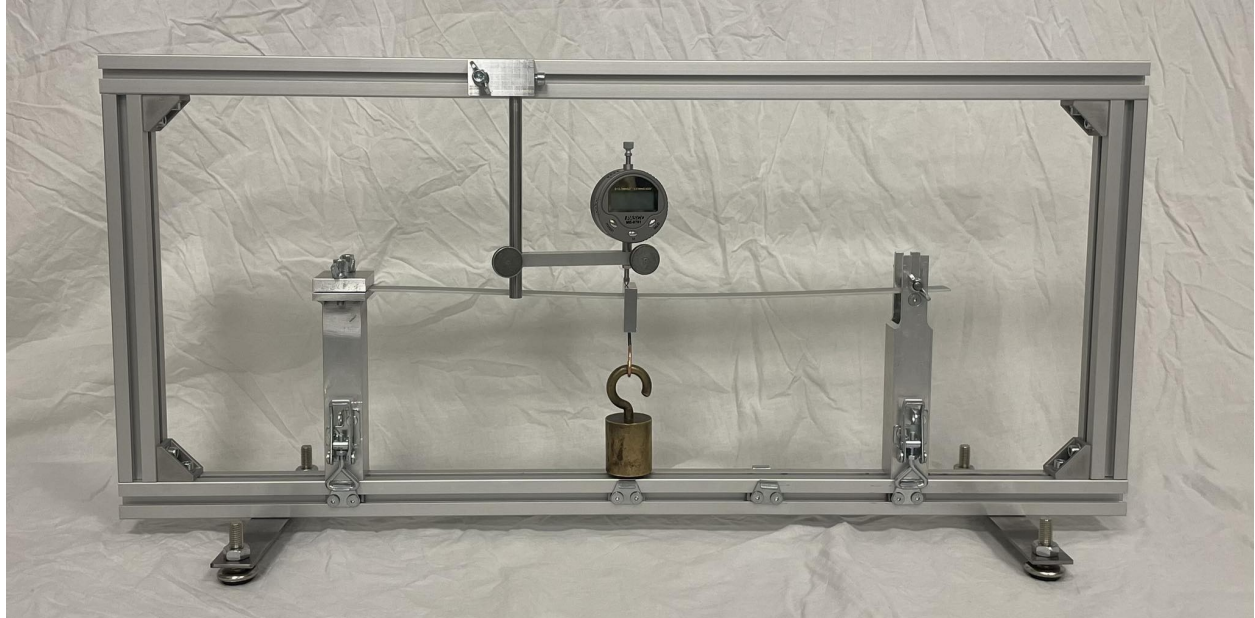




CHALMERS



Studio i mekanik och hållfasthetslära

Praktisk applicering av teoretiska modeller inom balkböjning och hållfasthetslära

Kandidatarbete inom Maskinteknik

FANNY ANDERSSON
NELLIE ANDERSSON
SEBASTIAN PERSSON
DAVID PRAMÅS

INSTITUTIONEN FÖR MEKANIK OCH MARITIMA VETENSKAPER

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg, Sverige 2026
www.chalmers.se

KANDIDATARBETE I MASKINTEKNIK

Studio i mekanik och hållfasthetslära

Praktisk applicering av teoretiska modeller inom balkböjning och
hållfasthetslära

FANNY ANDERSSON
NELLIE ANDERSSON
SEBASTIAN PERSSON
DAVID PRAMÅS



CHALMERS

Institutionen för Mekanik och Maritima Vetenskaper
Avdelningen för Dynamik
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg 2026

Studio i mekanik och hållfasthetslära
Praktisk applicering av teoretiska modeller inom balkböjning och hållfasthetslära
FANNY ANDERSSON
NELLIE ANDERSSON
SEBASTIAN PERSSON
DAVID PRAMÅS

© FANNY ANDERSSON, NELLIE ANDERSSON, SEBASTIAN PERSSON,
DAVID PRAMÅS, 2026.

Handledare: Peter Folkow, Institutionen för Mekanik och Maritima Vetenskaper
Examinator: Jim Brouzoulis, Institutionen för Mekanik och Maritima Vetenskaper

Kandidatarbete 2026
Institutionen för Mekanik och Maritima Vetenskaper
Chalmers Tekniska Högskola
SE-412 96 Göteborg
Telefon +46 31 772 1000

Omslagsbild: Slutgiltig rigg med ett lastfall.

Typsatt i L^AT_EX
Göteborg 2026

Studio i mekanik och hållfasthetslära
Praktisk applicering av teoretiska modeller inom balkböjning och hållfasthetslära
FANNY ANDERSSON, NELLIE ANDERSSON,
SEBASTIAN PERSSON, DAVID PRAMÅS
Institutionen för Mekanik och Maritima Vetenskaper
Avdelningen för Dynamik
Chalmers Tekniska Högskola

Abstract

The project *Studio i mekanik och hållfasthetslära* has been a recurring bachelor's thesis at the Department of Mechanics and Maritime Sciences since 2013. Over the years, it has taken many forms, with the focus shifting between upgrading the current collection of experiments and creating new ones.

This report describes the development of a frame with fixtures in which beams can be loaded to demonstrate fundamental beam theory in solid mechanics. The rig is designed for intuitive use and easy implementation in foundational solid mechanics courses at Chalmers University of Technology. Accompanying the rig is a code skeleton for calculating beam deflection, based on the fundamentals introduced in the Solid Mechanics course (MTM026) within the Mechanical Engineering program, and a comprehensive laboratory manual.

This manual includes an overview of the rig's functionality, along with several exercises and examples that serve as the foundation for a practical laboratory session. Currently, the Solid Mechanics course (MTM026) lacks hands-on practical labs, relying instead on software simulations to illustrate phenomena in beam theory. The project group aimed to address this by developing a physical laboratory session to be integrated into the course, to bridge the gap between theory and practice.

Following the design, construction, and testing phases, the group has delivered a rig that allows the most common fundamental cases in beam theory to be assembled and experimented upon. A complete set of technical drawings from this project is also provided to facilitate future repairs or the reproduction of the rig.

The group also presents a discussion on potential future improvements, detailing lessons learned from the completed work and outlining areas that could not be addressed within the project timeframe. The group hopes this will motivate future iterations of *Studio i mekanik och hållfasthetslära* to continue developing this project, making it more applicable and ultimately finalizing it as a fully integrated laboratory session in the Solid Mechanics (MTM026) syllabus.

Sammanfattning

Studio i mekanik och hållfasthetslära har varit ett återkommande kandidatarbete på institutionen för Mekanik och maritima vetenskapen sedan 2013. Det har under åren tagit många former där fokus har skiftat mellan att rusta upp den nuvarande samlingen med experiment och att skapa nya experiment.

Denna rapport beskriver arbetsgången för framtagningen av en ram med infästningar där balkar kan lastas och grundläggande balkteori inom hållfasthetslära skall visas. Denna rigg är designad för enkel användning och implementering i grundkurser inom hållfasthetslära på Chalmers Tekniska Högskola. Till denna rigg hör ett kodskelett för beräkning av utböjning på dessa balkar enligt grunderna som introduceras i kursen Hållfasthetslära (MTM026) på programmet för Maskinteknik och ett laborations-PM.

I detta PM finns genomgångar av hur riggen fungerar och en handfull uppgifter/ exempel ligger med som underlag för en praktisk laboration. I dagsläget finns ingen praktisk laboration i Hållfasthetslära (MTM026), utan de laborationer som finns bygger på att använda programvaror för att illustrera vissa fenomen inom balklära. Detta ville gruppen ändra på och därför ta fram en laboration som skall integreras i denna kurs, där gapet mellan teori och praktik förhoppningsvis minskas.

Efter all design, allt byggande och tillhörande testning lämnar gruppen efter sig en rigg där de vanligaste grundfallen inom balklära kan byggas och experimenteras på. Ett komplett ritningspaket från detta arbete finns även för eventuella reparationer eller reproduktion av riggen i framtiden.

Gruppen lämnar även efter sig en diskussion med framtida förbättringspotential, dels lärdomar av saker som genomförts, men även saker som inte hunnits med under arbetets gång. Detta hoppas gruppen kan motivera kommande år av *Studio i mekanik och hållfasthetslära* att fortsätta utvecklingen av detta projekt och göra det mer applicerbart för att till slut bli en komplett laboration som kan bli en del av kursplanen för Hållfasthetslära (MTM026).

Nyckelord: Hållfasthetslära, mekanik, balkböjning, laboration, experiment, rigg, infästning, randvillkor, elementarfall.

Förord

Denna rapport presenterar resultatet av vårt kandidatarbete *Studio i mekanik och hållfasthetslära*, som har utförts vid institutionen för mekanik och maritima vetenskaper, avdelningen för dynamik vid Chalmers tekniska högskola under våren 2026. Arbetet är ett i raden av kandidatarbeten som sedan 2013 har genomförts i syfte att utveckla en studio med laborativt material som kan användas i flertalet grundkurser i mekanik och hållfasthetslära vid universitetet. Projektgruppen består av fyra civilingenjörsstudenter, varav tre läser Maskinteknik och en läser Samhällsbyggnadsteknik.

Författarnas tack

Vi i projektgruppen vill rikta ett stort tack till alla som under projektets gång har lagt ner tid och engagemang för att hjälpa oss att förverkliga vårt arbete. Ett särskilt tack riktas till vår handledare Peter Folkow för värdefull vägledning, teknisk rådgivning och den konstruktiva feedback som har varit till stort stöd under projektets olika faser. Vi vill även uttrycka vår tacksamhet till personalen i Prototyplabbet för deras generösa hjälp med tillverkning av komponenter samt tillhandahållande av lokaler och verktyg, vilket var avgörande för framtagningen av prototypen.

Vidare vill vi tacka vår examinator Jim Brouzoulis för lånet av mätutrustning och för de värdefulla insikter vi fick under intervjun med honom. Vi vill även tacka Magnus Evertsson, Mikael Enelund samt Peter Bäckgren för insiktsfulla intervjuer. Vi uppskattar också de studenter som deltog i utvärderingen av riggens användarvänlighet. Slutligen vill vi tacka institutionen för mekanik och maritima vetenskaper samt avdelningen för dynamik för möjligheten att genomföra detta projekt, vilket har gett oss en fördjupad förståelse för bryggan mellan teoretisk hållfasthetslära och praktisk konstruktionsteknik.

Fanny Andersson, Nellie Andersson, Sebastian Persson och David Pramås
Göteborg, maj 2026

Ordlista

Nedan är listan över begrepp och ord som har använts genom hela denna avhandling listade i alfabetisk ordning:

FEM	En förkortning på finita elementmetoden
FUSE	Fristående maker-space beläget i SB-huset och ägs av Tracks
Prototypplabbet	Verkstad belägen i Maskinhuset som studenterna har tillgång till
Rigg	En ram eller konstruktion med infästningar

Beteckningar

Nedan är relevanta beteckningar som har använts genom hela denna avhandling.

E	E-modul [Pa]
I	Yttröghetsmoment [m^4]
A	Tvärsnittsarea [m^2]
L	Längd [m]
t	Tjocklek [m]
P	Punktlast [N]
u	Utböjning [m]
K^e	Styvhetsmatris
a^e	Förskjutningsvektor
f_1^e	Lastvektor

Innehåll

Ordlista	x
Nomenklatur	xiii
Figurer	xvii
Tabeller	xix
1 Inledning	1
1.1 Bakgrund	1
1.2 Syfte	2
1.3 Problembeskrivning	2
1.3.1 Laboration i hållfasthetslära	2
1.4 Avgränsningar	3
2 Teori	5
2.1 Lärandemål	5
2.2 Praktisk inläring	6
2.3 Hållfasthetslära	7
3 Metod	9
3.1 Förstudie och krav	9
3.1.1 Existerande laborationer och utrustning	9
3.1.2 Intervjuer	11
3.2 Definition av krav	11
3.3 Design och tillverkning	12
3.4 Laborations-PM och Testlaboration	13
3.5 Verifiering, utvärdering och vidareutveckling	14
3.6 Renskrivning av text med AI	14
4 Resultat	15
4.1 Design	15
4.1.1 Ram	15
4.1.2 Infästningar	17
4.1.3 Lastning	19
4.1.4 Mätning	20
4.1.5 Balkar	21

4.2	Testlaboration	22
4.3	Verifiering, utvärdering och vidareutveckling	23
5	Diskussion	27
5.1	Optimering av nuvarande prototyp	27
5.2	Systematisk vidareutveckling och funktionalitet	28
5.3	Reproducerbarhet och pedagogiskt värde	28
5.4	Analys av mätresultat och felkällor	29
6	Slutsatser	31
	Litteraturförteckning	33
A	mtm026.py	I
B	Programmeringskod	V
C	Intervjuer	IX
C.1	Intervju med Jim Brouzoulis	IX
C.2	Intervju med Magnus Evertsson	X
C.3	Intervju med Mikael Enelund	XII
C.4	Intervju med Peter Bäckgren	XII
D	Kravspecifikation	XV
E	Labborations PM	XVII
F	Ritningar av komponenter	XXIX
F.1	Fast inspänning	XXX
F.2	Rullstöd	XXXV
F.3	Fäste för mätklocka	XL
F.4	Lastkrok	XLII

Figurer

2.1	Symbol för rullstöd	7
2.2	Symbol för fast inspänning	7
2.3	Symbol för ledat stöd	7
2.4	Representation av balkelement med noder och frihetsgrader (Brouzoulis och Ekh, 2026, s. 12, återgiven med författarnas tillåtelse).	8
3.1	Rigg från tidigare kandidatarbete med bland annat Peter Bäckgren. (Alexandersson m. fl., 2016. Återgiven med tillstånd.)	10
4.1	Komplett rigg med mätklocka och platt balk	16
4.2	Fast inspänning	17
4.3	Rullstöd	17
4.4	Excenterlås	18
4.5	Lösning med vingskruvar för enklare hantering	19
4.6	Viktfäste	19
4.7	Mätklocka	20
4.8	Arm för att fästa mätklockan i ramen och för att kunna flytta den längs med balken	21
4.9	Balkar	21
4.10	Lastfall 1, laborations-PM	22
4.11	Lastfall med fast inspänning och rullstöd	23
4.12	Lastfall med två rullstöd	24
4.13	Lastfall med fast inspänning, rullstöd och fri ände	24
4.14	Lastfall med fast inspänning och två rullstöd	25
C.1	Balkböjningsrigg för test av topologioptimerad balk	XI
C.2	Rigg från tidigare kandidatarbete med bland annat Peter Bäckgren. (Alexandersson m. fl., 2016. Återgiven med tillstånd.)	XIII
D.1	Kravspecifikation	XVI

Tabeller

3.1	Förkortad version av kravspecifikationen.	11
4.1	Lastfall med fast inspänning och rullstöd	23
4.2	Lastfall med två rullstöd	24
4.3	Lastfall med fast inspänning, rullstöd och fri ände	24
4.4	Lastfall med fast inspänning, två rullstöd och platt balk	25

1

Inledning

Mekanik och hållfasthetslära utgör centrala delar inom flera ingenjörsutbildningar, men upplevs ofta som abstrakta ämnen av studenterna. För att underlätta förståelsen krävs pedagogiska verktyg som tydliggör sambandet mellan teori och verkliga tillämpningar. Vid Chalmers tekniska högskola har initiativ tagits för att utveckla laborativa inslag i syfte att komplettera den traditionella undervisningen.

Studio i mekanik och hållfasthetslära har varit ett återkommande kandidatarbete på institutionen för Mekanik och maritima vetenskapen sedan 2013 och fokuserar på utvecklingen av experiment anpassade för undervisning. I detta kapitel presenteras arbetets bakgrund samt syfte.

1.1 Bakgrund

Sedan 2013 har kandidatarbetet *Studio i mekanik och hållfasthetslära* genomförts vid institutionen för Mekanik och maritima vetenskaper. Projektet syftar till att utveckla och underhålla en studio med experiment ämnade att öka studenternas förståelse för mekanik och hållfasthetslära inom flertalet kurser vid Chalmers tekniska högskola.

Inom bland annat högskoleingenjörskurserna och civilingenjörskurserna Maskinteknik och Samhällsbyggnadsteknik ingår kurser i mekanik och hållfasthetslära som läses av stora studentgrupper. I dessa kurser saknas i dagsläget laborationer där studenterna själva är praktiskt aktiva. Även om demonstrationer och enklare experiment förekommer i undervisningen, intar studenterna där en passiv roll, vilket medför att deras visualisering av relevanta fenomen huvudsakligen begränsas till digitala beräknings- och simuleringsprogram. Detta resulterar i att studenterna utvecklar en teoretisk förståelse och färdighet i beräkningar, men utan att i motsvarande grad erhålla praktisk förståelse för hur dessa fenomen omsätts i verkliga tillämpningar. Forskning visar att aktivt lärande, där studenterna engageras i meningsfulla aktiviteter, kan bidra till ökad förståelse inom ingenjörskurser (Prince, 2004).

1.2 Syfte

Syftet med arbetet är att utveckla ett eller flera experiment för att främja studenternas förståelse för de fenomen som behandlas i kurser inom mekanik och hållfasthetslära. Huvudfokus är att utveckla en laboration inom balkböjning med tillhörande laborations-PM. Experimentet ska tillverkas i flera exemplar för att möjliggöra användning i större studentgrupper inom kurser i hållfasthetslära.

1.3 Problembeskrivning

I detta avsnitt beskrivs problemställningen och arbetets avgränsningar introduceras. Syftet är att tydliggöra arbetets omfattning samt projektgruppens fokusområden.

