

Effektiv temperatur hos transmon- kvantbitar

En jämförelse av mätmetoder och kryostatuppställningar

Julius Andersson, Ghadir Radhi, Axel Sahlstedt Zachrisson,
William Weeks

INSTITUTIONEN FÖR MIKROTEKNOLOGI OCH NANOVETENSKAP

KANDIDATARBETE 2025

Effektiv temperatur hos transmon-kvantbitar

En jämförelse av mätmetoder och kryostatuppställningar

JULIUS ANDERSSON, GHADIR RADHI,
AXEL SAHLSTEDT ZACHRISSON, WILLIAM WEEKS



CHALMERS

Institutionen för Mikroteknologi och Nanovetenskap
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg 2025

Effektiv temperatur hos transmon-kvantbitar
En jämförelse av mätmetoder och kryostatuppställningar
JULIUS ANDERSSON, GHADIR RADHI, AXEL SAHLSTEDT ZACHRISSON,
WILLIAM WEEKS

© JULIUS ANDERSSON, GHADIR RADHI, AXEL SAHLSTEDT ZACHRISSON,
WILLIAM WEEKS, 2025.

Handledare: Anton Frisk Kockum, Giovanna Sammarco Tancredi, Institutionen för Mikro-
teknologi och Nanovetenskap
Examinator: Per Lundgren, Institutionen för Mikroteknologi och Nanovetenskap

Kandidatarbete 2025
Institutionen för Mikroteknologi och Nanovetenskap
Chalmers Tekniska Högskola
SE-412 96 Göteborg
Telefon +46 31 772 1000

Omslagsbild: En *Bluefors*-utspädningskryostat tillhörande WACQT på Chalmers Teknis-
ka Högskola. Foto: Anna-Lena Lundqvist.

Skriven i L^AT_EX
Göteborg 2025

Effektiv temperatur hos transmon-kvantbitar
En jämförelse av mätmetoder och kryostatuppställningar
JULIUS ANDERSSON, GHADIR RADHI, AXEL SAHLSTEDT ZACHRISSON,
WILLIAM WEEKS
Institutionen för Mikroteknologi och Nanovetenskap
Chalmers tekniska högskola

Sammandrag

Detta kandidatarbete syftar till att bidra till forskningen om den effektiva temperaturen, T_{eff} , hos transmon-kvantbitar och dess koppling till kryostatkonfigurationer. Vi har jämfört och utsett den bästa av tre mätmetoder för bestämning av den effektiva temperaturen hos transmon-kvantbitar genom litteraturstudier och experimentell implementering i en kryostatuppställning i lågtemperaturgränsen. Vidare har vi implementerat den utsedda mätmetoden i fyra olika kryostatuppställningar för att dra slutsatser om vilka specifika kryostatkomponenter som orsakar en högre effektiv temperatur hos transmon-kvantbitar.

Genom litteraturstudier identifierades tre mätmetoder; single-shot-metoden, Rabi-populationsmetoden och korrelationsmetoden. För vidare jämförelse implementerades dessa metoder i en kryostatuppställning. Utifrån resultaten utsågs single-shot-metoden som den bästa metoden på basis av följande jämförelsekriterier; den effektiva temperaturen, T_{eff} , och dess osäkerhet, δT_{eff} , R^2 -mättet för alla gjorda kurvanpassningar, samt metodspecifika prestandaparametrar. Nackdelen med både Rabi-populationsmetoden och korrelationsmetoden var brusiga mätningar som gav upphov till opålitliga resultat medan fördelen med single-shot-metoden var att den trots osäkerhet gav pålitliga resultat.

Single-shot-metoden tillämpades i fyra olika kryostatuppställningar med samma temperatur. Resultaten påvisade att potentiella fördelar var avsaknaden av en kvantbegränsad förstärkare och en dämpning på 80 dB på ingångsledningen medan potentiella nackdelar var otillräcklig filtrering i kryostaternas lägsta kammare, för låg dämpning på ingångsledningen (60 dB), förekomsten av en kvantbegränsad förstärkare och avsaknaden av en isolator i kryostaternas näst lägsta kammare.

