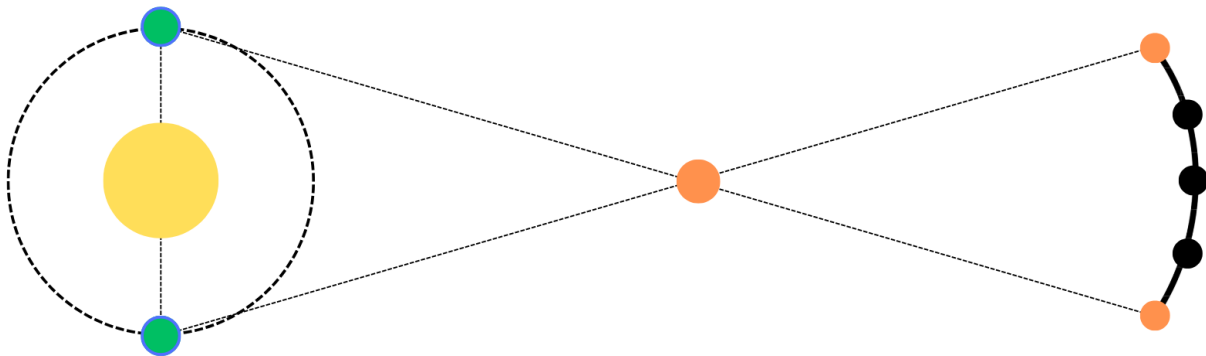




CHALMERS



Avståndsbestämning till AGB-stjärnor genom parallaxmätning

Determining distances to AGB-stars with parallax

Kandidatarbete SEEX16-26-05

KARL ANDERSSON, BENJAMIN JOHANSSON
OTTO OVIK, PHILIP WETTERBERG

INSTITUTIONEN FÖR RYMD-, GEO- OCH MILJÖVETENSKAP

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

Göteborg 2026

www.chalmers.se

KANDIDATARBETE 2026

Avståndsbestämning till AGB-stjärnor genom parallaxmätning

Determining distances to AGB-stars with parallax

KARL ANDERSSON
BENJAMIN JOHANSSON
OTTO OVIK
PHILIP WETTERBERG



CHALMERS

Institutionen för rymd-, geo- och miljövetenskap
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg 2026

Avståndsbestämning till AGB-stjärnor genom parallaxmätning
Determining distances to AGB-stars with parallax
KARL ANDERSSON
BENJAMIN JOHANSSON
OTTO OVIK
PHILIP WETTERBERG

© Karl Andersson, Benjamin Johansson, Otto Ovik, Philip Wetterberg, 2026.

Handledare: Wouter Vlemmings, Institutionen för fysik och astronomi
Handledare: Theo Khouri, Institutionen för fysik och astronomi
Examinator: Magnus Thomasson, Institutionen för fysik och astronomi

Kandidatarbete 2026
Institutionen för rymd-, geo- och miljövetenskap
Chalmers Tekniska Högskola
SE-412 96 Göteborg
Telefon +46 31 772 1000

Omslagsbild: Illustrerar uppkomsten av parallax.
Skriven i L^AT_EX
Göteborg 2026

Sammandrag

I detta arbete beräknades avståndet till närbelägna AGB-stjärnor – stjärnor i slutet av sin livscykel med massan $0,8\text{--}8,0 M_{\odot}$ – genom parallaxmätning. Stjärnornas karakteristiska dynamik skapar intensitetsfluktuationer som tillsammans med deras enorma storlek gör mätning av stjärnornas koordinater icke-trivialt. Olika metoder för att uppskatta stjärnornas mittpunkter utvärderades. För att erhålla en god upplösning av de stjärnor som studerades – R Doradus, R Leonis, W Hydrae, Mira A och B – användes flera tidsåtskilda observationer från ALMA-teleskopet. Uppskattningar för parallax och egenrörelse – stjärnans skenbara rörelse på himmelssfären, exklusive parallax – extraherades genom anpassning av stjärnornas celestiella rörelse för de olika metoderna. För bättre precision användes återsamlingsmetoden jackknife. De metoder som gav bäst resultat var gaussisk anpassning och olika varianter som använde intensitetsintervall. Gaussiska anpassningsmetoden gav avstånden: 47^{+4}_{-3} pc för R Doradus, 134^{+71}_{-35} pc för R Leonis, 106^{+29}_{-19} pc för W Hydrae, 121^{+34}_{-23} pc för Mira A och 126^{+55}_{-31} pc för Mira B. Uppmätta astrometriska värden stämmer bra överens med värden från rymdteleskopen Hipparcos och Gaia, däremot har de uppmätta värdena för egenrörelse en bättre precision i jämförelse. Framtida studier av dubbelstjärnan Mira borde utformas utifrån dess omloppsbanan.

Nyckelord: AGB-stjärnor, parallax, egenrörelse, ALMA, R Dor, R Leo, W Hya, Mira

Abstract

In this thesis distance to nearby AGB-stars – stars in the end of their lifecycle with a mass of $0.8\text{--}8.0 M_{\odot}$ – were calculated using parallax. The characteristic dynamic of these stars creates intensity fluctuations which together with their giant size makes measuring the coordinates of the stars a non trivial task. Different methods for estimating the centre point of the stars were evaluated. To obtain a good resolution of the stars that were examined – R Doradus, R Leonis, W Hydrae, Mira A and B – several observations, separated in time, from the ALMA-telescope were used. Estimates for the parallax and proper motion – the stars apparent movement on the celestial sphere, excluding parallax – were extracted by fitting the stars celestial movement for the different methods. To achieve a better precision the resampling method jackknife were used. The methods that gave the best result were gaussian fit and different variants of half max intensity fit. The gaussian fit gave the distances: 47^{+4}_{-3} pc for R Doradus, 134^{+71}_{-35} pc for R Leonis, 106^{+29}_{-19} pc for W Hydrae, 121^{+34}_{-23} pc for Mira A and 126^{+55}_{-31} pc for Mira B. The calculated astrometric values agrees with values from the space telescopes Hipparcos and Gaia, however, the calculated values for the proper motion have a better precision in comparison. Further studies of the binary star Mira should take its orbit into account.

Keywords: AGB-stars, parallax, proper motion, ALMA, R Dor, R Leo, W Hya, Mira

Tillkännagivanden

För deras föreläsningar, ledning och moraliska stöd vill författarna tacka:

Wouter Vlemmings Theo Khouri Léa Planquart
Miora Andriantsaralaza Behzad Bojnordiarbab

Karl Andersson
Benjamin Johansson
Otto Ovik
Philip Wetterberg

Göteborg, maj 2026

Innehåll

Nomenklatur	ix
1 Inledning	1
1.1 Bakgrund	1
1.1.1 Kosmiska avståndsstegen	1
1.1.2 Parallax	2
1.1.3 Hipparcos och Gaia	3
1.1.4 AGB-stjärnor	3
1.1.5 ALMA	3
1.2 Syfte	3
1.3 Mål	4
1.4 Avgränsningar	4
2 Teori	4
2.1 Stjärnors livscyklar	4
2.2 Asymptotiska jättegrenen	5
2.3 Stjärnors rörelse på himlen	6
2.3.1 Internationella celesta referenssystemet	6
2.3.2 Parallax och egenrörelse	7
2.3.3 Avståndsbestämning med parallax	7
2.4 Astrometriska värden från Hipparcos och Gaia	8
3 Metod	9
3.1 Centrumfinnande metoder	9
3.1.1 Astropy	9
3.1.2 Intensitetsintervall	10
3.1.3 Manuell bestämning	11
3.2 Filtrering av atmosfärsstörningar	11
3.3 Felpropagering	12
3.4 Parameterestimering och avståndsberäkning	12
3.4.1 Återsamlingsmetoden jackknife	12
3.5 Mira	13
4 Implementering	13
4.1 Parser	14
4.2 Centrumfinnande metoder	14
4.3 Parallax	15
4.4 Jackknife	15
4.5 Övriga hjälpfunktioner	15
4.5.1 Dataformatering	15
4.5.2 Filtrering av atmosfärsstörningar	15
4.5.3 Inställningar	16
5 Resultat	16
5.1 R Doradus	16

5.2	R Leonis	18
5.3	W Hydrae	19
5.4	Mira A och B	21
6	Diskussion	23
6.1	Jämförelse mot befintlig data	23
6.2	Utvärdering av centrumfinnande metoder	24
6.3	Utvärdering av implementering	25
6.4	Felanalys	26
6.5	Vidare arbete	26
7	Slutsats	27
A	Appendix	I
A.1	R Doradus	I
A.2	R Leonis	VI
A.3	W Hydrae	XI
A.4	Mira A	XVI
A.5	Mira B	XX

Nomenklatur

Enheter

Millibågsekund

$$1 \text{ mas} = \frac{1}{3600000}^\circ$$

Parsec

$$1 \text{ pc} = 3,0896 \times 10^{16} \text{ m}$$

Astronomisk enhet

$$1 \text{ AU} = 1,495\,978\,71 \times 10^{11} \text{ m}$$

Solmassa

$$M_\odot = 1,989 \times 10^{30} \text{ kg}$$

Storheter

α

rektascension (RA) [mas]

δ

deklination (Dek) [mas]

ϖ

parallax [mas]

μ_α

Egenrörelse i rektascension [mas]

μ_δ

Egenrörelse i deklination [mas]

Förkortningar

ALMA

Atacama Large Millimeter/submillimeter Array

RGB

Red Giant Branch

AGB

Asymptotic Giant Branch

ICRS

International Celestial Reference System

1 Inledning

Vår plats i universum har under människans historia länge varit gåtfull, och är något som än idag håller filosofer upptagna. Det har varit känt sedan renässansen att vi inte är i universums mittpunkt och med tiden har vår plats på jorden överskuggats då vi med vetenskapens framfart grävt fram allt mer av kosmos sanna omfattning. Universum framställs däremot nästintill statisk i vårt mänskliga tidsperspektiv och observationer av kosmiska objekt ger ingen information om vilket djup som faktiskt är mellan oss och vårt fjärran kosmiska motiv. Att mäta de stora avstånd som separerar vår vardag från himlavalvet kräver olika tekniker och fundamentala kunskaper om vårt universum och stjärnorna som befolkar det.

1.1 Bakgrund

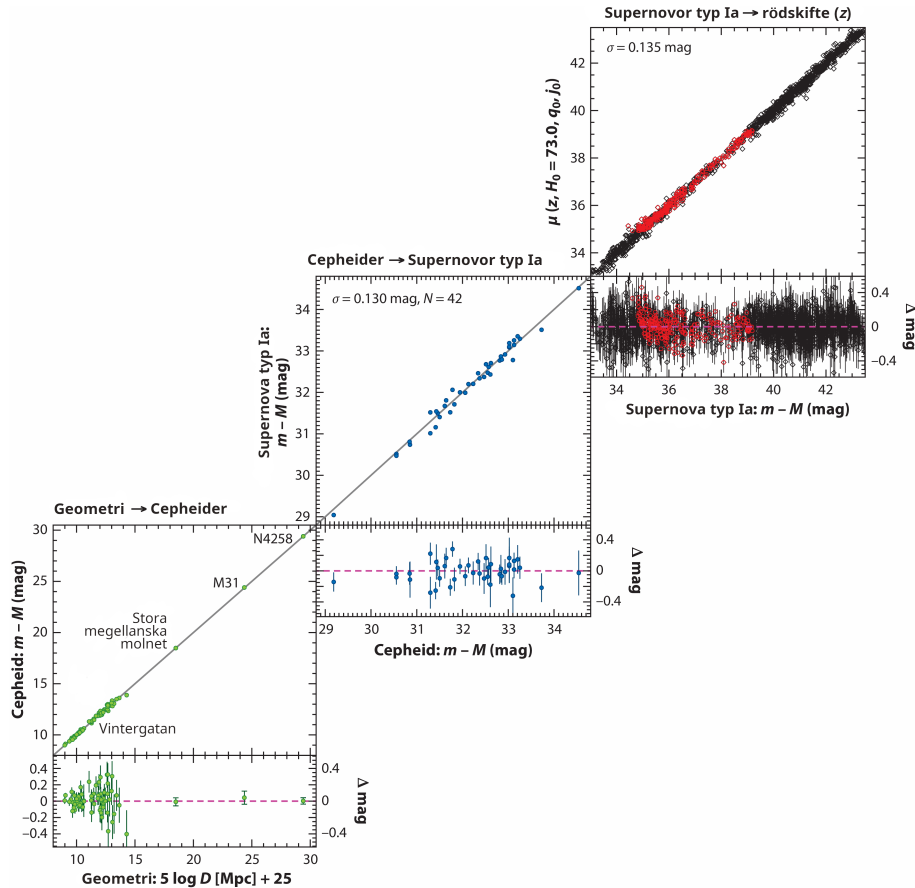
Inom astronomin är avstånd fundamentala. Utan att veta avståndet till exempelvis avlägsna stjärnor med god precision förblir deras storlek, massa och egentliga ljusstyrka osäkra om än omöjliga att bestämma. Det gäller även för universum som helhet, där vår kunskap om universums ålder direkt beror på hur väl avstånden till avlägsna galaxer är bestämda. För att mäta så stora avstånd används en rekursiv process där kända korta avstånd kalibrerar metoder för längre avstånd, vilket är grundprincipen för den *kosmiska avståndsstegen* [1]. Astronomiska avstånd i alla skalor är därmed viktiga och kräver god precision. Det kan däremot anses att kortare avstånd, exempelvis avstånd till närliggande stjärnor, är av större vikt då eventuella osäkerheter propageras till samtliga längre avstånd i avståndsstegen.

1.1.1 Kosmiska avståndsstegen

Redan i slutet av 1920-talet föreslogs det att universum expanderar. Galaxer rör sig bort från jorden med en hastighet som är proportionell mot avståndet. Ett förhållande som beskrivs av en proportionalitetskonstant, Hubbles konstant H_0 , och beskriver hur snabbt universums expansion ökar. Genom att bestämma H_0 öppnas möjligheten att bestämma flera av universums egenskaper och dess historia. Däremot krävs det att långa distanser redan kan bestämmas med hög precision [2].

Kosmiska avståndsstegen binder samman kortare avstånd till de längre i komplexa grenar genom olika avståndsbestämmande metoder. Förenklat slutar avståndsstegen med Hubbles konstant, som räknas ut från avlägsna galaxers radiella hastighet från Vintergatan. Avstånd till galaxerna kan vidare bestämmas genom att mäta intensiteten av supernovor av typ Ia, som är så kallade standardljus – den absoluta intensitet uppträder alltid likartat oavsett avstånd [3]. För närliggande galaxer, inklusive vår egna galax, kan individuella stjärnor urskiljas. Då kan variabla stjärnor med en tydlig periodisk intensitet användas för att bestämma avståndet [4]. Det gäller särskilt för cepheidvariabler som är ljusstarka stjärnor och har en tydlig relation mellan intensitet och period [4]. Cepheid-stjärnor har upptäckts i galaxer 100 miljoner ljusår bort. För att först bestämma vilken intensitet som hör till vilken period måste parallaxmätning användas för att etablera avståndet till ett omfattande men närbeläget urval av variabla stjärnor. Se figur 1.1 för en överblick av hur sammanflätningen av metoderna bygger upp den kosmiska avståndsstegen från parallax till

Hubblekonstanten. Det följer därmed att om parallaxmätningen inte är tillräckligt noggrann kommer felet att fortplanta sig upp i de metoder som bestämmer större avstånd. Felet fortplantar sig till slut till uppskattningen av H_0 , men även alla egenskaper som bygger på avstånd som stjärnors ljusstyrka, storlek och massa påverkas också [5].



Figur 1.1: Diagram över kosmiska avståndsstegen. Ljusstyrkan av närbelägna Cepheid-stjärnor jämförs med avståndet beräknat med parallax (Geometri). Relationen ger möjlighet att kalibrera absoluta ljusstyrkan av supernovor av typ Ia som inträffar i galaxer med kända cepheidvariabler. Slutligen kan avlägsna galaxer där supernovor av typ Ia observerats jämföras med deras rödförflyttning; Hubbles konstant kan då härledas. Figuren är modifierad från [6]. (CC BY 4.0)

1.1.2 Parallax

I grunden av avståndsstegen ligger *parallax*, en vinkelskillnad i stjärnans observerade positioner på himlavalvet som uppkommer genom att observera stjärnan från olika platser. Genom att observera stjärnans position på himlavalvet när jorden rör sig mellan två motsatta sidor i sin omlopps bana kan en parallaxvinkel erhållas [7]. Stjärnornas rörelse på himlavalvet beror inte bara på parallaxeffekten utan även på stjärnans *egenrörelse*, stjärnans rörelse i galaxen relativt solen projicerad på himlavalvet [8].

1.1.3 Hipparcos och Gaia

Hipparcos var en satellit och ett rymdexperiment under *ESA*:s vetenskapliga program från augusti 1989 till augusti 1993 som hade som syfte att samla in astrometrisk data för 120 tusen stjärnor. De parametrar som samlades in var stjärnornas position på himlavalvet, parallax och egenrörelse. Uppdraget resulterade i Hipparcos katalogen samt Tycho katalogen som publicerades juni 1997 [9].

Ersättaren till Hipparcos är Gaia som är en satellit som placerades i jordens Lagrangepunkt L_2 – en stabil plats 1,5 miljoner km från jorden som följer jorden i dess omloppsbanan runt solen. Gaia var operationell ifrån juli 2014 till januari 2025 och gjorde då mer än tre biljoner observationer av två miljarder stjärnor. Gaia samlade in likt hipparcos astrometrisk data av stjärnorna men gjorde så med en betydligt högre precision. Trots att satellitens insamling av data är över så har den vetenskapliga analysen av datan bara börjat [10].

1.1.4 AGB-stjärnor

Några av de ljusstarkaste och därmed mest lättobserverade stjärnorna tillhör den asymptotiska jättegrenen (AGB) (eng. Asymptotic Giant Branch), ett av de sista stadierna i en stjärnas livscykel. Deras yttre lager har dessutom expanderat och upplever stor massförlust i form av stjärnvindar, vilket skapar intensitetsfluktuationer och gör det svårare att säga vad som är stjärna och vad som är massutflöde [11].

1.1.5 ALMA

För att bestämma positioner av AGB-stjärnor krävs en annan teknik för att bestämma centrum av stjärnan. Det är då av fördel att få en fotometrisk observation av stjärnan med en tillräcklig hög upplösning där stjärnans form tydligt kan granskas. ALMA (Atacama Large Millimeter/submillimeter Array) är ett teleskop på Chajnantor platån i Chile som använder sig av interferometri för att få en väldigt hög upplösning. Teleskopet består av 66 antenner med hög precision utspridda över en distans på upp till 16 km och mäter ljus med våglängder i storleksordningen millimeter och submillimeter. Teleskopets placering i den torra Atacamaöknen på 5000 m höjd ger en fördelaktig miljö för att observera i det infraröda spektrumet som annars absorberas av vattenånga [12].

1.2 Syfte

Syftet med arbetet är att beräkna avståndet samt egenrörelsen för närliggande *AGB-stjärnor* från observationer med ALMA teleskopet med parallax-metoden. Stor vikt lades i att utforska samt utvärdera olika metoder för att uppskatta stjärnans centrum utifrån de fotometriska observationerna. Avståndsberäkning till stjärnor med parallax-metoden är viktigt då det är en bärande grundsten av den kosmiska avståndsstegen som i slutändan bestämmer storleken av vårt observerbara universum.

1.3 Mål

Målet för arbetet är att med olika centrumfinnande metoder bestämma egenrörelse, parallax och därmed avståndet till fyra *AGB-stjärnor*, R Doradus, R Leonis, W Hydrae och dubbelstjärnan Mira, med en bättre precision än dagens astrometriska värden från Hipparcos och Gaia-teleskopen.

1.4 Avgränsningar

Andra *AGB-stjärnor* än de fyra utvalda eller stjärnor med liknande problematik men av annan klassificering undersöktes inte, men metoderna som presenteras tillåter undersökning av flera stjärnor. Stjärnor av en helt annan klassificering undersöktes inte, då det redan finns tillräcklig bra astrometrisk data tillhandahållen från bland annat Hipparcos och Gaia.

För att bestämma avståndet till stjärnorna användes endast parallax som metod då stjärnorna är tillräckligt nära för att det ska anses vara den bästa metoden. Stjärnor med större avstånd omfattar högre steg på den kosmiska avståndsstegen och utvärderas inte av arbetet. Endast två egenskaper av *AGB-stjärnorna* uppmättes direkt: egenrörelse och parallax. Stjärnornas exakta storlek, komposition och radiella rörelse mot solsystemet, togs inte i beaktning.

Inga större avgränsningar gjordes för metoderna som användes för att avgöra stjärnornas centrum. Enbart metoder som ansågs för komplexa eller tidskrävande exkluderades. Några temporala metoder användes inte heller då den tillhandahållna datan saknar tillräckligt många observationer inom ett rimligt tidsintervall för att avgöra vad som är tillfälliga rörelser i stjärnornas yttre lager och deras faktiska centrum.

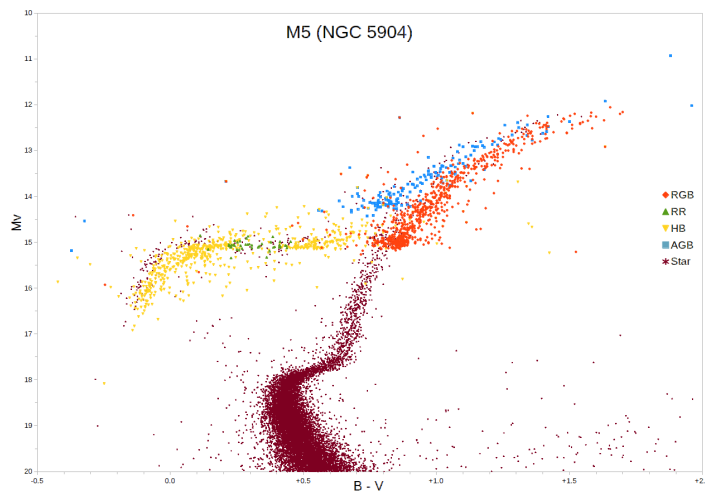
2 Teori

Mot ovanstående bakgrund presenteras i följande avsnitt den relevanta teoretiska kunskap som behövs för att följa och utvärdera arbetet. Teorin innehåller inga härledningar för de nämnda relationerna utan presenterar endast de erhållna sambanden. Avsnittet presenterar även tidigare framtagna värden från Hipparcos och Gaia i syfte att jämföras med kommande metoder.

2.1 Stjärnors livscyklar

Stjärnor formas genom att moln av främst väte kollapsar under dess egna gravitation. Molnens exakta kemiska komposition, massa och rörelsemängdsmoment bestämmer vilken typ av stjärna som bildas och hur den kommer utvecklas. Stjärnors utvecklingsstadier kan illustreras med ett Hertzsprung-Russel (HR) diagram, som visar stjärnornas yttemperatur mot dess ljusstyrka, se figur 2.1. En stjärna som förbränner väte i sin kärna sägs tillhöra den så kallade huvudsekvensen (eng. Main sequence). Majoriteten av alla stjärnor befinner sig i huvudsekvensen under majoriteten av sitt liv. Vätet i stjärnornas kärnor kommer däremot oundvikligen ta slut,

vid vilket skede stjärnorna lämnar huvudsekvensen och beger sig mot en ny gren i HR-diagrammet [13].