1.3.1 Laboration i hållfasthetslära

I nuläget saknas studentaktiva laborationer anpassade för kursmålen i grundkurser inom hållfasthetslära, vilket innebär att studenterna inte ges möjlighet att testa sina teoretiska kunskaper i praktiken. Även om det i viss mån finns befintlig testutrustning, är denna inte anpassad efter kursernas specifika behov och krav för att kunna användas som ett integrerat lärandemoment. En laboration inom detta område bedöms ha en betydande positiv inverkan på studenternas lärande. Projektgruppen ska därför utveckla ett komplett laborationspaket, utformat för att underlätta tillverkning av flera riggar och möjliggöra enkel implementering i undervisningen på Chalmers.

I den fullständiga laborationen ingår dels den praktiska utrustningen som ska utvecklas och tillverkas, dels ett pedagogiskt ramverk bestående av både laborations-PM för studenterna och ett omfattande lärarmaterial som stöd för undervisande personal.

Utrustningen ska bestå av flera riggar för att möjliggöra storskalig implementering i kurser med stora studentgrupper (ofta över 250 deltagare). För att säkerställa skalbarhet och inspiration för andra ämnen fokuserar utvecklingen på modulär design, kostnadseffektiv tillverkning och tydliga instruktioner som minimerar behovet av personaltäthet vid genomförandet. Målet är att studenterna genom laborationen ska kunna jämföra teoretiska kunskaper med fysiska experiment på ett sätt som är logiskt genomförbart även i stora kurser.

1.4 Avgränsningar

Utvecklingen av de nya experimenten fokuserar primärt på de behov och det laborationsupplägg som finns inom grundkurser i hållfasthetslära vid Chalmers tekniska högskola. Detta val avgränsar projektets omfattning för att säkerställa god integritet i befintliga kursmoment, men hindrar inte att utrustningen och metodiken kan appliceras i andra sammanhang eller vid andra lärosäten i framtiden. Målet är att experimenten ska belysa de fenomen och formler som behandlas i kursernas huvudlitteratur. För de aktuella momenten, särskilt rörande balkböjning, utgör läroböckerna *Hållfasthetslära* (Ljung m. fl., 2007a, 2007b) den teoretiska basen, där både enaxliga och allmänna tillstånd behandlas.

Vidare görs antagandet att mätklockan är idealiskt inriktad i lastens eller rörelsens riktning, vilket innebär att eventuella vinkelavvikelser och därmed uppkommande projektionseffekter försummas. Detta motsvarar att mätningen betraktas som en direkt translation snarare än en projektion av en förskjutning, det vill säga att faktorn $\cos \theta \approx 1$ för små vinklar. I praktiken innebär detta att eventuella felkällor som uppstår vid snedställning av mätklockan ignoreras, då dessa bedöms ge en försumbar inverkan inom ramen för experimentens noggrannhetskrav.

2

Teori

I detta kapitel presenteras den teori som utgör grunden för arbetet. Kapitlet behandlar främst specifika lärandemål, vikten av praktisk inläring samt relevanta begrepp inom hållfasthetslära.

2.1 Lärandemål

För att säkerställa att den framtagna laborationsutrustningen fyller sitt syfte i undervisningen har ett antal specifika lärandemål från relevanta kurser använts. Dessa mål syftar till att överbrygga gapet mellan teoretisk härledning och praktisk tillämpning inom hållfasthetsläran. Genom att kombinera analytiska beräkningar med fysiska experiment ska studenterna ges möjlighet att fördjupa sin förståelse för mekaniska fenomen och utveckla en ingenjörsmässig intuition. Följande lärandemål har legat till grund för projektets utformning och dess olika delar:

- Ställa upp och lösa matematiska modeller av konstruktioner samt bedöma en lösnings rimlighet.
- Illustrera superposition och se detta realiserats i praktiken.
- Utveckla en praktisk förståelse för egenskaperna hos olika upplagsvillkor.
- Förstå den praktiska skillnaden mellan yttröghetsmoment och tvärsnittsarea vid beräkning av balkböjning.
- Tillämpa elementarfall för kontinuerliga balkar och ramar.

2.2 Praktisk inläring

Som tidigare nämnts saknas det i dagsläget fysiska laborationer i de relevanta kurserna, vilket medför att visualisering och analys av relevanta fenomen i huvudsak sker genom digitala och teoretiska beräknings- och simuleringsverktyg. Detta möjliggör utveckling av teoretisk förståelse och beräkningsfärdigheter, men innebär samtidigt en risk för att lärandet blir abstrakt. Utan den direkta kopplingen till fysiska tillämpningar kan ett glapp uppstå där studenten visserligen bemästrar de matematiska modellerna, men har svårare att förstå deras begränsningar i en mer komplex och verklighetsnära kontext.

Även om digitala laboratorier kan erbjuda fördelar såsom flexibilitet och säkerhet, visar forskning att studenter ofta upplever att de fysiska momenten är nödvändiga för att bygga professionell kompetens och praktiskt självförtroende (Griffin m. fl., 2025). Detta understryker att valet av undervisningsform inte enbart handlar om tillgång till verktyg, utan även om hur väl de stödjer djupinläring och förståelse av tillämpade fenomen.

Forskning indikerar att aktivt lärande, där studenter engageras i strukturerade aktiviteter, bidrar till ökad förståelse och förbättrade studieresultat (Prince, 2004). En meta-analys av Freeman m. fl. (2014) visar dessutom att aktiva lärandemetoder inom naturvetenskapliga och tekniska utbildningar är associerade med högre prestationer samt en lägre andel underkända studenter jämfört med traditionell föreläsning-baserad undervisning. Detta stöds ytterligare av Theobald m. fl. (2020), som visar att aktiva lärandemiljöer särskilt bidrar till att minska prestationsgap och främja inkludering mellan olika studentgrupper.

En central utmaning är dock studenternas egen upplevelse av sitt lärande. Deslauriers m. fl. (2019) visar att studenterna ofta uppfattar passiva undervisningsformer som mer effektiva, eftersom de känns mer lättillgängliga och mindre kunskapsmäsigt krävande. Samtidigt presterar studenterna i regel bättre när de aktivt interagerar med materialet, även om detta initialt kan upplevas som mer ansträngande (Deslauriers m. fl., 2019). Detta belyser vikten av att pedagogiska upplägg inte enbart optimeras efter studenternas personliga upplevelse, utan efter den faktiska inlärningseffekten.

Mot denna bakgrund blir det särskilt viktigt att den modellbaserade undervisningen inte reduceras till enbart verifiering av givna samband, utan utformas så att den främjar aktivt undersökande och kritisk analys. Genom att inkludera problemställningar som kräver att studenten reflekterar över skillnaderna mellan idealiserade teoretiska modeller och den komplexa verkligheten, kan centrala fördelar med aktivt lärande tillvaratas även i frånvaro av fysiska laborationer. På så sätt kan teoretiska modeller fungera som en analytisk förenkling och därmed bli ett verktyg för djupare konceptuell förståelse.

2.3 Hållfasthetslära

Då syftet med laborationen är att representera teoretiska symboler och scenarier i praktiken, kommer dessa symboler även att användas i rapporten. Huvudsakligen är det symbolen för rullstöd (se figur 2.1) som representerar ett stöd där rörelsen är låst i höjddled men där rotation och rörelse i sidled fortfarande tillåts. Utöver detta introduceras även symbolen för fast inspänning (se figur 2.2), där rörelsen istället är låst i alla led. Det vill säga, ingen rörelse tillåts i vare sig höjd- eller sidled, och inte heller någon rotation. Till sist så finns det även symbolen för ett så kallat ledat stöd (se figur 2.3) som representerar ett stöd där rörelsen är låst i höjddled och sidled men där rotation fortfarande tillåts.



Figur 2.1: Symbol för rullstöd

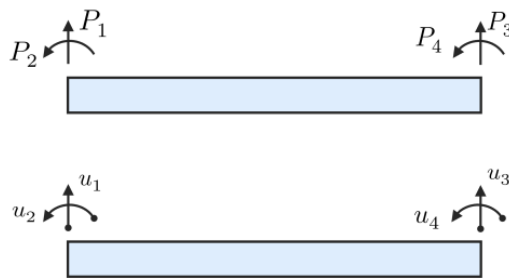


Figur 2.2: Symbol för fast inspänning



Figur 2.3: Symbol för ledat stöd

Vid beräkning av balkars nedböjning tillämpas de styvhetssamband för balkar i en dimension som presenteras inom ramen för kursen MTM026. Dessa samband bygger i grunden på FEM och återfinns i den tillhörande formelsamlingen av Brouzoulis och Ekh, 2026. Metoden bygger på att den kontinuerliga balken diskretiseras i mindre element med längden L , där varje element avgränsas av noder i dess ändpunkter i enlighet med figur 2.4. P respektive u står för den pålagda lasten och utböjningen i respektive nod.



Figur 2.4: Representation av balkelement med noder och frihetsgrader (Brouzoulis och Ekh, 2026, s. 12, återgiven med författarnas tillåtelse).

Rörelser i frihetsgraderna följer jämviktsrelationen enligt ekvation (2.1), där e betecknar ett element. Matrisen \mathbf{K}^e utgör elementets styvhetsmatrix. Den innehåller information om styvheten och beror på det specifika lastfallet. Vektorn \mathbf{a}^e representerar förskjutningen i noderna och \mathbf{f}_1^e de pålagda lasterna samt reaktionskrafterna (se ekvation (2.2)). Av ekvationen framgår även hur matrisen beror av E , I och L , det vill säga hur den övergripande styvheten påverkas av balkens material, tvärsnitt och längd.

$$\mathbf{K}^e \mathbf{a}^e = \mathbf{f}_1^e \quad (2.1)$$

$$\mathbf{K}^e = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}^e = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_1^e = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

I praktiken implementeras dessa samband i programspråket Python (Python Software Foundation, 2024) i en Jupyter Notebook-miljö för att lösa det uppställda ekvationssystemet och därmed bestämma balkens utböjning; se appendix B. För att säkerställa kompatibilitet med kursens beräkningsmetodik används skriptfilen `mtm026.py` (se appendix A).

Utöver denna metod används ytterligare två metoder i undervisningen på Chalmers: balkens differentialekvation samt elementarfall. Differentialekvationen ger den mest exakta teoretiska lösningen, men är relativt tidskrävande. Elementarfall utgörs av vanligt förekommande fall som redan finns lösta med färdiga formler. Dessa formler är betydligt snabbare att tillämpa och ger tillräckligt noggranna resultat. Projektgruppen har därför designat merparten av lastfallen med detta i åtanke, i syfte att underlätta för användare utan förkunskaper i Python.

3

Metod

Detta avsnitt beskriver arbetsgången för projektet.

3.1 Förstudie och krav

Förstudien för projektet påbörjades tidigt och pågick under en längre period. I denna ingick informationssökning, främst för att hitta liknande projekt eller riggar på andra akademiska institutioner, men även hos företag och privatpersoner.

3.1.1 Existerande laborationer och utrustning

Försök att hitta existerande laborationer på andra lärosäten har genomförts, men inga relevanta resultat har hittats. Detta indikerar ett stort behov av projektet, förutsatt att liknande laborationer faktiskt saknas. Det bör dock tas i beaktande att exakt kursinnehåll och specifika moment sällan publiceras öppet, vilket potentiellt innebär att andra lärosäten redan använder liknande laborationer i sin undervisning.

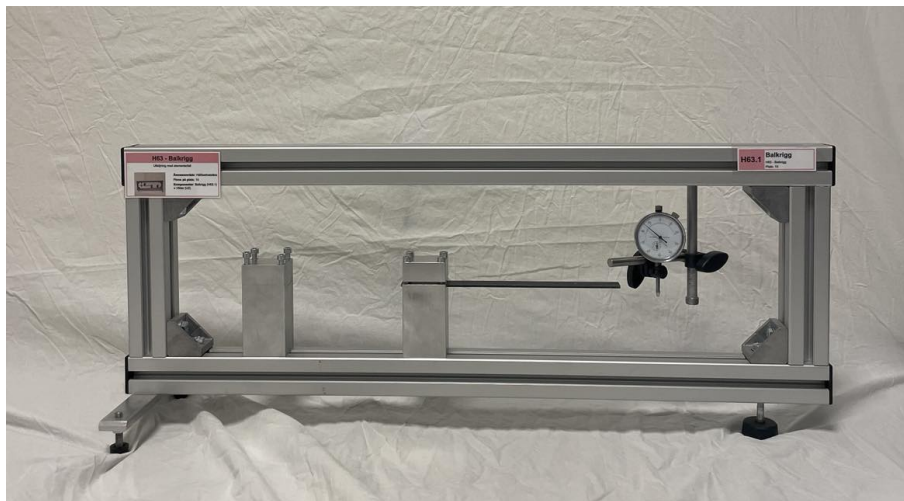
Det existerar flera olika laborationsutrustningar som omfattar balkböjning med varierande komplexitet. Ett exempel är utrustning från ett tyskt företag som specialiserar sig på tillverkning av laborationsutrustning för ingenjörer (G.U.N.T. Gerätebau GmbH, 2023). Företaget tillhandahåller flertalet riggar inom hållfasthetslära, varav en rigg fokuserar specifikt på balkböjning. Denna består av en ram tillverkad av fjäderbensprofil i aluminium där mätklockor och inspänningar för balkar fästs. Infästningarna består av en fast inspänning och flertalet rullstöd med integrerade mätklockor som mäter reaktionskrafter. Ytterligare mätklockor kan sedan placeras ut för att mäta deformationen, vilket ger goda möjligheter för beräkningar och jämförelser under en laboration.

Ett annat exempel kommer från ett brittiskt företag som tillverkar laborationsutrustning för ingenjörsutbildningar (P.A. Hilton Ltd, 2025). Företaget har, likt det föregående exemplet, ett antal riggar inom hållfasthetslära, däribland riggar för balkböjning. Dessa består primärt av en grundläggande fjäderbensprofil i aluminium samt digitala instrument som visar de vertikala krafterna i stöden. Inspänningar, vikter och mätutrustning är justerbara och flyttbara för önskad placering.

3. Metod

Även det brittiska företaget TecEquipment tillverkar liknande riggar (TecEquipment Ltd., 2026). De erbjuder en uppsättning riggar med olika syften, varav vissa bygger på en vertikal platta och andra utgörs av mer gedigna ramkonstruktioner i likhet med de tidigare nämnda. Riggarna som fäster på en platta är modulära gällande infästningar, placering av laster och mätning. Denna modularitet ansågs vara av särskilt intresse för det fortsatta arbetet.

En annan variant av laborationsutrustning som identifierades var en rigg från ett tidigare kandidatarbete, författat av bland andra Peter Bäckgren, som även intervjuades inom ramen för detta projekt (Alexandersson m. fl., 2016). Riggen bestod av en ram byggd av aluminiumprofiler (se figur C.2). Konstruktionen var utformad för att demonstrera grundläggande principer inom balkteori och deformation. Riggen var utrustad med flyttbara stöd, vilket möjliggjorde olika uppställningar, exempelvis en fast inspänd konsolbalk eller en balk som är fast inspänd i båda ändar. För att mäta utböjningen användes en analog mätklocka monterad i ett stativfäste. Genom att applicera kända laster vid specifika punkter på balken kunde användaren avläsa deformationen. En nackdel med denna rigg var att det krävdes verktyg för att flytta stöden och mätklockan samt för att spänna fast balken. Ytterligare en nackdel var att mätklockans stativ hade för många leder, vilket försvårade justeringen av klockans position.



Figur 3.1: Rigg från tidigare kandidatarbete med bland annat Peter Bäckgren. (Alexandersson m. fl., 2016. Återgiven med tillstånd.)

3.1.2 Intervjuer

Utöver informationssökningen genomfördes intervjuer med nuvarande och tidigare examinatoreer för kurser där hållfasthetslära utgör en central del. De intervjuade var Jim Brouzoulis, Magnus Evertsson, Mikael Enelund och Peter Bäckgren. Fullständiga sammanfattningar av intervjuerna återfinns i appendix C. Bäckgren är för närvarande inte inblandad i någon kurs, men är anställd på Chalmers som verkstadstekniker på FUSE och har, som tidigare nämnts, genomfört ett liknande kandidatarbete under sin studietid på Maskinteknik. Resultatet från dessa intervjuer gav projektgruppen en tydlig bild av vilka krav och önskemål riggen behövde uppfylla.

3.2 Definition av krav

Krav och önskemål för laborationen sammanställdes i en kravspecifikation där målvärden, verifieringsmetoder och kravställare kommunicerades tydligt. Kraven var dels hämtade från intervjuerna med examinerarna, dels formulerade av projektgruppen baserat på förstudien och dess insikter. Bland kraven framträdde parametrar som vikt, storlek, hållbarhet och möjlighet till variation i testfall som särskilt viktiga. Projektgruppen identifierade även specifika önskemål gällande materialval med hänsyn till korrosions- och slitagemotstånd. Denna kravspecifikation utgjorde därefter grunden för det fortsatta arbetet. I tabell 3.1 presenteras ett urval av de viktigaste kraven; för en fullständig kravspecifikation hänvisas till appendix D.

Tabell 3.1: Förkortad version av kravspecifikationen.

Grupp	Krav
Livslängd	Livslängd
Underhåll	Standardiserade balkar Lätt utbytbara delar Endast reparationer
Storlek	Vikt Längd, bredd, höjd
Ergonomi	Placeras på bord Enkel belastning
Utbildning	Endast laborations-PM krävs
Kostnader	Lågt pris
Prestanda	Fast inspänd Fritt upplagd Punktlast

3.3 Design och tillverkning

Designen baserades på ett modulärt system med möjligheten att bygga upp olika lastfall och spänna fast olika balkar. Som konstaterades i förstudien var ett problem med tidigare lösningar att de var otympliga och krävde verktyg vid omplacering. Därför prioriterades enkla lösningar som underlättar förflyttning och justering av delar. I stort sett alla komponenter tillverkades i aluminium för att hålla nere vikten och undvika korrosion. Fyrkantör användes för att bibehålla en god strukturell prestanda samtidigt som vikten minimerades ytterligare.