I framtida arbeten föreslår vi att man implementerar Rabi-populationsmetoden och korrelationsmetoden med fler iterationer för att undersöka om det undertrycker bruset i mätningarna. Vi rekommenderar även att mätmetoderna implementeras i flera olika kryostatuppställningar för att göra en mer omfattande jämförelse. För en mer systematisk och pålitlig kryostatkomponentjämförelse anser vi att mätningar borde göras i en kryostat där enskilda komponenter byts ut.

Nyckelord: Transmon-kvantbit, effektiv temperatur, termisk population, single-shot-metoden, Rabi-populationsmetoden, korrelationsmetoden, kryostat, dämpare, filter, förstärkare

Effective temperature of transmon qubits

A comparison of measurement methods and cryostat configurations

JULIUS ANDERSSON, GHADIR RADHI, AXEL SAHLSTEDT ZACHRISSON,
WILLIAM WEEKS

Department of Microtechnology and Nanoscience
Chalmers University of Technology

Abstract

This bachelor's thesis aims to contribute to the research on the effective temperature, T_{eff} , of transmon qubits and its connection to cryostat configurations. We have compared, and chosen the best of, three measurement methods for determining the effective temperature of transmon qubits through literature studies and experimental implementation in one cryostat configuration in the low temperature limit. We also applied the chosen measurement method across four different cryostat configurations to identify which specific components contribute to an increased effective temperature of transmon qubits.

We identified three measurement methods through literature studies, namely the single-shot method, the Rabi population method and the correlation method. For further comparison, the measurement methods were implemented in one cryostat configuration. Based on the results, the single-shot method was deemed to be the best with regards to the following comparison criteria; the effective temperature, T_{eff} , and its uncertainty, δT_{eff} , the coefficient of determination, R^2 , as well as method specific performance parameters. The primary drawback of both the Rabi population method and the correlation method was noisy measurements that made the results unreliable whereas the main benefit of the single-shot method was its ability to produce trustworthy results despite relatively large uncertainties.

The single-shot method was implemented in four different cryostats with the same temperature. The results indicated that potential benefits were the absence of a quantum limited amplifier and an attenuation of 80 dB on the input line whereas potential drawbacks were insufficient filtering in the cryostats' lowest level, inadequate damping on the input line (60 dB), the presence of a quantum limited amplifier and the absence of an isolator in the cryostats' second lowest level.

We recommend future studies to implement the Rabi population method and correlation method with more iterations to investigate if it could suppress measurement noise. We also suggest that the measurement methods are implemented in numerous different cryostat configurations to ensure a more comprehensive comparison. For a more systematic and trustworthy cryostat component comparison, we deem it necessary to conduct measurements in one cryostat where individual components are swapped.

Förord

Ett varmt tack till våra handledare Anton Frisk Kockum och Giovanna Sammarco Tancredi — er aktiva, föredömliga handledning, era värdefulla diskussioner och ert stöttande engagemang har gjort det här projektet möjligt. Vi är tacksamma för den värdefulla insyn vi fått i er forskning kring supraledande kvantbitar. Vi vill också tacka Halldór Jakobs-son, Christian Križan, Emil Hogedal och Liyangyu Chen för deras ovärderliga hjälp med att förse oss med mätdata från kryostaterna och för att de alltid funnits tillgängliga för frågor.

Julius Andersson, Ghadir Radhi, Axel Sahlstedt Zachrisson, William Weeks,
Göteborg, Maj 2025

Förkortningar

Nedan listas i alfabetisk ordning viktiga akronymer och beteckningar som har använts i rapporten.