Figur 2.1: Ett Hertzsprung-Russeldiagram över ett flertal stjärnor i stjärnklustret M5, ordnade efter magnitud, som beror på stjärnans ljusstyrka; och våglängd, som beror på stjärnans temperatur. I diagrammet uppstår flera karakteristiska grenar, bland annat huvudsekvensen, röda jättegrenen (RGB) och den asymptotiska jättegrenen (AGB). Notera att endast en bit av huvudsekvensen visas. Bild av Lithopsian [14]. (CC BY 4.0)

2.2 Asymptotiska jättegrenen

Stjärnor med den ungefärliga massan $0,8-8,0 M_{\odot}$ når generellt ett stadie kallat den asymptotiska jättegrenen (AGB) (eng. Asymptotic Giant Branch) mot slutet av sin livstid [15]. För att nå den asymptotiska jättegrenen har stjärnan genomgått ett flertal tidigare stadier. Normalt förbränns väte i stjärnans kärna och bildar främst helium, då vätet tar slut i kärnan bildas ett skal av väte i stjärnans yttre lager. Väte-skalförbränningen frisläpper mycket energi och stjärnan blir både varmare och ljusstarkare. Stjärnan går in i den röda jättegrenen (RGB) och expanderar till en röd jätte. Expansionen av stjärnan bidrar till att ljusstyrkan minskar och skapar en konvektiv effekt som blandar olika stjärnlager [11].

Under stjärnans expansion påbörjas sedan förbränning av helium i kärnan, vilket bygger upp en kol- och syrekärna. Förbränningen leder till att stjärnan minskar i storlek tills heliumförbränning upphör och väte-skalförbränning åter tar över vilket leder till en ny gren som liknar den tidigare röda jättegrenen, där ljusstyrkan och temperaturen åter stiger. På grund av dess liknelse med den tidigare jättegrenen kallas den för den asymptotiska jättegrenen [11].

Även då stjärnor nått ett AGB-stadie fortsätter en cykel av expansion och kontraktion. Ljusstyrkan kommer främst från väte-skalförbränningen, som försvagas då stjärnan expanderar. En pulserande process skapas sedan, då väte-skalförbränningen blivit tillräckligt svag för att helium-skalförbränning ska ta vid, vilket får stjärnan att kontrahera som åter möjliggör väte-skalförbränning och får stjärnan att återigen expandera [15].

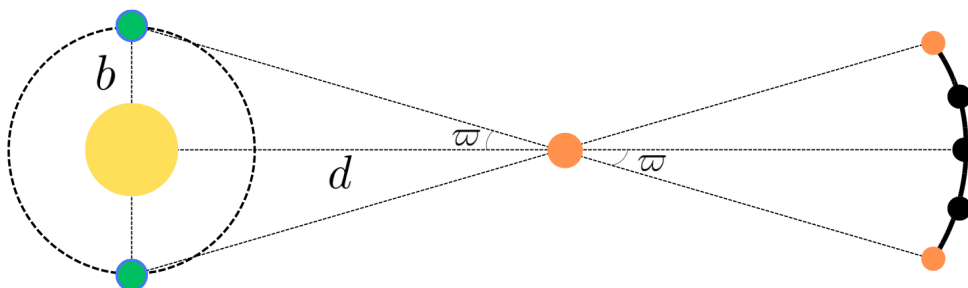
När heliumet i sitt inre skal tagit slut finns det ingen mer energi som kan ge ett strålningstryck. Stjärnan krymper till en storlek lik jorden och har då blivit en vit dvärg. Massförluster från kraftiga solvindar från tidigare heliumpulser bildar en planetarisk nebulosa [16].

2.3 Stjärnors rörelse på himlen

För att beskriva himlakroppars position på stjärnhimlen krävs det ett referenssystem. Ett vanligt referenssystem är det ekvatoriella koordinatsystemet som består av en himmelssfär med oändlig radie centrerad i jordens mittpunkt. På sfären kan en position specificeras genom två storheter: deklination och rektascension. Deklinationen (Dek) är den himmelska ekvivalenten till latitud och antar värden mellan -90° vid södra himmelspolen till 90° vid norra himmelspolen och där värdet är 0° vid ekvatorn. Rektascension (RA) är den himmelska ekvivalenten till longitud och går från 0° till 360° under 24 timmar, vilket motsvarar 15° grader varje timme. Av den anledningen uttrycks rektascension oftast i timmar, minuter och sekunder [17]. Mindre storleksordningar uttrycks däremot ofta i bågsekunder eller millibågsekunder (mas) (eng. milliarcsecond).

2.3.1 Internationella celesta referenssystemet

Det internationella celesta referenssystemet (ICRS) används för noggrann mätning av celesta objekts position på himmelssfären. Referenssystemet utgår ifrån ekvatoriella koordinater men använder istället solsystemets masscentrum som mittpunkt och i princip fasta koordinataxlar. Praktiskt sett används ljusstarka extragalaktiska objekt, ofta kvasarer, som är tillräckligt långt bort att de kan anses fixa i himlen, se figur 2.2. Andra himlakroppars koordinater bestäms sedan i relation till dessa. Systemet är det mest lämpliga för jämförelse av positioner och rörelser av himlakroppar för att undvika artefakter från solsystemets dynamiska natur. Uppmätta värden på rektascension och deklination kan alltså omvandlas till ICRS systemet med kunskap om solsystemets struktur [17].



Figur 2.2: Schematisk illustration över hur parallax uppstår för närbelägna stjärnor. I figuren visas solen med jorden i omloppsbanan på ett avstånd b och en stjärna med avstånd d från solen. Till höger i figuren visas hur jordens rotation runt solen påverkar stjärnans position i relation till andra avlägsna stjärnor.

2.3.2 Parallax och egenrörelse

En stjärnas rörelse på himmelssfären beror på två fenomen: den parallaxeffekt som uppkommer från observatörens position i jordens omloppsbana runt solen och stjärnans egenrörelse. Stjärnans egenrörelse är den tangentiella komponenten av stjärnans rörelse mot himmelssfären som uppkommer då stjärnan rör sig i galaxen [8].

Parallaxen är den vinkelskillnad som uppkommer när ett objekt beskådas från två olika platser ungefär lika långt bort från objektet. Beroende på hur långt bort objektet är från observatören samt hur stor förflyttning det är mellan de två platserna fås olika stora vinkelskillnader; ett större avstånd mellan objekt och observatör leder till en mindre parallax samtidigt som en större förflyttning leder till en ökad parallax för ett visst avstånd mellan objekt och observatör.

I applikationer med parallaxmätningar från jorden önskas förflyttningen mellan observationer vara ett halvår mellan varandra för att maximera parallaxvinkeln, se figur 2.2. Från figuren ses även hur avståndet till stjärnan direkt beror på den parallax som uppmäts enligt

$$d = \frac{b}{\varpi}, \quad (2.1)$$

där d är avståndet mellan den avlägsna stjärnan och solsystemets barycentrum, b är avståndet mellan jorden och barycentrum och ϖ är den erhållna parallaxen. För jorden gäller idealt att avståndet till barycentrum är en astronomisk enhet, 1 AU. Ekvation (2.1) kan därmed förenklas till

$$d = \frac{1}{\varpi}, \quad (2.2)$$

där avståndet anges i parsec (pc) om parallaxen angivs i bågsekunder. Parsec definieras som avståndet till en stjärna som har en parallax, observerad på jorden, på exakt en bågsekund.

2.3.3 Avståndsbestämning med parallax

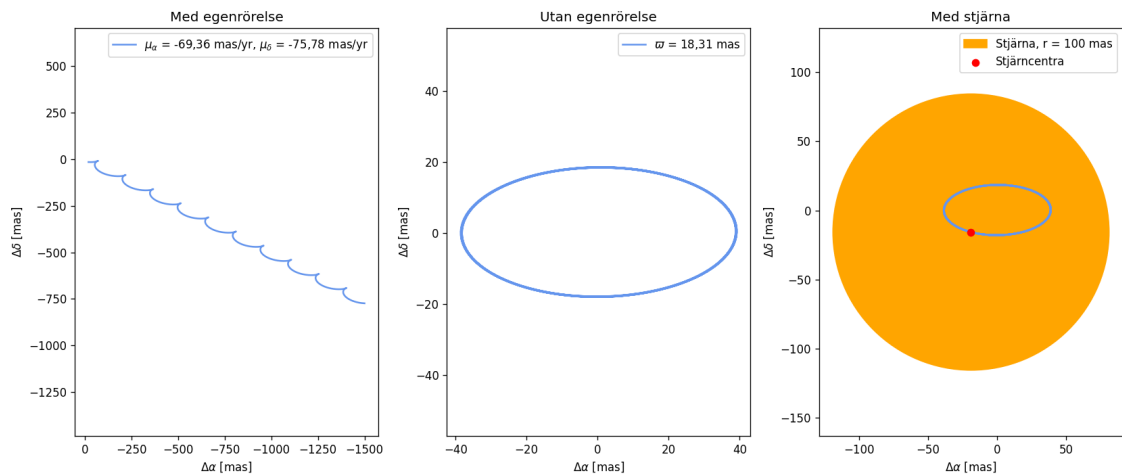
En stjärnas parallax och egenrörelse påverkar hur stjärnan rör sig på himmelssfären. Explicit rör sig stjärnan enligt följande ekvationer:

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{\varpi}{\cos \delta_0} (X \sin \alpha_0 - Y \cos \alpha_0) + \frac{\mu_\alpha}{\cos \delta_0} (t - t_0), \quad (2.3)$$

$$\delta = \delta_0 + \varpi (X \cos \alpha_0 \sin \delta_0 + Y \sin \alpha_0 \cos \delta_0 - Z \cos \delta_0) + \mu_\delta (t - t_0), \quad (2.4)$$

där α och δ är stjärnans uppmätta rektascension respektive deklination vid tidspunkten t ; α_0 och δ_0 är stjärnans rektascension och deklination vid referenspunkten t_0 ; ϖ , μ_α och μ_δ är stjärnans parallax och egenrörelse i rektascension respektive deklination; och X , Y och Z är jordens barycentriska koordinater som också är tidsberoende [18].

Det framgår från ekvation (2.3) och (2.4) att stjärnornas position på himmelssfären under ett år påverkas både av parallax och egenrörelse. Skulle stjärnan däremot vara fix i galaxen, utan egenrörelse, hade den återgått till samma position varje år. Egenrörelsen medför alltså en förskjutning över tid. I figur 2.3 illustreras hur stjärnans position på himmelssfären beror på både parallax och egenrörelse.



Figur 2.3: En stjärnas rörelse över himmelssfären under tio år utgående från en referensepok, som togs vara första epoken. Till vänster visas rörelsen med både egenrörelse- och parallaxeffekter medan mittenfiguren visar rörelsen om stjärnan inte skulle ha någon egenrörelse. Det märks därmed att egenrörelsen medför en förskjutning av stjärnans position över tid och att stjärnors rörelse utan egenrörelse bildar en ellips. Om stjärnan skulle befinna sig nära en av himmelssfärens poler skulle ellipsen anta ett mer cirkulärt utseende. Den motsatta extremen, en rät linje, hade erhållits om stjärnan i stället befann sig på ekvatorn. I den högra figuren visas samma ellips som i mittenfiguren men tillsammans med en godtycklig AGB-stjärna för att illustrera hur lite stjärncentra rör sig endast på grund av parallaxen. Den egenrörelse, parallax och stjärnradie som använts för att generera rörelsen erhålls i figuren.

Genom att upprepade gånger mäta en stjärnas position på himmelssfären och erhålla en rektascension, deklination samt datum kan de tre parametrarna ϖ , μ_α och μ_δ uppskattas genom en anpassning av (2.3) och (2.4). Anpassningen görs exempelvis genom att använda en viktad minsta kvadratmetod som minimerar residualerna $\alpha - \alpha_0$ respektive $\delta - \delta_0$. Om parallaxen då bestäms kan även avståndet till stjärnan bestämmas via (2.2).

2.4 Astrometriska värden från Hipparcos och Gaia

De astrometriska värdena som fås ut av metoden behöver jämföras med befintliga. För de stjärnor som undersöks finns det astrometriska värden från de sammanställda katalogerna *Hipparcos new reduction* (NR) [19] och *Gaia data release 2* (DR2) [20] som visas i tabell 2.1.

Tabell 2.1: Astrometriska värden för de fyra stjärnor som ska studeras från katalogerna *Hipparcos new reduction* (NR) [19] och *Gaia data release 2* (DR2) [20].

Stjärna	Katalog	Parallax [mas]	Egenrörelse (RA) [mas]	Egenrörelse (Dec) [mas]
R Dor	Hipparcos NR	$18,31 \pm 0,99$	$-69,36 \pm 0,88$	$-75,78 \pm 1,00$
R Leo	Gaia DR2	$14,06 \pm 0,84$	$6,13 \pm 1,45$	$-53,10 \pm 1,45$
W Hya	Gaia DR2	$6,09 \pm 0,82$	$-51,77 \pm 1,30$	$-59,69 \pm 1,26$
Mira	Hipparcos NR	$10,91 \pm 1,22$	$9,33 \pm 1,99$	$-237,36 \pm 1,58$

Utöver de två katalogerna har avstånden till stjärnorna även beräknats genom att använda cepheids relation mellan intensitet och period [21]. Kalibreringen av metoden bygger däremot på att den lägre nivån i avståndsstegen, parallaxmätningar, är bestämda till hög precision. En studies resultat för avståndet till tre av de relevanta stjärnorna anges i tabell 2.2.

Tabell 2.2: Avstånd till tre av de undersökta stjärnorna beräknade genom att använda cepheids relation mellan period och intensitet [21].

Stjärna	Avstånd [parsec]
R Dor	44_{-4}^{+5}
R Leo	100_{-5}^{+5}
W Hya	87_{-9}^{+11}

3 Metod

För att genomföra arbetet behövdes en större mängd beräkningar göras, vilket utfördes av programkod skrivet i Python. Dokument av både data och kod bearbetades parallellt, vilket gjordes med versionshanteringssystemet Git på utvecklingsplattformen GitHub. Datan från ALMA är i FITS format: ett vanligt filformat för astronomisk data ur vilket framförallt intensitet och positionsdata har nyttjats.

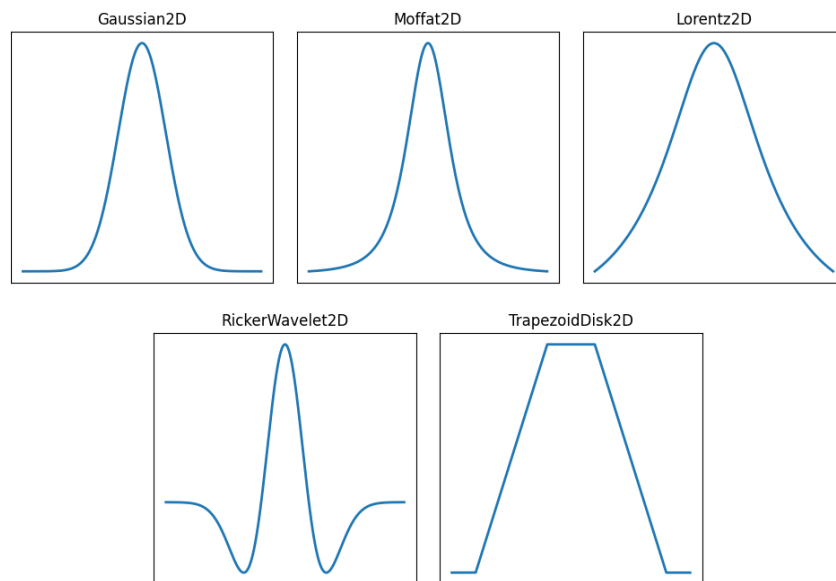
3.1 Centrumfinnande metoder

Till parallaxberäkningen, se 2.3.3, uppskattas stjärnans centrum för alla observationer. Flera olika metoder har använts för att hitta centrum på stjärnorna. Till största del har astropys modeller använts. Alla metoder har använt den maximala intensiteten från datan för att skapa en initial uppskattning om stjärnornas position.

3.1.1 Astropy

Astropy är en python-modul anpassad för astronomiberäkningar och som har ett bibliotek med astronomiska modeller som kan anpassas med olika metoder. Modellerna består av olika geometriska figurer med ingående värden som definierar deras exakta storlek och form. Genom att iterativt ändra på parametrarna kan modellen anpassas till datan och ett bästa möjliga centrum bestämmas utifrån modellen. Astropy har även funktioner som kan utföra dessa anpassningar (via python-modulen `scipy`). Den funktion som har använts är `DogBoxLSQFitter`. De modeller som har applicerats är

följande: `Gaussian2D`, `Moffat2D`, `Lorentz2D`, `RickerWavelet2D`, `TrapezoidDisk2D`, se figur 3.1 för samtliga metoders intensitetsfördelning i en dimension. Implementeringen av anpassningen för modellerna följer samma mönster. Ett initialt centrum baserat på maxintensiteten och en radie på 12 mas har använts för samtliga. Exakt vad radie innebär varierar mellan modeller men det har visat sig vara en bra initial approximation. Dessa initiala modeller har sedan anpassats med maximalt antal iterationer mellan 1000 och 100000, beroende på modell. `Moffat2D` och `Lorentz2D` använder samma formel men med olika exponenter. `Lorentz2D` har använt exponenten 1 och `Moffat2D` har använt exponenten 2.

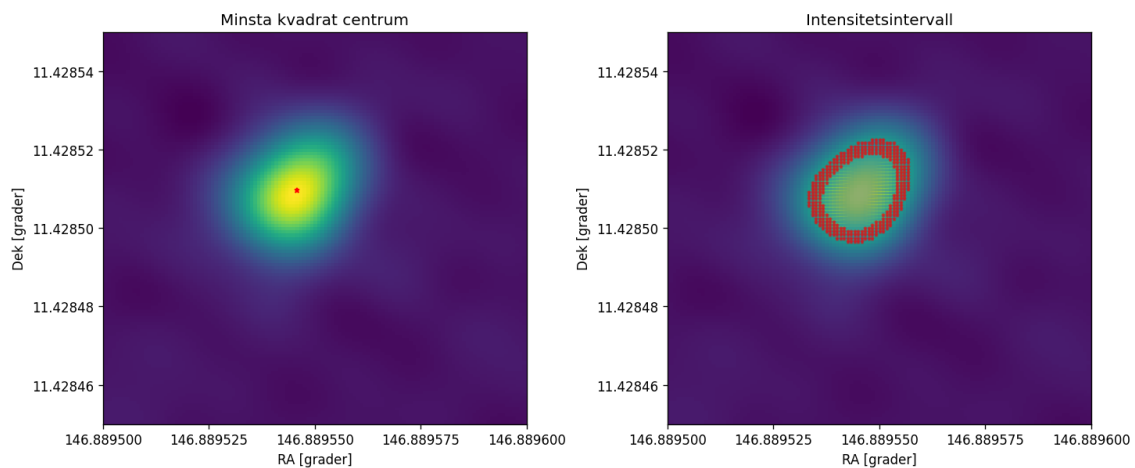


Figur 3.1: Intensitetsprofiler för alla använda metoder från `astropy`. De faktiska fördelningarna är i 2D och cirkulära.

3.1.2 Intensitetsintervall

Genom att välja ut pixlar med en intensitet inom ett specificerat intervall är det sedan möjligt att med dessa pixlar beräkna ett centrum på olika sätt. Tre olika variationer av metoden har använts.

Först identifierades maxintensitetens värde, vilket användes för att definiera ett intensitetsintervall som procent av maxvärdet. Alla punkter med en intensitet inom intervallet användes sedan för att interpolera ett centrum för stjärnan. Se figur 3.2 för ett exempel på hur intensitetsintervallen ser ut. Den enklaste metoden `HalfMax` medelvärderade det valda intervallets positioner för att få ett centrum. Metoden `HalfViktad` utnyttjade också en medelvärdering av de valda punkterna, men för att beräkna centrum viktades även positionerna med intensiteten. Metoden `HalfLSQ` använde istället minsta kvadratmetoden för att erhålla centrum. Många olika intensitetsintervall testades och olika resultat erhöles för olika intervall. Det intervall som valdes är det som gav lägst osäkerhet. För R Doradus användes intervallet 70 % till 100 % av maxintensiteten, för R Leonis användes 50 % till 70 % och för W Hydrae användes 30 % till 50 %. Vilken metod som användes påverkade inte intervallet nämnvärt mycket.



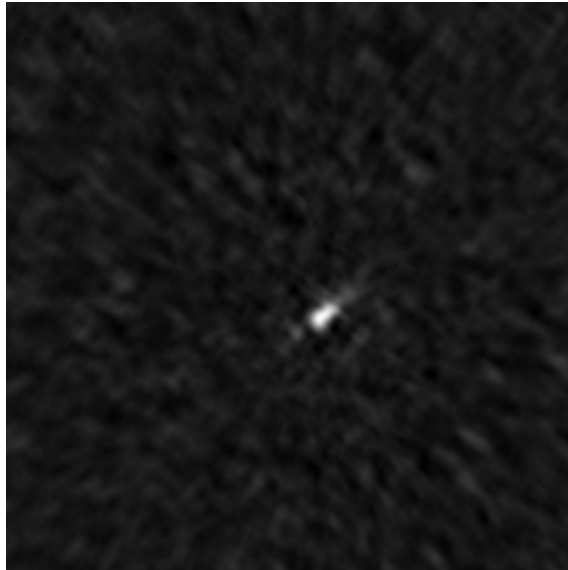
Figur 3.2: Ett exempel på ett intensitetsintervall. Den vänstra bilden visar det beräknade centrumet markerat med en röd prick. I den högra bilden visas intervallet som har använts. De utvalda positionerna är markerade på samma sätt. Intervallet är 50 % till 70 % av maxintensiteten.

3.1.3 Manuell bestämning

För att testa hur bra en människa kan vara på att avgöra vart en stjärnas centrum är försökte samtliga författare att för hand avgöra var stjärnornas centrum låg. Metoden genomfördes genom att studera bilderna var för sig och bestämma ett pixelvärde som författaren själv ansåg bäst visa var stjärnans centrum låg. Pixelns koordinater antecknades sedan i ett dokument tillsammans med korresponderande identifikation av de utvärderade bilderna. Dessa pixelvärden konverterades till rektascension och deklination för att sedan föras genom samma beräkningar av avstånd som övriga metoder. Resultatet medelvärderades sedan för att få ett gemensamt resultat från manuell bestämning.