Konstruktionen delades in i fyra huvuddelar: ram, infästningar, lastning och mätning. Ramen byggdes av färdiga 30x30-millimeters aluminiumprofiler med T-spår, då dessa bedömdes ha tillräcklig stabilitet. Profilerna köptes in med tillhörande beslag och skruvades ihop till en rektangulär form, där T-spåren nyttjades för att fixera övriga komponenter.

För att simulera standardiserade upplagsvillkor utvecklades två typer av infästningar: en för fast inspänning och en för rullstöd. Infästningarna monterades i ramen med hjälp av excenterlås och tillhörande fästkrokar för att möjliggöra snabb och verktygslös justering. Basen till infästningarna tillverkades av fyrkantör i aluminium försedda med styrtappar för att säkerställa rätvinklighet. Den fasta inspänningen utformades med aluminiumplattor och vingskruvar för att förenkla balkbyten. Rullstödet försågs med två rullar, varav den övre gjordes justerbar. Detta gjorde det möjligt att fixera balkar av olika tjocklek i vertikalled utan att låsa deras rotation.

För att möjliggöra precisionsmätningar av utböjningen integrerades en digital mätklocka, monterad på en vertikal stång som kan förflyttas längs ramens T-spår. Genom att fixera mätklockans fäste så att enbart vertikal rörelse och rotation kring stången tillåts, minimerades risken för uppställningsfel och det säkerställdes att mätspetsen förblir vertikal. Balkarna som slutligen valdes var tillverkade av aluminium och utgjordes av en plattprofil (2 x 20 mm) samt en H-profil med identisk tvärsnittsarea.

Stabiliteten hos stöden är kritisk, de får inte svikta under de laster som balken utsätts för eftersom detta direkt skulle påverka mätklockans utslag.

3.4 Laborations-PM och Testlaboration

Framtagningen av laborationsmomentet genomfördes i två faser: utveckling av instruktionsmaterial i form av ett laborations-PM samt praktisk verifiering genom en testlaboration.

Som ett första steg upprättades ett preliminärt laborations-PM, i syfte att kunna utvärderas tillsammans med riggen. Dokumentet innefattade tydliga instruktioner för laborationens genomförande, samt formler och en tänkt beräkningsmodell för att verifiera experimentet. Utöver detta inkluderades kunskapskrav och lärandemål kopplade till den aktuella kursen. Målet var att utforma instruktioner som uppmunttrade till lärande, där studenterna kunde applicera teoretiska hållfasthetsformler på ett fysiskt experiment och resonera kring skillnaderna mellan teori och praktik.

För att utvärdera riggens funktionalitet och instruktionernas tydlighet genomfördes en testlaboration med studenter från kursen Hållfasthetslära (MTM026). Efter samråd med kursens examinator valdes läsvecka 1 och 2 (i slutet av mars) som testperiod, eftersom de relevanta teoretiska momenten nyligen hade introducerats i undervisningen.

Testlaborationen genomfördes på frivillig basis under en schemalagd räkneövning. Syftet var att utvärdera experimentets relevans samt identifiera eventuella behov av förändringar. Resultaten från testlaborationen låg därefter till grund för den fortsatta vidareutvecklingen av riggen och materialet.

3.5 Verifiering, utvärdering och vidareutveckling

När samtliga komponenter hade tillverkats testades riggen genom att spänna upp balkarna och lasta dem på olika sätt. Under detta moment fick projektgruppen en god uppfattning om riggens användarvänlighet. Balkarna lastades vid olika upplagsvillkor, och utböjningen mättes med mätklockan på olika positioner längs balken. Värdena samlades in för framtida utvärdering och teoretisk jämförelse. Parallellt med dessa tester uppdaterades riggen kontinuerligt med passande skruvar och rattar för att säkerställa att den kunde användas helt utan verktyg, i enlighet med kraven.

Efter den praktiska verifieringen togs ett kodskelett i Python fram (Python Software Foundation, 2024) (se appendix B). Detta kodskelett bygger på samma struktur som används för beräkningsuppgifter i kursen Hållfasthetslära (MTM026) för maskinteknikprogrammet. Syftet med att utnyttja denna specifika kod var att studenterna redan är bekanta med den och ges möjlighet att se dess praktiska tillämpning, genom att verifiera de numeriska resultaten mot den fysiska balken. Valet av denna kod innebär även att studenterna förväntas kunna arbeta mer självgående under laborationen, då de slipper lära sig ny syntax. Ytterligare fördelar är att studenternas kunskaper kring programmeringsmiljön befästs, vilket förbereder dem inför kommande moment i kursen. Slutligen erbjuder kodskelettet en hög flexibilitet; det är betydligt enklare att ändra upplagsvillkor, materialdata och tvärsnittsgeometri i koden jämfört med vid handräkning, där hela beräkningsgången i regel måste göras om för varje justering.

3.6 Renskrivning av text med AI

Inom ramen för arbetet med slutrapporten har generativa AI-verktyg (Google, 2026) använts i begränsad omfattning och enbart som stöd för språklig bearbetning. Användningen har omfattat renskrivning, förbättring av textens språkliga kvalitet samt strukturering av innehåll i syfte att öka tydlighet och läsbarhet. Detta inkluderar justering av meningsbyggnad, grammatik och disposition.

AI-verktygen har inte använts för att generera sakinnehåll, formulera tekniska slutsatser eller genomföra analyser. Samtliga resultat, resonemang och slutsatser som presenteras i rapporten baseras uteslutande på projektgruppens egna undersökningar, litteraturstudier och metodval.

Projektgruppen ansvarar fullt ut för rapportens innehåll, inklusive dess riktighet, tolkningar och slutsatser.

4

Resultat

I detta kapitel presenteras de resultat som projektet har uppnått.

4.1 Design

I följande avsnitt presenteras prototypens design samt de designbeslut som projektgruppen har fattat. Designen delas in i fyra huvuddelar: ram, infästningar, lastning och mätning.

4.1.1 Ram

En stor avvägning vid designen av ramen var huruvida riggen skulle byggas med fokus på låg vikt, eller om en tyngre, men mer robust, design skulle prioriteras. Valet stod framför allt mellan att antingen designa en rigg som kan monteras på en håltavla i trä, IKEAs modell Skådis (IKEA of Sweden AB, 2026) med 3D-printade delar, eller att bygga den med hjälp av aluminiumprofiler.

Fördelen med lösningen baserad på en håltavla är att riggen blev betydligt lättare för examinatorer och handledare att bära med sig samt att nya delar enkelt kunde tillverkas med en 3D-skrivare. Detta var en stor fördel när laborationen skulle skalas upp och flertalet riggar skulle tillverkas. 3D-printade delar medför dock en ökad risk för slitage och brott, vilket kräver att nya komponenter kontinuerligt tillverkas. Detta riskerar att skapa ett motstånd mot användning, särskilt då intresset och utrustningen för 3D-utskrift kan variera hos den undervisande personalen. En ytterligare risk var att tavlan i sig inte bedömdes vara tillräckligt styv, vilket därmed skulle kunna påverka mätresultaten negativt.

Fördelen med att använda aluminiumprofiler är att ramen blir betydligt stabilare, varvid risken för att ramens styvhet påverkar mätningarna anses vara mycket låg. Även övriga komponenter blir mer stabila och hållbara vid montering, vilket minskar behovet av framtida reparationer. Nackdelen är dock att en ram av aluminiumprofiler blir avsevärt tyngre jämfört med en håltavla, samt att utrustningen blir mer komplicerad att skala upp eftersom fästena inte kan 3D-printas på samma enkla sätt.

4. Resultat

Det slutgiltiga valet föll på en ram av aluminiumprofiler, då den ökade vikten inte bedöms ha någon avgörande betydelse. Dessutom vägde risken för att återkommande reparationer skulle skapa ett motstånd hos personalen tungt i beslutet. Kostnaden för riggen blir något högre, men även detta anses överkomligt.

Eftersom ett av problemen med Peter Bäckgrens tidigare rigg var att utrymmet mellan mätklockan och balken var väldigt trångt, gjordes ramens höjd något högre i detta projekt för att underlätta mätningarna. Aluminiumprofiler med T-spår valdes för att förenkla monteringen av både ramen och de tillhörande komponenterna. Profiler med dimensionen 30x30 mm bedömdes vara tillräckligt styva för att inte påverka mätresultaten. Två stålbeslag försedda med möbelfötter monterades tvärs under riggen för att säkerställa att den står stabilt. Profilerna skruvades ihop med hjälp av hörnvinklar som säkerställer rätta vinklar, vilket skapar en stabil rektangulär ram (se figur 4.1).



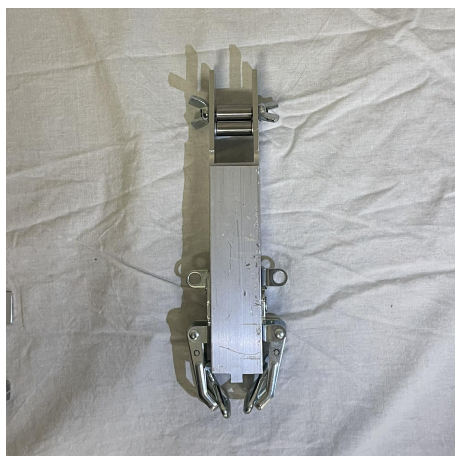
Figur 4.1: Kompletta rigg med mätklocka och platt balk

4.1.2 Infästningar

Designen av infästningarna omfattar dels hur dessa monteras i ramen, dels hur de utformas för att interagera med balken. I projektet utvecklades två olika typer av infästningar för att simulera de vanligaste upplagsvillkoren inom grundläggande balkteori: en fast inspänning (se figur 4.2) och ett rullstöd (se figur 4.3). Det hade även varit önskvärt att ta fram en variant av ett fritt upplagt stöd; detta kommer dock endast att genomföras i mån av tid, efter att de primära stöden färdigställts.



Figur 4.2: Fast inspänning



Figur 4.3: Rullstöd

Ett av de främsta målen med inspänningarna var att de skulle kunna flyttas och justeras enkelt utan specialverktyg, vilket blev en viktig aspekt vid utformningen av rammonteringen. I praktiken innebär detta att fästansordningarna behöver sitta utanpå infästningarna för att vara lättillgängliga. Därför valdes excenterlås med fästkrokar monterade på fasta positioner (se figur 4.4). Denna lösning möjliggör en snabb och repeterbar montering med samma mått varje gång.



Figur 4.4: Excenterlås

Som bas för infästningarna valdes fyrkantströr i aluminium, då dessa bedömdes vara tillräckligt hållfasta samtidigt som vikten kunde hållas låg. Rörprofilen gör det även enkelt att montera excenterlåsen. Dessutom är aluminium ett mer lättarbetat material jämfört med stål. I botten av rören skars två utstickande styrtappar, vilka säkerställer att inspänningen monteras rakt i spåret och förhindrar rotation, se figur 4.3 och 4.2.

Vid utformningen av den fasta inspänningen hämtades stor inspiration från Peter Bäckgrens rigg, vars princip ansågs vara en bra lösning. Infästningen förenklades dock genom att endast använda två vingskruvar (se figur 4.5) istället för fyra, i syfte att påskynda montering och byte av balkar. Själva fästet utgörs av två aluminiumplattor, där den undre plattan är fastsvetsad i fyrkantströret.

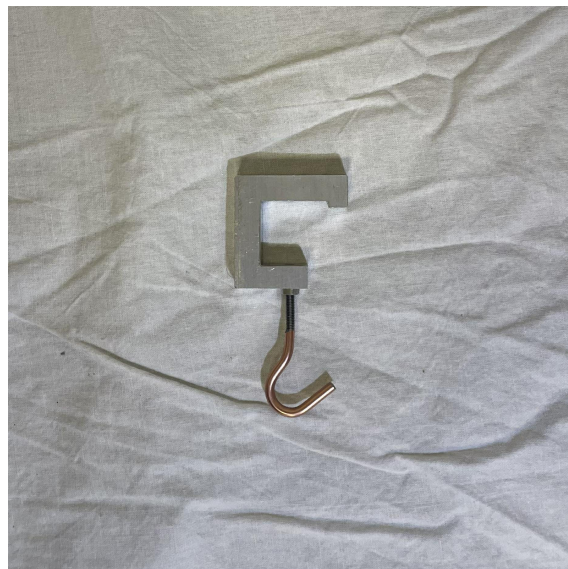
Eftersom ett viktigt krav på riggen var att kontinuerliga balkar skulle kunna ställas upp, behöver rullstödet förhindra att balken rör sig både uppåt och nedåt i vertikallid. Samtidigt får balken inte låsas mot rotation. Därför designades rullstödet med två rullar, varav den övre kan justeras och låsas i höjdlid. Detta säkerställer att balkens vertikala position fixeras, samtidigt som systemet kan anpassas för balkar av olika tjocklekar.



Figur 4.5: Lösning med vingskruvar för enklare hantering

4.1.3 Lastning

För att balken skulle kunna belastas på ett kontrollerat sätt krävdes ett stabilt fäste för att hänga på vikterna. Detta löstes genom att konstruera en aluminiumbygel som hängs över balken, försedd med en krok undertill. I denna krok kan vikter appliceras, varvid balken belastas på önskad punkt (se figur 4.6).



Figur 4.6: Viktfäste

4.1.4 Mätning

För att möjliggöra beräkningar och jämförelser mellan teori och verklighet krävs tillförlitliga mätningar på balken. Förstudien visade att mätning av utböjning är nödvändig, men att det även är önskvärt att kunna mäta reaktionskrafter. Reaktionskrafter mäts enklast vid ett rullstöd, eftersom ett sådant endast ger upphov till en vertikal kraftkomponent. Detta kan jämföras med en fast inspänning, där reaktionskrafterna utgörs av både vertikala och horisontella krafter samt ett böjmoment. Ett specifikt stöd anpassat för kraftmätning hann dock inte utvecklas inom ramen för detta projekt.

För mätning av utböjning ansågs en mätklocka vara att föredra. Projektgruppen tilldelades en digital mätklocka (se figur 4.7) med ett tillhörande fäste avsett för stångmontering. Under intervjun med Peter Bäckgren framkom att ett stort problem med den äldre riggen var att mätklockans stativ hade för många frihetsgrader. Detta ledde ofta till att mätklockan inte hamnade perfekt vinkelrätt mot utböjningen, vilket introducerade oförutsägbara mätfel.

Att montera en vertikal stång direkt i ramen ansågs vara en bra lösning och implementerades därför. Genom att använda ett fäste som endast tillåter förskjutning i höjddled samt rotation kring stängen, garanteras att mätklockan alltid förblir vertikal. För att flytta mätpunkten längs balken kan stångfästet enkelt lossas och skjutas längs ramens övre T-spår, vilket möjliggör mätning på valfri position (se figur 4.8). Det tidigare nämnda problemet med trånga utrymmen vid mätning har avhjälpts genom att ramen gjordes högre.



Figur 4.7: Mätklocka



Figur 4.8: Arm för att fästa mätklockan i ramen och för att kunna flytta den längs med balken

4.1.5 Balkar

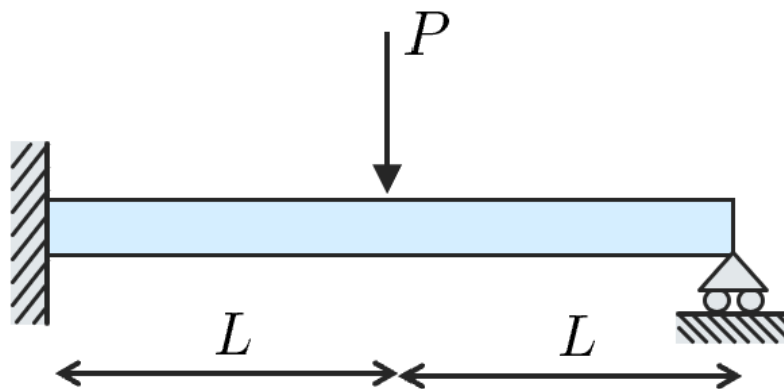
Som balkar i riggen användes färdigköpta aluminiumprofiler. Testerna har primärt utförts på en platt profil (2x20 mm) samt en mer komplex H-profil (se figur 4.9). Syftet med valet av dessa specifika tvärsnitt var att demonstrera hur material som är placerat längre från böjningsaxeln ger en högre styvhet, förutsatt att tvärsnittsarean bevaras. Därför köptes båda profilerna in med samma tvärsnittsarea. Projektgruppen utvärderade även motsvarande balkar i stål, men konstaterade att dessa är för styva för att tydligt illustrera fenomenet. Även om mätresultaten för stålbalkarna är goda, blir utböjningen ofta för liten för att kunna observeras visuellt. En visuell bekräftelse av deformationen bedöms dock vara en central del av den praktiska inlärningen som eftersträvas med laborationen.



Figur 4.9: Balkar

4.2 Testlaboration

När balkriggens konstruktion var tillräckligt färdigställd för att kunna hantera ett antal lastfall påbörjades arbetet med ett preliminärt laborations-PM. Detta dokument innehåller bland annat illustrativa figurer över olika lastfall (se exempel i figur 4.10). Utöver detta anges balkarnas dimensioner, en tvärsnittsritning för H-profilen samt stegvisa instruktioner för de olika momenten. Grundtanken är att studenterna ska kunna genomföra laborationen självständigt enbart med hjälp av instruktionerna i PM:et. Syftet är att minska behovet av handledning och därmed göra momentet mer skalbart och lättillgängligt. Det fullständiga laborations-PM:et återfinns i appendix E.