CM	Korrelationsmetoden (eng. <i>correlation method</i>)
CP	Kall platta (eng. <i>cold plate</i>)
JJ	Josephsonövergång (eng. <i>Josephson junction</i>)
LNA	Lågbrusförstärkare (eng. <i>low noise amplifier</i>)
LTL	Lågtemperaturgränsen (eng. <i>low temperature limit</i>)
MXC	Blandningskammare (eng. <i>mixing chamber</i>)
QHO	Kvantmekanisk harmonisk oscillator (eng. <i>quantum harmonic oscillator</i>)
RPM	Rabi-populationsmetoden (eng. <i>Rabi population method</i>)
SNR	Signal-brusförhållande (eng. <i>signal-to-noise ratio</i>)
SSM	Single-shot-metoden (eng. <i>single-shot method</i>)
TWPA	Parametrisk förstärkare med vandringsvåg (eng. <i>travelling-wave parametric amplifier</i>)

Symboler och notation

Nedan följer de symboler, index, operatorer, parametrar och variabelnamn som har använts i rapporten.

Index

g, e, f	Index för transmon-kvantbitens tre lägsta tillstånd. g är grundtillståndet, e är det första exciterade tillståndet och f är det andra exciterade tillståndet
r	Index för variabler relaterade till en resonator
q	Index för variabler relaterade till en transmon-kvantbit

Operatorer

\mathcal{H}	Hamiltonianen för ett kvantmekaniskt system
$a, a^\dagger,$	Kvantmekaniska stegoperatorer och deras respektive adjunkter
σ_x, σ_z	Paulis x - respektive z -operator
σ_+, σ_-	Kvantmekaniska spinn-ökande och -minskande operatorer

Parametrar

j	Den imaginära enheten
-----	-----------------------

Variabler

ω_{ge}, ω_{ef}	Övergångsfrekvenserna för $ g\rangle \rightarrow e\rangle$ respektive $ e\rangle \rightarrow f\rangle$
P_g, P_e, P_f	Termisk population för de första tre tillstånden
T_{eff}	Transmon-kvantbitens effektiva temperatur
π_{ge}	π -puls för övergången $ g\rangle \rightarrow e\rangle$

Innehåll

1	Introduktion	1
1.1	Syfte och mål	2
1.2	Avgränsningar	3
1.3	Rapportstruktur	3
2	Teoretisk bakgrund	4
2.1	Blochsfer-representationen	4
2.2	Transmon-kvantbiten	5
2.3	Drivning av transmon-kvantbiten	6
2.4	Avläsning av transmon-kvantbiten	7
2.4.1	Dispersiv avläsning	8
2.4.2	TQ -mixning och heterodyn detektion	9
3	Mätmetoder	10
3.1	Termiska populationer och effektiv temperatur	10
3.2	Single-shot-metoden	11
3.3	Rabi-populationsmetoden	12
3.4	Korrelationsmetoden	13
3.5	Jämförelsekriterier	14
4	Experimentell uppställning	15
4.1	Kryostater	15
4.1.1	Kylmekanismer	16
4.1.2	Komponenter	16
4.2	Kryostatkonfigurationer	17
4.3	Genomförande	18
4.3.1	Jämförelse av mätmetoder	18
4.3.2	Jämförelse av kryostater	18
5	Resultat	19
5.1	Jämförelse av mätmetoder	19
5.2	Jämförelse av kryostater	21
6	Diskussion	22
7	Slutsats	25

A	Appendix	I
A.1	Fullständiga kryostatkonfigurationer	I
A.2	Prestandaparametrar: R^2 , \mathcal{F} och SNR	III
A.3	Mätosäkerhet och felpropagering	III
A.3.1	Osäkerhet i den effektiva temperaturen	III
A.3.2	Osäkerhet i single-shot-metoden	IV
A.3.3	Osäkerhet i Rabi-populationsmetoden	V
A.3.4	Osäkerhet i korrelationsmetoden	V

