     WS = ((-b+np.sqrt(b**2+4*a*c))/(2*a))**2
177     return WS
178
179 #Pressure
180 p = pressure(pb,g,height,t0-71.5,11000)
181
182 SH_areas = Sears_Haack(1, A_max, len(areas))
183 CD_waves = CD_wave_calc(A_max, S_ref, leading_edge_sweep, M, E_wd)
184
185 skin_friction_drag_list = []
186 CD_list = []
187 for Mach_tal in M:
188     skin_friction_drag_list.append(skin_friction_drag(rho_alt,
189 my_alt, Mach_tal, t18000, S_ref, S_wet, Gamma, Gas_const, Char_1
190 ))
189
190 skin_friction_drag_list = np.array(skin_friction_drag_list)
191 total_drag = CD_waves + skin_friction_drag_list
192
193 CD_list = Cd(total_drag,m_max_T0,dragduetolift(M,0,Aspect_ratio,
194 cl_alfa),p,C1(m_max_T0,g,get_q(1.7,p),S_ref))
194 print(get_q(1.7,p))
```

```

195
196 #Plotting
197 plt.figure()
198 plt.plot(plane_ratio_generator(len(areas),1), areas, color='g')
199 plt.plot(plane_ratio_generator(len(SH_areas),1),SH_areas)
200 plt.xlabel("Length ratio")
201 plt.ylabel("Cross sectional area [m^2]")
202
203 plt.figure()
204 total_drag_line, = plt.plot(M, total_drag, color="r", label='Total
    drag')
205 CD_waves_line, = plt.plot(M, CD_waves, color="b", label='Wave drag'
    )
206 skin_friction_line, = plt.plot(M, skin_friction_drag_list, color="g
    ", label='Skin drag')
207 plt.xlabel("Mach")
208 plt.ylabel("Cd0")
209 plt.legend()
210
211 plt.figure()
212 total_drag_line, = plt.plot(M, total_drag, color="r", label='Total
    drag')
213 CD_waves_line, = plt.plot(M, CD_waves, color="b", label='Wave drag'
    )
214 skin_friction_line, = plt.plot(M, skin_friction_drag_list, color="g
    ", label='Skin drag')
215 plt.xlabel("Mach")
216 plt.ylabel("Cd0")
217 plt.legend()
218
219 plt.figure()
220 CD_plot = plt.plot(M, CD_list, color="r")
221 plt.xlabel("Mach")
222 plt.ylabel("Cd")
223
224
225 #Constraint analysis
226 CDO = skin_friction_drag(rho_alt, my_alt, 1.7, t18000, S_ref, S_wet
    , Gamma, Gas_const, Char_l)+CD_wave_calc(A_max, S_ref,
    leading_edge_sweep, 1.7, E_wd)
227 induced_factor = dragduetolift(1.7,0,Aspect_ratio,p)
228 WS=np.linspace(0*47.88, 120*47.88, 60)
229 TW=np.linspace(0.001, 8, 60)
230
231 list = master_cruise(0.81,0.193,WS,CDO,induced_factor, get_q(1.7,p)
    )
232 #print(Cd(1.7, Aspect_ratio,0,CD,m_max_T0))
233
234 #list2 = master_climb(1,0.186,WS,CDO,induced_factor, get_q(0.4,p0))
235 list2 = master_takeoff(TW, 1,1,CL_max0,2000)
236 list3 = master_takeoff(TW, 1,1,CL_max0,1500)
237 list4 = master_takeoff(TW, 1,1,CL_max0,2500)
238 list5 = master_takeoff(TW, 1,1,CL_max0,3000)
239
240
241 TW_point = Thrust_SL/(m_max_T0*g)

```

```
242
243 WS_point = (m_max_T0*g)/S_ref
244
245
246 plt.figure()
247 constraint1 = plt.plot(WS,list , color="k", label='Total drag')
248 constraint2 = plt.plot(list2,TW , color="k", label='Total drag',
249                       linestyle="dashed")
249 constraint3 = plt.plot(list3,TW , color="k", label='Total drag',
250                       linestyle="dashed")
250 constraint4 = plt.plot(list4,TW , color="k", label='Total drag',
251                       linestyle="dashed")
251 constraint5 = plt.plot(list5,TW , color="k", label='Total drag',
252                       linestyle="dashed")
252 point = plt.plot(WS_point,TW_point, marker=".", color="r")
253 plt.xlabel("Wing Loading (N/m^2)")
254 plt.ylabel("Thrust Loading")
255 plt.xlim(0,5500)
256 plt.ylim(0,0.9)
257 plt.show()
```

INSTITUTIONEN FÖR MEKANIK OCH MARITIMA VETENSKAPER
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

Göteborg, Sverige

www.chalmers.se



CHALMERS