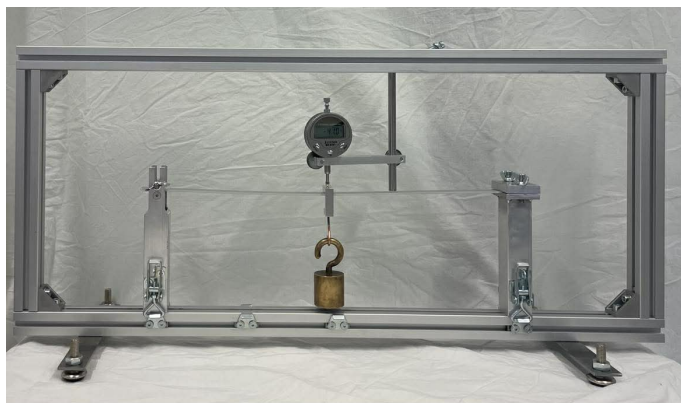
Figur 4.10: Lastfall 1, laborations-PM

Efter den första byggfasen anordnades en kort testlaboration under en schemalagd räknestuga för studenter som befann sig i läsvecka 1 på kursen Hållfasthetslära för maskinteknik. Projektgruppens ambition var att samla in värdefull feedback gällande studenternas upplevelse, deras lärande samt hur smidig utrustningen var att använda i praktiken. Tyvärr ledde yttre omständigheter, såsom låg närvaro på räknestugan och bristande uppstyrning, till att testtillfället inte blev så givande som förväntat. Gruppen fick visserligen en inblick i studenternas åsikter, men momentet hade behövt vara mer strukturerat för att ge ett fullgott och analyserbart resultat.

4.3 Verifiering, utvärdering och vidareutveckling

Vid testning av riggen testades tre olika upplag för varje balk och en sista där samma balk används men mätpunkten ändras.

Första upplaget är med fast inspänning i ena änden och ett rullstöd i andra, se figur 4.11 och tillhörande resultat-tabell 4.1.



Figur 4.11: Lastfall med fast inspänning och rullstöd

Tabell 4.1: Lastfall med fast inspänning och rullstöd

	Mätvärde [mm]	Teoretiskt värde [mm]	Vikt [g]	Felmarginal [%]
Platt balk	4,11	3,05	400	34,75%
H-balk	0,12	0,114	400	5,26%

4. Resultat

Andra upplaget var liknande, fast det fast inspända stödet byttes ut mot ett till rullstöd, se figur 4.12 och tillhörande tabell 4.2.



Figur 4.12: Lastfall med två rullstöd

Tabell 4.2: Lastfall med två rullstöd

	Mätvärde [mm]	Teoretiskt värde [mm]	Vikt [g]	Felmarginal [%]
Platt balk	2,49	1,743	100	42,86%
H-balk	0,27	0,2611	400	3,41%

Tredje upplaget liknade det första, fast med rullstödet flyttat. Denna gång hänger balken fritt i änden där lasten läggs på, se figur 4.13 och tillhörande tabell 4.3.



Figur 4.13: Lastfall med fast inspänning, rullstöd och fri ände

Tabell 4.3: Lastfall med fast inspänning, rullstöd och fri ände

	Mätvärde [mm]	Teoretiskt värde [mm]	Vikt [g]	Felmarginal [%]
Platt balk	3,51	3,05	50	15,08%
H-balk	0,86	0,7973	400	7,86%

Det fjärde och sista fallet som testades liknar det förra, fast ytterligare ett rullstöd adderades, se figur 4.14 och tabell 4.4. Denna gången testades endast den platta balken, där mätpunkten flyttades mellan punkten där lasten lades på och den motsvarande punkten på andra sidan. Detta var för att mäta uppböjningen på den motsatta sidan för att kontrollera funktionen på stöden vid uppböjning, då detta inte har testats tidigare.



Figur 4.14: Lastfall med fast inspänning och två rullstöd

Tabell 4.4: Lastfall med fast inspänning, två rullstöd och platt balk

	Mätvärde [mm]	Teoretiskt värde [mm]	Vikt [g]	Felmarginal [%]
Under last	0,91	0,5913	400	53,90%
Motsatt sida	0,17	0,14	400	21,43%

Vid testning av riggen med olika upplagsvillkor överensstämde de uppmätta värdena för H-profilen väl med de teoretiska beräkningarna, medan avvikelserna var större för den platta balken. Själva mätningen fungerade dock enligt förväntan, handhavandet vid uppställning, belastning och avläsning fungerade väl. Att balkarnas utböjning följde ett förväntat mönster indikerar också att designen av både stöd och ram är lyckad. Skillnader mellan teori och praktik beror därmed sannolikt på yttre felkällor, exempelvis att den faktiska elasticitetsmodulen (E-modulen) för de inköpta profilerna inte är exakt känd.

Under testerna framkom även vissa praktiska begränsningar som föranledde justeringar i det slutgiltiga laborations-PM:et. Den platta balken visade sig vara alltför vek för att monteras som en enkel konsolbalk, då dess egentyngd blev så dominerande att det försvårade mätningar av den pålagda punktlastens utböjning. Detta klassiska lastfall uteslöts därför till förmån för ett besläktat fall med en fast inspänning, ett rullstöd och en fri ände (se figur 4.13), vilket uppvisar liknande mekaniska egenskaper. Vidare exkluderades lastfall med fler än tre stöd. Den korta spännvidden gjorde denna uppställning så styv att utböjningen understeg 0,01 mm, vilket förhindrade tillförlitliga utslag med den tillgängliga mätklockan.

5

Diskussion

För att maximera riggens potential, hållbarhet och användarvänlighet har ett antal kritiska utvecklingspunkter identifierats. Dessa kan kategoriseras som antingen direkta tekniska förbättringar av den nuvarande prototypen eller strategiska förslag på framtida vidareutveckling av systemet i ett större utbildningssammanhang.

5.1 Optimering av nuvarande prototyp

En central aspekt för framtida revideringar är en genomgående digitalisering av mätsystemet. Genom att integrera automatiserad mätning, exempelvis via digital datainsamling, skulle precisionen vid mätning höjas ytterligare. Detta skulle eliminera felkällor knutna till manuell avläsning och möjliggöra realtidsanalys av mätdata. En digitalisering av mätsystemet bör även omfatta sensorer för att registrera fler frihetsgrader. Genom att integrera till exempel en digital vinkelmätare kan balkens rotationsvinkel (θ) längs hela dess längd fastställas. Detta är särskilt relevant för att verifiera deformationssamband där lutningen är en kritisk parameter. Att samtidigt kunna mäta krafter, moment och vinklar skulle ge en komplett bild av balkens tillstånd och möjliggöra en mer djupgående validering av den elastiska linjens ekvation.

Vidare identifieras ett behov av att optimera belastningssystemets vikter. Genom att ta fram viktpaket som är specifikt anpassade efter riggens geometri och det tillgängliga utrymmet säkerställs en stabilare och mer centrerad lastpåläggning. Detta reducerar risken för snedbelastning eller mekanisk interferens mellan vikterna och riggens stomme, faktorer som annars kan resultera i oönskade mätfel eller systematiska avvikelser.

5.2 Systematisk vidareutveckling och funktionalitet

Riggens modulära struktur medger omfattande möjligheter till funktionsmässig expansion. Exempelvis skulle konstruktionen kunna byggas ut för att hantera mer komplexa lastfall än de nuvarande statiska punktlaster. Genom att implementera ledade stöd och möjliggöra dynamiska laster, såsom vibrationer och svängningar, samt införa metoder för att applicera utbredda laster och momentbelastning i form av vridning, transformeras riggen till ett betydligt mer mångsidigt laborativverktyg för studier av fler teoretiska principer.

För att ytterligare höja utbildningskvaliteten och illustrera bredden inom materialmekanik bör fler balktyper implementeras. Exempel på detta är sandwichstrukturer i komposit eller balkar av varierande material, såsom trä och polymerer. Detta skulle ge studenterna möjlighet att praktiskt jämföra hur olika tvärsnittsgeometrier och materialegenskaper korrelerar med utböjning och styvhet, vilket skapar en direkt brygga mellan teoretisk materialvetenskap och praktisk konstruktionsteknik.

Utöver att hantera fler materialtyper bör riggens mekaniska gränssnitt vidareutvecklas för att inkludera mer avancerade randvillkor än dagens rullstöd och fasta inspänningar. Genom att introducera elastiska inspänningar (fjädrande stöd) kan man simulera mer realistiska byggnadskonstruktioner där stödet inte är oändligt styvt. Vidare bör stöden anpassas för att kunna applicera och motverka punktmoment. Genom att införa en mekanism som kan applicera ett känt vridmoment vid balkändarna eller längs balken, expanderas riggens användningsområden till att omfatta även vridnings- och kombinationsteori.

5.3 Reproducerbarhet och pedagogiskt värde

En betydande framgångsfaktor för arbetet är riggens höga grad av reproducerbarhet. Genom en konsekvent användning av standardiserade komponenter och en modulär uppbyggnad har en design skapats som är både kostnadseffektiv och enkel att duplicera. De detaljerade och tekniskt granskade ritningarna, framställda i Autodesk Inventor (Autodesk, Inc., 2026), möjliggör en effektiv produktion av identiska enheter (se appendix F).

Möjligheten att tillhandahålla en större uppsättning riggar är av stor strategisk vikt. Det tillåter större studentgrupper att genomföra laborationer simultant under strikt likvärdiga förhållanden, vilket stärker både utbildningens kvalitet och genomströmning genom att öka tillgängligheten till den fysiska utrustningen.

5.4 Analys av mätresultat och felkällor

De experimentella resultaten uppvisar vissa avvikelser från de teoretiskt beräknade värdena. Avvikelsen är särskilt framträdande vid provning av de vekare balkarna och vid användning av de vekare randvillkoren. Detta antas bero på att större utböjningar medför en ökad känslighet för mätfel samt att exakta data för elasticitetsmodulen saknas för de använda aluminiumbalkarna.

Då specifika materialdata saknades för de inköpta komponenterna, användes generella värden i beräkningarna. En tänkbar förbättringsåtgärd är således att tillverka egna balkar av ett material vars egenskaper verifierats genom dragprovning. Med en fastställd E-modul skulle beräkningarnas precision sannolikt förbättras, och kvarstående avvikelser skulle då mer entydigt kunna härledas till riggens mekaniska egenskaper eller friktion i upplagen.

Då resultaten från de styvare randvillkoren och framför allt för den styvare balken uppvisar god korrelation med teorin, dras slutsatsen att riggen i sig inte utgör den primära felkällan. Den visuella representationen av utböjningen illustrerar tydligt hur balken deformeras och hur de olika stöden påverkar detta. Det framgår exempelvis tydligt att den fasta inspänningen effektivt låser rotationen, medan rullstöden tillåter fri rotation. Att balken uppvisar en flackare kurvatur och mindre utböjning i närheten av de fasta inspänningarna konkretiserar de teorier om balkars deformation som många studenter annars uppfattar som abstrakta när de introduceras i kurslitteraturen.

Resultaten från mätningarna på den platta balken uppvisar en högre felmarginal. Detta kan bero på flera faktorer, såsom de tidigare nämnda osäkerheterna kring materialdata, veka upplag eller en snedställning av mätklockan. Den främsta orsaken bedöms dock ligga i den bakomliggande teorin. Den beräkningsmodell som har använts förutsätter nämligen små deformationer, vilket inte nödvändigtvis är fallet för den platta balken. Eftersom balken är relativt vek kan de applicerade lasterna ge upphov till en deformation som är för stor för att modellen ska vara giltig. Detta bedöms vara den enskilt största felkällan.

En annan konsekvens av stora deformationer är det sinusfel som kan uppstå. Vid små deformationer och en helt rätvinklig mätuppställning kan detta fel till stor del motverkas. När utböjningen blir större ökar dock vinkeln mellan balkens yta och mätklockans mätspets, vilket markant ökar risken för denna typ av mätfel.

6

Slutsatser

Genomförda tester av den kompletta riggen bekräftar att projektet har uppnått sitt primära syfte. Samtliga obligatoriska krav i kravspecifikationen (se appendix D) har uppfyllts, vilket innebär att riggen är fullt funktionell och säkerställer den avsedda mätkvaliteten. Särskilt framgångsrik är konstruktionens användarvänlighet vilket uppnåts genom att prioritera låg vikt och en verktygslös hantering. Studenter under testlaborationen kunde med enkla instruktioner byta mellan olika balkar och stöd trots att riggen vid denna tidpunkt krävde specialverktyg vilket inte längre är fallet. Att de faktiska mätresultaten dessutom korrelerar väl med de teoretiska beräkningarna för H-balken validerar riggens precision och tillförlitlighet som pedagogiskt verktyg.

Även om de obligatoriska kraven är uppfyllda, lämnar vissa outnyttjade punkter i önskemålslistan utrymme för framtida iterationer. Särskilt fokus bör i nästa steg ligga på att utöka systemets kapacitet för att hantera momentbelastningar och mer komplexa randvillkor. Genom att även inkludera mätning av vinkelförändringar och reaktionsmoment transformeras riggen från en ren utböjningsmodell till ett komplett analysverktyg för avancerad hållfasthetslära.

Slutligen bedöms riggen ha stor potential att höja kvaliteten i undervisningen inom hållfasthetslära. Genom att bryta ner barriären mellan teori och praktisk tillämpning erbjuder det färdiga konceptet en nyckelfärdig lösning för omedelbar integration i kursverksamheten. Arbetet har därmed inte bara resulterat i en fysisk produkt, utan i ett komplett läromedel som konkretiserar komplexa mekaniska samband för framtida studenter.

Litteraturförteckning

- Alexandersson, S., Bäckgren, P., Eriksson, S. E., & Hedin, E. (2016). *Studio i mekanik och hållfasthetslära: Organisering och uppdatering av experimentell utrustning* [Kandidatarbete]. Chalmers tekniska högskola, Institutionen för Tillämpad mekanik.
- Autodesk, Inc. (2026). *Autodesk Inventor 2026* (Version 2026). <https://www.autodesk.com/products/inventor>
- Brouzoulis, J., & Ekh, M. (2026). *Formelsamling i hållfasthetslära för Maskinteknik* [Version: 1 februari 2026]. Institutionen för industri- och materialvetenskap, Chalmers tekniska högskola. Göteborg.
- Deslauriers, L., McCarty, L. S., Miller, K., Callaghan, K., & Kestin, G. (2019). Measuring actual learning versus feeling of learning in response to being actively engaged in the classroom [Hämtad 2026-05-06]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 116(39), 19251–19257. <https://doi.org/10.1073/pnas.1821936116>
- Freeman, S., Eddy, S. L., McDonough, M., Smith, M. K., Okoroafor, N., Jordt, H., & Wenderoth, M. P. (2014). Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics [Hämtad 2026-04-21]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 111(23), 8410–8415. <https://doi.org/10.1073/pnas.1319030111>
- Google. (2026). *Gemini* (Version Advanced) [Generativ AI-modell använd för språkgranskning och kodgenerering]. <https://gemini.google.com/>
- Griffin, C. S., Loughran, S., Kelly, B., Healy, E., Lambe, G., van Rossum, A., Murphy, B., Moore, E., Burke, C., Morrin, A., Breslin, C., Heaney, F., Rooney, D., Bree, R., & Drumm, B. T. (2025). Virtual laboratories complement but should not replace face-to-face classes: perceptions of life science students at Dundalk Institute of Technology, Ireland [Hämtad 2026-05-06]. *Advances in Physiology Education*, 49(2), 314–330. <https://doi.org/10.1152/advan.00227.2024>
- G.U.N.T. Gerätebau GmbH. (2023 november). *WP 950 Deformation of straight beams* [Produktblad, hämtad 2026-02-06]. Barsbüttel, Tyskland. https://www.gunt.de/images/datasheet/1661/WP-950-Deformation-of-straight-beams-gunt-1661-pdf_1_en-GB.pdf
- IKEA of Sweden AB. (2026). *SKÅDIS fristående förvaringstavla, vit, 56×37 cm* [Hämtad 2026-02-24]. <https://www.ikea.com/se/sv/p/skadis-fristaende-foervaringstavla-vit-00541574/>
- Ljung, C., Ottosen, N. S., & Ristinmaa, M. (2007a). *Hållfasthetslära: allmänna tillstånd*. Studentlitteratur.