1

Introduktion

En *bit* är den fundamentala byggstenen hos en klassisk dator och är således central för klassisk beräkning. Klassisk fysik kan dock inte beskriva alla fenomen i naturen — ibland behövs istället kvantfysik, som tillåter fenomen som superposition och sammanflätning. Först under 80-talet började man studera en bit som följer kvantfysikens lagar — en så kallad *kvantbit*. En kvantbit befinner sig, precis som en vanlig bit, i ett tillstånd. Medan biten kan finnas i antingen 0 eller 1, kan kvantbiten finnas i ett tillstånd som är varken 0 eller 1; det sägs att kvantbiten är i en *superposition* av tillstånd. Ett allmänt tillstånd hos en kvantbit, $|\psi\rangle$, kan skrivas som

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad (1.1)$$

där de komplexa talen α och β är så kallade *sannolikhetsamplituder*. Sannolikhetsamplituden i kvadrat för ett givet tillstånd beskriver sannolikheten att kvantbiten befinner sig i just det tillståndet. Således måste $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ för att den totala sannolikheten ska vara lika med ett [1]. En naturlig notation är att låta $|0\rangle = |g\rangle$ och $|1\rangle = |e\rangle$, där g står för *grundtillståndet* och e för det *första exciterade tillståndet* hos kvantbiten.

Kvantdatorer har potentialen att lösa vissa typer av problem betydligt snabbare än klassiska datorer. Ett exempel är kombinatoriska problem, där användningen av algoritmer som utnyttjar kvantmekaniska effekter kan minska beräkningstiden markant [2]. Viktiga framtida tillämpningsområden innefattar cybersäkerhet, kemiteknik, finans [2] och maskininlärning [3]. Den stora tillämpningspotentialen hos kvantdatorer har drivit en världsomfattande forskningsinsats under de senaste årtiondena. IBM är en av de ledande aktörerna globalt och har demonstrerat skalbara kvantsystem med över 100 kvantbitar [4]. I en aktuell studie användes deras 127-kvantbitsystem för att utföra avancerade algoritmer som Grover-sökning [5], vilket belyser potentialen i praktisk tillämpning trots de nuvarande begränsningarna med felkorrigering och brus. Dessutom demonstrerades så kallad *kvantöverlägsenhet* med hjälp av programmerbara supraledande processorer i en artikel från 2019 [6], vilket påvisar den överlägsna förmågan hos kvantdatorer inom vissa problemområden.

Det finns flera sätt att realisera en kvantbit [7–10]; ett av de mest lovande är genom supraledande kretsar inom krets-kvantelektrodynamik, som har lett till stora förbättringar i prestanda [11, 12]. Ett exempel på en supraledande kvantbit är *transmon-kvantbiten* som togs fram för första gången av J. Koch m.fl. år 2007 i syfte att skapa en stabil kvantbit som är tålig mot brus [12]. Idag är transmon-kvantbiten en av de mest framstående kvantbitarna, men det återstår fortfarande stora utmaningar som hindrar storskaligt kommersiellt bruk.

Som framgår ur Ekv. 1.1 används endast de två lägsta energinivåerna hos transmon-kvantbiten. Energiskillnaden mellan dessa tillstånd är $E_e - E_g \equiv \hbar\omega_{ge}$, där $\omega_{ge}/2\pi$ är övergångsfrekvensen; vanligtvis ligger $\omega_{ge}/2\pi$ mellan 4 – 6 GHz [13]. För att motverka oönskade excitationer orsakade av termiskt brus måste temperaturen vara tillräckligt låg

för att $k_B T \ll \hbar \omega_{ge}$ [13], vilket innebär temperaturer på millikelvin-skala. För att nå dessa temperaturer används utspädningskryostatater [14], det vill säga speciella lågtemperatursfrysar. Utspädningskryostataterna består av flera nivåer med avtagande temperatur, där den översta nivån har högst temperatur och den lägsta har lägst. En viktig utmaning med kryostatater är att minimera värmebelastningen vid den lägsta nivån där transmonkvantbiten befinner sig [14, 15]; för att lösa detta problem har kryostataterna många avancerade komponenter som exempelvis speciella filter som minimerar värmefflöde i kablar och signaldämpare som reducerar värmedissipation till omgivningen [14].