3.2 Filtrering av atmosfärsstörningar

Alla observationer är beroende av de rådande atmosfäriska förhållandena under observationstiden. De flesta har tagits under godtagbara störningar men vissa av observationerna har tagits under sämre atmosfäriska förhållanden. Resultatet är att vissa bilder har markant lägre kvalitet. Ett exempel på en observation med mycket störningar visas i figur 3.3. Stjärnan har fått en mycket irreguljär form och fläckar har uppstått runtom. Som konsekvens av störningarna är det mycket svårare att avgöra ett centrum för stjärnan och metoderna riskerar att placera centrum mer fel än vanligt. Av den anledningen har vissa observationer tagits bort från analysen för att minska felen. Borttagningen gjordes genom att först studera vilka observationer som konsekvent avviker mer än de andra från den anpassade parallaxrörelsen. Sedan har dessa bilder manuellt undersökts för att se om de har stora störningar. Om så var fallet togs de bort från analysen.



Figur 3.3: Exempel på en observation med atmosfärsstörningar. Notera de ljusa fläckarna runt stjärnan och hur stjärnan i sig är utsmetad.

3.3 Felpropagering

Från alla metoder extraherades osäkerheter i stjärnans position. Osäkerheterna beräknades olika beroende på vilken metod som användes, antingen genom att extrahera en kovariansmatris från `DogBoxLSQFitter` eller genom att uppskatta standardavvikelsen för de metoder som använde medelvärdering av olika positioner. Dessa osäkerheter kombinerades med en systematisk, minimal, osäkerhet på 6 mas och vidarebefordrades sedan till parameterestimeringen.

3.4 Parameterestimering och avståndsberäkning

För att uppskatta parametrarna i ekvation (2.3) och (2.4) behövdes jordens barycentriska koordinater, något som erhöles via `astropy` och tar alla himlakroppars påverkan i hänsyn. Vilket krävde en efemerid, ett tabellverk som används för att beräkna himlakroppars positioner i solsystemet från ett datum. Den efemerid som användes var DE440.

De erhållna stjärncentrumen viktades sedan med deras korresponderande osäkerhet och parametrarna ϖ , μ_α och μ_δ extraherades med en icke-linjär minsta kvadratmetod. Initial gissning av parallaxen som matades till anpassaren är de värden som listas i 2.1. Efter anpassningen kunde avståndet till stjärnan beräknas med ekvation (2.2).

3.4.1 Återsamplingsmetoden jackknife

För att minska felmarginalen och undersöka hur mycket enskilda mätningar påverkar de erhållna resultaten har återsamplingsmetoden jackknife använts. Metoden fungerar genom att exkludera en epok och bestämma parallax och egenrörelse som tidigare från resterande data. Metoden cyklades genom tills alla epoker hade ute-

lämnats en gång, samtliga resultat medelvärderades och standardfelet beräknades. Återsamlingsmetoden medförde generellt en lägre felmarginal än om den hade utelämnats.

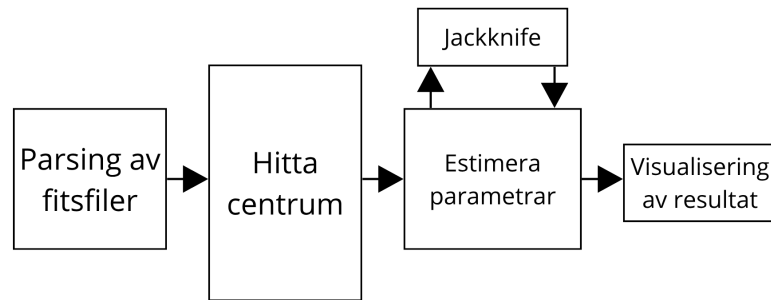
3.5 Mira

För att finna centrum för Mira A användes de centrumfinnande metoderna på vanligt vis. Då Mira B är ljussvagare än Mira A påverkades inte resultatet märkbart. För att finna Mira B behövde först Mira A tas bort från observationerna. Borttagningen gjordes genom att hitta maxintensiteten för Mira A och sedan sätta intensiteterna runtom till noll. En cirkel med lämplig radie skapades som sedan användes till överskrivningen av intensiteterna. Därefter sparades de nya observationerna och intensiteten normaliserades vilket fick Mira B att framhävas. Dessa modifierade observationer fördes sedan genom samma process som alla andra stjärnor. För Mira A och B gjordes däremot ingen manuell bestämning av stjärncentra och inga intensitetsintervall optimerades på grund av tidsbrist.

4 Implementering

All kodimplementering och skrivande av rapport har gjorts utan hjälp av AI. Viss användning har gjorts under skrivandet för att hitta relevanta källor samt hitta synonymer och förklaring av svenska skrivregler. Projektet har inte influerats av åsikter från AI, utan har endast använts som verktyg för enklare felsökning, men inte implementering då det inte ansågs relevant.

Metoden implementerades i tre delar och bildar en kedja bestående av: en parser, centrumfinnande metoder och analys av datan. Funktionerna har delats upp i olika Python-filer och sedan använts i en *Jupyter Notebook* för att underlätta dataanalysen. Källkoden är öppet tillgänglig på *GitHub* under *MIT licens*: <https://github.com/Schitrus/SEEX16-26-05>. Figur 4.1 visar ett schematiskt diagram över implementeringens olika delar och hur de hänger ihop.



Figur 4.1: Ett schematisk diagram som beskriver hur koden är implementerad. En parser används för att läsa in rådata från FITS-filer och omformaterar det till ett lämpligt dataformat. Formaterad data från alla observationer av en stjärna används sedan av en centrummetod för att tabellera hur stjärnan rört sig på himlen. Stjärncentras rörelse används sedan för att estimerar parallax och egenrörelse. Återsamlingsmetoden jackknife användes för att erhålla ett mer precist resultat. Till sist illustreras resultaten i form av en figur och samtliga estimerade parametrar sparas i en textfil.

4.1 Parser

För att kunna läsa datan från *FITS-filerna* används en parser. Funktionen `parseFits` hämtar datan från de givna FITS-filerna, läser av dem, konverterar pixelvärden till ekatoriella koordinater och placerar alla observationer av en stjärna i listor som Python kan hantera. Varje fil öppnas och läses igenom efter följande information: datum, referensvärde för RA och Dek, skillnaden i RA och Dek mellan pixlarna, matris av intensiteter, band och dimensioner för bilden. Bandet indikerar vilket våglängdsintervall som bilden är tagen i.

4.2 Centrumfinnande metoder

Alla metoder för att finna stjärnors centrum finns i `center_methods.py`. Metoderna tar in RA, Dek och intensiteter för alla pixlar och returnerar beräknade värden för ett centrum tillsammans med dess intensitet. Även beräknade osäkerheter returneras. Funktionen `getCenters` tar in den formaterade datan och analyserar varje observation med en given metod. Resultatet från `getCenters` innehåller därmed information om rörelsen av en stjärnas centrum och används senare för analys.

I notebooken används `calcAllCenterMethods` för att beräkna alla stjärnors centrum med alla metoder. Funktionen kallar `getCenters` flera gånger och sparar datan för att sedan inte behöva upprepa alla beräkningar varje gång koden körs.

4.3 Parallax

För att bestämma avståndet behövs först jordens koordinater relativt barycentrum tas fram utifrån datumet observationerna gjordes på. Vilket görs av funktionen `bary_coords`. Koordinaterna används sedan i modellfunktionen `model` som beräknar ekvationerna (2.3) och (2.4). Utifrån modellen kan residualerna i RA och Dek från den givna datan mot modellen beräknas i `residuals`. Det är dessa residualer som funktionen `fit_model` optimerar genom `scipy.optimize.least_squares` för att få fram en modell där residualerna är minimerade.

Utifrån den anpassade modellen används funktionen `analyze_star` för att få fram själva avståndet och plotta stjärnornas rörelse. Här används datan som tidigare sparats från centrummetoderna och de initiala gissningarna på avstånden sätts utifrån värdena i tabell 2.1.

Resultaten från `fit_model` innehåller flera olika parametrar där en är jacobianen från `scipy.optimize.least_squares`. Jacobianen används för att beräkna standardavvikelsen.

4.4 Jackknife

Återsamlingsmetoden jackknife implementeras via funktionen `leave_one_out`. Den tar in resultaten från den tidigare använda `fit_model` tillsammans med datan från centrummetoderna. Funktionen itererar genom alla observationer för att en efter en uteslutar varje observation en gång. Resterande observationer används för att beräkna nya resultat från `fit_model`. Resultaten medelvärderas och standardfelet för jackknife beräknas och används i resultaten.

4.5 Övriga hjälpfunktioner

I det flöde av beräkningar som beskrivits ovan har vissa funktionaliteter uteslutits för att inte störa beskrivningen. Dessa kommer att beskrivas här.

4.5.1 Dataformatering

För att undkomma att behöva köra om de beräkningsintensiva centrumfinnande metoderna varje gång så sparas datan i separata filer som sedan kan läsas in igen. Datan formateras i ett csv-format enligt: Datum, RA, RA osäkerhet, Dek och Dek osäkerhet. Funktionerna `toAstroData` och `fromAstroData` används för att spara resultaten från centrummetoderna i rätt enheter och format samt för att läsa datan från filerna till variabler i dokumentet vid behov.

4.5.2 Filtrering av atmosfärsstörningar

För att filtrera bort sämre data har `banlist.txt` använts. Det är en lista över de FITS-filer som, efter manuell granskning, har valts bort på grund av för stora atmosfärsstörning i bilderna. I `parseFits` används listan för att exkludera dem.

4.5.3 Inställningar

I koden finns även vissa booleska variabler för diverse hjälpmedel som har använts under projektets gång. Den första är `Debug` som finns i varje centrumfinnande metod och plottar grafer för att undersöka metदानpassningen för varje observation. Figur 3.2 är ett exempel på de grafer som `Debug` ger.

En annan variabel som har använts är `Halva`. Med `Halva` är det möjligt att ändra på de tre funktionerna som använder intensitetsintervall, nämligen `HalfMax`, `HalfLSQ` och `HalfViktad`. När `Halva` är aktiverad kan metoderna läsa in två extra variabler för att kunna ändra på intensitetsintervallen.

Med variabeln `datum` är det möjligt att se vilka två observationer som avviker mest från det beräknade resultatet. Observationernas exakta datum skrivs då ut från `makeplots` i plotten.

För att spara resultaten i separata filer används `save`. Den gör det möjligt att spara data över alla beräknade parametrar och figurer.

5 Resultat

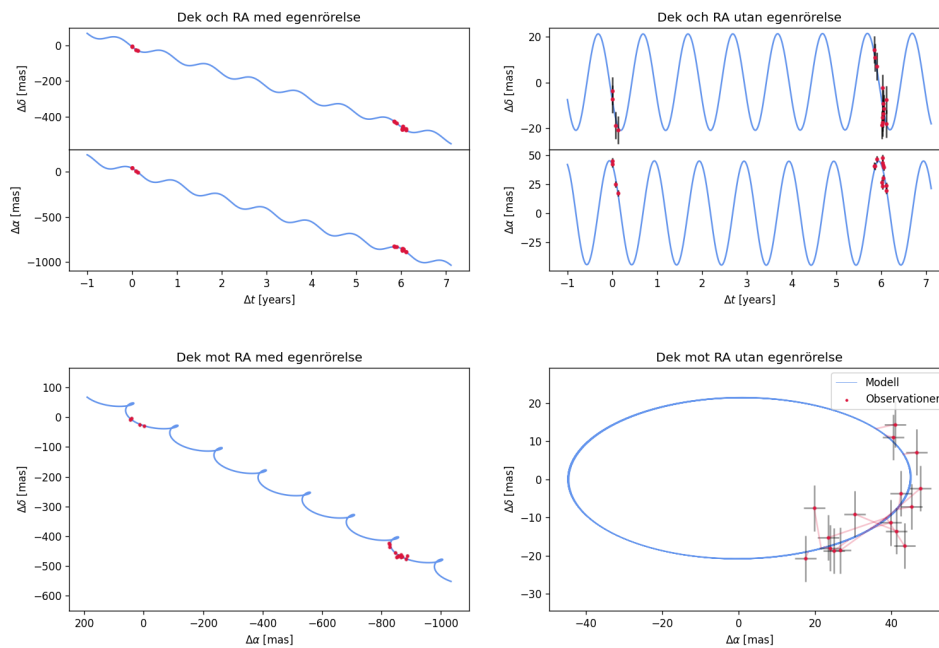
Totalt uppskattades tre parametrar, ϖ , μ_α och μ_δ för varje metod och stjärna. Från parallaxen beräknades avståndet till stjärnan med ekvation (2.2). Avståndet och egenrörelsen presenteras separat för varje stjärna. För samtliga metoder togs referensepoken som den första epoken.

5.1 R Doradus

Avstånd och egenrörelse i rektascension och deklination för alla metoder för stjärnan R Doradus presenteras i tabell 5.1. Osäkerheterna som presenteras är standardfelet som erhöles från återsamlingsmetoden jackknife. De metoder med minst standardfel för parallaxen är Gauss och Lorentz. I figur 5.1 illustreras resultaten för Gauss-metoden. Figuren visar tidsutvecklingen i stjärnans deklination, rektascension både med och utan egenrörelse samt stjärnans rörelse på himmelssfären både med och utan egenrörelse. Både den erhållna modellen för stjärnrörelsen och samtliga observationer med dess estimerade osäkerhet i rektascension och deklination visas. För figurer över resterande metoder, se appendix A.1.

Tabell 5.1: Resultat för R Doradus. Parallax, avstånd och egenrörelse som erhöles för de olika metoderna visas. Osäkerheterna som presenteras är standardfelet från jackknive. De metoder med minst standardfel för parallaxen är Gauss och Lorentz.

Metod	Parallax [mas]	Avstånd [parsec]	μ_α [mas]	μ_δ [mas]
Gauss	$21,2 \pm 1,5$	47^{+4}_{-3}	$-69,5 \pm 0,2$	$-75,2 \pm 0,4$
HalfLSQ	$19,7 \pm 1,6$	51^{+5}_{-4}	$-69,5 \pm 0,2$	$-75,2 \pm 0,5$
HalfMax	$19,7 \pm 1,6$	51^{+5}_{-4}	$-69,5 \pm 0,2$	$-75,2 \pm 0,5$
HalfViktad	$17,5 \pm 3,0$	57^{+12}_{-9}	$-69,5 \pm 0,3$	$-74,9 \pm 0,7$
Lorentz	$21,2 \pm 1,5$	47^{+4}_{-3}	$-69,5 \pm 0,2$	$-75,2 \pm 0,4$
Manuell	$16,9 \pm 1,6$	59^{+7}_{-5}	$-69,4 \pm 0,2$	$-74,9 \pm 0,6$
Moffat	$21,1 \pm 1,6$	47^{+4}_{-3}	$-69,5 \pm 0,2$	$-75,2 \pm 0,4$
RickerWavelet	$24,0 \pm 2,6$	42^{+5}_{-4}	$-69,4 \pm 0,3$	$-75,4 \pm 0,4$
TrapezoidDisk	$23,8 \pm 2,6$	42^{+5}_{-4}	$-69,4 \pm 0,3$	$-75,5 \pm 0,4$



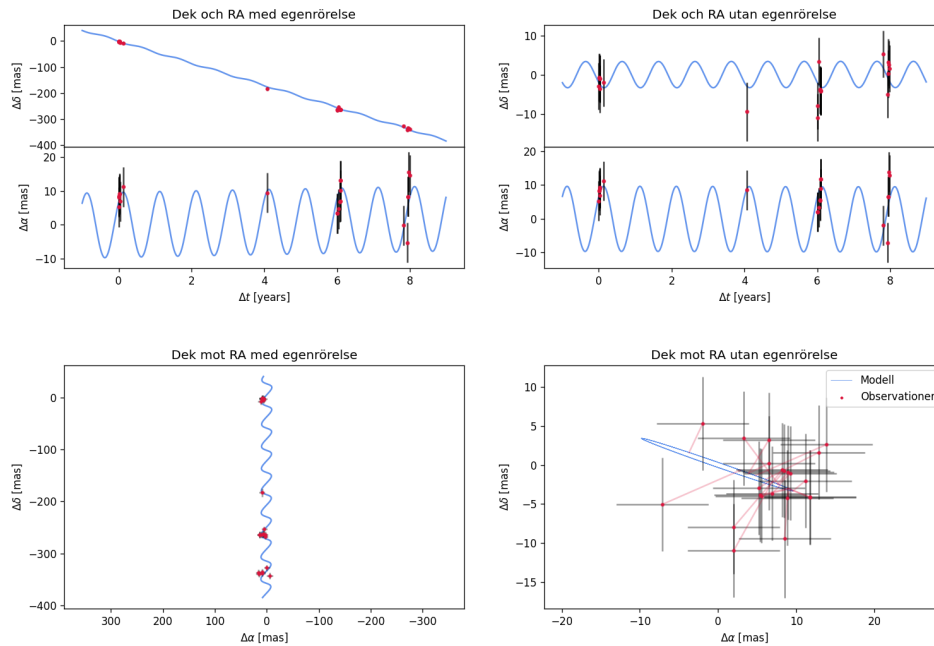
Figur 5.1: Figurer som illustrerar resultatet för R Doradus med Gauss-metoden. De övre figurerna visar tidsutvecklingen av rektascensionen och deklinationen från referensepoken med och utan egenrörelse. De nedre graferna visar hur deklination och rektascension förhåller sig till varandra och hur rörelsen ser ut på himmelsfären. Även här visas rörelsen med och utan egenrörelse. I varje figur visas en blå kurva för den modell som erhöles från parametrarna i tabell 5.1. Alla observationer visas i rött tillsammans med tillhörande felmarginal i svart. I den nedre högra figuren ses även tunna röda linjer som kopplar varje epok till dess korresponderande punkt på ellipsen.

5.2 R Leonis

Likt för R Doradus anges parallax, avstånd samt egenrörelse i rektascension och deklination för alla metoder för stjärnan R Leonis i tabell 5.2. De metoder med minst standardfel för parallaxen är HalfLSQ, HalfMax och TrapezoidDisk. I figur 5.2 illustreras resultaten för TrapezoidDisk-metoden på samma sätt som för R Doradus. För figurer över resterande metoder, se appendix A.2.

Tabell 5.2: Resultat för R Leonis. Parallax, avstånd och egenrörelse som erhöles för de olika metoderna visas. Osäkerheterna som presenteras är standardfelet från jackknife. De metoder med minst standardfel för parallaxen är HalfLSQ, HalfMax och TrapezoidDisk.

Metod	Parallax [mas]	Avstånd [parsec]	μ_α [mas]	μ_δ [mas]
Gauss	$7,5 \pm 2,6$	134^{+71}_{-35}	$0,0 \pm 0,3$	$-42,6 \pm 0,2$
HalfLSQ	$7,9 \pm 2,0$	127^{+43}_{-26}	$0,1 \pm 0,3$	$-42,7 \pm 0,2$
HalfMax	$7,9 \pm 2,0$	127^{+43}_{-26}	$0,1 \pm 0,3$	$-42,7 \pm 0,2$
HalfViktad	$7,5 \pm 2,5$	135^{+68}_{-35}	$0,3 \pm 0,3$	$-42,6 \pm 0,4$
Lorentz	$7,8 \pm 2,2$	129^{+52}_{-29}	$0,0 \pm 0,3$	$-42,6 \pm 0,2$
Manuell	$7,8 \pm 2,1$	129^{+47}_{-28}	$0,3 \pm 0,4$	$-42,4 \pm 0,3$
Moffat	$7,9 \pm 2,5$	126^{+60}_{-31}	$0,0 \pm 0,3$	$-42,5 \pm 0,2$
RickerWavelet	$10,3 \pm 4,0$	98^{+64}_{-28}	$0,3 \pm 0,3$	$-42,5 \pm 0,3$
TrapezoidDisk	$9,7 \pm 2,0$	103^{+26}_{-18}	$0,2 \pm 0,3$	$-42,6 \pm 0,2$



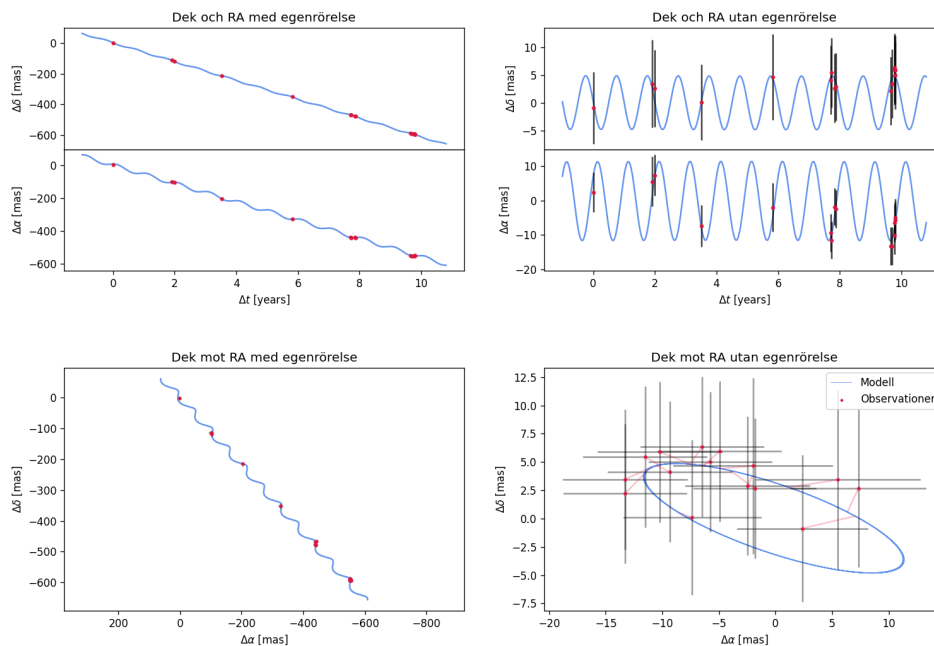
Figur 5.2: Figurer som illustrerar resultatet för R Leonis med TrapezoidDisk-metoden. De övre figurerna visar tidsutvecklingen av rektascensionen och deklinationen från referensepoken med och utan egenrörelse. De nedre graferna visar hur deklination och rektascension förhåller sig till varandra och hur rörelsen ser ut på himmelsfären. Även här visas rörelsen med och utan egenrörelse. I varje figur visas en blå kurva för den modell som erhöles från parametrarna i tabell 5.2. Alla observationer visas i rött tillsammans med tillhörande felmarginal i svart. I den nedre högra figuren ses även tunna röda linjer som kopplar varje epok till dess korresponderande punkt på ellipsen.

5.3 W Hydrae

På samma sätt som för R Doradus och R Leonis presenteras parallax, avstånd samt egenrörelse i rektascension och deklination för alla metoder för stjärnan W Hydrae i tabell 5.3. De metoder med minst standardfel för parallaxen är HalfMax och HalfLSQ. I figur 5.3 illustreras resultaten för HalfMax-metoden. För figurer över resterande metoder, se appendix A.3.

Tabell 5.3: Resultat för W Hydrae. Parallax, avstånd och egenrörelse som erhöles för de olika metoderna visas. Osäkerheterna som presenteras är standardfelet från jackknife. De metoder med minst standardfel för parallaxen är HalfSLQ och HalfMax.