- Ljung, C., Ottosen, N. S., & Ristinmaa, M. (2007b). *Introduktion till hållfasthetslära: enaxliga tillstånd*. Studentlitteratur.
- P.A. Hilton Ltd. (2025). *HSM1: Deflection of Beams Apparatus* [Hämtad 2026-02-24]. P.A. Hilton Ltd. Stockbridge, Hampshire, UK. <https://www.p-a-hilton.co.uk/datasheets/download/5603>
- Prince, M. J. (2004). Does active learning work? A review of the research [Hämtad 2026-02-06]. *Journal of Engineering Education*, 93(3), 223–231. <https://doi.org/10.1002/j.2168-9830.2004.tb00809.x>
- Python Software Foundation. (2024). *Python* (Version 3.12.4). <https://www.python.org>
- TecQuipment Ltd. (2026). *Deflection of Beams and Cantilevers Kit* [Hämtad 2026-02-24]. <https://www.tecquipment.com/deflection-of-beams-kit>
- Theobald, E. J., Hill, M. C., Tran, E., Agrawal, S., Arroyo, E. N., Behling, S., Cham-bwe, N., Cintrón, D. L., Cooper, J. D., Dunster, G., m. fl. (2020). Active learning narrows achievement gaps for underrepresented students in undergraduate science, technology, engineering, and math [Hämtad 2026-05-06]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 117(12), 6476–6483. <https://doi.org/10.1073/pnas.1916903117>

A

mtm026.py

Bifogat med tillåtelse av författaren.

```
1
2 import sympy as sp
3 import numpy as np
4 from scipy.linalg import eig, eigh
5 from IPython.display import Math, display
6 from numbers import Real
7 from typing import List
8
9 """
10 Hjälpfunktioner vid problemlösning i kursen Hållfasthetslära - MTM026
11 Jim Brouzoulis, 25-03-2025
12 """
13
14
15 def extract_block(K, rows:List[int], cols:List[int]=[0])-> np.ndarray:
16     """
17     Extrahera en blockmatrix från en matrix `K` genom att ange rader `rows` och
18     ↪ kolumner `cols` som ska plockas ut.
19     Frihetsgraders numrering börjar på 1.
20     """
21     nrows = len(rows)
22     ncols = len(cols)
23     if isinstance(type(K), sp.Matrix): # om K är en symbolisk matrix returnera
24         ↪ en symbolisk matrix
25         K_red = sp.zeros(nrows, ncols)
26     else: # antag numpy array
27         K_red = np.zeros((nrows, ncols), dtype=K.dtype)
28     for i, row in enumerate(rows):
29         for j, col in enumerate(cols):
30             K_red[i, j] = K[row-1, col-1]
31     return K_red
32
33 def assem(K:np.ndarray, Ke:np.ndarray, dofs:List[int]):
34     # Kontroll av input
35     nrows, ncols = K.shape
36     # kontrollera att frihetsgraderna finns i matrisen
37     if np.max(dofs) > nrows:
38         raise AssertionError(f"Dü försöker assemblera till frihetsgrader som
39         ↪ inte finns")
40     # assert np.max(dofs) <= nrows
41
42     # Kontrollera att ingen frihetsgrad har index 0
43     if np.min(dofs) <= 0:
```

```

41         raise AssertionError(f"Alla frihetsgrader måste ha nummer större än
         ↪ 0. dofs = {dofs}")
42     # assert np.min(dofs) > 0 # kontrollera att ingen frihetsgrad har index 0
43
44     if nrows == ncols: # kvadratisk matris
45         # assert nrows == ncols # kontrollera att det är en kvadratisk matris
46         # assert np.max(dofs) <= nrows - 1 # kontrollera att frihetsgraderna finns
         ↪ i matrisen
47         for row, dof_i in enumerate(dofs):
48             for col, dof_j in enumerate(dofs):
49                 K[dof_i-1, dof_j-1] += Ke[row, col]
50     elif ncols == 1: # vektor
51         for row, dof_i in enumerate(dofs):
52             K[dof_i-1, 0] += Ke[row]
53
54
55     return K
56
57
58 def Ke_balk(EI:Real, L:Real):
59     """
60     Styvhetsmatris för ett balkelement med fyra frihetsgrader [a a a a], där a
         ↪ och a är utböjning samt a och a är rotationer.
61
62     Indata:
63     * `EI` - Böjstyvhet, produkten mellan E och I. Antas vara konstant över
         ↪ elementet.
64     * `L` - Balkelementets längd
65
66     Utdata:
67     * `Ke` - styvhetsmatris, storlek [4x4]
68
69     Exempel:
70
71     Ke = Ke_balk(EI=1, L=2)
72
73     """
74     return EI / L**3 * sp.Matrix([
75         [12, 6*L, -12, 6*L],
76         [6*L, 4*L**2, -6*L, 2*L**2],
77         [-12, -6*L, 12, -6*L],
78         [6*L, 2*L**2, -6*L, 4*L**2]
79     ])
80
81 def Ke_sigma_balk(P:Real, L:Real):
82     """
83     Spännings-styvhetsmatris för ett balkelement med fyra frihetsgrader [a a a
         ↪ a], där a och a är utböjning samt a och a är rotationer.
84
85     Indata:
86     * `P` - Tryckkraft ( $N(x) = -P$ )
87     * `L` - Balkelementets längd
88
89     Utdata:
90     * `Ke` - styvhetsmatris, storlek [4x4]
91
92     Exempel:

```

```

93
94     Ke = Ke_sigma_balk(P=1, L=2)
95
96     """
97     return P / (30*L) * sp.Matrix([
98         [36, 3*L, -36, 3*L],
99         [3*L, 4*L**2, -3*L, -L**2],
100        [-36, -3*L, 36, -3*L],
101        [3*L, -L**2, -3*L, 4*L**2]
102    ])
103
104 def fe_balk(q:Real, L:Real):
105     """
106     Ekvivalent nodlastvektor för balkelement med längd `L` belastad med en
107     → utbredd last med konstant intensitet `q`
108     """
109     return sp.Matrix([
110         [q*L/2],
111         [q*L**2/12],
112         [q*L/2],
113         [-q*L**2/12]
114     ])
115
116 def fe_balk_linjär_last(q:Real, L:Real):
117     """
118     Ekvivalent nodlastvektor för balkelement med längd `L` belastad med en
119     utbredd last med linjärt minskande intensitet från `q` till 0, från nod 1-2
120     """
121     return sp.Matrix([
122         [7*q*L/20],
123         [q*L**2/20],
124         [3*q*L/20],
125         [-q*L**2/30]
126     ])
127
128 def fe_balk_linjär(q1:Real, q2:Real, L:Real):
129     """
130     Ekvivalent nodlastvektor för balkelement med längd `L` belastad med en
131     utbredd last med linjärt varierande intensitet från q i nod 1 till q i nod
132     → 2
133     """
134     return np.array([
135         [(7*q1 + 3*q2)*L/20],
136         [L**2*(q1/20 + q2/30)],
137         [(3*q1 + 7*q2)*L/20],
138         [-L**2*(q1/30 + q2/20)]
139     ])
140
141 def Ke_fjäder(k:Real):
142     """
143     Styvhetsmatris för ett fjäderelement med styvhet k med två frihetsgrader [a
144     → a], där a och a kan vara axiella förskjutningar
145     i de två noderna eller rotationer i de två ändarna för en rotationsfjäder.
146
147     Indata:
148     * `k` - Fjäderstyvhet, antas vara konstant över elementet.
149     * `k = E*A/L` - för en stång

```

```

147
148     Utdata:
149     * `Ke` - styvhetsmatrix, storlek [2×2]
150
151     Exempel:
152
153     Ke = Ke_fjäder(k=1)
154
155     """
156     return k * sp.Matrix([
157         [1, -1],
158         [-1, 1],
159     ])
160
161 def displayvar(name:str, var, accuracy:int=None):
162     """
163     Skriv ut en variabel `var` med variabelnamnet `name` på formen: name = var
164     accuracy - avrunda till decimalform med givet antal värdesiffror. Default
165     ↪ är att skriva ut de exakta uttrycken.
166     Exempel:
167
168     displayvar("P", 1)
169
170     """
171     if isinstance(var, np.ndarray):
172         var = sp.Matrix(var)
173     if accuracy is None:
174         display(Math(f'{name} = {sp.latex(var)}'))
175     else:
176         display(Math(f'{name} \\approx
177         ↪ {sp.latex(sp.simplify(var).evalf(accuracy))}'))
178
179 def display_eqnsys(K, a, f, accuracy:int=None):
180     """
181     Skriv ut ett ekvationssystem på formen: K a = f
182     accuracy - avrunda till decimalform med givet antal värdesiffror. Default
183     ↪ är att skriva ut de exakta uttrycken.
184     """
185     if accuracy is None:
186         display( Math( f"{sp.latex(sp.Matrix(K))} {sp.latex(a)} =
187         ↪ {sp.latex(f)}" ) )
188     else:
189         display( Math( f"{sp.latex(sp.Matrix(K).evalf(accuracy))} {sp.latex(a)}
190         ↪ \\approx {sp.latex(f.evalf(accuracy))}" ) )

```

B

Programmeringskod

```
1
2 # Denna kod är anpassad för jupyter notebook och kan förmed inte garanteras
  ↪ fungera helt i vanlig python
3
4 from mtm026 import *
5
6 # Givna värden
7 b_a = 20e-3
8 h_a = 2e-3
9 t_h = 1.1e-3
10 b_h = 12e-3
11 h_h = 9e-3
12
13 E = 70e9 # GPa
14 # E = 210e9 # GPa
15 g = 9.82
16 last = 400e-3 # vikt 100g
17 P = last * g # Lasten i newton
18 L = 0.430 # längd 50 cm hela balken
19 I_h = 4.08e-10 # yttröghetsmoment för H-balken (t_h * h_h**3)
  ↪ / 12 + (t_h * b_h * h_h**2) / 2
20 I_a = (b_a * (h_a**3))/12 # yttröghetsmoment för m**4
21
22
23 # I = I_a
24 I = I_h
25
26 # Lastfall 1
27 # Fast inspänning och rullstöd
28
29 K = sp.zeros(6, 6)
30 K1 = Ke_balk(EI=E*I, L=L/2)
31 K2 = Ke_balk(EI=E*I, L=L/2)
32
33 assem(K, K1, dofs=[1, 2, 3, 4])
34 assem(K, K2, dofs=[3, 4, 5, 6])
35 # Randvillkor och lösning av ekvationssystem
36 a3, a4, a6 = sp.symbols("a3 a4 a6")
37 f1, f2, f5 = sp.symbols("f1 f2 f5")
38
39 a = sp.Matrix([0, 0, a3, a4, 0, a6])
40 f = sp.Matrix([f1, f2, 0, 0, f5, 0])
41 f[2] = - P
42 obekanta = [a3, a4, a6, f1, f2, f5]
43
```

B. Programmeringskod

```
44 ekv_sys = sp.Eq(K*a, f)
45
46 sol = sp.solve(ekv_sys, obekanta)
47 # display(sol)
48 a = a.subs(sol)
49 f = f.subs(sol)
50 displayvar('a', a[2]*(10**3), accuracy=3)
51 # display(f)
52 # displayvar('a',a)
53 # displayvar('f',f)
54
55
56 # Lastfall 2
57 # Fast inspänning och rullstöd med fri ände
58
59 K = sp.zeros(6, 6)
60 K1 = Ke_balk(EI=E*I, L=L/2)
61 K2 = Ke_balk(EI=E*I, L=L/2)
62
63 assem(K, K1, dofs=[1, 2, 3, 4])
64 assem(K, K2, dofs=[3, 4, 5, 6])
65
66 # Randvillkor och lösning av ekvationssystem
67 a4, a5, a6 = sp.symbols("a4 a5 a6")
68 f1, f2, f3 = sp.symbols("f1 f2 f3")
69
70 a = sp.Matrix([0, 0, 0, a4, a5, a6])
71 f = sp.Matrix([f1, f2, f3, 0, 0, 0])
72 f[4] = - P
73 obekanta = [a4, a5, a6, f1, f2, f3]
74
75 ekv_sys = sp.Eq(K*a, f)
76
77 sol = sp.solve(ekv_sys, obekanta)
78
79 a = a.subs(sol)
80 f = f.subs(sol)
81 displayvar('a', a[4]*10**3, accuracy=4)
82 # displayvar('a', a*10**3, accuracy=3)
83 # display(f)
84
85
86 # Lastfall 3
87 # 2 rullstöd
88
89
90 K = sp.zeros(6, 6)
91 K1 = Ke_balk(EI=E*I, L=L/2)
92 K2 = Ke_balk(EI=E*I, L=L/2)
93
94 assem(K, K1, dofs=[1, 2, 3, 4])
95 assem(K, K2, dofs=[3, 4, 5, 6])
96 # Randvillkor och lösning av ekvationssystem
97 a2, a3, a4, a6 = sp.symbols("a2:6")
98 f1, f5 = sp.symbols("f1 f5")
99
100 a = sp.Matrix([0, a2, a3, a4, 0, a6])
```

```

101 f = sp.Matrix([f1, 0, 0, 0, f5, 0])
102
103 f[2] = - P
104 obekanta = [a2, a3, a4, a6, f1, f5]
105
106
107 ekv_sys = sp.Eq(K*a, f)
108
109 sol = sp.solve(ekv_sys, obekanta)
110
111 a = a.subs(sol)
112 f = f.subs(sol)
113 displayvar('a', a[2]*10**3, accuracy=4)
114 # display(f)
115
116
117 # Lastfall 4
118 # Fast inspänning med rullstöd och fri ände, utböjning under lasten
119
120 K = sp.zeros(8, 8)
121 K1 = Ke_balk(EI=E*I, L=L/2)
122 K2 = Ke_balk(EI=E*I, L=L/4)
123 K3 = Ke_balk(EI=E*I, L=L/4)
124
125 assem(K, K1, dofs=[1, 2, 3, 4])
126 assem(K, K2, dofs=[3, 4, 5, 6])
127 assem(K, K3, dofs=[5, 6, 7, 8])
128
129 a1, a2, a3, a4, a5, a6, a7, a8 = sp.symbols("a1:9")
130 f1, f2, f3, f4, f5, f6, f7, f8 = sp.symbols("f1:9")
131
132 a = sp.Matrix([0, 0, 0, a4, a5, a6, 0, a8])
133 f = sp.Matrix([f1, f2, f3, 0, 0, 0, f7, 0])
134
135 f[4] = -P
136 obekanta = [a4, a5, a6, a8, f1, f2, f3, f7]
137
138 ekv_sys = sp.Eq(K*a, f)
139
140 sol = sp.solve(ekv_sys, obekanta)
141
142 a = a.subs(sol)
143 f = f.subs(sol)
144 displayvar('a', a[4]*10**3, accuracy=4)
145 # displayvar('a', a*10**3, accuracy=3)
146 # display(f)
147
148 # Lastfall 4
149 # Fast inspänning med rullstöd och fri ände, utböjning på motsatt sida lasten
150
151 K = sp.zeros(10, 10)
152 K1 = Ke_balk(EI=E*I, L=L/4)
153 K2 = Ke_balk(EI=E*I, L=L/4)
154 K3 = Ke_balk(EI=E*I, L=L/4)
155 K4 = Ke_balk(EI=E*I, L=L/4)
156
157 assem(K, K1, dofs=[1, 2, 3, 4])

```

B. Programmeringskod

```
158 assem(K, K2, dofs=[3, 4, 5, 6])
159 assem(K, K3, dofs=[5, 6, 7, 8])
160 assem(K, K3, dofs=[7, 8, 9, 10])
161
162 a1, a2, a3, a4, a5, a6, a7, a8, a9, a10 = sp.symbols("a1:11")
163 f1, f2, f3, f4, f5, f6, f7, f8, f9, f10 = sp.symbols("f1:11")
164
165 a = sp.Matrix([0, 0, a3, a4, 0, a6, a7, a8, 0, a10])
166 f = sp.Matrix([f1, f2, 0, 0, f5, 0, 0, 0, f9, 0])
167
168 f[6] = -P
169 obekanta = [a3, a4, a6, a7, a8, a10, f1, f2, f5, f9]
170
171 ekv_sys = sp.Eq(K*a, f)
172
173 sol = sp.solve(ekv_sys, obekanta)
174
175 a = a.subs(sol)
176 f = f.subs(sol)
177 displayvar('a', a[2]*10**3, accuracy=4)
178 # displayvar('a', a*10**3, accuracy=3)
179 # display(f)
```

C

Intervjuer

C.1 Intervju med Jim Brouzoulis

Jim Brouzoulis är programansvarig och fakultetslärare på Chalmers tekniska högskola och bland annat examinator och föreläsare i Hållfasthetslära. Detta är den andra kursen i hållfasthetslära för studenterna på maskintekniksprogrammet och i början av kursen behandlas balkböjning. Mot denna bakgrund genomfördes en intervju med Brouzoulis i syfte att skapa en tydligare bild av vilka behov och pedagogiska utmaningar som finns i undervisningen av balkböjning.

I intervjun framhåller han att det finns en tydlig pedagogisk fördel med att introducera praktiska experiment och laborationer i kursen. Sådana moment upplevs inte enbart som mer engagerande och motiverande för studenterna, utan kan även bidra till att skapa en mer intuitiv förståelse för de fenomen som behandlas teoretiskt.

Brouzoulis betonar särskilt behovet av att visualisera grundläggande begrepp såsom utböjning och rotation, vilka ofta är svåra för studenter att konceptualisera. För att tydliggöra dessa fenomen föreslås exempelvis en utritad referenslinje som möjliggör en direkt jämförelse mellan ursprunglig och deformerad form. Även förståelsen för randvillkor lyfts fram som ett område där studenterna möter svårigheter. Det gäller exempelvis att förstå varför momentet är noll vid ett fritt upplag samt hur en lösning av en rörelse ger upphov till reaktionskrafter och moment. Enligt Brouzoulis är detta begrepp som ofta kräver tid för att mogna.

Vidare identifieras superpositionering som ett centralt men utmanande koncept, både vad gäller utböjning och reaktionskrafter. En laboration som tydligt illustrerar hur olika lastfall kan kombineras skulle därför kunna stärka studenternas förståelse. I detta sammanhang nämns även vikten av att kunna demonstrera skillnaden mellan statiskt bestämda och statiskt obestämda system, exempelvis genom att jämföra balkar med två respektive tre stöd eller kontinuerligt upplagda balkar.

För att möjliggöra en sådan laboration betonas behovet av att kunna applicera olika typer av laster, såsom punktlaster, utbredda laster och moment. Möjligheten att konkret lägga på ett moment, exempelvis med hjälp av en momentnyckel, lyfts fram som ett sätt att tydliggöra momentbegreppet och dess inverkan på konstruktionen. Även mer flexibla balkar, som ger tydligare deformationer, anses kunna förbättra visualiseringen. Tillgång till mätutrustning, såsom digital kraftmätare för drag- och tryckkrafter samt mätklocka för registrering av utböjning, bedöms som värdefullt för att kunna koppla experimentella resultat till teoretiska beräkningar.

Utöver de pedagogiska aspekterna framhåller Brouzoulis vikten av en praktiskt genomförbar konstruktion. Laborationsutrustningen bör vara lätt att bära och hantera samt ha en modulär utformning som möjliggör enkel reproduktion och reparation. Det föreslås även att konstruktionen kan baseras på ett fristående system, exempelvis SKÅDIS från IKEA (IKEA of Sweden AB, 2026), för att skapa flexibilitet i infästning och uppställning.