Trots den låga temperaturen som kan åstadkommas med kryostatater står dagens experimenteralister inom kvantteknologi inför ett problem, nämligen lokala temperaturvariationer vid transmonkvantbiten. När transmonkvantbiten är i termisk jämvikt med sin omgivning beskrivs sannolikheten för att den är i $|g\rangle$ respektive $|e\rangle$ av Maxwell-Boltzmannstatistiken [16]. Dessa sannolikheter kallas för tillståndens populationer. Det finns många etablerade metoder för att mäta populationsfördelningen hos en transmonkvantbit [13, 17–20]. Med hjälp av populationerna kan den så kallade *effektiva temperaturen* — det vill säga den faktiska temperaturen — hos transmonkvantbiten bestämmas. Forskare har upptäckt att den effektiva temperaturen är högre än kryostatens lägsta temperatur, ibland flera gånger högre [16–20].

Trots att dessa metoder har ett gemensamt syfte, nämligen att mäta populationsfördelningen och därigenom den effektiva temperaturen hos transmonkvantbitar, kan de variera väsentligt sett till kalibreringsbehov, analys av data, hårdvarukrav, och så vidare. I nuläget finns väldigt få etablerade jämförelser av de främsta metoderna [16, 19], vilket lämnar en stor lucka i tillgänglig kunskap om vilka metoder som presterar bäst under olika förhållanden. Med denna kunskap kan man även göra kvantitativa jämförelser av kryostatuppställningar i syfte att identifiera vilka komponenter som har en stor inverkan på vilken effektiv temperatur som transmonkvantbitarna har. Detta kandidatarbete har därför som mål att undersöka dessa frågor.

1.1 Syfte och mål

Detta kandidatarbete har följande två syften:

1. Att jämföra tre mätmetoder för bestämning av den effektiva temperaturen hos transmonkvantbitar genom litteraturstudier och experimentell implementering i en kryostatuppställning. Jämförelsen baseras på hur väl metoderna kan tillämpas vid temperaturen hos kryostatens lägsta nivå utifrån kriterier definierade i Avsn. 3.5. Målet är att fastställa den mätmetod som givet jämförelsekriterierna ger den mest tillförlitliga och lägsta temperaturen hos transmonkvantbiten.
2. Att tillämpa den fastställda mätmetoden i fyra olika kryostatuppställningar för att dra slutsatser om vilka kryostatkomponenter som leder till en högre effektiv temperatur hos transmonkvantbiten och varför. Dessa slutsatser kommer även att ta hänsyn till hur väl metoden ansågs prestera i respektive kryostat.

1.2 Avgränsningar

För att göra projektet genomförbart inom den givna tidsramen har vi avgränsat arbetet. Vi har delat in dessa avgränsningar i två huvudsakliga kategorier: **experimentella** och **teoretiska**.

De **teoretiska avgränsningarna** påverkar i huvudsak de modeller som vi använder i dataanalysen. Den viktigaste avgränsningen är att arbetet enbart behandlar transmon-kvantbitar; dessa betraktas i teorin som tvånivå-system i alla fall förutom ett där det andra exciterade tillståndet utnyttjas. Vi antar vidare att vi befinner oss i låg-temperaturgränsen. Detta betyder för det föregående antagandet att enbart grundtillståndet och det första exciterade tillståndet är ockuperat, det vill säga att de har nollskilda termiska populationer.