Metod	Parallax [mas]	Avstånd [parsec]	μ_α [mas]	μ_δ [mas]
Gauss	$9,5 \pm 2,0$	106^{+29}_{-19}	$-49,3 \pm 0,3$	$-61,1 \pm 0,2$
HalfLSQ	$11,9 \pm 1,6$	84^{+14}_{-11}	$-49,0 \pm 0,4$	$-61,3 \pm 0,1$
HalfMax	$11,9 \pm 1,6$	84^{+14}_{-11}	$-49,0 \pm 0,4$	$-61,3 \pm 0,1$
HalfViktad	$11,9 \pm 1,8$	84^{+15}_{-11}	$-48,7 \pm 0,6$	$-61,3 \pm 0,1$
Lorentz	$9,8 \pm 1,9$	102^{+26}_{-18}	$-49,3 \pm 0,3$	$-61,0 \pm 0,2$
Manuell	$10,2 \pm 1,9$	99^{+24}_{-16}	$-49,1 \pm 0,4$	$-61,0 \pm 0,2$
Moffat	$7,9 \pm 1,8$	127^{+38}_{-25}	$-49,4 \pm 0,3$	$-60,9 \pm 0,2$
RickerWavelet	$6,2 \pm 2,1$	163^{+87}_{-44}	$-49,3 \pm 0,3$	$-61,0 \pm 0,5$
TrapezoidDisk	$6,0 \pm 1,8$	167^{+73}_{-40}	$-49,3 \pm 0,3$	$-61,0 \pm 0,5$



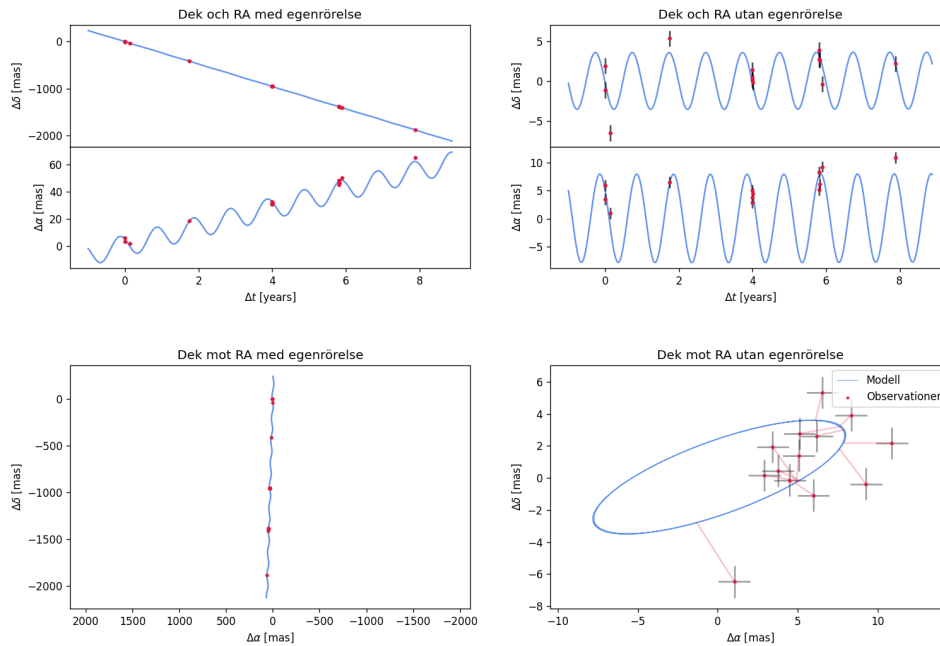
Figur 5.3: Figurer som illustrerar resultatet för W Hydrae med HalfMax-metoden. De övre figurerna visar tidsutvecklingen av rektascensionen och deklinationen från referensepoken med och utan egenrörelse. De nedre graferna visar hur deklination och rektascension förhåller sig till varandra och hur rörelsen ser ut på himmelsfären. Även här visas rörelsen med och utan egenrörelse. I varje figur visas en blå kurva för den modell som erhöles från parametrarna i tabell 5.3. Alla observationer visas i rött tillsammans med tillhörande felmarginall i svart. I den nedre högra figuren ses även tunna röda linjer som kopplar varje epok till dess korresponderande punkt på ellipsen.

5.4 Mira A och B

Mira A och B hanterades på ett annorlunda sätt än tidigare nämnda stjärnor. Deras binärsystemsnatur medför även att båda stjärnorna bör erhålla samma parallax, om än olika egenrörelse. Resultaten för Mira A och B presenteras i tabell 5.4 respektive 5.5. Figur 5.4 och 5.5 illustrerar även resultatet för båda stjärnorna med samma metod. För figurer över resterande metoder, se appendix A.4 och A.5.

Tabell 5.4: Resultat för Mira A. Parallax, avstånd och egenrörelse som erhållits för de olika metoderna visas. Osäkerheterna som presenteras är standardfelet från jackknife. Den metod med minst standardfel för parallaxen är Gauss-metoden. Notera att avståndet utelämnats för metoden TrapezoidDisk då parallaxens osäkerhet medför en icke-fysikalisk undre gräns.

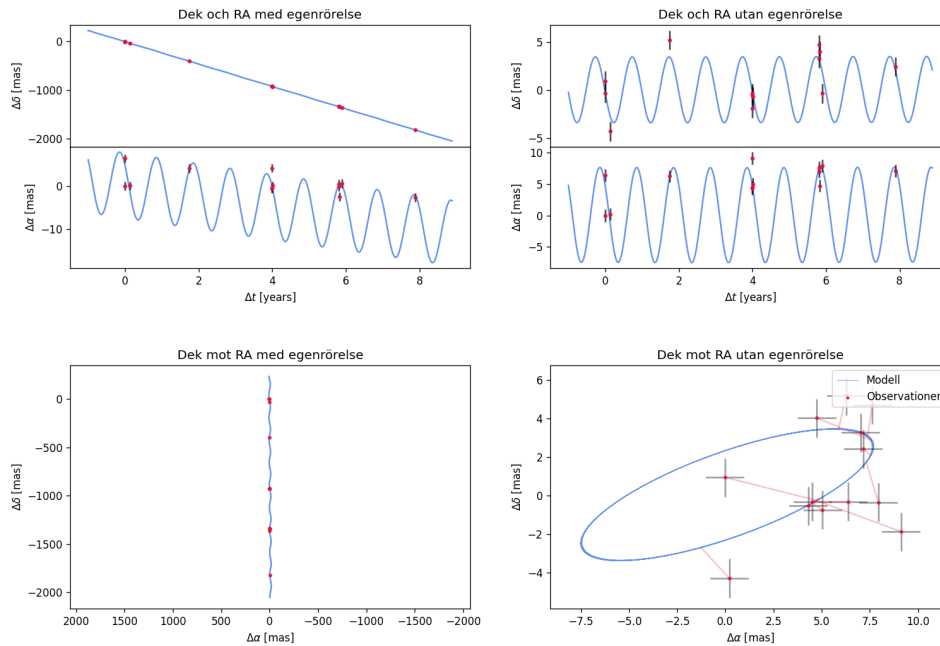
Metod	Parallax [mas]	Avstånd [parsec]	μ_α [mas]	μ_δ [mas]
Gauss	$8,3 \pm 1,8$	121^{+34}_{-23}	$6,9 \pm 0,3$	$-239,0 \pm 0,3$
HalfLSQ	$9,9 \pm 2,7$	102^{+39}_{-23}	$7,0 \pm 0,2$	$-238,9 \pm 0,3$
HalfMax	$9,9 \pm 2,7$	102^{+39}_{-23}	$7,0 \pm 0,2$	$-238,9 \pm 0,3$
HalfViktad	$9,5 \pm 3,0$	106^{+56}_{-27}	$6,8 \pm 0,2$	$-238,7 \pm 0,4$
Lorentz	$7,4 \pm 2,0$	136^{+53}_{-31}	$6,9 \pm 0,4$	$-239,1 \pm 0,3$
Moffat	$5,9 \pm 3,4$	178^{+248}_{-72}	$6,9 \pm 0,6$	$-239,3 \pm 0,5$
RickerWavelet	$8,0 \pm 2,2$	126^{+50}_{-29}	$6,4 \pm 0,5$	$-239,9 \pm 0,8$
TrapezoidDisk	$0,5 \pm 5,6$	–	$9,1 \pm 2,2$	-261 ± 23



Figur 5.4: Figurer som illustrerar resultatet för Mira A med Gauss-metoden. De övre figurerna visar tidsutvecklingen av rektascensionen och deklinationen från referensepoken med och utan egenrörelse. De nedre graferna visar hur deklination och rektascension förhåller sig till varandra och hur rörelsen ser ut på himmelsfären. Även här visas rörelsen med och utan egenrörelse. I varje figur visas en blå kurva för den modell som erhöles från parametrarna i tabell 5.4. Alla observationer visas i rött tillsammans med tillhörande felmarginal i svart. I den nedre högra figuren ses även tunna röda linjer som kopplar varje epok till dess korresponderande punkt på ellipsen.

Tabell 5.5: Resultat för Mira B. Parallax, avstånd och egenrörelse som erhållits för de olika metoderna visas. Osäkerheterna som presenteras är standardfelet från jackknife. Den metod med minst standardfel för parallaxen är HalfViktad-metoden. Notera att avståndet utelämnats för metoden TrapezoidDisk då parallaxens osäkerhet medför en icke-fysikalisk undre gräns.

Metod	Parallax [mas]	Avstånd [parsec]	μ_α [mas]	μ_δ [mas]
Gauss	$8,0 \pm 2,4$	126^{+55}_{-31}	$-1,2 \pm 0,5$	$-231,3 \pm 0,2$
HalfLSQ	$6,7 \pm 2,4$	152^{+88}_{-43}	$-1,0 \pm 0,4$	$-231,2 \pm 0,3$
HalfMax	$6,7 \pm 2,4$	150^{+88}_{-42}	$-1,0 \pm 0,4$	$-231,2 \pm 0,3$
HalfViktad	$7,2 \pm 1,8$	139^{+48}_{-29}	$-1,2 \pm 0,4$	$-231,2 \pm 0,3$
Lorentz	$7,7 \pm 2,0$	130^{+46}_{-28}	$-1,2 \pm 0,4$	$-231,4 \pm 0,2$
Moffat	$7,8 \pm 2,2$	129^{+51}_{-29}	$-1,3 \pm 0,5$	$-231,3 \pm 0,2$
RickerWavelet	$8,0 \pm 5,3$	132^{+273}_{-58}	$-0,7 \pm 0,5$	$-232,3 \pm 0,7$
TrapezoidDisk	$2,8 \pm 33,8$	–	$7,3 \pm 2,4$	$-322,1 \pm 30,6$



Figur 5.5: Figurer som illustrerar resultatet för Mira B med Gauss-metoden, samma som visas för Mira A i 5.4. De övre figurerna visar tidsutvecklingen av rektascensionen och deklinationen från referensepoken med och utan egenrörelse. De nedre graferna visar hur deklination och rektascension förhåller sig till varandra och hur rörelsen ser ut på himmelsfären. Även här visas rörelsen med och utan egenrörelse. I varje figur visas en blå kurva för den modell som resulterar från parametrarna i tabell 5.5. Alla observationer visas i rött tillsammans med tillhörande felmarginal i svart. I den nedre högra figuren ses även tunna röda linjer som kopplar varje epok till dess korresponderande punkt på ellipsen.

6 Diskussion

Arbetets syfte var att bestämma parallax och egenrörelse till fyra olika AGB-stjärnor. För att utföra arbetet lades fokus även på att testa och utvärdera olika metoder för att hitta centrum på stjärnorna. Följande avsnitt syftar i att utvärdera det resultat som erhållits och de metoder som använts. Dessutom diskuteras eventuella problem med metoden och hur arbetet potentiellt skulle kunna förbättras eller utvidgas.

6.1 Jämförelse mot befintlig data

Tidigare uppskattningar av samtliga stjärnors parallax och egenrörelse från Hipparcos och Gaia, se tabell 2.1, går att jämföra med som beräknades fram i arbetet. Resultaten skiljer sig lite mot vad som erhållits i arbetet, främst gällande R Leonis där Gaia DR2 funnit en markant större parallax än någon av metoderna som angavs

i tabell 5.2. Det är värt att påpeka att flera observationer tagna av R Leonis tagits då stjärnan varit väldigt nära solen och nära horisonten under natten. Vilket kan medföra störningar både genom att solljus interagerar med ljus från R Leonis, och även en större påverkan av atmosfärsstörningar då stjärnan måste observeras genom ett större lager av atmosfären. Även egenrörelsen skiljer sig från tidigare uppskattningar. Anmärkningsvärt är att egenrörelsen i rektascension är nästan obefintlig. Trots att värdena skiljer sig från dem i tabell 2.1 är de flesta erhållna värdena konsistenta oberoende av metod, med en utstickare i RickerWavelet och TrapezoidDisk, metoder som kan anses minst fysikaliskt korrekta för sammanhanget, vilket framgår från figur 3.1.

För R Doradus har resultat liknande de som angivs av Hipparcos erhållits. Stjärnan har visat sig få mycket små osäkerheter och mycket lite spridning på observationernas avvikelse gentemot den beräknade rörelsen. Vilket delvis kan bero på att den ligger närmare än de andra stjärnorna vilket gör parallaxen tydligare. Både egenrörelse och parallax stämmer för det mesta väl överens och egenrörelsen skiljer sig inte drastiskt från metod till metod, något som anses rimligt då datan för R Doradus är tagen över lång tid och observationerna inte lider av samma problem som R Leonis. Mängden observationer tagna under 2025 hade förväntats bidra till att parallaxen skulle vara väldigt stabil, vilket inte är fallet. I stället varierar parallaxen märkbart mellan metoderna, även fast de flesta ligger inom liknande intervall. Det framkommer även att de metoder som skiljer sig mest från resterande är HalfViktad, Manuell, RickerWavelet och TrapezoidDisk.

Parallax och egenrörelse för W Hydrae är för samtliga metoder större än tidigare värden från Gaia. W Hydrae har liknande osäkerheter som R Leonis vilket troligen beror på att de ligger på ungefär samma avstånd. Att egenrörelsen inte påverkas av metod förväntas bero, likt för R Doradus, på att datapunkterna är tagna över ett väldigt långt spann. Däremot har den inte lika stora avvikelser mot den beräknade rörelsen utan liknar även här mer som R Doradus inom den aspekten. Även här varierar parallaxen med metod, vilket kan bero på att det endast är ett fåtal observationer under ett år och att alla observationer under samma år är tagna under ett kort intervall. Här framstår också RickerWavelet och TrapezoidDisk som tydliga utstickare.

För de flesta metoder har alla stjärnor en bättre precision av egenrörelsen än de som angivs av Hipparcos och Gaia. Resultatet kan tolkas som rimligt då observationer finns under en lång tidsram, vilket minskar felet av egenrörelsen.

6.2 Utvärdering av centrumfinnande metoder

De olika metoderna ger ett varierande resultat. Det är däremot inte självklart vilken metod som är bäst. Beroende stjärna har olika metoder gett olika stora osäkerheter. Att förvänta sig att en Gaussisk fördelning fungerar väl är rimligt då stjärnor vanligtvis följer den relativt väl. När det kommer till AGB-stjärnor är det däremot inte nödvändigt att det fungerar just på grund av deras irreguljära form.

Från resultatet inses det att Gaussmetoden har fått rimliga värden och gjort bra anpassningar på varje stjärna. Det är som förväntat en bra metod för att anpassa en stjärnas intensitet.

Metoderna HalfMax, HalfViktad och HalfLSQ är alla metodmässigt väldigt lika och som väntat har de konsistent gett liknande resultat. Små variationer har dock visat sig och beror på de olika medelvärderingsmetoderna. Att stjärnorna fungerar bäst för olika intensitetsintervall är väntat då det är olika stjärnor på olika avstånd. Att intensitetsintervallet inte var beroende på vilken av metoderna som användes är också rimligt då metoderna är lika i sin grundläggande ide. Skillnaderna i hur intervallen summerades gav alltså inte särskilt mycket värde. Det är svårt att veta varför just dessa metoder gav ett mycket bra resultat på alla stjärnor men det är möjligt att det har att göra med stjärnornas irreguljäritet. Metoderna tar inte formen i beaktning på samma sätt som de andra metoderna utan studerar enbart intensitetsfördelningen. Stjärnor som inte följer ett typiskt sfäriskt utseende borde därmed erhålla ett mer korrekt centrum hos metoder som inte antar det sfäriska utseendet.

Lorentz och moffat metoderna har båda visat på bra resultat med några utav de lägsta osäkerheterna för alla stjärnor. Moffat metoden visar aningen sämre osäkerhetsintervall och kan tyda på att Lorentz metoden, som är en specialfunktion av moffat, är mer lämpad för projektets ändamål och bättre anpassar stjärnans centrum.

De manuella mätningarna förväntades vara en tydlig utstickare, men gav i stället förvånansvärt adekvata värden om än med större felmarginal. Felmarginalen storlek är däremot förväntad då det inte finns någon egentlig systematik för att erhålla stjärncentrum, och alla individer som deltog utgick från egna kriterier. Att det ändå går att uppskatta parallax och egenrörelse med manuell bestämning av stjärnans mittpunkt ger ett tecken på parameterestimeringens robusthet och kan förklara varför centrumfinnande metoder utan någon fysikalisk förankring också kan fungera.

Modellen RickerWavelet har gett lite olika resultat och kan till viss del förklaras av modellens struktur. En stor skillnad från andra modeller är att den inte går mot noll utanför stjärnans position. Vilket å ena sidan tillåter metoden att anpassa sig till en brusnivå utanför stjärnan. Å andra sidan kan brusnivån vara väldigt brusig i vilket fall optimeringen lägger stor vikt på att brusnivån optimeras och minskar vikten av att optimera stjärnans position.

Trapezoid-metoden har varit avvikande i jämförelse med andra metoder, och har särskilt för Mira gett ett resultat som kan ge negativt avstånd med felmarginalen. Att metoden ger avvikande resultat beror främst att den inte har någon fysikalisk förankring. Trapeziodanpassningen tvingar modellen att hitta en cirkulär del som avtar linjärt utanför disken och en plåtå inom en inre radie. På grund av metodens kantiga utseende kan anpassningen ske oväntat för observationer med mycket brus.

Det är värt att notera att på grund av att metoderna ser ut att fungera olika bra för olika stjärnor skulle ett större dataset vara positivt för att utvärdera metoderna mer. Både för att inse olika styrkor och svagheter i de olika metoderna men också för att utvinna eventuella svagheter i datan.

6.3 Utvärdering av implementering

Programkoden som skrivits har uppfyllt sitt syfte. Det finns en övergripande struktur med en huvudsaklig notebook-fil för att genomföra beräkningarna samt flera andra

python-filer för att organisera alla funktioner som utvecklats. Det kan däremot vara svårt för utomstående att sätta sig in i kodbasen.

Det är enkelt att lägga till flera metoder. En dedikerad python-fil innehållande alla metoder finns av det syftet och vilka parametrar som ska användas är standardiserat. Även ny data för stjärnor är relativt enkelt att lägga till, så länge de är i FITS-format, då det bara behövs läggas till i strukturen i början av koden samt i `analyze_star`.

6.4 Felanalys

För att estimeras parametrarna i tabell 5.1-5.5 har en viktad minsta kvadratmetod använts där varje datapunkt viktats med sin korresponderande osäkerhet. För att resultaten ska anses rimliga och korrekta behöver implementeringen och fortplantningen av dessa osäkerheter göras på rätt sätt. De estimerade felen som uppstår från centrumanpassningen är relativt små men beror på vilken metod som använts. Ett systematiskt fel på 6 mas anses även som en rimlig undre gräns för hur precisa observationerna från ALMA är.

Feluppskattningen från återsamlingsmetoden jackknife anses som rimliga, men kan vara missvisande då det mer talar om hur mycket observationerna skiljer sig. Om observationerna skulle passa bra överens för en rörelse, men i verkligheten har en annan, så skulle felmarginalen ändå vara låg. Sannolikt borde observationerna passa bra överens med den verkliga mer än någon annan. Därmed anses att feluppskattningen är rimlig, men kan dölja systematiska fel.

6.5 Vidare arbete

R Doradus, R Leonis och W Hydrae kan fortsättas att studeras efter arbetet. Fler observationer hade med stor sannolikhet bidragit till bättre uppskattningar av deras parallax och därmed deras avstånd. Det är dock ett arbete som kommer att sträcka sig över många år.

Enbart ett begränsat antal metoder har testats och därför finns det många fler som kan undersökas för att få fram bättre centrum och vidare utvärdera vilka metoder som bäst lämpar sig för anpassning mot AGB-stjärnor. Vilket är möjligt att göra inom den kod-struktur arbetet skapat vilket är enkelt expanderbar.

Utöver R Dor, R Leo och W Hya kan även arbetet kring Mira förbättras och expanderas. I dess nuvarande stadie har Mira undersökts på samma sätt som de andra stjärnorna. Binära stjärnsystem har däremot en annorlunda dynamik då stjärnorna även är i omloppsbanan runt varandra och borde undersökas med omloppsbanan i åtanke. På grund av tidsbrist togs omloppsbanan inte i hänsyn. Utökningen och undersökningen av Mira och andra binära system är den tydligaste fortsättningen av arbetet och den del som kan förbättras mest. Exempelvis bör en metod utvecklas för att erhålla en parallax som är identisk för både Mira A och B, då stjärnorna befinner sig inom samma system.

7 Slutsats

Arbetet gick ut på att bestämma avstånden till fyra AGB-stjärnor genom att uppskatta dess parallax och egenrörelse. För att erhålla bra värden har flera olika metoder för att bestämma stjärncentra använts vilket har lett till olika resultat beroende på centrummetod. De egenrörelser som erhållits stämmer bra överens med redan etablerade värden från Hipparcos och Gaia medan de resulterande parallaxerna ofta skiljer sig både mellan metoder och tidigare uppskattningar. Avstånden till stjärnorna varierar därmed stort och det är osäkert att definitivt säga vilket avstånd som är korrekt. En trend som däremot uppstått är att samtliga metoder som använder sig av ett intensitetsintervall för att erhålla centrum alltid medfört relativt små felmarginaler och stämt överens med tidigare data. Att bestämma avstånd till AGB-stjärnor är ett viktigt steg i avståndsstegen, och de resultat som erhållits i arbetet kommer förhoppningsvis bidra till en ökad förståelse för både deras och vår plats i universum.