Laborationen bedöms vara särskilt relevant under kursens inledande två veckor, då balkböjning introduceras, alternativt i slutet av kursen som ett sammanfattande moment. Om det pedagogiska utfallet är tillfredsställande uttrycks att laborationen skulle kunna implementeras i ordinarie undervisning.

C.2 Intervju med Magnus Evertsson

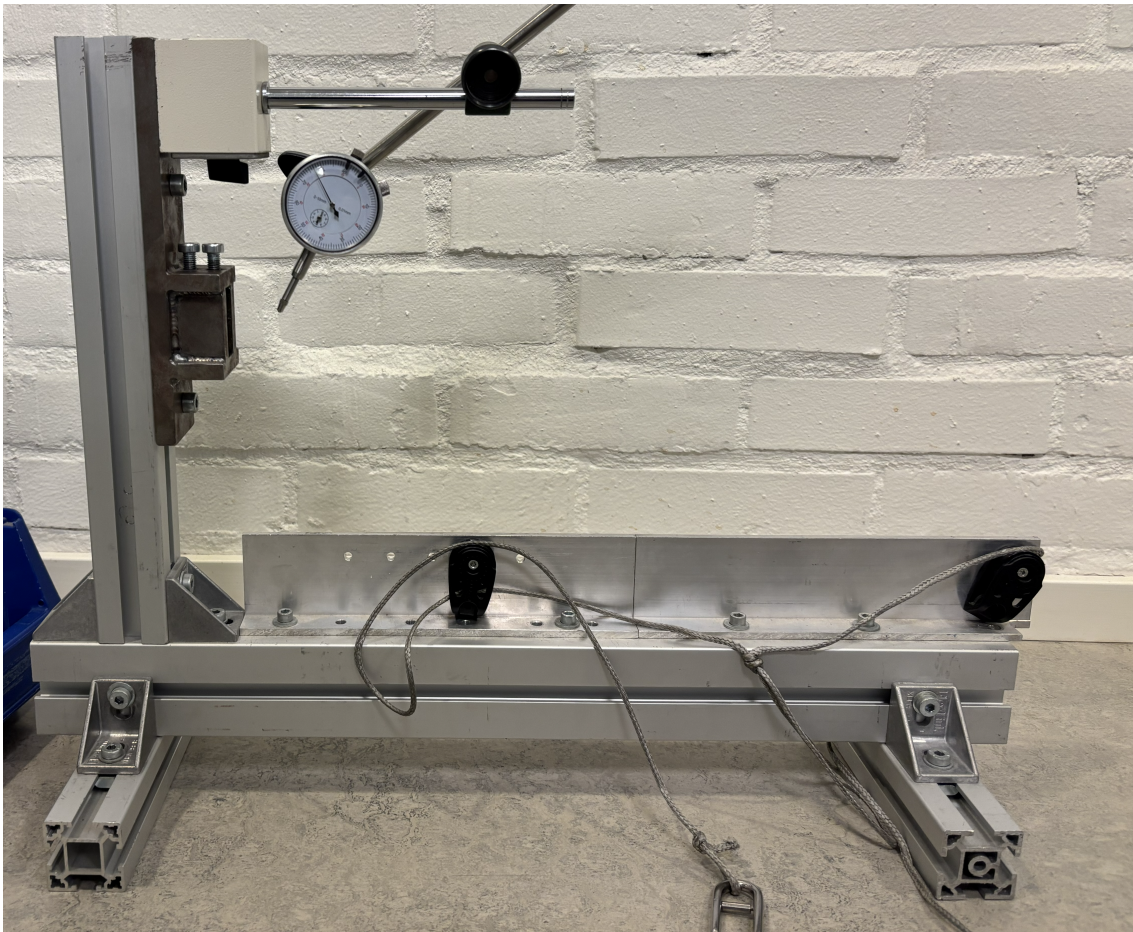
Inom kursen maskinelement som går på programmet maskinteknik genomförs en skruvlaboration där eleverna ska praktiskt arbeta med ekvationen som relaterar åtdragningsmoment och axialkraft. Därav intervjuades Magnus Evertsson, som är professor och examinator för kursen Maskinelement . Detta för att få en större insikt i vilka utmaningar, fördelar och nackdelar som finns med att genomföra en laboration för många studenter.

I intervjun berättar han att han ser ett pedagogiskt värde i att eleverna både får teorin presenterad på föreläsningar och får testa den praktiskt, men också att detta behöver upprepas flertalet gånger för att eleverna skall förstå koncepten helt. Evertsson tycker att laboration behöver vara tydlig och strukturerad, men också ge utrymme för studenter att stanna upp och reflektera, vilket lämpligtvis görs via en kortare rapport för att lärdomarna ska bli så stora som möjligt. Det beskrivs också att Chalmers eftersträvar att arbeta efter CDIO principerna i kurserna där tillförläppligheter en viktig del.

Evertsson lyfte även fram en del utmaningar med att genomföra en laboration, där den första är att det krävs mycket bemanning på grund av att ett stort antal studenter skall genomföra laborationen. Detta har de delvis försökt lösa genom att använda sig av teaching assistants, där äldre studenter som läst kursen avlastar kursens lärare. Det har däremot fått kommentarer i kursutvärdering om att olika handledare säger olika saker, men påpekar att en anledning kan vara att studenterna kan tolka samma information på olika sätt.

Han berättar också att det varje år är ett mindre antal studenter som inte genomför de obligatoriska momenten, vilket leder till mycket administration för examinatorn. Det är också många av dessa studenter som saknar, enligt Evertsson, giltiga skäl till att ej ha genomfört dessa moment. Det beskrivs också att studenter saknar rutin för hur bokning av laboration praktiskt går till, vilket skapar ytterligare arbetsbelastning för examinator eller lärare.

Evertsson beskriver också att det i en annan kurs där studenter skall topologioptimera en balk för att sedan 3D-printa denna och tävla om vilken som klarar mest last samt har minst utböjning. I tävlingen används en rigg, se figur C.1, där balken spänns fast och sedan belastas med hjälp av en schackel kopplad till balken. Schackeln är sedan kopplad med en lina och trissor till en vikt som belastar balken. Detta är en möjlig lösning för att belasta balken och kommer att tas i beaktande vid utvecklingen av riggens konstruktion.



Figur C.1: Balkböjningsrigg för test av topologioptimerad balk

C.3 Intervju med Mikael Enelund

Det genomfördes en intervju med Mikael Enelund, som är utbildningsområdesledare och professor på Chalmers tekniska högskola och har tidigare varit examinator i kurser i hållfasthetslära. Han beskriver att visualisering och laborationen är ett bra komplement till undervisningen och att det hjälper studenterna att få en bättre förståelse för koncept.

Han ser det också som möjligt att genomföra en laboration trots ett större antal studenter som läser en kurs, men trycker på att laborationen skall vara givande och att den skall upplevas som intressant för studenterna. Enelund föreslår också att en laboration kan innehålla flertalet mindre moment som visar olika fenomen likt ett stationssystem. Det diskuteras också att laborationer med hjälp av simuleringsverktyg kan vara givande och visa på samma fenomen som en fysisk laboration.

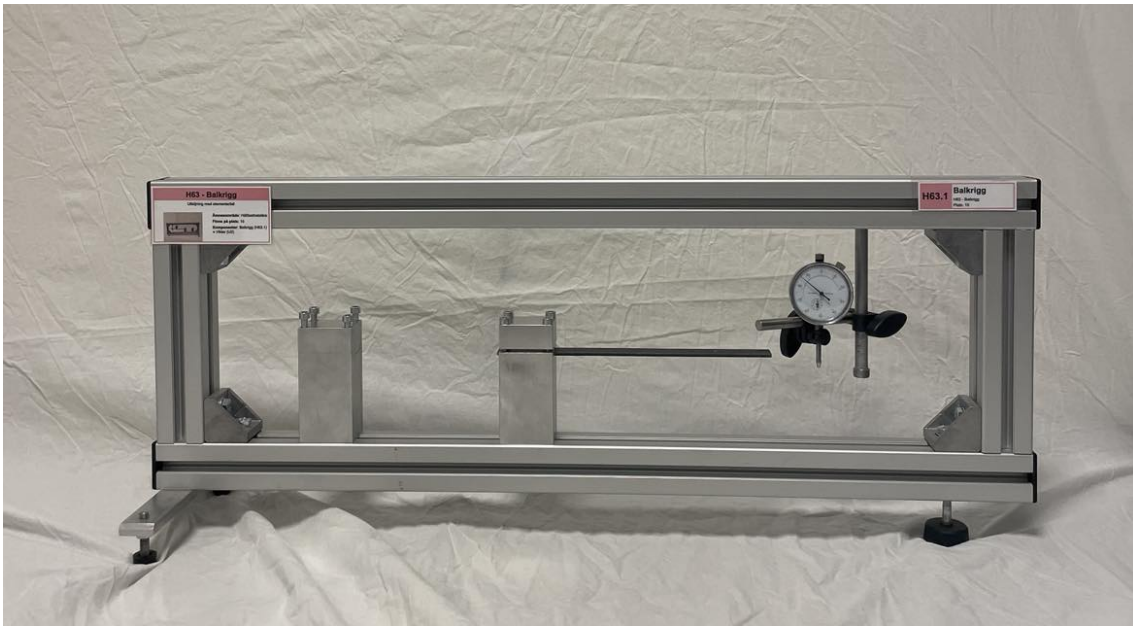
Ett förslag som diskuterades var att balkböjning kan visualiseras med hjälp av en längre plank som vilar på 2 rullar. Plankan kan därefter belastas med hjälp av en person som ställer sig på den och utböjningen mäts sedan. Enelund kom också med flertalet förslag på hur bucklig kan visualiseras och upplever detta som ett område studenter har svårt att förstå. Han framförde därav önskemål om att belastning skall kunna appliceras i axiell riktning för att möjliggöra beräkningar för bucklig.

C.4 Intervju med Peter Bäckgren

I studion finns en rigg bestående av en ram av aluminiumprofiler, två fasta inspänningar, en balk samt en mätklocka. Se figur C.2. Denna rigg möjliggör fast inspänning av en balk som sedan kan belastas med en punktlast och utböjningen kan därefter mätas. Riggen är utvecklad i ett tidigare kandidatarbete av Peter Bäckgren som arbetar kvar på Chalmers tekniska högskola som tekniker. Därav genomfördes en intervju med honom för att samla in hans åsikter om riggen men också diskutera tekniska lösningar.

Det största problemet som Bäckgren ser med riggen är att det finns många leder i infästningen för mätklockan. Detta medför att det är svårt att få mätklockan helt rak och ett sinusfel introduceras därav i mätningen. Han påpekar också att det är svårt att få plats med mätklockan mellan balken och ramen.

Projektgruppen påpekade att möjligheten att flytta infästningar på ett enkelt sätt är önskvärt, vilket inte är fallet för Bäckgrens rigg. Därav diskuteras olika lösningar till detta och Bäckgren höll med gruppen om att användningen av excenterlås är en bra idé till en sådan lösning eftersom stora inspänningskrafter kan uppnås på ett enkelt sätt, vilket krävs för att infästningarna inte skall flyttas när balken belastas.



Figur C.2: Rigg från tidigare kandidatarbete med bland annat Peter Bäckgren. (Alexandersson m. fl., 2016. Återgiven med tillstånd.)

D

Kravspecifikation

Kriterier	Krav/Önskemål	Målvärde	Enhet	Verifiering	Referens
1 Livslängd					
1.1 Livslängd	Krav	5	år	Uppskattning	Projektgruppen
1.2 Livslängd	Önskemål	10	år	Uppskattning	Projektgruppen
2 Underhåll					
2.1 Standardiserade balkar	Krav			Analys av tillgäng	Projektgruppen
2.2 Lätt utbytbara delar	Krav			Ritningar	Projektgruppen
2.3 Endast reparationer	Krav			Design	Projektgruppen
3 Storlek					
3.1 Vikt	Krav	10	kg	Mätning	Brouzoulis
3.2 Längd, bredd höjd	Krav	800x400x200	mm	Mätning	Projektgruppen
4 Material					
4.1 Material på bärande delar	Önskemål	Aluminium			Projektgruppen
4.2 Material på balk	Krav	olika			Projektgruppen
4.3 Material på balk	Önskemål	Sandwich material			Brouzoulis
5 Ergonomi					
5.1 Placeras på bord	Krav				Projektgruppen
5.2 Enkel belastning	Krav				Projektgruppen
6 Säkerhet					
6.1 Låg skaderisk	Önskemål				Evertsson
6.2 Belastning långt från brottgräns	Krav				Projektgruppen
7 Utbildning					
7.1 Endast lab PM krävs	Krav				Brouzoulis
8 Kostnader					
8.1 Pris utan mätutrustning	Krav	3000	kr		Projektgruppen
8.2 Pris mätutrustning	Önskemål	5000	kr		Projektgruppen
9 Prestanda					
9.1 Fast inspänd	Krav			Test	Brouzoulis
9.2 Fritt Upplagd	Krav			Test	Brouzoulis
9.3 Punktlast	Krav			Test	Brouzoulis
9.4 Momentlast	Önskemål			Test	Brouzoulis

Figur D.1: Kravspecifikation

E

Labborations PM

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
KANDIDATARBETE VID MEKANIK OCH MARITIMA VETENSKAPER
GÖTEBORG 2026

Laboration i balkböjning För grundkurser i hållfasthetslära

Laborations PM

MMSX21-VT26-23A
Studio i mekanik och hållfasthetslära

Fanny Andersson
Nellie Andersson
Sebastian Persson
David Pramås

Generell indata för de olika balkar

Indata:

Längd $L=250$ mm

Bredd på triangulärt tvärsnitt $b=20$ mm

Höjd på triangulärt tvärsnitt $h=2$ mm

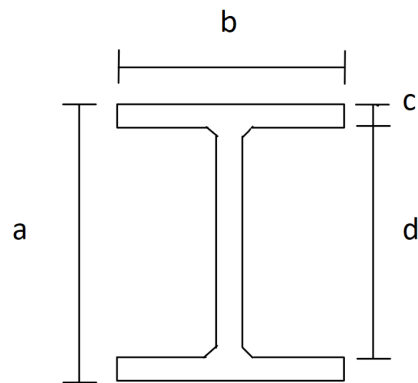
Elasticitetsmodul för aluminium $E=69$ GPa

$a = 9$ mm

$b = 12$ mm

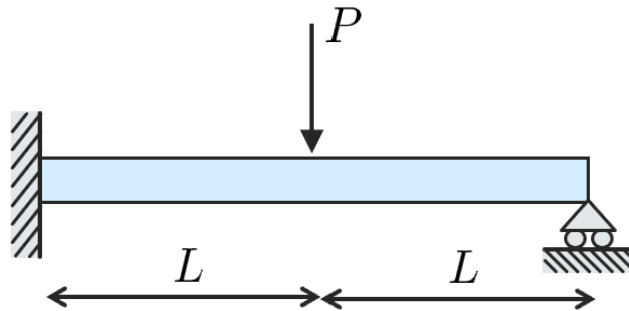
$c = 1,1$ mm

$d = 6,5$ mm



Figur 1: Tvärsnitt H-balk

Uppgift 1



Figur 2: Lastfall 1

Instruktioner:

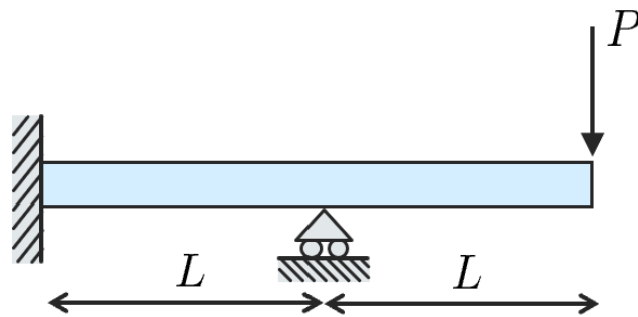
1. Montera ett rullstöd och ett fast inspänt stöd vid riggens yttersta positioner.
2. Montera den platta aluminiumbalken i stöden. Säkerställ att balken är ordentligt fastspänd i det fasta inspända stödet.
3. Placera lastkroken enligt ritningen i figur 2.
4. Placera mätklockan direkt över lastkroken. Se till att nålen är placerad rakt över lasten centrerad på balken.
5. Se till att nålen är uppdragen hela vägen i mätklockan med ca 2 mm till godo så att den inte riskerar att sluta mäta vid för stor utböjning.
6. Slå på mätklockan och klicka på *on/0* för att nollställa nedböjningen och dubbelkolla så att displayen visar 00.00.
7. Häng vikten 100 g på lastkroken.
8. Anteckna nedböjningen.
9. Häng på en till 100 g vikt och anteckna återigen nedböjningen för 200 g .
10. Ta av vikten, nollställ mätklockan igen och häng nu på vikten med 400 g .
11. Anteckna nedböjningen. Iakta även formen på balken, är den störta nedböjningen där den mäts? Går det att dra någon korrelation till eulerfallen?
12. Montera loss den platta aluminiumbalken och upprepa processen med H-balken.