De **experimentella avgränsningarna** har störst inverkan på utformningen av det praktiska arbetet, men påverkar även fokus vid resultatanalysen. Den främsta avgränsningen är att uppställningar med endast en transmon-kvantbit beaktas, vilket innebär att resultaten inte kan generaliseras till andra typer av kvantbitar. Vidare utförs allt experimentellt arbete av experimenter vid Kvantteknologiavdelningen på Chalmers tekniska högskola. Detta säkerställer dels en hög trovärdighet i resultaten, dels att projektet effektiviseras eftersom vi saknar laboratorieerfarenheter. Varje mätmetod som implementeras baseras på en eller flera vetenskapliga artiklar, vilket ökar reproducerbarheten och underlättar implementationen för experimenterna. Metodjämförelsen genomförs endast i en kryostat, vilket är en följd av projektets tidsbegränsning. Vid kryostatjämförelsen analyseras fyra olika kryostater som har valts utifrån tillgänglighet. Den metod som bedöms vara mest lämpad utses främst utifrån dess prestanda i relation till de definierade kriterierna. Analysen av kryostaterna avgränsar komponentjämförelsen till filter, dämpare, förstärkare och isolatorer.

1.3 Rapportstruktur

Denna rapport innehåller sju kapitel och ett appendix. Kap. 1 ger en introduktion till arbetet och presenterar specifikt syfte och mål samt avgränsningar. Kap. 2 ger en teoretisk beskrivning av transmon-kvantbiten, dess beståndsdelar, hur den drivs och hur den läses av för att ge nödvändig bakgrundsinformation för resten av rapporten. Kap. 3 presenterar de tre mätmetoder som skall jämföras, vilka är single-shot-metoden, Rabi-populationsmetoden och korrelationsmetoden. Dessutom introduceras teorin för termiska populationer och brus. Kap. 4 introducerar teori för utspädningskryostater. Dessutom presenterar den kryostatkonfigurationer och -komponenter tillsammans med det experimentella och teoretiska genomförandet av mätmetod- och kryostatjämförelsen. Kap. 5 redovisar de experimentella resultaten. Kap. 6 för en diskussion om resultaten och felkällor. Kap. 7 presenterar de slutsatser som dragits utifrån resultatet och diskussionen. Appendix A kompletterar rapporten med fullständiga kryostatkonfigurationer samt mätosäkerhet och felpropagering.

2

Teoretisk bakgrund

I detta kapitel presenterar vi den teori som ligger till grund för rapportens innehåll. Inledningsvis beskriver vi supraledande kvantkretsar och mer specifikt transmon-kvantbiten med särskilt fokus på Blochsfär-representationen och kretskonstruktioner med tillhörande Hamiltonianer. Därefter förklarar vi mer praktiska aspekter i form av detaljerade beskrivningar av hur transmon-kvantbiten kontrolleras och avläses, där viktiga begrepp som dispersiv avläsning och Rabi-drivning tas upp.

2.1 Blochsfär-representationen

Tillståndet i Ekv. (1.1) kan skrivas om och förklaras till

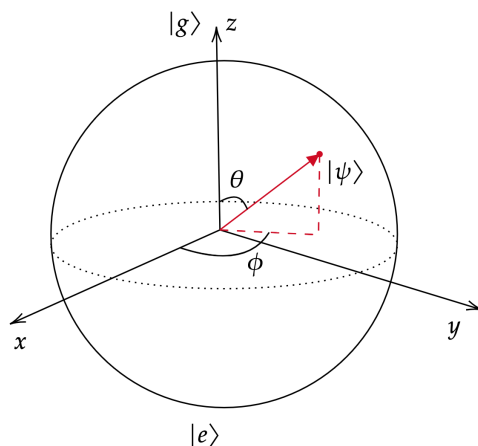
$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |g\rangle + e^{j\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |e\rangle. \quad (2.1)$$

De reella talen θ och ϕ definierar en punkt, $(\sin(\theta) \cos(\phi), \sin(\theta) \sin(\phi), \cos(\theta))$, på en tredimensionell enhetsfär som kallas för *Blochsfären* — se Fig. 2.1 [1]. En tredimensionell vektor dragen från Blochsfärens mittpunkt till denna punkt, kallad för en *Blochvektor*, beskriver således tillståndet $|\psi\rangle$, med undantag för en global fas som försummas i Ekv. (2.1). Fasen försummas eftersom den inte har en inverkan på observerbara fenomen [13].