Referenser

1. Grijs R de. An Introduction to Distance Measurement in Astronomy. 1. utg. John Wiley & Sons Incorporated, 211
2. Bahcall NA. Hubble's Law and the expanding universe. Proceedings of the National Academy of Sciences 2015; 112:3173–5. DOI: 10.1073/pnas.1424299112. eprint: <https://www.pnas.org/doi/pdf/10.1073/pnas.1424299112>. Tillgänglig från: <https://www.pnas.org/doi/abs/10.1073/pnas.1424299112>
3. National Aeronautics and Space Administration. Type Ia Supernovae. Hämtad: 2026-05-05. 2023. Tillgänglig från: <https://science.nasa.gov/mission/roman-space-telescope/type-ia-supernovae/>
4. The Schools' Observatory. Variable Stars. Hämtad: 2026-05-05. 2026. Tillgänglig från: <https://www.schoolsobservatory.org/learn/space/stars/variable>
5. Terence Tao. Cosmic distance ladder. Hämtad: 2026-05-05. 2010. Tillgänglig från: <https://terrytao.wordpress.com/wp-content/uploads/2010/10/cosmic-distance-ladder.pdf>
6. Kamionkowski M och Riess AG. The Hubble Tension and Early Dark Energy. Annual Review of Nuclear and Particle Science 2023; 73:153–80. DOI: <https://doi.org/10.1146/annurev-nucl-111422-024107>. Tillgänglig från: <https://www.annualreviews.org/content/journals/10.1146/annurev-nucl-111422-024107>
7. European Space Agency. Parallax. 2026. Tillgänglig från: https://www.esa.int/Science_Exploration/Space_Science/Gaia/Parallax
8. European Space Agency. Proper Motion. 2026. Tillgänglig från: https://www.esa.int/Science_Exploration/Space_Science/Gaia/Proper_motion
9. European Space Agency. Mission Summary. Hämtad: 2026-05-05. 2026. Tillgänglig från: <https://www.cosmos.esa.int/web/hipparcos/the-mission>
10. European Space Agency. Gaia overview. Hämtad: 2026-05-05. 2026. Tillgänglig från: https://www.esa.int/Science_Exploration/Space_Science/Gaia/Gaia_overview
11. Herwig F. Evolution of Asymptotic Giant Branch Stars. Annual Review of Astronomy and Astrophysics 2005; 43:435–79. DOI: 10.1146/annurev.astro.43.072103.150600
12. European Southern Observatory. ALMA. Hämtad: 2026-05-05. 2026. Tillgänglig från: <https://www.eso.org/public/teles-instr/alma/>
13. The Life-Cycle of Stars. Hämtad: 2026-05-06. Max Planck Institute for Solar System Research. Tillgänglig från: <https://www.mps.mpg.de/sage/life-cycle-stars>
14. Lithopsian. M5 colour magnitude diagram. Hämtad: 2025-09-17. 2016. Tillgänglig från: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:M5_colour_magnitude_diagram.png
15. El Eid M. Introduction to Asymptotic Giant Branch Stars. Journal of Physics: Conference Series 2016 Apr; 703:012005. DOI: 10.1088/1742-6596/703/1/012005

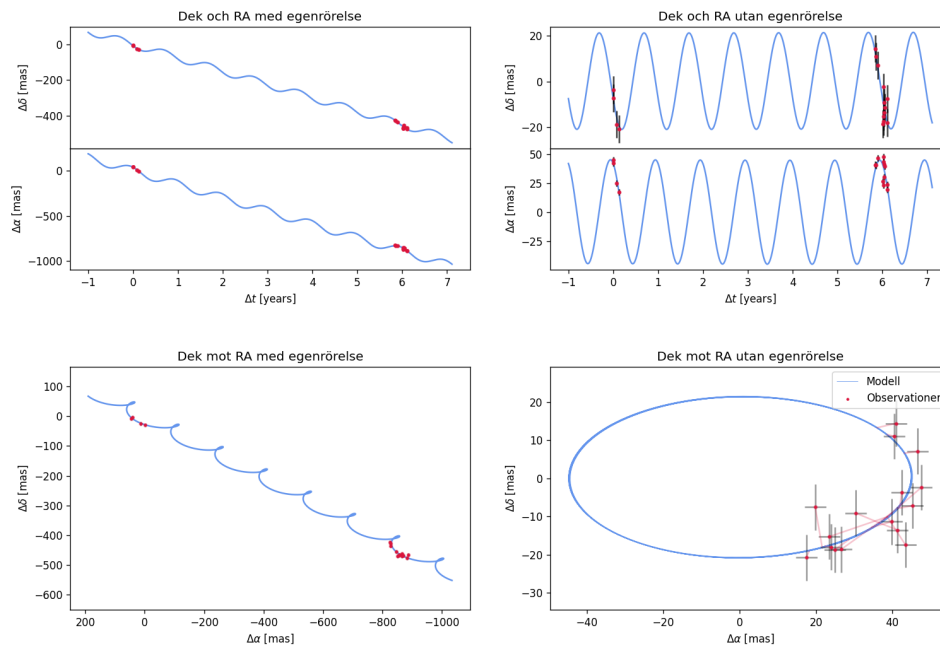
16. Michael R. Late stages of evolution for low-mass stars. Hämtad: 2026-05-13. Rochester Institute of Technology. 2004. Tillgänglig från: <http://spiff.rit.edu/classes/phys230/lectures/planneb/planneb.html>
17. Doody D. Basics of Spaceflight - Chapter 2: Reference Systems. Hämtad: 2026-04-27. NASA. 2025. Tillgänglig från: <https://science.nasa.gov/learn/basics-of-space-flight/chapter2-2/>
18. Michael R. Fitting a model to measurements: an illustration using stellar motion. Hämtad: 2026-05-05. Rochester Institute of Technology. 2021. Tillgänglig från: http://spiff.rit.edu/classes/ladder/lectures/parallax_example/parallax.html
19. van Leeuwen, F. Validation of the new Hipparcos reduction. *A&A* 2007; 474:653–64. DOI: 10.1051/0004-6361:20078357. Tillgänglig från: <https://doi.org/10.1051/0004-6361:20078357>
20. Gaia Collaboration m. fl. Gaia Data Release 2 - Summary of the contents and survey properties. *A&A* 2018; 616:A1. DOI: 10.1051/0004-6361/201833051. Tillgänglig från: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833051>
21. Andriantsaralaza M, Ramstedt S, Vlemmings WHT och De Beck E. Distance estimates for AGB stars from parallax measurements. *Astronomy & Astrophysics* 2022; 667:A74. DOI: 10.1051/0004-6361/202243670

A Appendix

I följande underavsnitt presenteras samtliga resultatfigurer för alla stjärnor och alla metoder uppdelade per stjärna.

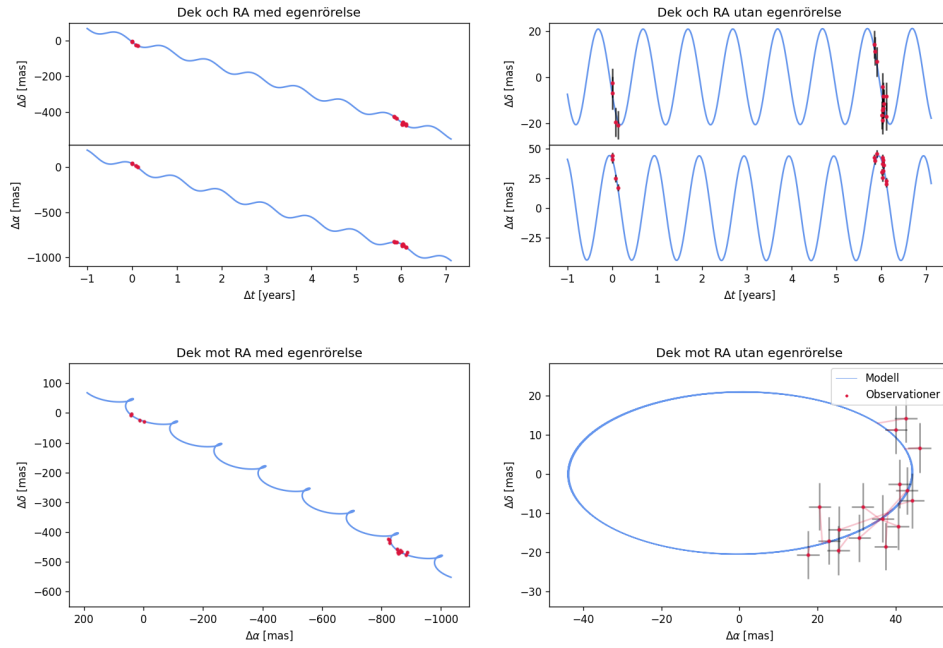
A.1 R Doradus

Nedanför presenteras resultatfigurer för R Doradus. Samtliga figurer följer samma struktur som figur 5.1 men illustreras för alla olika metoder.

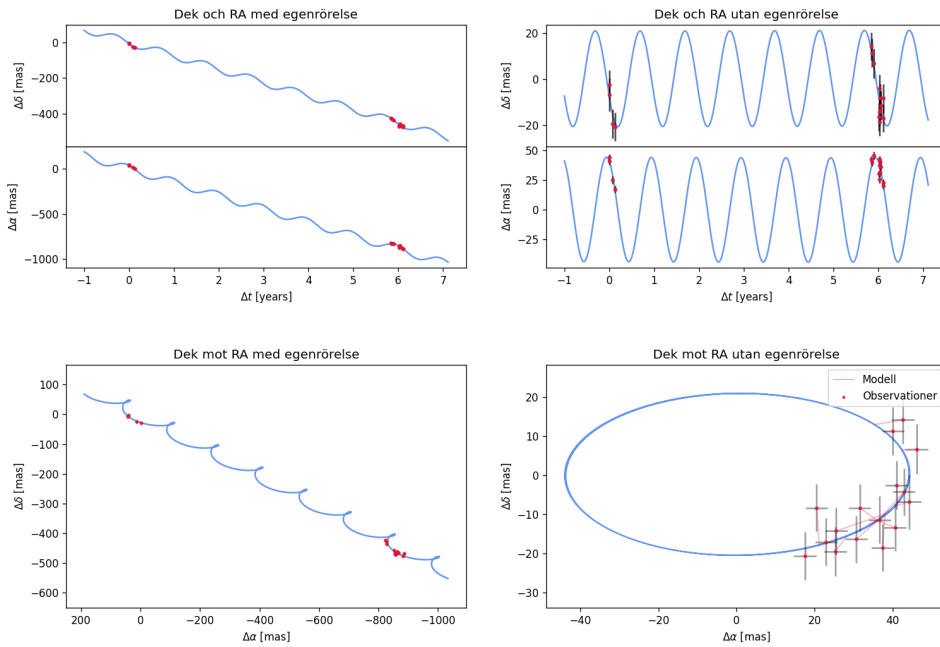


Figur A.1: R Doradus, Gauss.

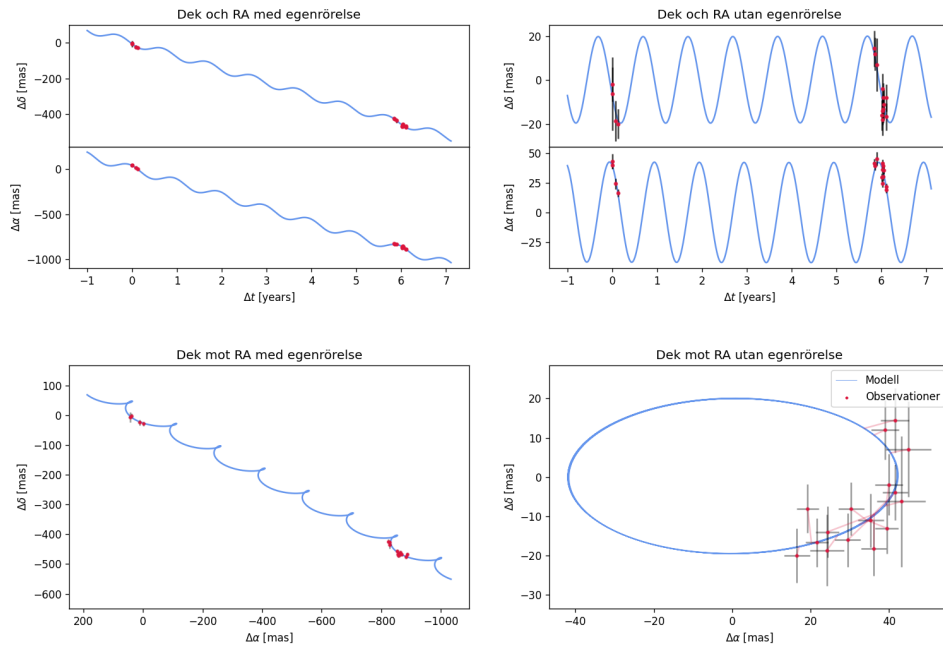
A Appendix



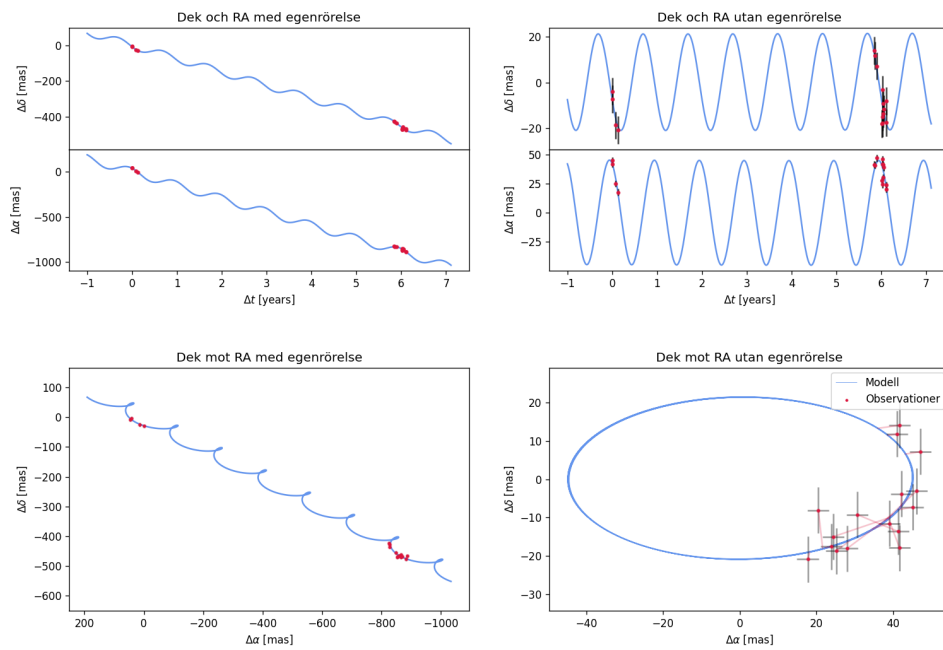
Figur A.2: R Doradus, HalfLSQ



Figur A.3: R Doradus, HalfMax.

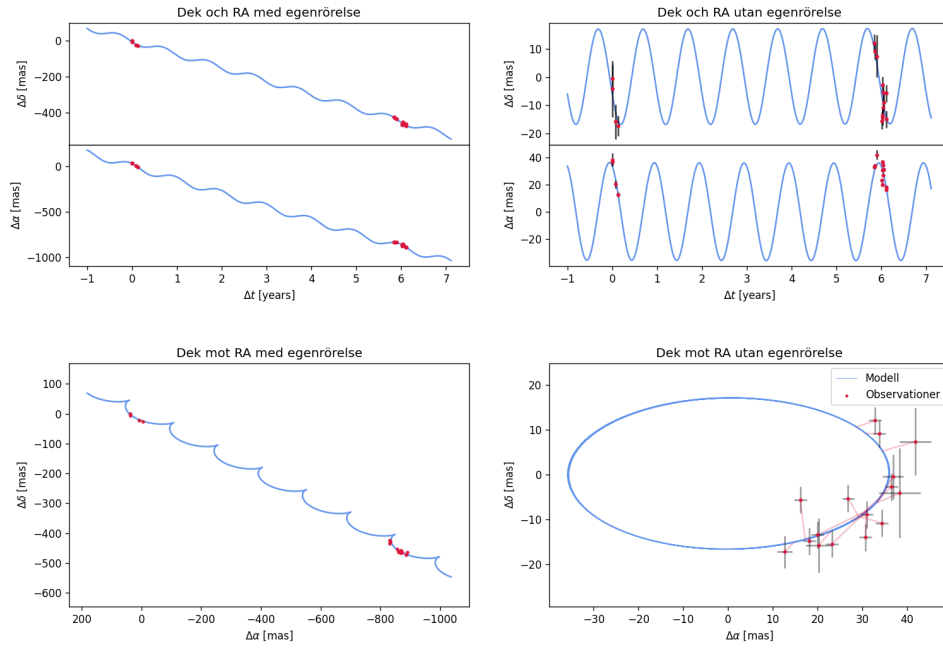


Figur A.4: R Doradus, HalfViktad.

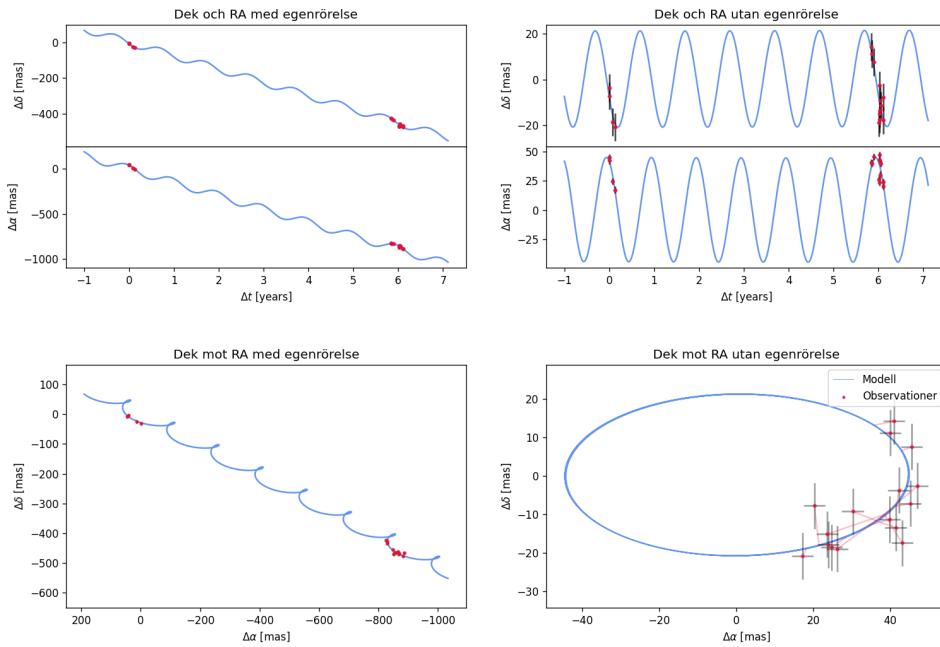


Figur A.5: R Doradus, Lorentz.

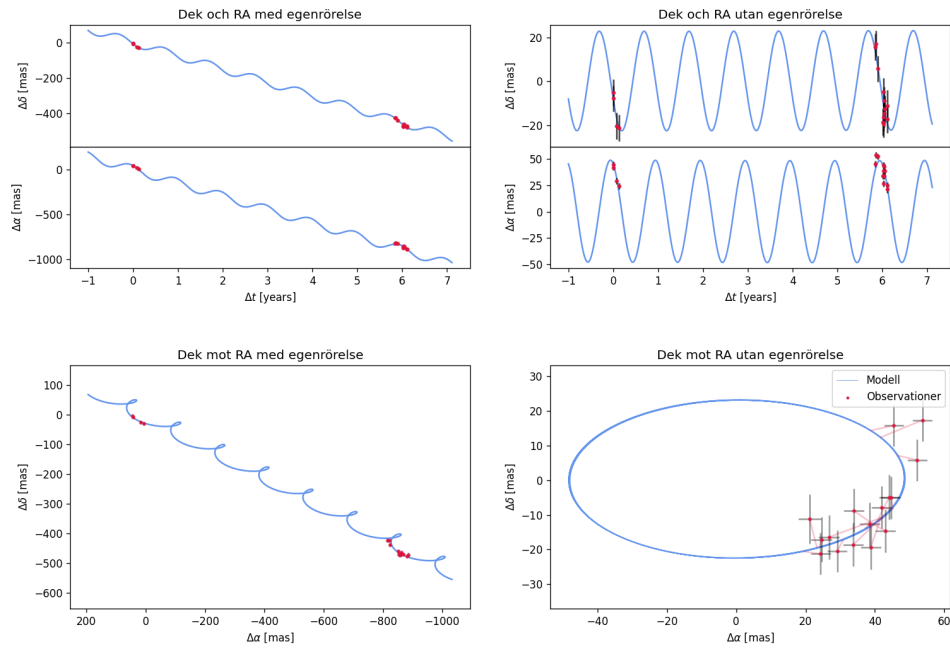
A Appendix



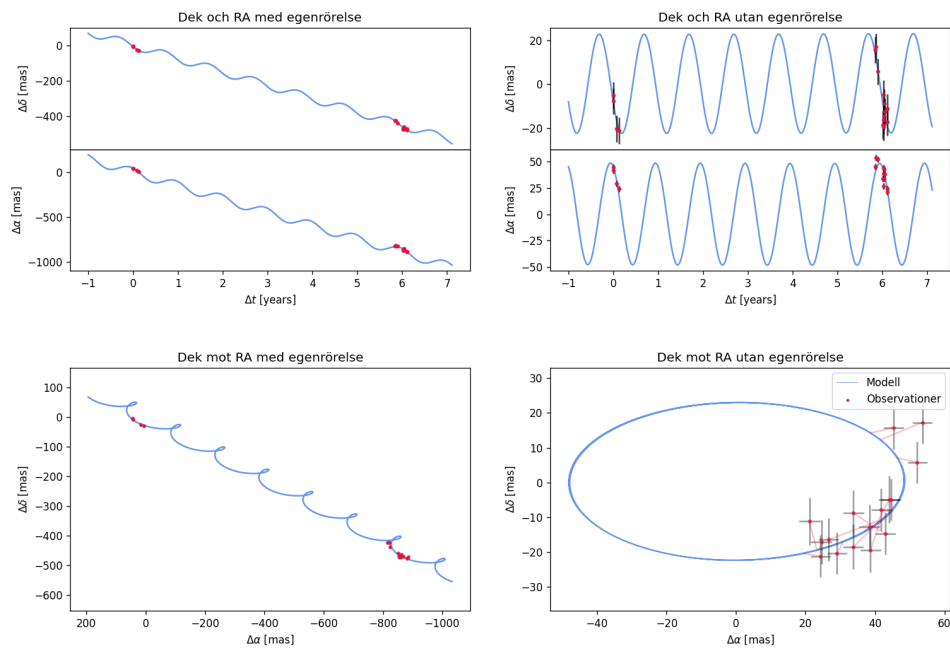
Figur A.6: R Doradus, manuell.



Figur A.7: R Doradus, Moffat.