Resultat:

Tabell 1: Resultat fall 1

	I	Balktyp	Pålagd last	Utböjning
Fall 1				
Fall 2				
Fall 3				
Fall 4				
Fall 5				
Fall 6				

Uppgift 2



Figur 3: Last fall 2

Instruktioner:

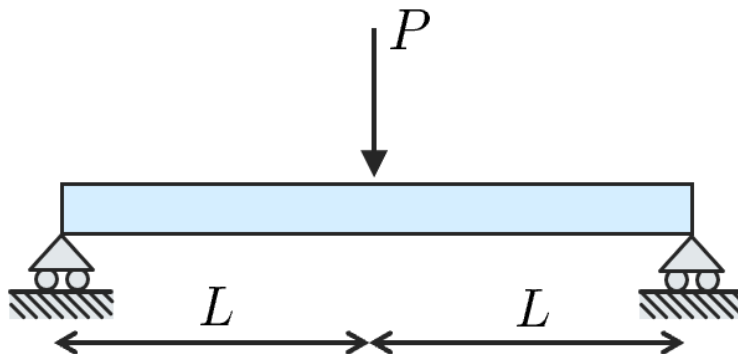
1. Montera ett rullstöd vid riggens yttersta fäste och ett fast inspänt stöd vid fästet i mitten på ramen.
2. Montera den platta aluminiumbalken i stöden. Säkerställ att balken är ordentligt fastspänd i det fasta inspända stödet.
3. Placera lastkroken enligt ritningen i figur 3.
4. Placera mätklockan direkt över lastkroken. Se till att nålen är placerad rakt över lasten centrerad på balken.
5. Se till att nålen är uppdragen hela vägen i mätklockan med ca 2 mm till godo så att den inte riskerar att sluta mäta vid för stor utböjning.
6. Slå på mätklockan och klicka på *on/0* för att nollställa nedböjningen och dubbelkolla så att displayen visar 00.00.
7. Häng vikten 100 g på lastkroken.
8. Anteckna nedböjningen.
9. Häng på en till 100 g vikt och anteckna återigen nedböjningen för 200 g .
10. Ta av vikten, nollställ mätklockan igen och häng nu på vikten med 400 g .
11. Anteckna nedböjningen.
12. Montera loss den platta aluminiumbalken och upprepa processen med H-balken.

Resultat:

Tabell 2: Resultat fall 2

	<i>I</i>	Balktyp	Pålagd last	Utböjning
Fall 1				
Fall 2				
Fall 3				
Fall 4				
Fall 5				
Fall 6				

Uppgift 3



Figur 4: Lastfall 3

Instruktioner: Instruktioner:

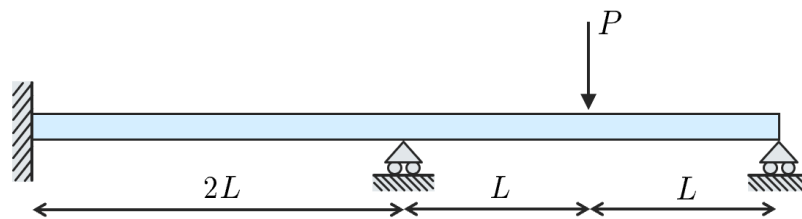
1. Montera två rullstöd vid riggens yttersta fästen.
2. Montera den platta aluminiumbalken i stöden. Säkerställ att balken är ordentligt fastspänd i det fasta inspända stödet.
3. Placera lastkroken enligt ritningen i figur 4.
4. Placera mätklockan direkt över lastkroken. Se till att nålen är placerad rakt över lasten centrerad på balken.
5. Se till att nålen är uppdragen hela vägen i mätklockan med ca 2 mm till godo så att den inte riskerar att sluta mäta vid för stor utböjning.
6. Slå på mätklockan och klicka på *on/0* för att nollställa nedböjningen och dubbelkolla så att displayen visar 00.00.
7. Häng vikten 100 g på lastkroken.
8. Anteckna nedböjningen.
9. Häng på en till 100 g vikt och anteckna återigen nedböjningen för 200 g .
10. Ta av vikten, nollställ mätklockan igen och häng nu på vikten med 400 g .
11. Anteckna nedböjningen.
12. Montera loss den platta aluminiumbalken och upprepa processen med H-balken.

Resultat:

Tabell 3: Resultat fall 3

	I	Balktyp	Pålagd last	Utböjning
Fall 1				
Fall 2				
Fall 3				
Fall 4				
Fall 5				
Fall 6				

Uppgift 4



Figur 5: Lastfall 4

Instruktioner:

1. Montera ett fast inspänt stöd vid riggens yttersta fäste och ett rullstöd vid fästet i mitten på ramen samt ett rullstöd vid riggens yttersta fäste.
2. Montera den platta aluminiumbalken i stöden. Säkerställ att balken är ordentligt fastspänd i det fasta inspända stödet.
3. Placera lastkroken enligt ritningen i figur 3.
4. Placera mätklockan direkt över lastkroken. Se till att nålen är placerad rakt över lasten centrerad på balken.
5. Se till att nålen är uppdragen hela vägen i mätklockan med ca 2 mm till godo så att den inte riskerar att sluta mäta vid för stor utböjning.
6. Slå på mätklockan och klicka på *on/0* för att nollställa nedböjningen och dubbelkolla så att displayen visar 00.00.
7. Häng vikten 100 g på lastkroken.
8. Anteckna nedböjningen.
9. Häng på en till 100 g vikt och anteckna återigen nedböjningen för 200 g .
10. Ta av vikten, nollställ mätklockan igen och häng nu på vikten med 400 g .
11. Anteckna nedböjningen.

Bonus 1: Byt plats på mätklockan så att den mäter på den andra positionen.

Bonus 2: Byt plats på punktlasten så att den lastas mellan det fasta stödet och rullstödet i mitten. Repetera Bonus 1.

Resultat:

Tabell 4: Resultat fall 5

Parameter	Pålagd last	Utböjning
Fall 1		
Fall 2		
Fall 3		
Fall 4		
Fall 5		
Fall 6		
Fall 7		
Fall 8		

Utvärdering och resultat

Sammanställ resultaten från mätningarna i tabellerna. Räkna ut yttröghetsmomenten I för de båda balkarna. Se figur1 för tvärsnitt på H-balken. Räkna även ut den teoretiska nedböjningen genom att använda antingen elementarfall eller räkna i python.

Jämför det teoretiska resultatet med mätvärdena. Hur mycket skiljer de sig? Skiljer det sig mellan de olika balkarna? Dra en slutsats kring hur rimliga resultaten var och hur korrekta värden ni får vid handberäkningar.

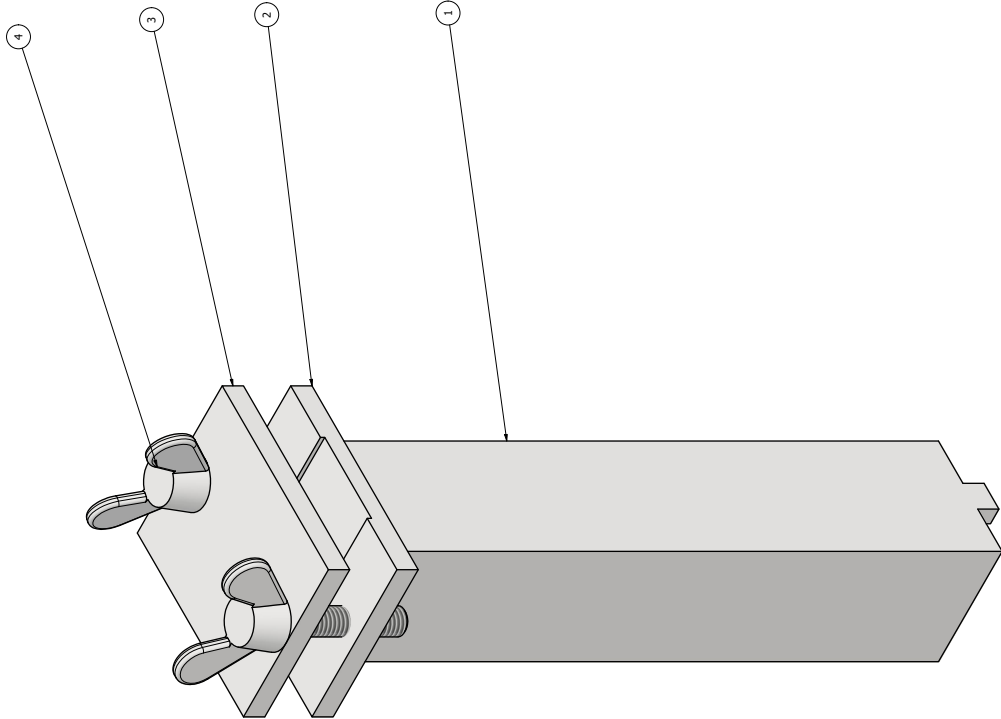
F

Ritningar av komponenter

Nedan följer ritningar på de egenbyggda delarna till experimentet i följande ordning:

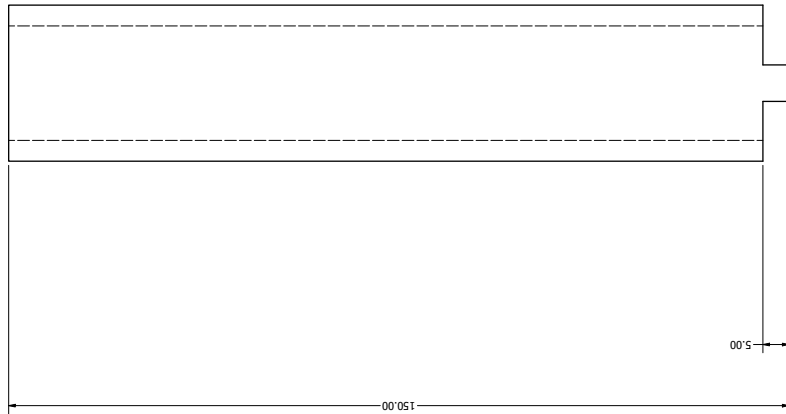
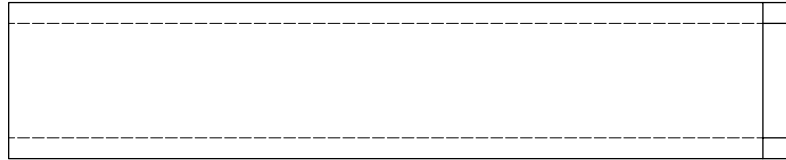
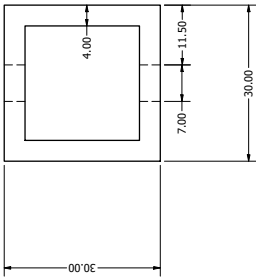
- Fast inspänning
- Rullstöd
- Fäste för mätklocka
- Lastkrok

F.1 Fast inspänning

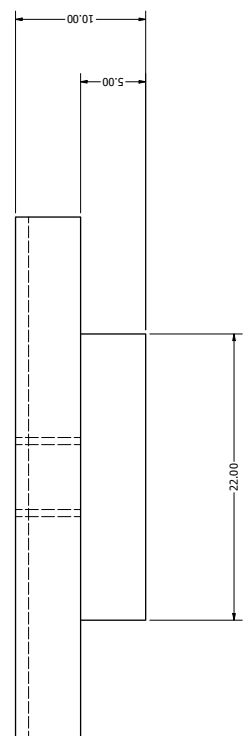
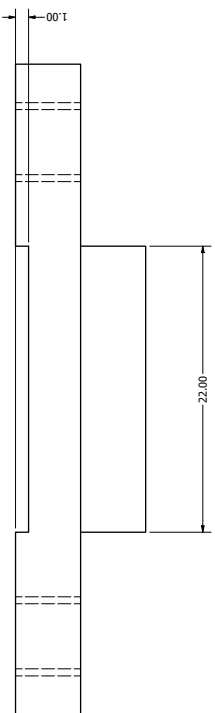
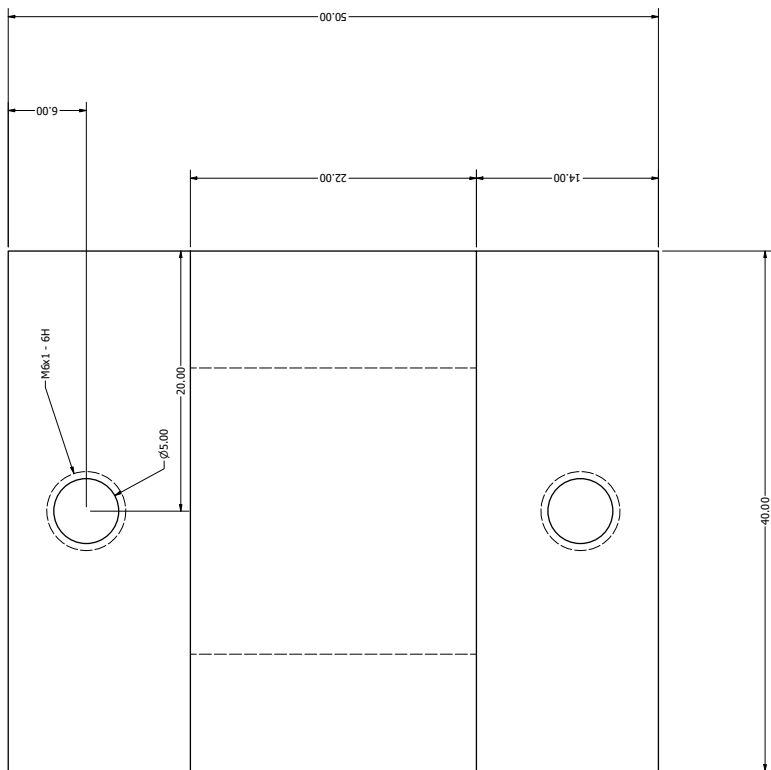
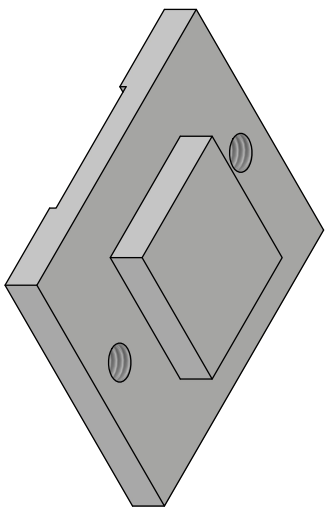


PARTS LIST			
ITEM	QTY	PART NUMBER	DESCRIPTION
1	1	Rör	
2	1	Underbeslag	Svebas i underkant med rör
3	1	Överbeslag	
4	2	CNS #488 - M6 x 30	Vingskruv

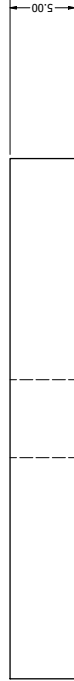
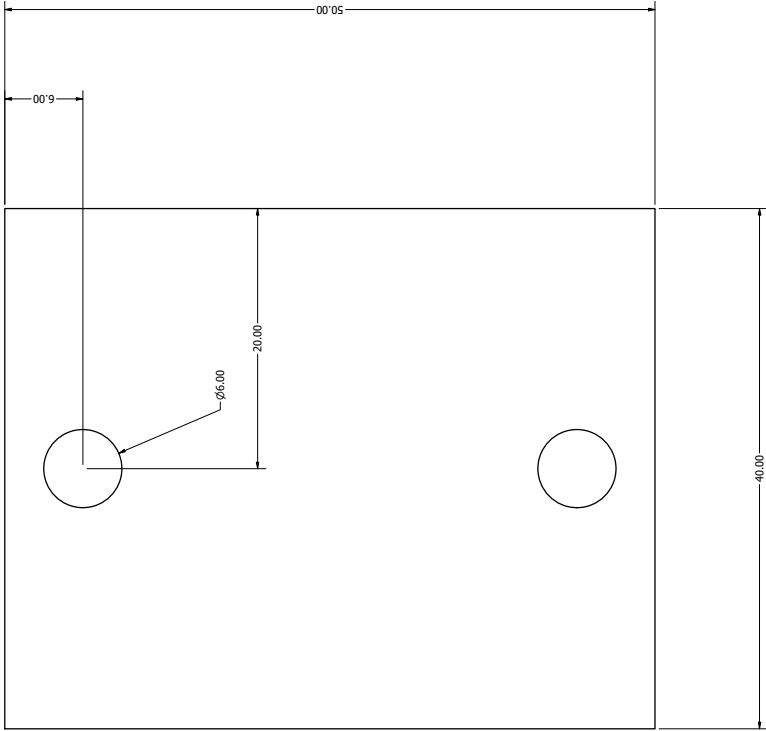
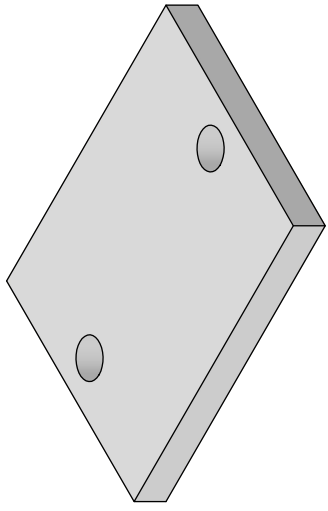
DRAWN	2026-04-10	TITLE	Chalmers tekniska högskola
CHECKED			
DATE			
MFG			
APPROVED			
		SIZE	DWG NO
		D	Fast Inspänning
		SCALE	2 : 1
			REV



DRAWN	2026-03-19	Chalmers tekniska högskola
CHECKED		
DATE		TITLE
MFG		Rör
APPROVED		SIZE
		D
		DWG NO
		Rör
		SCALE
		2 : 1
		SHEET 1 OF 1