Blochsfär-representationen medför att tillstånd kan visualiseras som vektorer och att dynamiken hos tillstånd enkelt och tydligt kan illustreras som förflyttningar eller rotationer av dessa vektorer [1, 13]. I en stationär referensram beskrivs rotationen av en Blochvektor kring z -axeln med vinkelfrekvens ω av

$$|\psi(t)\rangle = U(t) |\psi(0)\rangle, \quad U(t) = \exp(-j\frac{\omega\sigma_z t}{2}), \quad (2.2)$$

där $\sigma_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$ är Paulis z -operator. Notera att σ_z , på samma sätt som tillstånd representeras av vektorer, kan representeras av en (diagonal) matris (med $(-1, 1)$ på diagonalen). I vissa sammanhang är det istället fördelaktigt att välja en roterande referensram där Blochvektorn är stationär [21].



Figur 2.1: Blochsfär-representationen av ett tillstånd $|\psi\rangle$. Blochsfärens nordpol ($\theta = 0$) motsvarar tillståndet $|g\rangle$ medan dess sydpol ($\theta = \pi$) motsvarar tillståndet $|e\rangle$.

2.2 Transmon-kvantbiten

Transmon-kvantbiten består av en modifierad supraledande LC -oscillator med induktans L och kapacitans C , se Fig. 2.2. Härledningen av dess Hamiltonian beskrivs utförligt av P. Krantz m.fl. [13] och är källan för nedanstående information om ingenting annat nämns.

En lämplig utgångspunkt för att förstå dynamiken hos transmon-kvantbiten är den klassiska LC -oscillatorn som har Hamiltonianen

$$\mathcal{H} = \frac{Q^2}{2C} + \frac{\phi^2}{2L}, \quad (2.3)$$

där Q är kondensatorns laddning och ϕ är det magnetiska flödet genom induktansen. Den första (andra) termen i Ekv. (2.3) representerar energin lagrad i kondensatorn (induktansen). På kvantnivå omvandlas Q och ϕ för LC -oscillatorn till kvantoperatorer med kommuteringsförhållandet $[\phi, Q] = i\hbar$. Utifrån dessa kan nya operatorer definieras enligt $n = Q/2e$, vilket motsvarar antalet elektronpar, respektive $\phi = 2\pi\phi/\phi_0$, vilket motsvarar det reducerade magnetiska flödet med magnetiskt flödeskvantum $\phi_0 = h/(2e)$. Operatorerna uttrycks sedan i förhållande till skapelse- och förintelseoperatorerna (a^\dagger respektive a) enligt $n = [E_L/(32E_C)]^{1/4} \cdot j(a - a^\dagger)$ och $\phi = (2E_C/E_L)^{1/4} \cdot (a + a^\dagger)$. Skapelse- och förintelseoperatorerna har, som är känt, kommutationsrelationen $[a, a^\dagger] = 1$. Här är $E_C = e^2/(2C)$ och $E_L = (\phi_0/2\pi)^2/L$. Kommuteringsförhållandet är $[\phi, n] = i$. Med detta kan Ekv. (2.3) skrivas om till Hamiltonianen för en kvantmekanisk harmonisk oscillator (QHO)