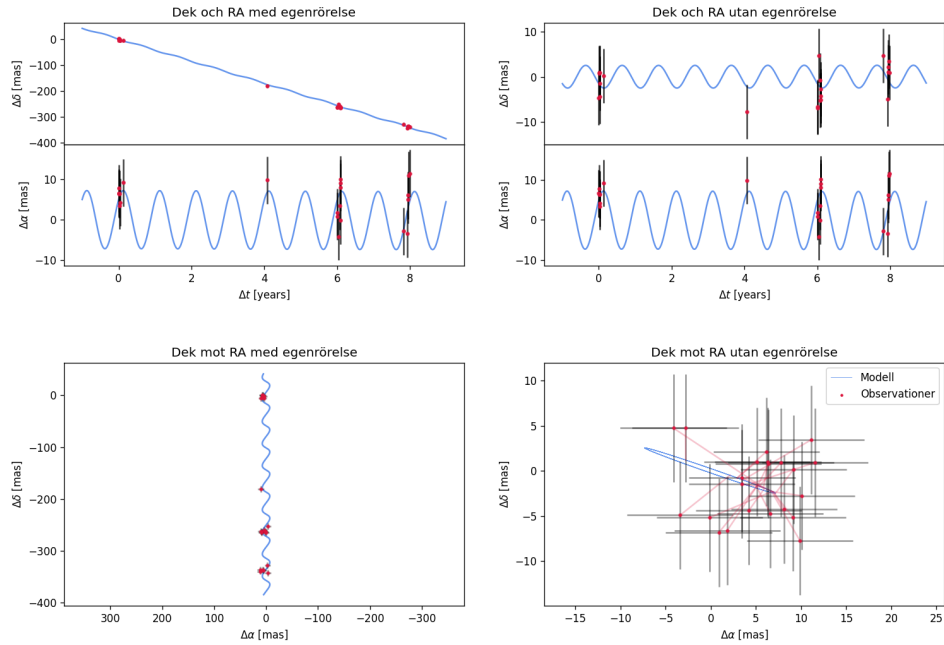
Figur A.8: R Doradus, RickerWavelet.



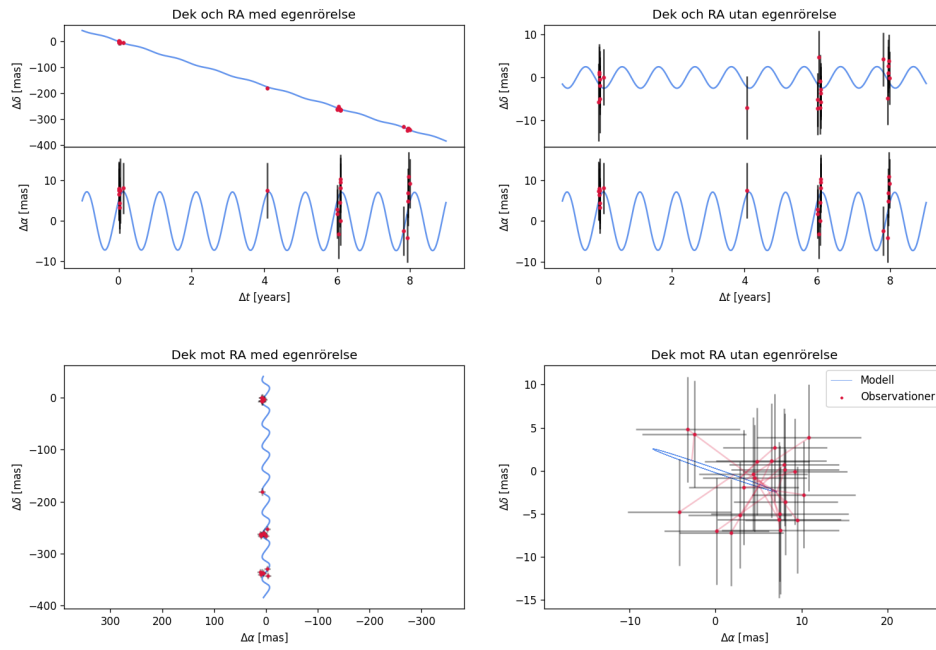
Figur A.9: R Doradus, TrapezoidDisk.

A.2 R Leonis

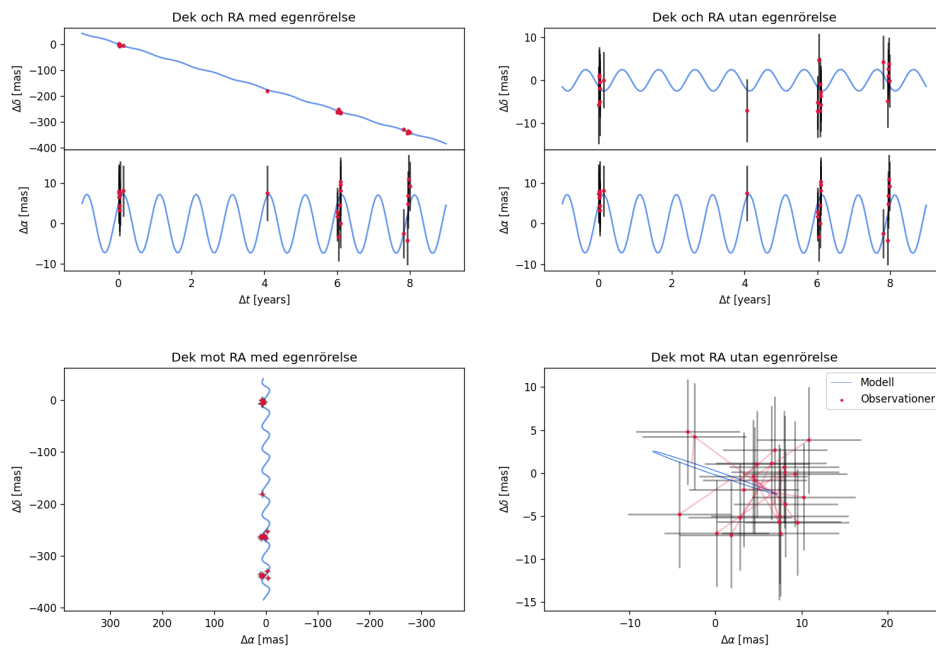
Nedanför presenteras resultatfigurer för R Leonis. Samtliga figurer följer samma struktur som figur 5.2 men illustreras för alla olika metoder.



Figur A.10: R Leonis, Gauss.

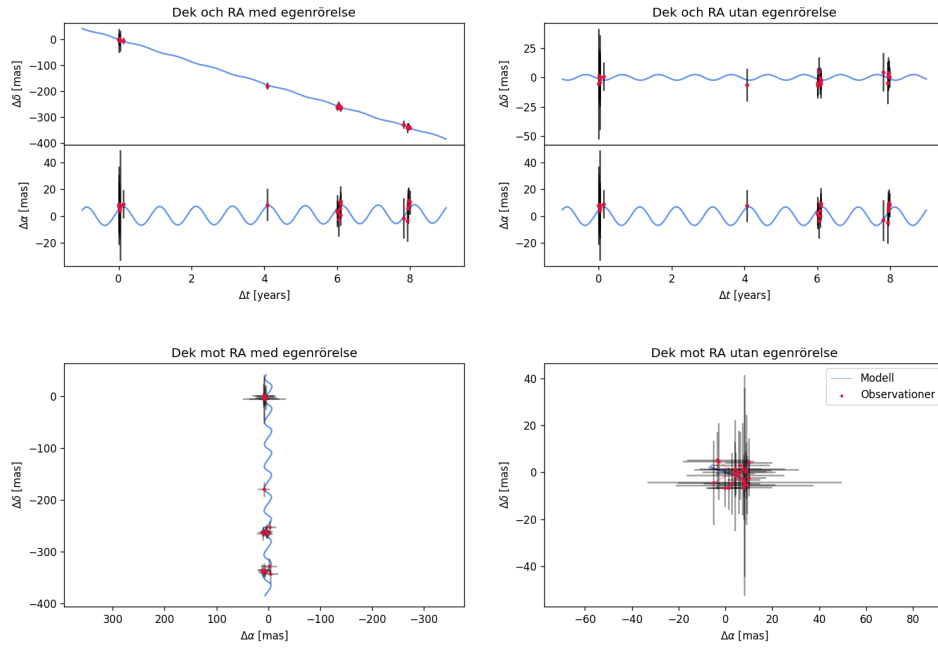


Figur A.11: R Leonis, HalfLSQ.

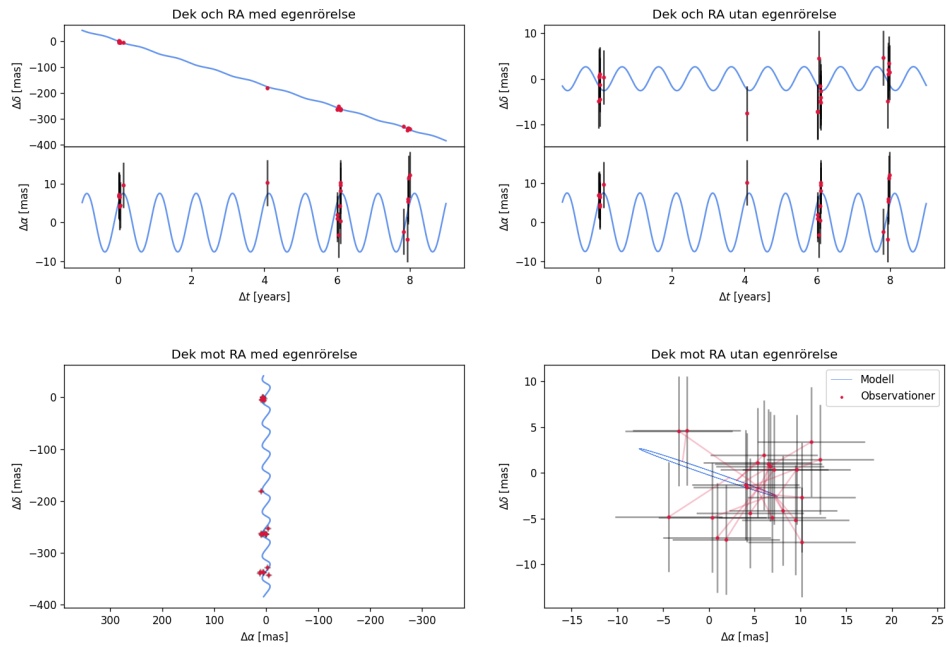


Figur A.12: R Leonis, HalfMax.

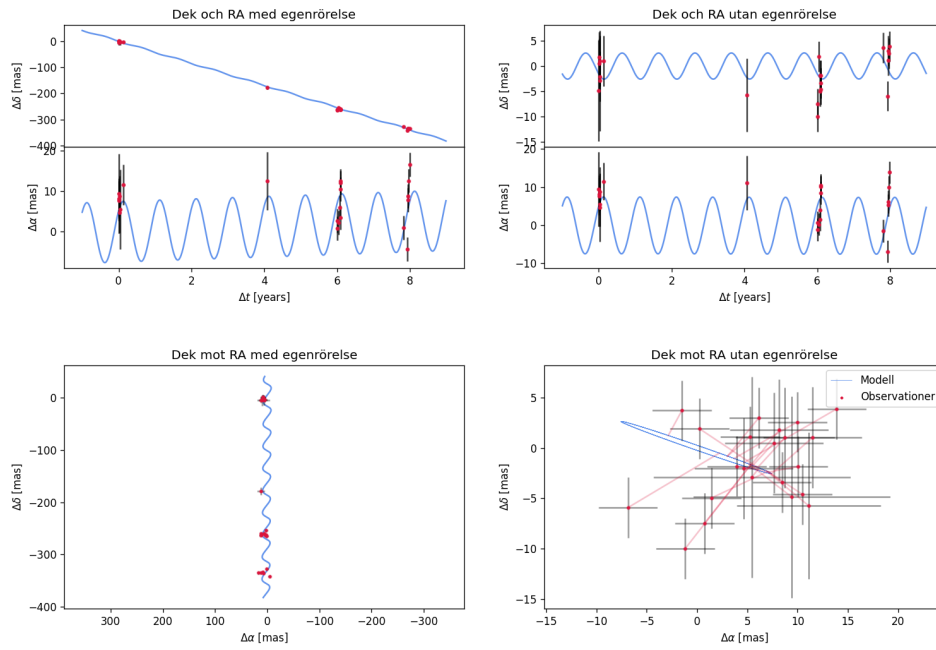
A Appendix



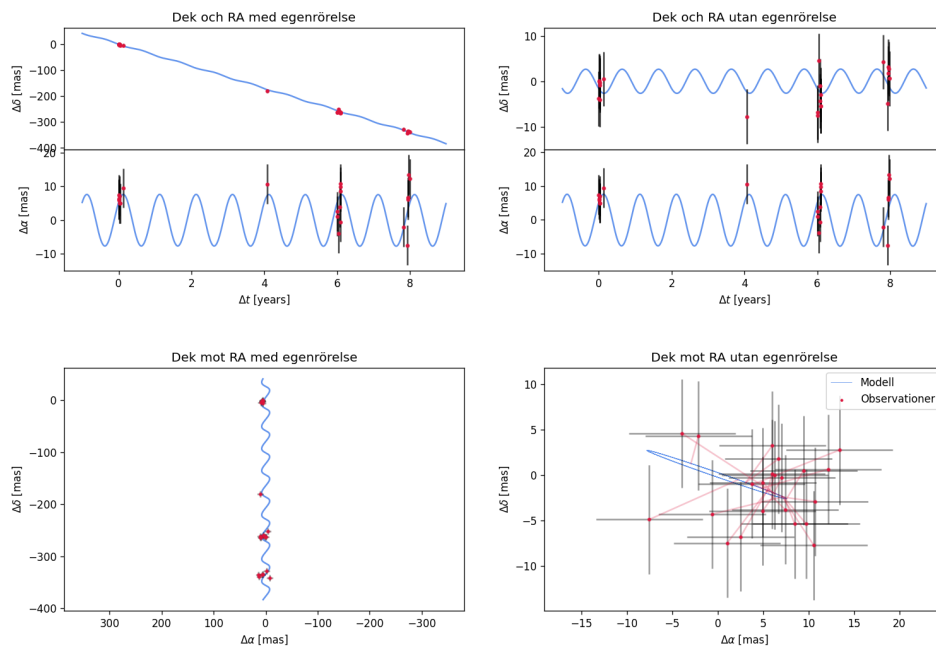
Figur A.13: R Leonis, HalfViktad.



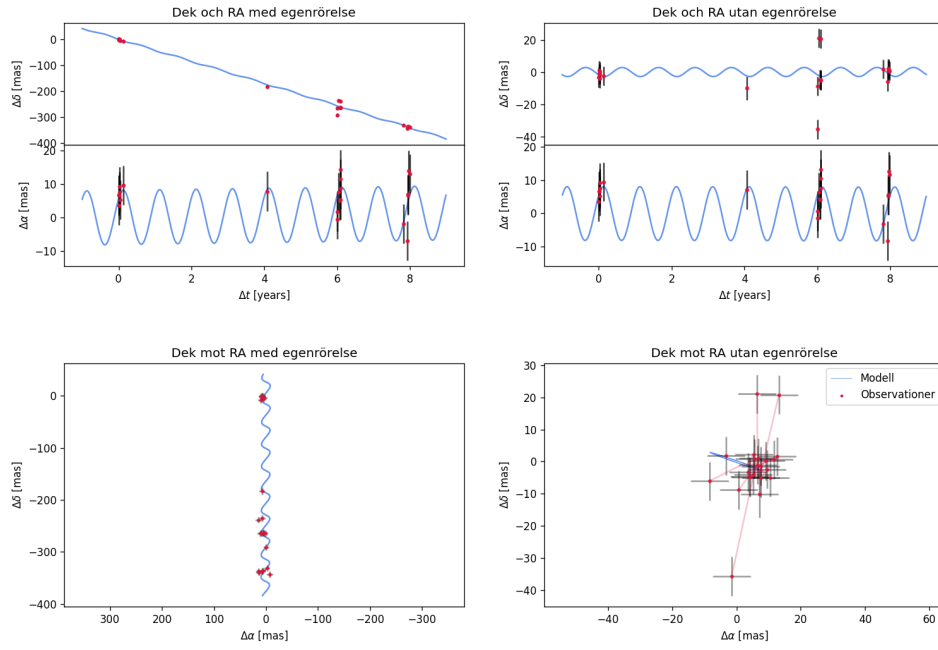
Figur A.14: R Leonis, Lorentz.



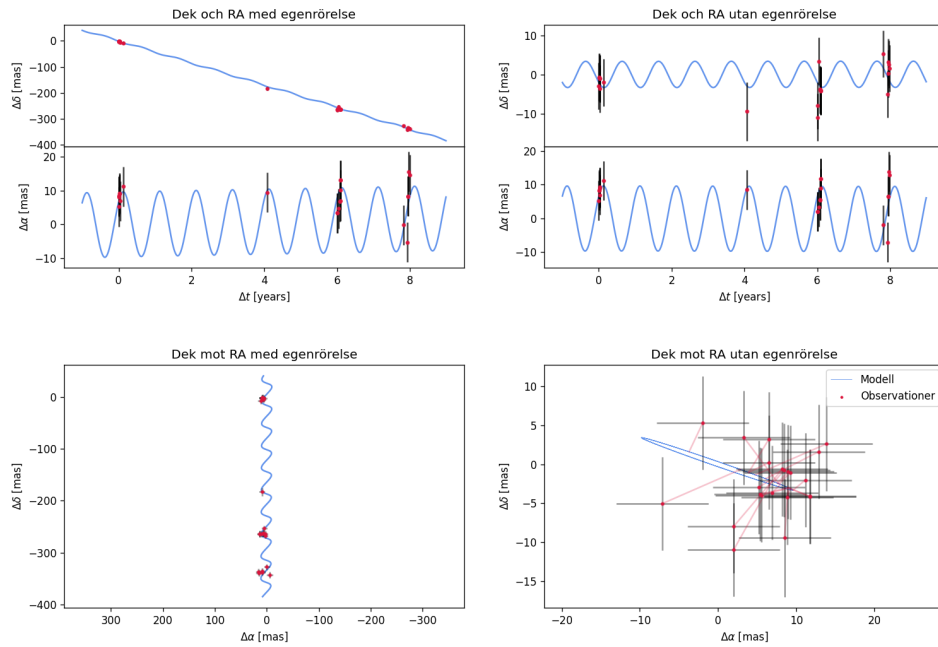
Figur A.15: R Leonis, Manuell.



Figur A.16: R Leonis, Moffat.



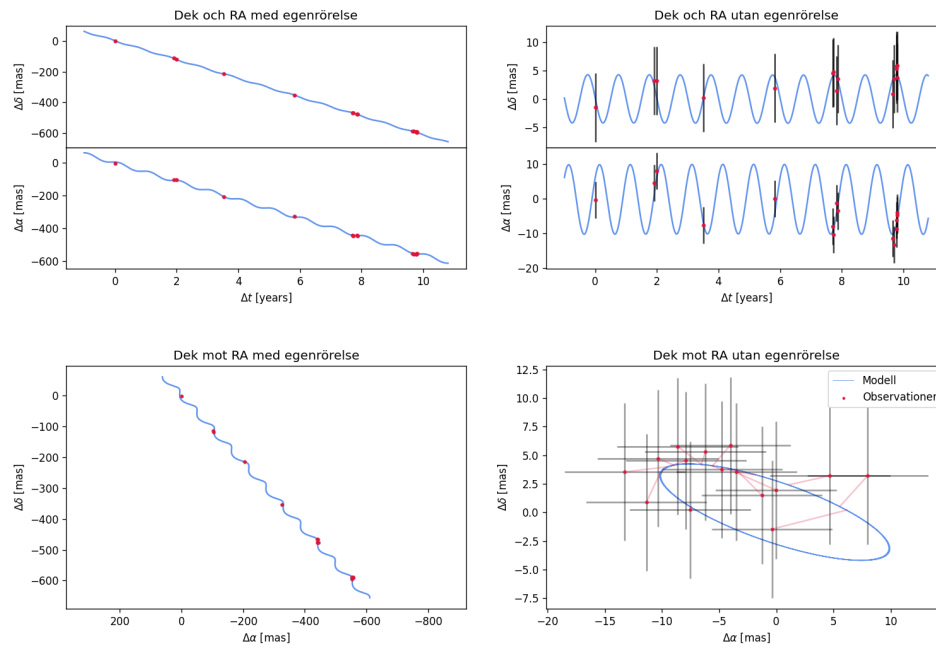
Figur A.17: R Leonis, RickerWavelet.



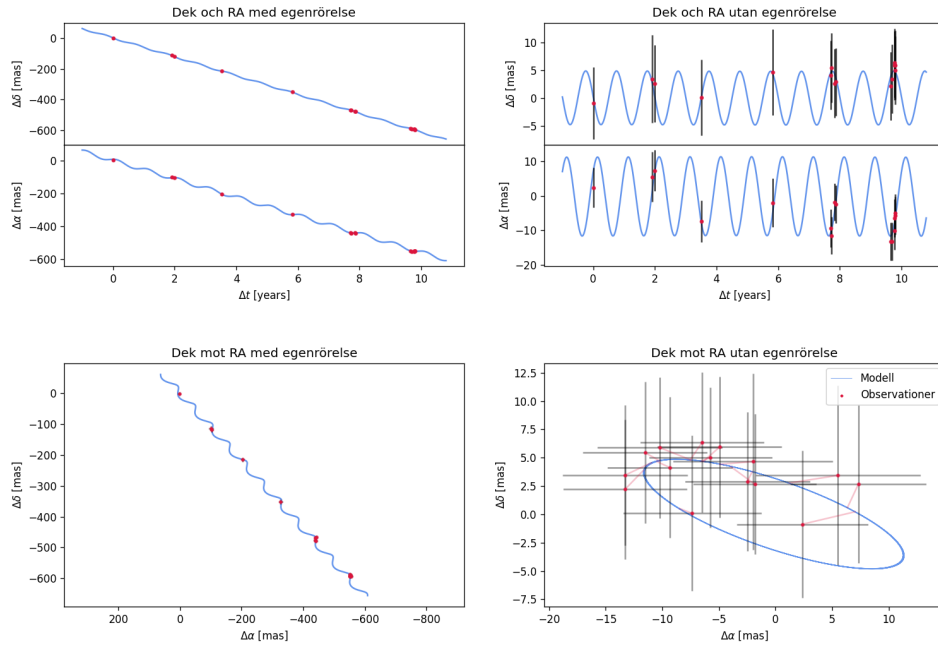
Figur A.18: R Leonis, TrapezoidDisk.

A.3 W Hydrae

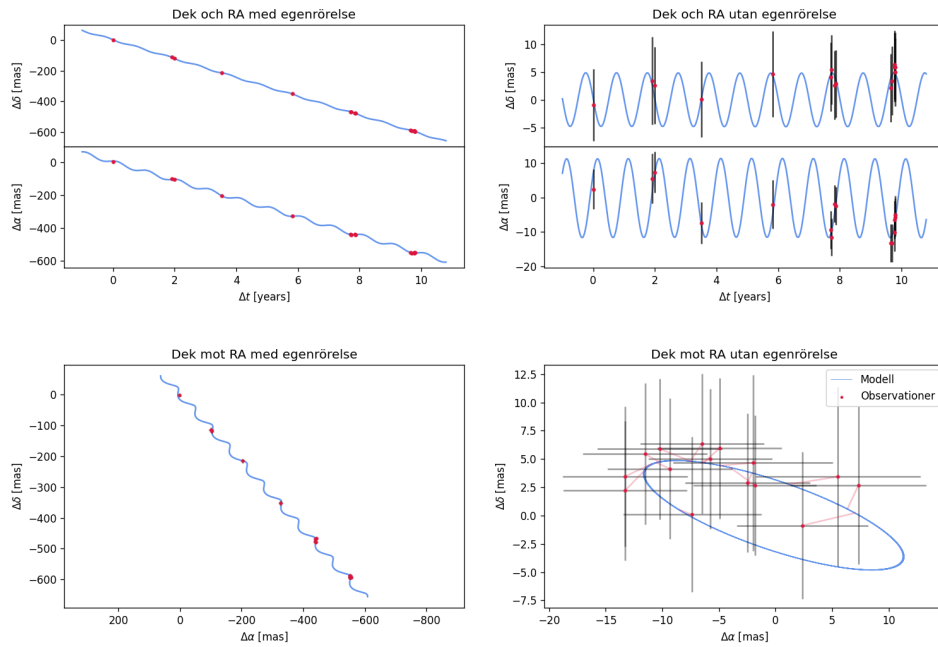
Nedanför presenteras resultatfigurer för W Hydrae. Samtliga figurer följer samma struktur som figur 5.3 men illustreras för alla olika metoder.