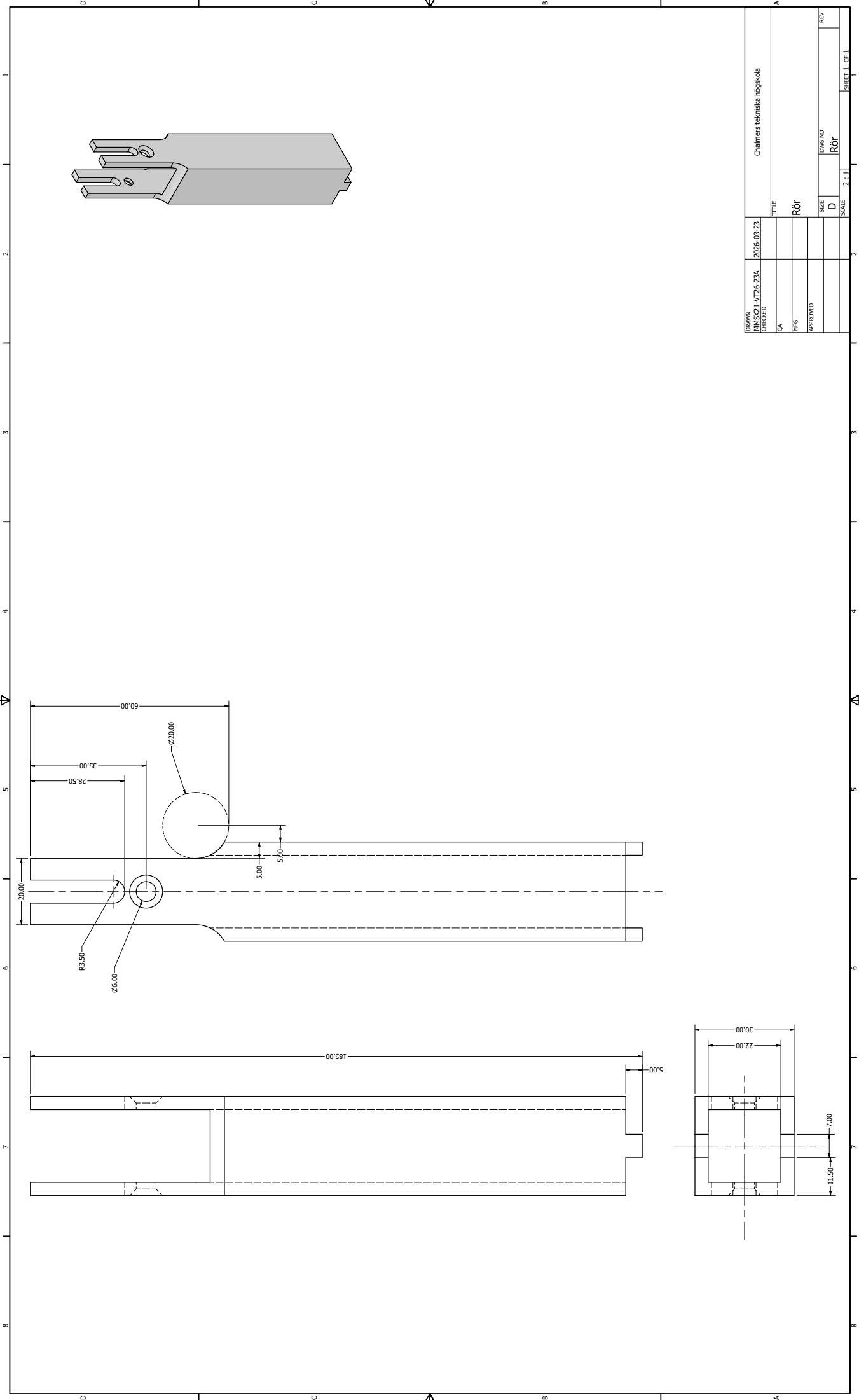


DRAWN	MM/SZJ-LVTJG-23A	2026-03-19	TITLE	Chalmers tekniska högskola
CHECKED				
QA				
MFG				
APPROVED				
			Underbeslag	
			SIZE	DWG NO
			D	Underbeslag
			SCALE	5 : 1
				SHEET 1 OF 1

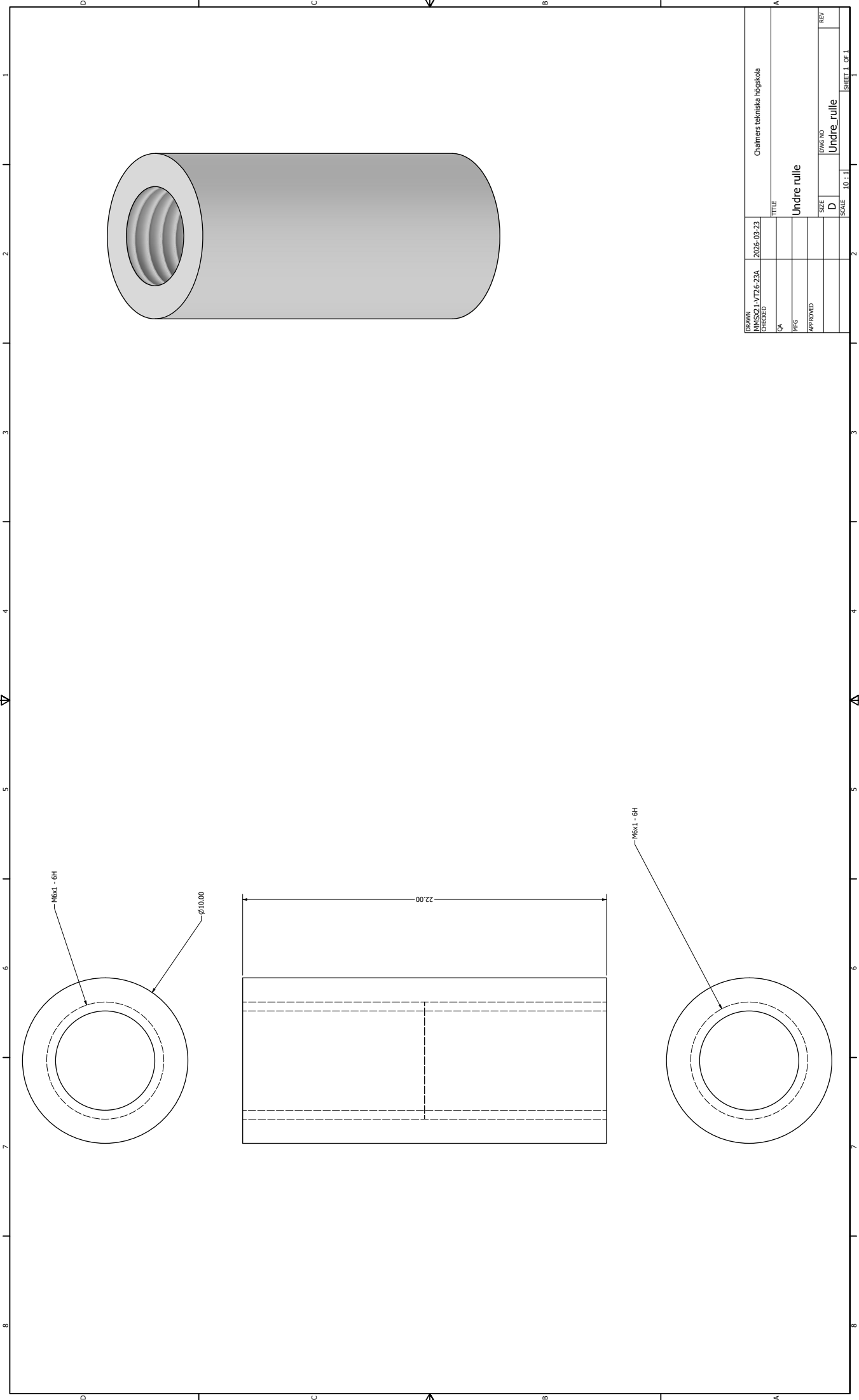


DRAWN	2026-03-19	TITLE	Chalmers tekniska högskola
CHECKED			
QA			
MFG			
APPROVED			
		SIZE	D
		DWG NO	Överbeslag
		SCALE	5 : 1
		REV	

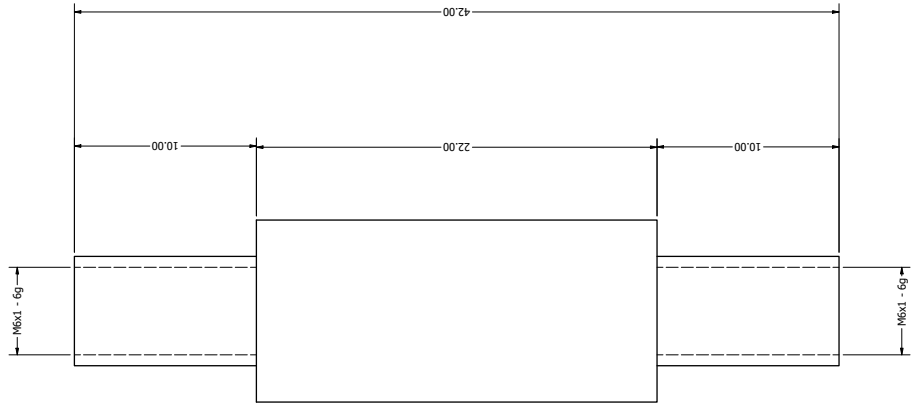
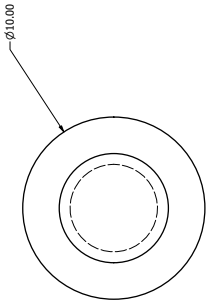
F.2 Rullstöd



DRAWN	MMISZJ-LVTJG-23A	2026-03-23	2	1
CHECKED				
QA				
MFG				
APPROVED				
TITLE			Chalmers tekniska högskola	
SIZE			Rör	
DWG NO			D	
REV			Rör	
SCALE			2 : 1	
SHEET			1 OF 1	

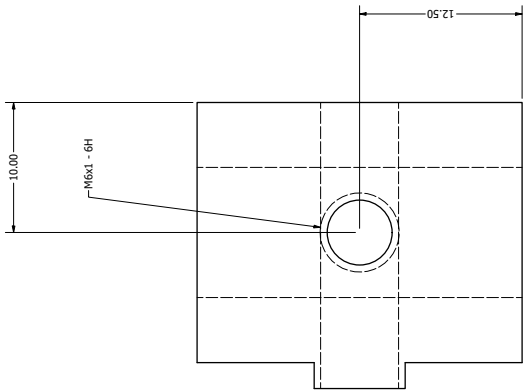
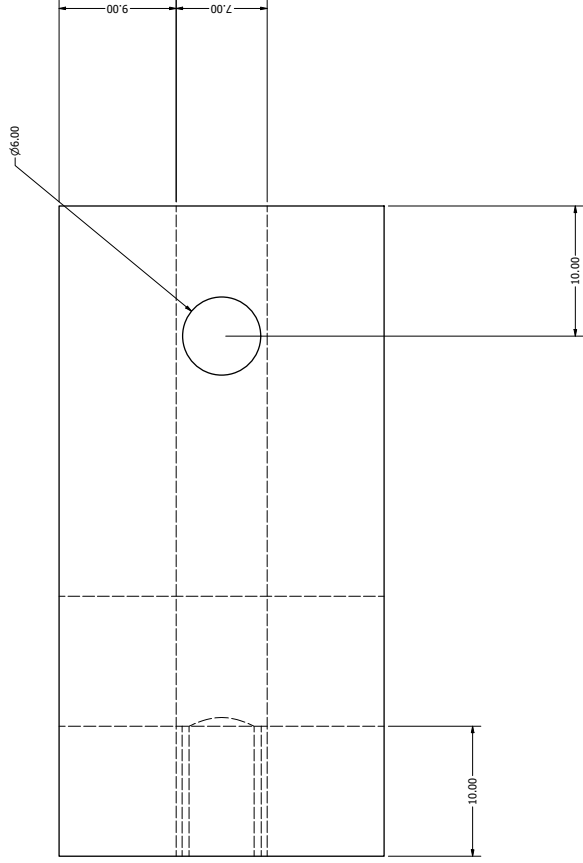
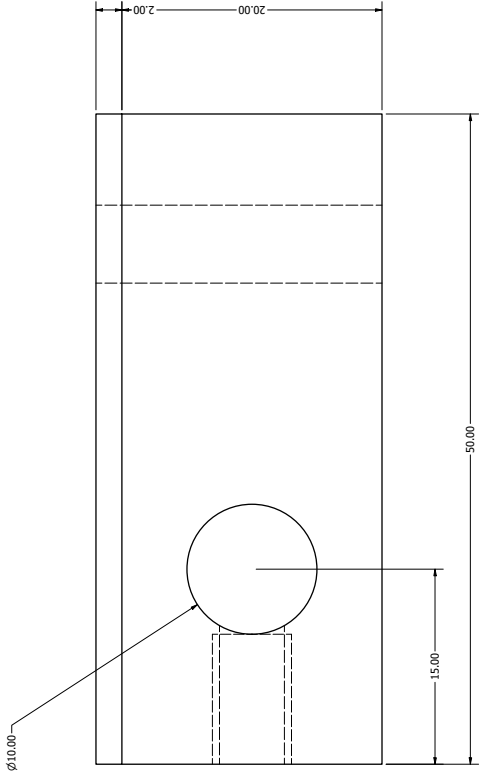
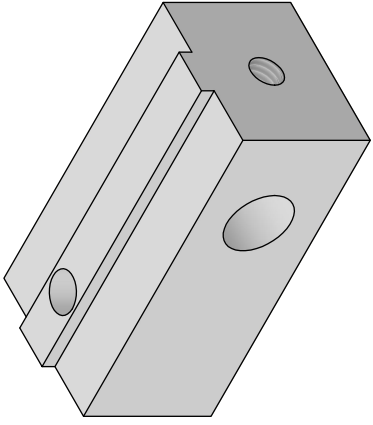


DRAWN	MMISZ1-VT26-23A	2026-03-23	TITLE	Chalmers tekniska högskolan
CHECKED				
QA			Undre rulle	
MFG			SIZE	D
APPROVED			DWG NO	Undre_rulle
			REV	
			SCALE	10 : 1
				SHEET 1 OF 1



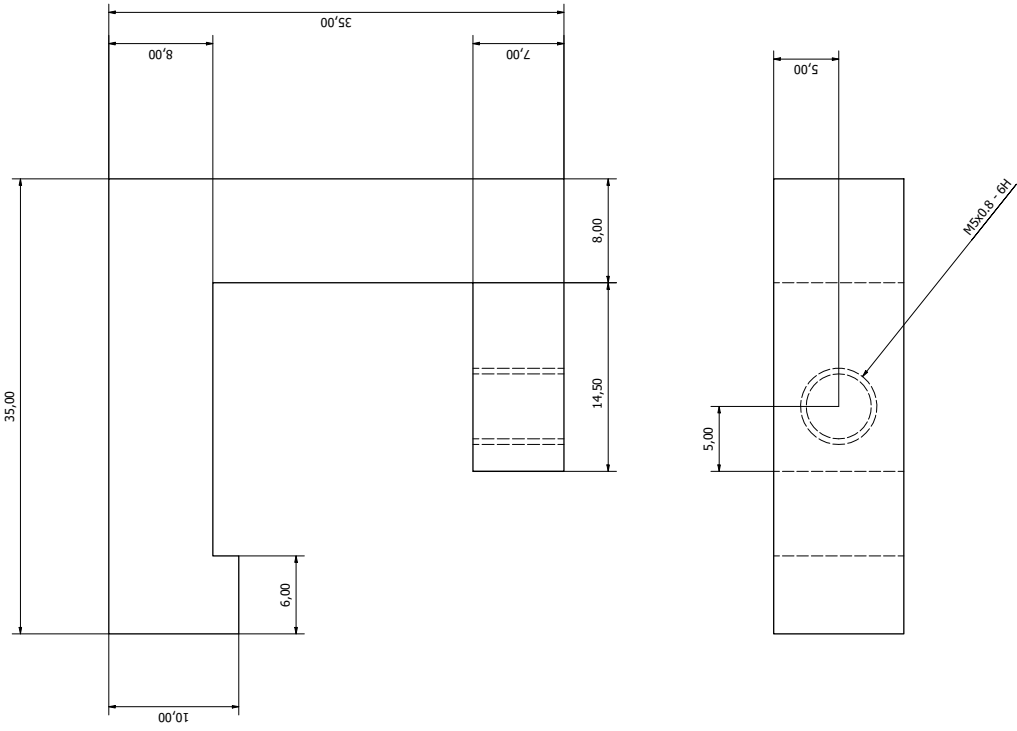
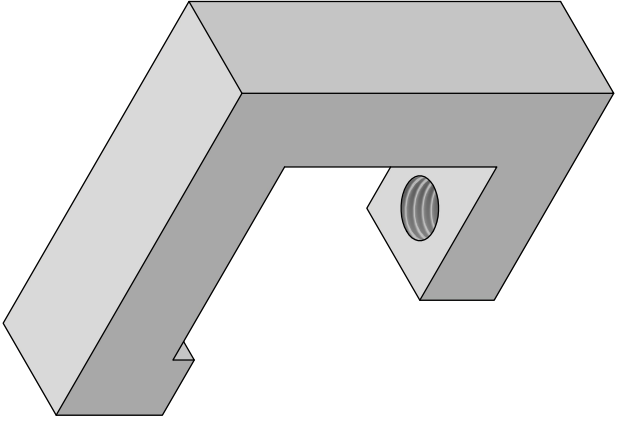
DRAWN	2026-03-23	TITLE	Chalmers tekniska högskola
CHECKED			
QA			
MFG			
APPROVED			
		SIZE	DWG NO
		D	Övre_rulle
		SCALE	7:1
			SHEET 1 OF 1

F.3 Fäste för mätklocka



DRAWN	2026-03-24	TITLE	
CHECKED			
QA			
MFG			
APPROVED			
SIZE	DWG NO	REV	
D	Fäste_måtklocka		
SCALE	5 : 1		

F.4 Lastkrok



DRAWN	2026-04-23	TITLE	
DESIGNED		DATE	
CHECKED		SCALE	5 : 1
QA		SIZE	D
MFG		DWG NO	Lastkrok
APPROVED		REV	
		SCALE	5 : 1
			SHEET 1 OF 1

INSTITUTIONEN FÖR MEKANIK OCH MARITIMA VETENSKAPER
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

Göteborg, Sverige 2026

www.chalmers.se



CHALMERS