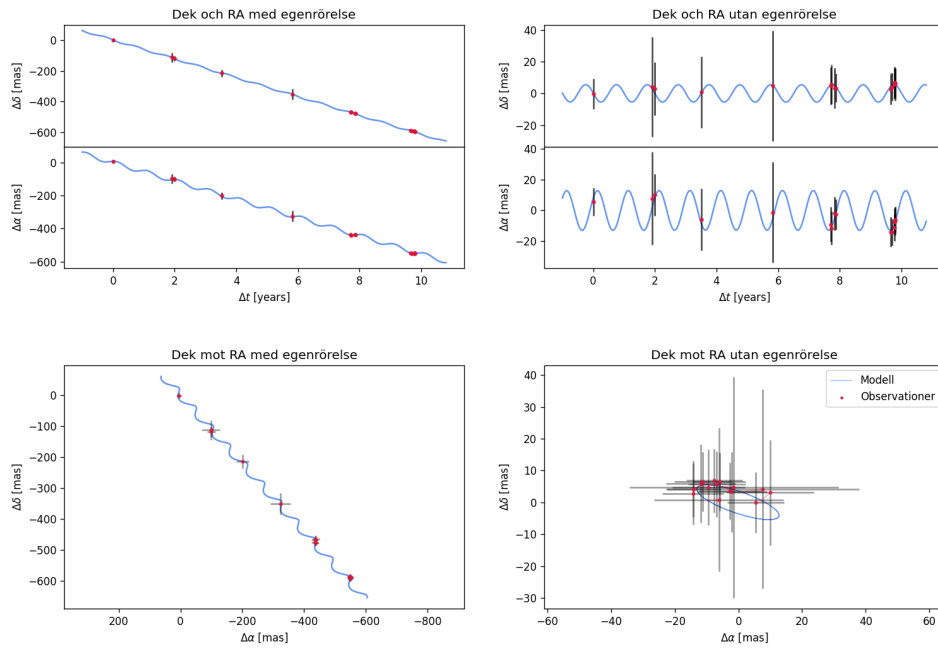
Figur A.19: W Hydrae, Gauss.



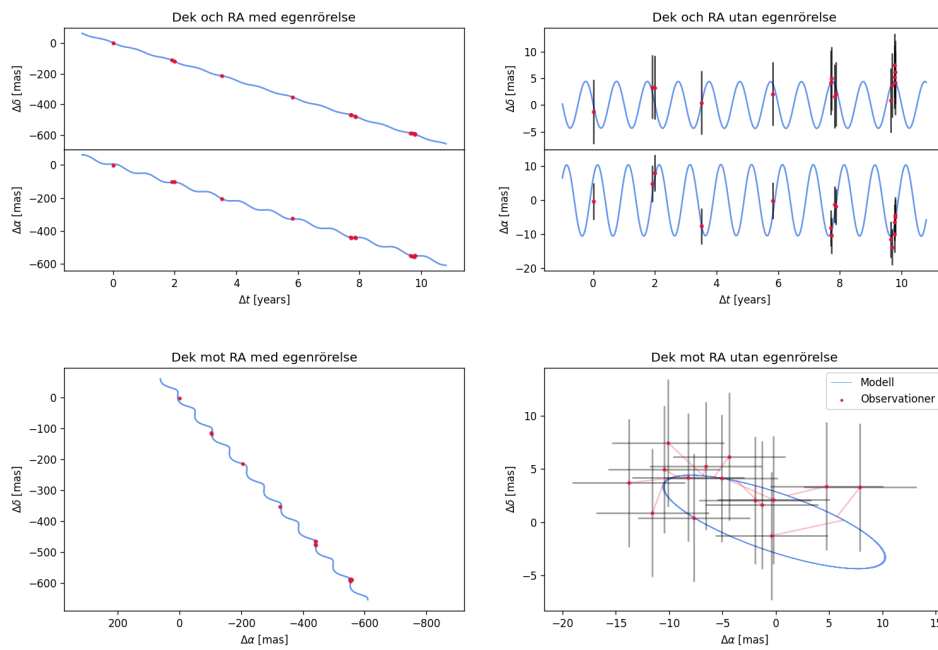
Figur A.20: W Hydrae, HalfLSQ.



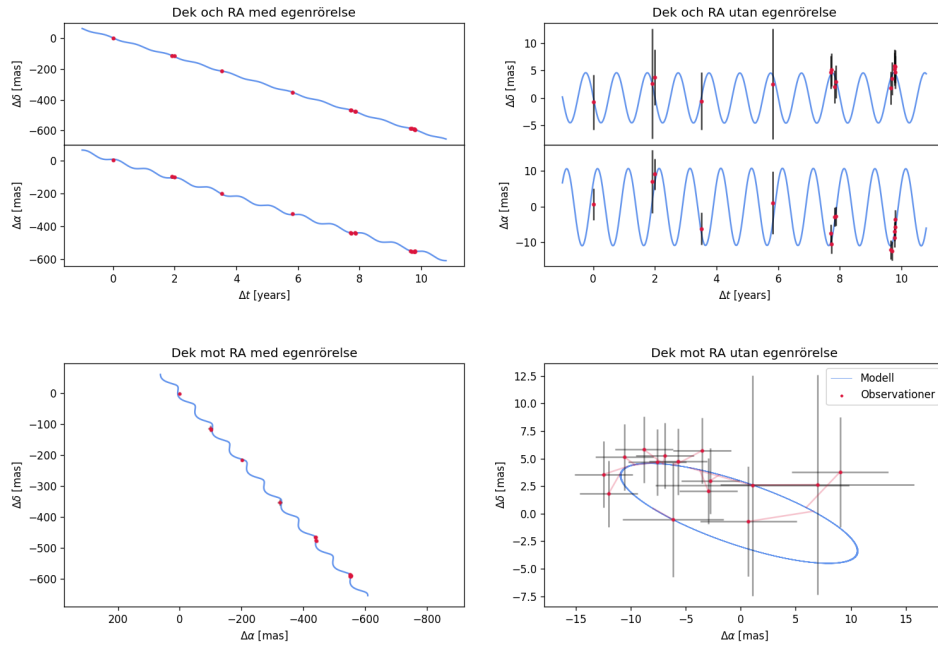
Figur A.21: W Hydrae, HalfMax.



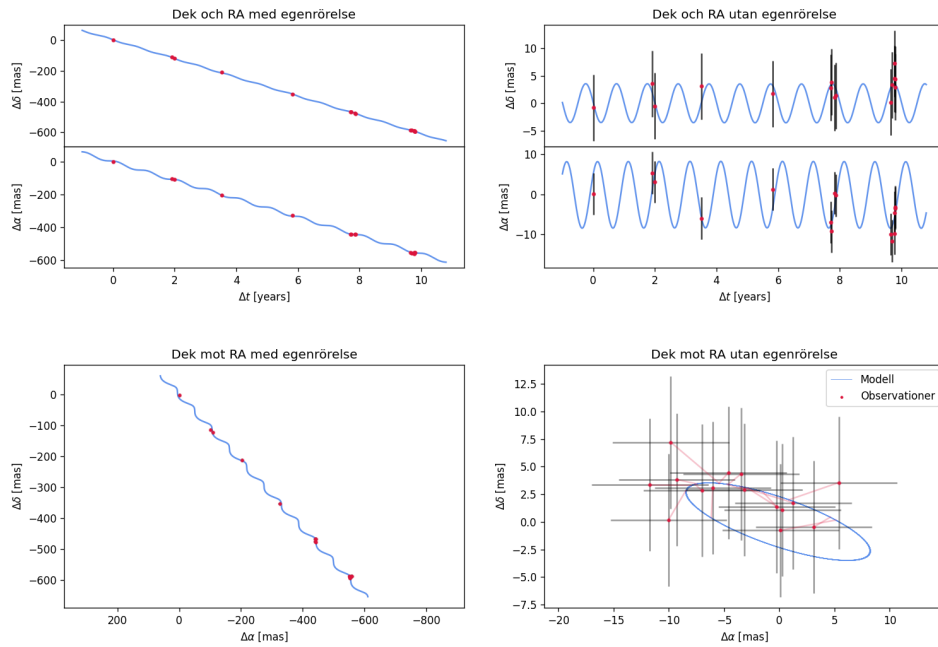
Figur A.22: W Hydrae, HalfViktad.



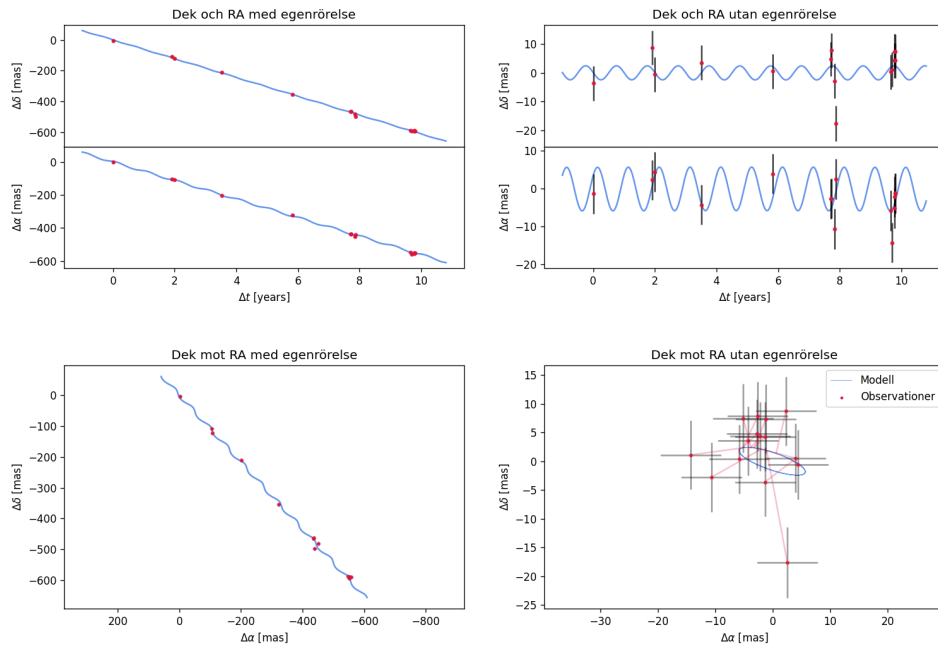
Figur A.23: W Hydrae, Lorentz.



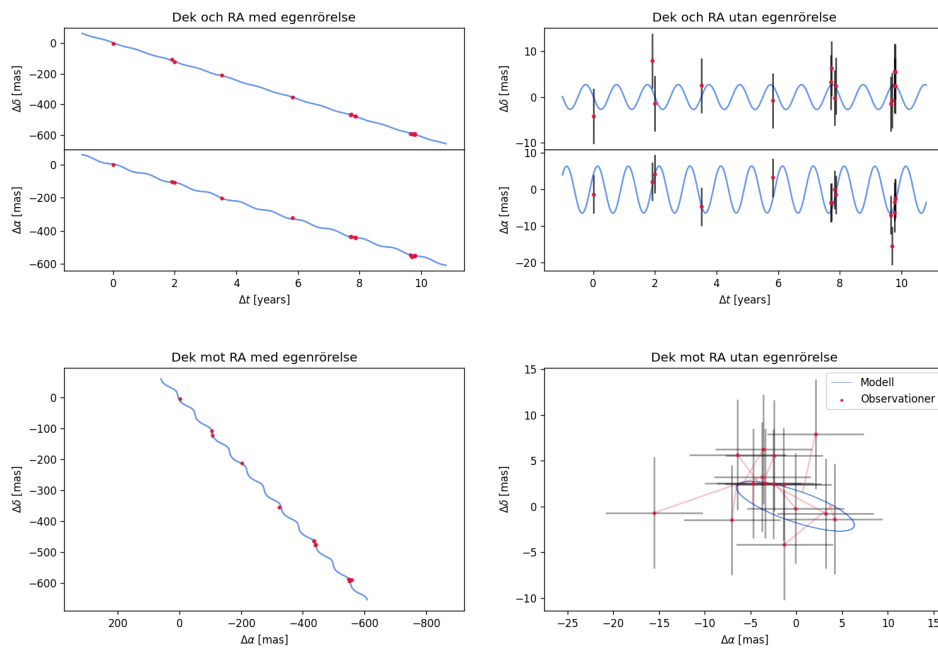
Figur A.24: W Hydrae, Manuell.



Figur A.25: W Hydrae, Moffat.



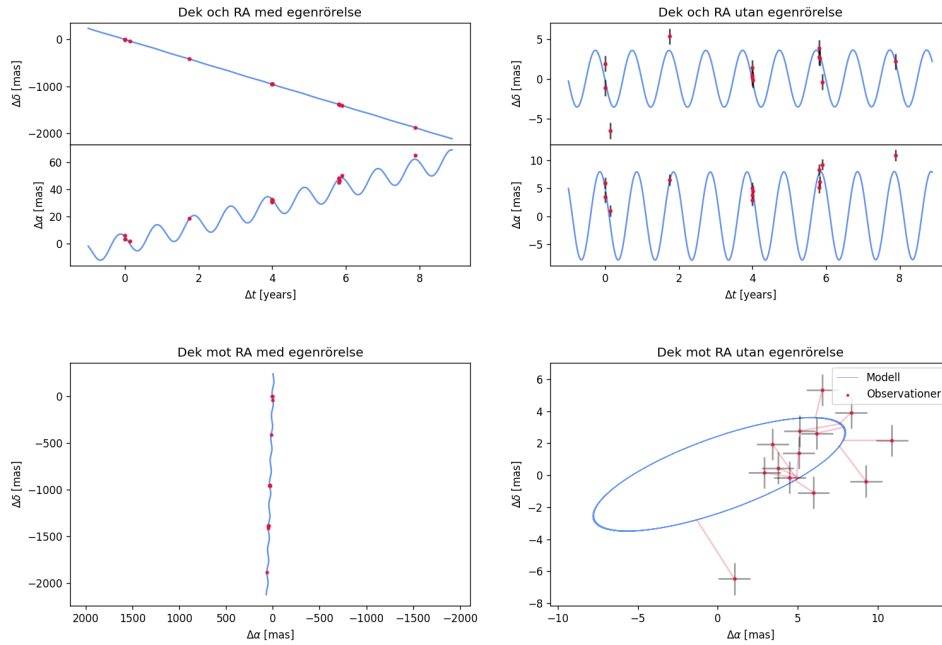
Figur A.26: W Hydrae, RickerWavelet.



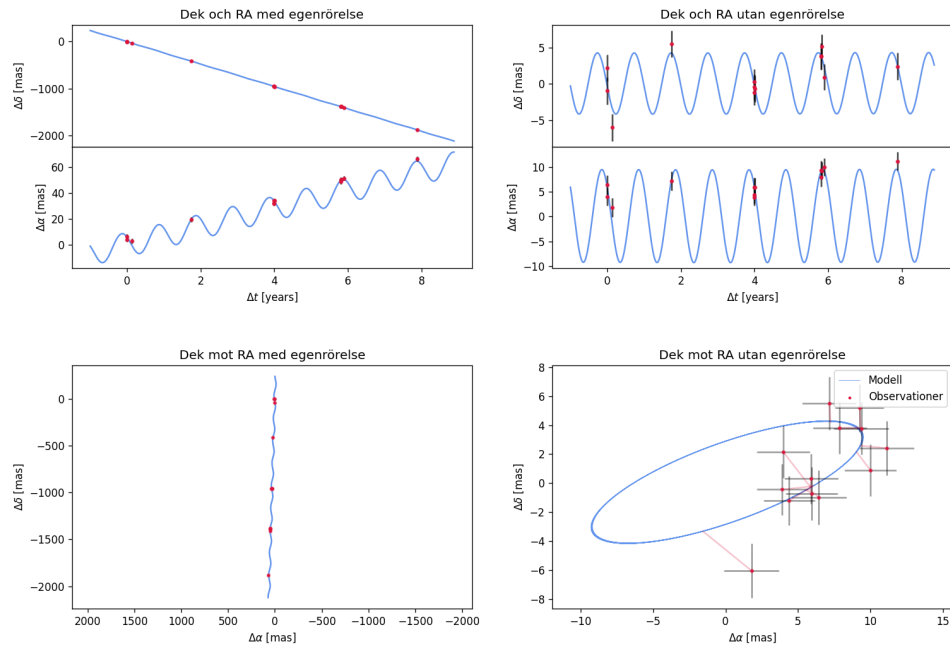
Figur A.27: W Hydrae, TrapezoidDisk.

A.4 Mira A

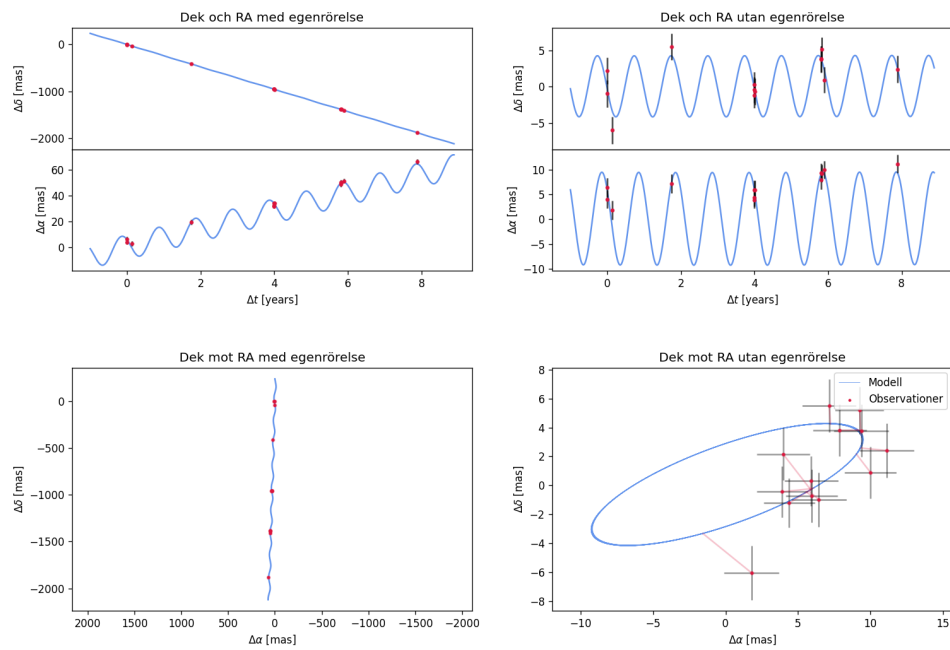
Nedanför presenteras resultatfigurer för Mira A. Samtliga figurer följer samma struktur som figur 5.4 men illustreras för alla olika metoder.



Figur A.28: Mira A, Gauss.

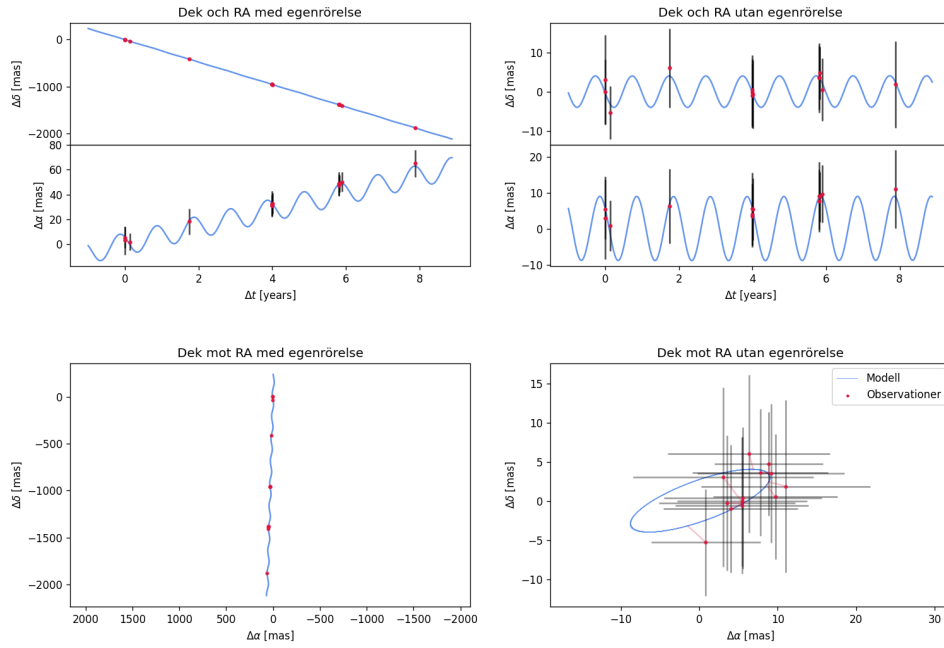


Figur A.29: Mira A, HalfLSQ.

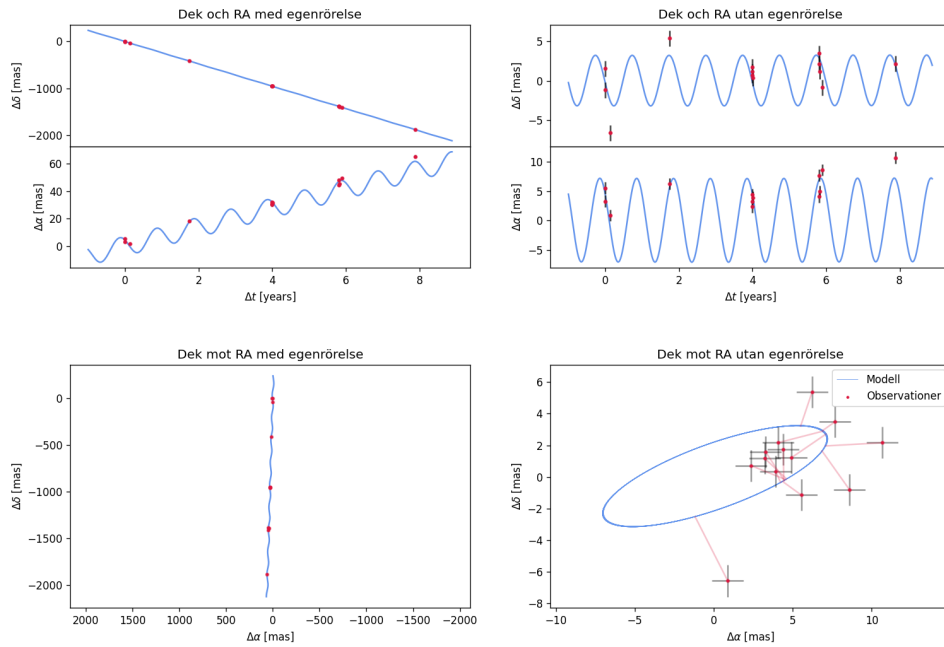


Figur A.30: Mira A, HalfMax.

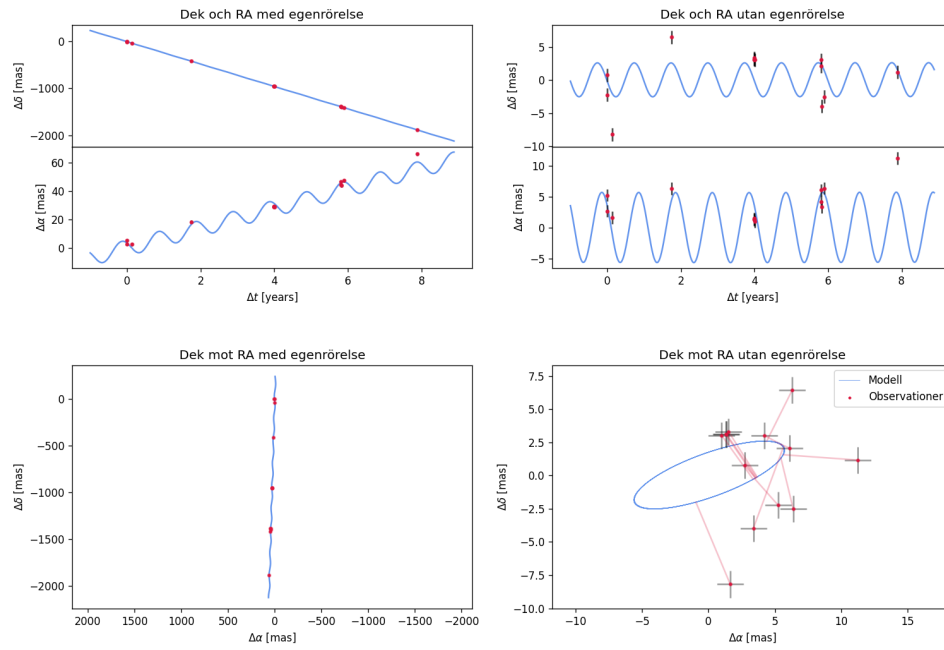
A Appendix



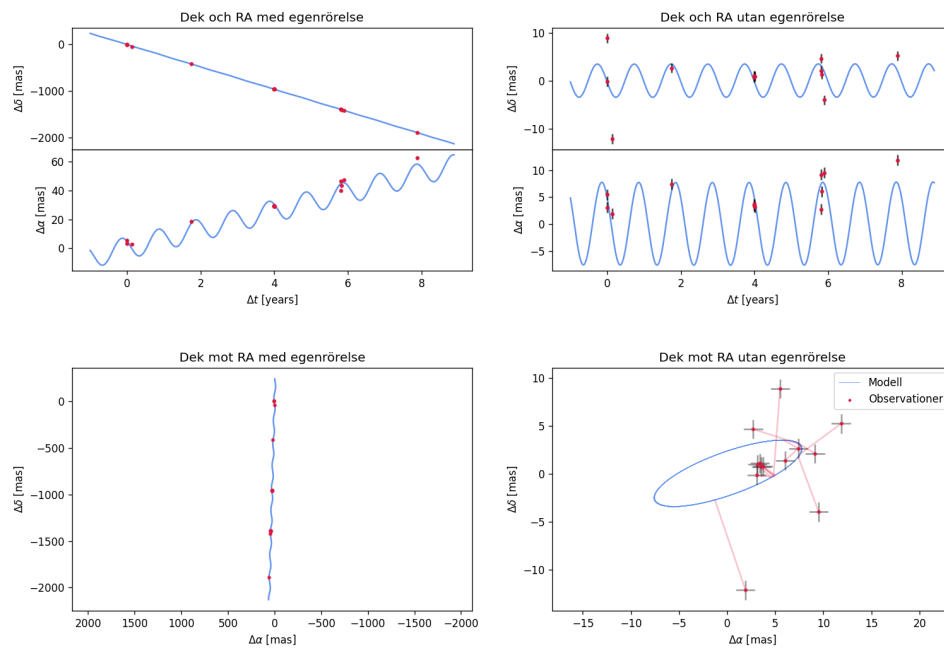
Figur A.31: Mira A, HalfViktad.



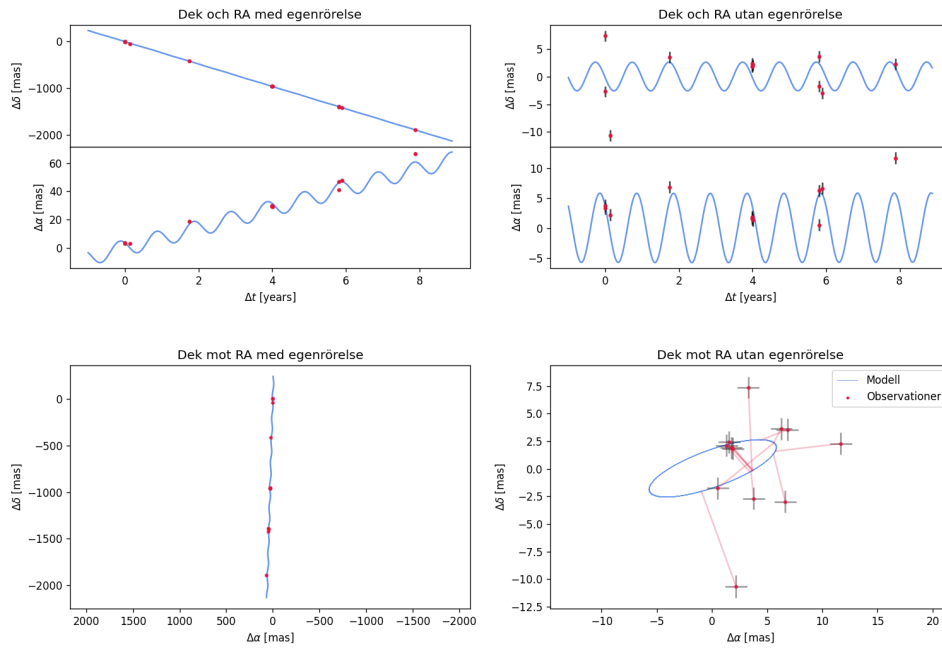
Figur A.32: Mira A, Lorentz.



Figur A.33: Mira A, Moffat.



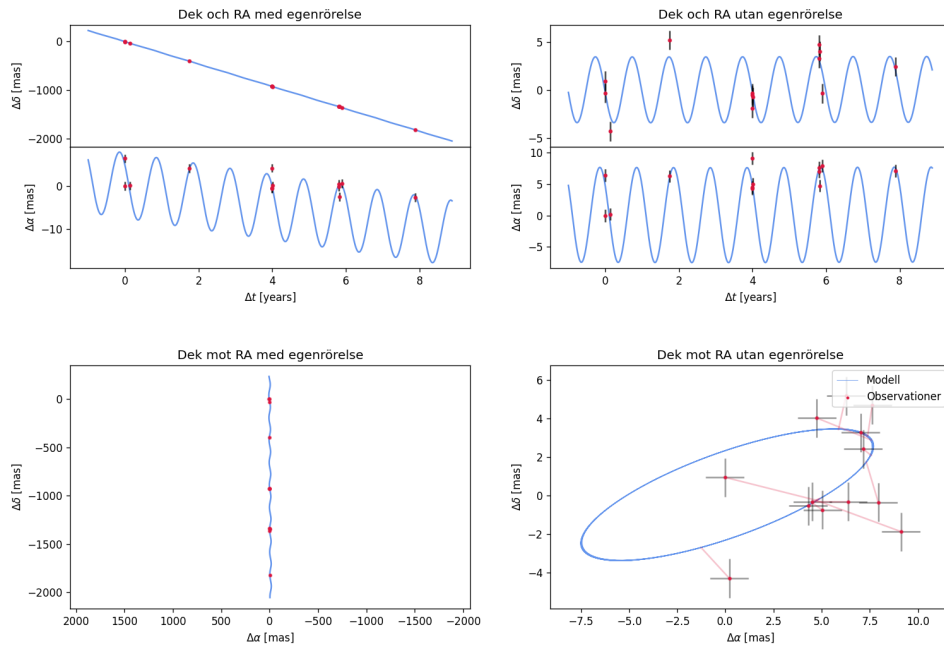
Figur A.34: Mira A, RickerWavelet.



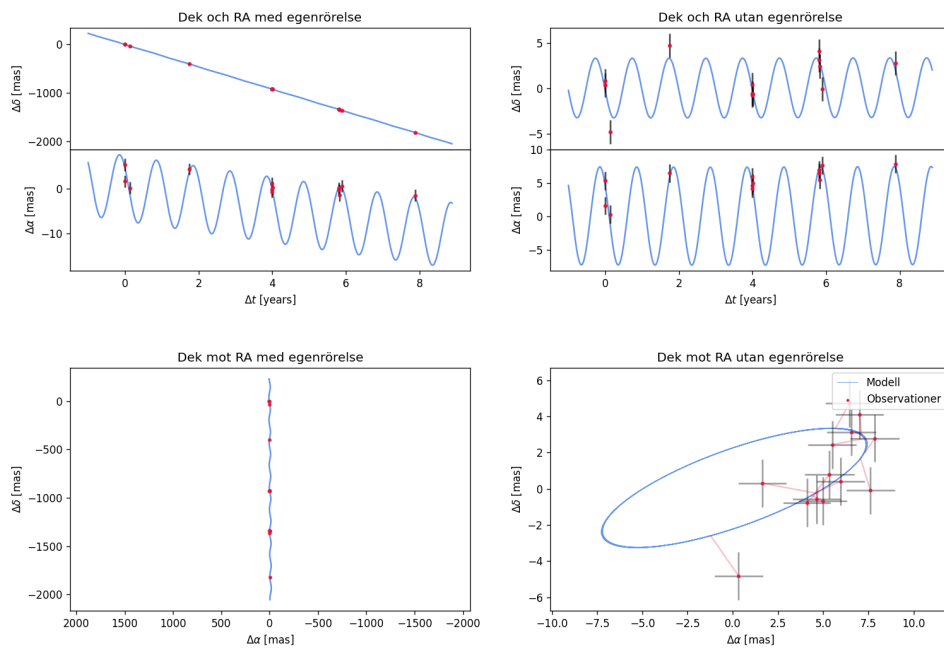
Figur A.35: Mira A, TrapezoidDisk.

A.5 Mira B

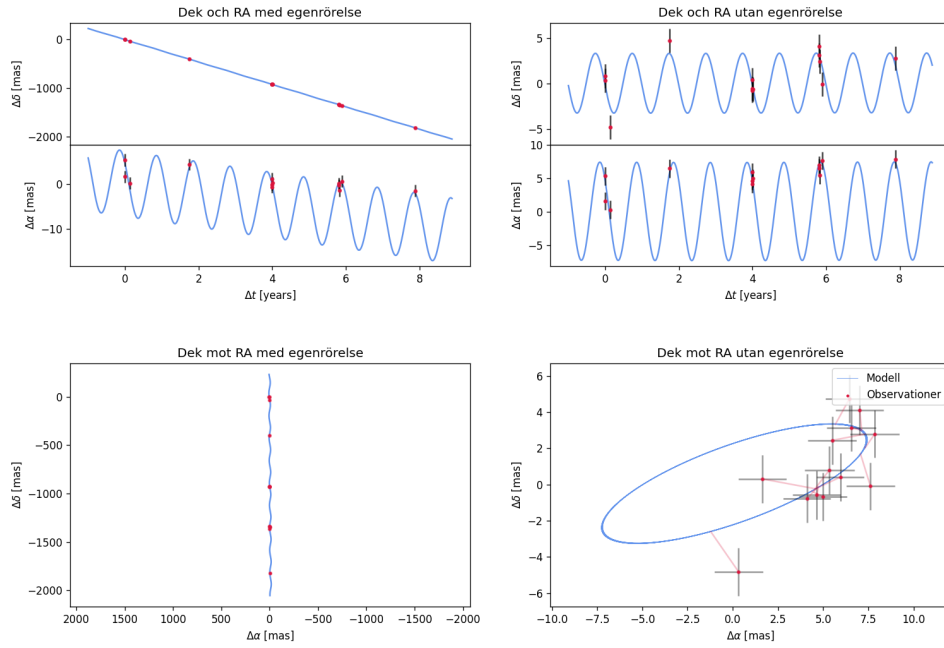
Nedanför presenteras resultatfigurer för Mira B. Samtliga figurer följer samma struktur som figur 5.5 men illustreras för alla olika metoder.



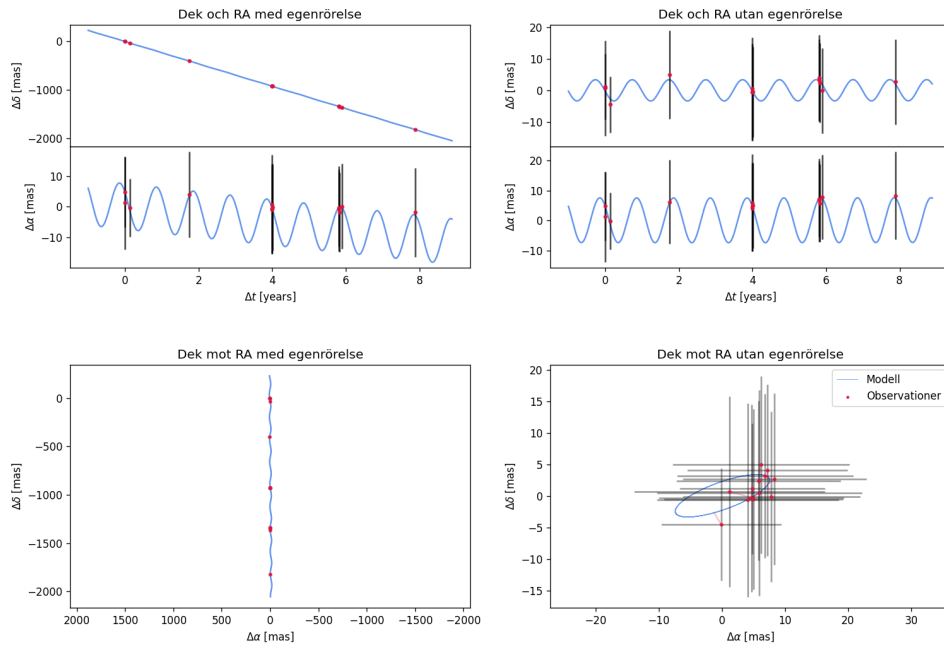
Figur A.36: Mira B, Gauss.



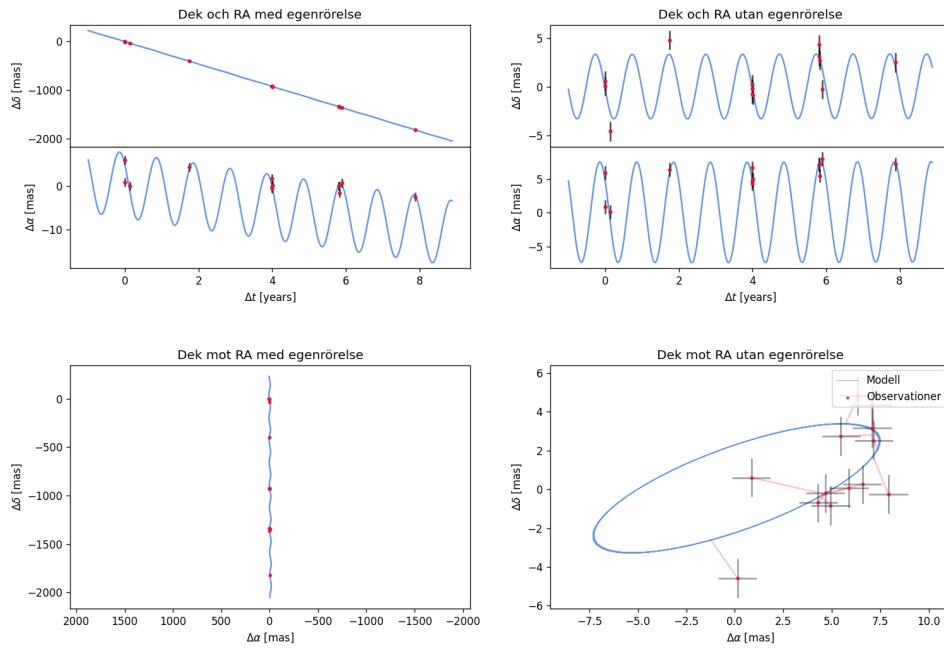
Figur A.37: Mira B, HalfLSQ.



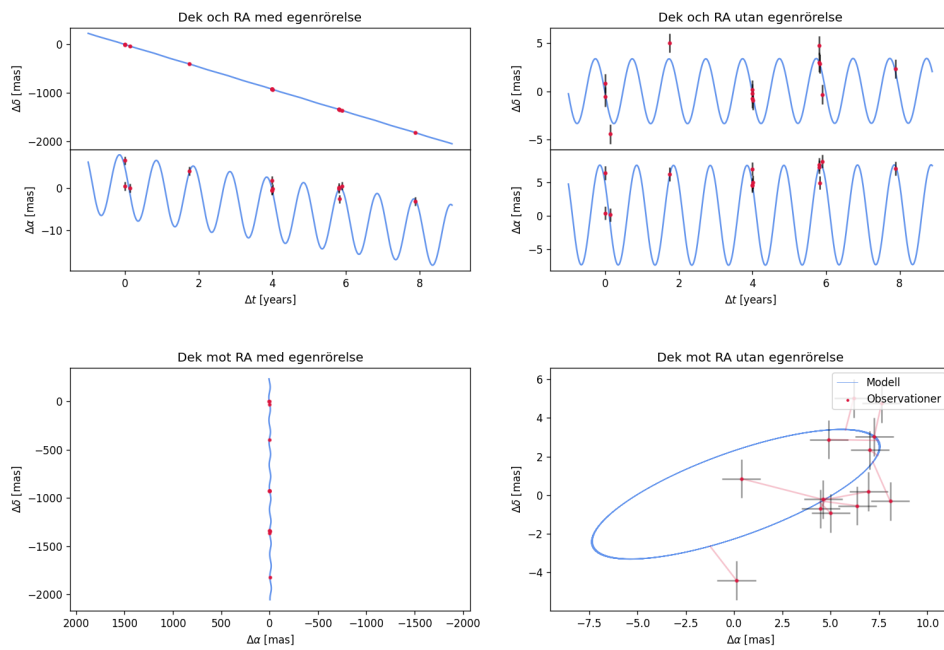
Figur A.38: Mira B, HalfMax.



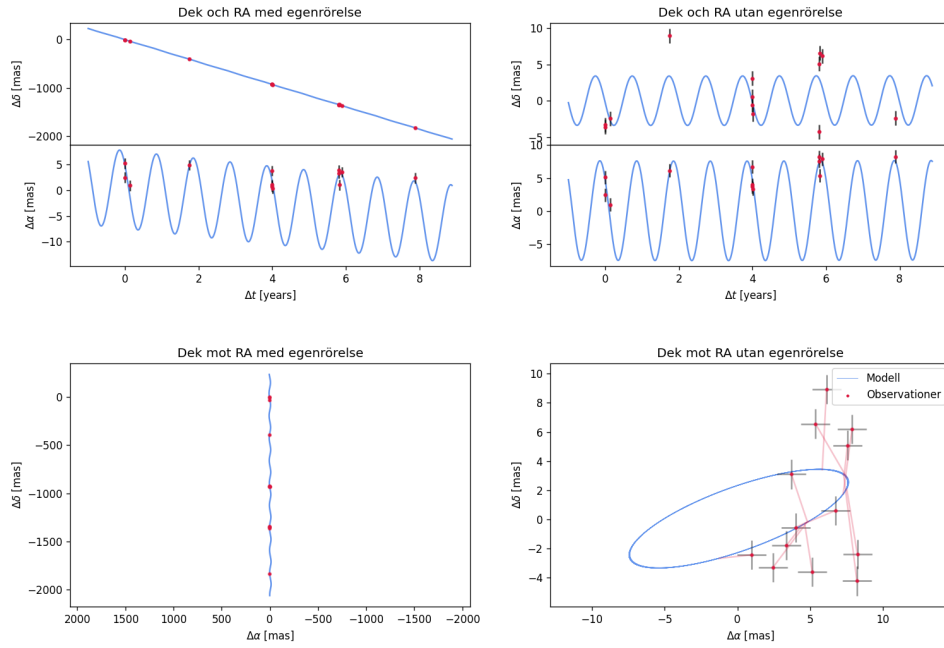
Figur A.39: Mira B, HalfViktad.



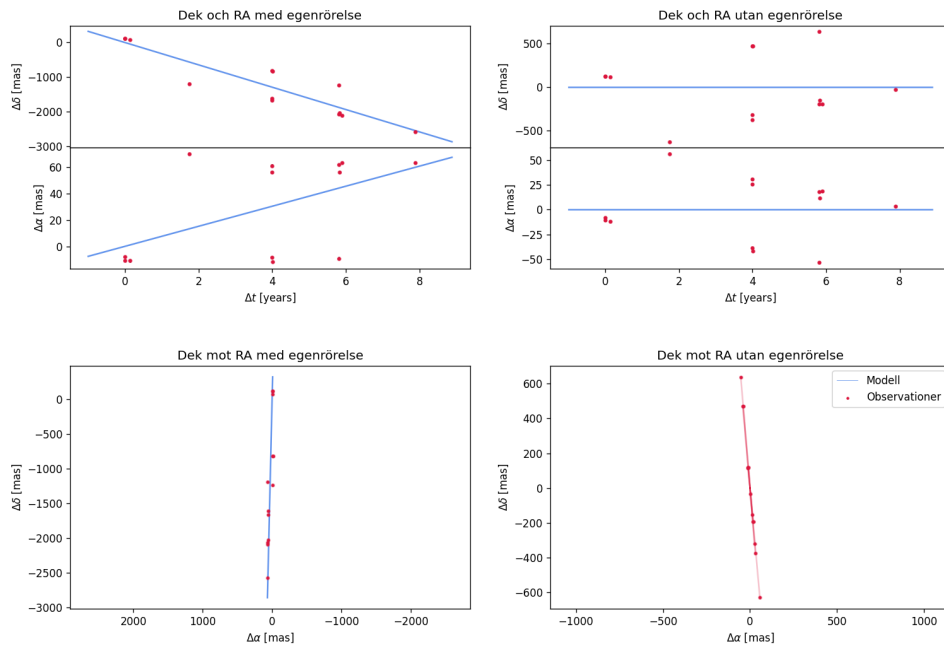
Figur A.40: Mira B, Lorentz.



Figur A.41: Mira B, Moffat.



Figur A.42: Mira B, RickerWavelet.



Figur A.43: Mira B, TrapezoidDisk. Metoden kunde av okänd anledning inte hantera observationerna och orimliga resultat har producerats.