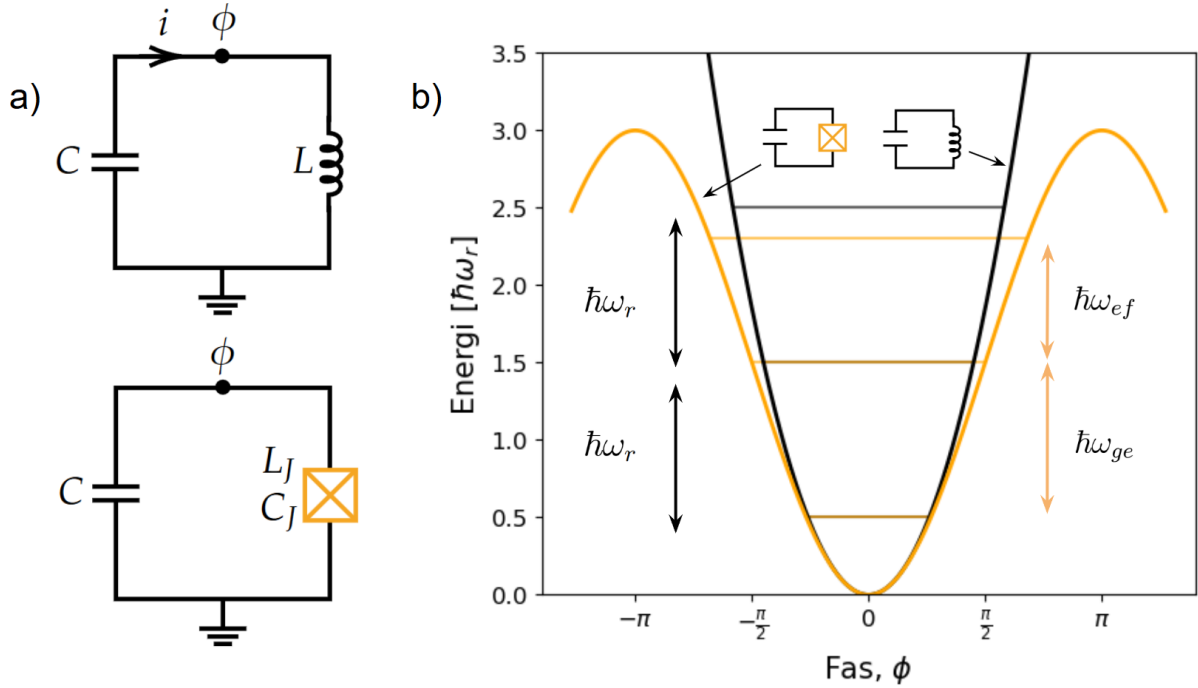
$$\mathcal{H}_{\text{QHO}} = 4E_C n^2 + \frac{1}{2}E_L \phi^2 = \hbar\omega_r \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right), \quad (2.4)$$

där $\omega_r = \sqrt{8E_C E_L}/\hbar$ är resonansfrekvensen.

En transmon-kvantbit behandlas approximativt som ett *tvånivå-system* men detta innebär inte att högre energinivåer inte existerar. För att transmon-kvantbiten ska kunna övergå mellan sina två första tillstånd, $|g\rangle$ och $|e\rangle$, utan att exciteras till högre tillstånd måste således övergångsfrekvensen ω_{ge} kunna anropas individuellt. I en QHO, som beskrivs av Ekv. (2.4), är energiseparationen mellan närliggande tillstånd konstant, vilket åskådliggörs i Fig. 2.2; QHO:n kan därför inte användas som en kvantbit. För att lösa detta problem införs ett icke-linjärt kretselement i LC -oscillatorn; detta kretselement kallas för en Josephsonövergång (JJ) och åskådliggörs i Fig. 2.2. JJ:n är en supraledande komponent bestående av två supraledare separerade av en isolator; den modifierar \mathcal{H}_{QHO} så att den potentiella energin går från kvadratisk i ϕ till cosinusformad. Hamiltonianerna är därför endast identiska upp till andra ordningens term i Taylorutvecklingen; ytterligare termer är störningar som introducerar en anharmonicitet i potentialen upp till ordning ϕ^4 . Med en JJ får Ekv. 2.4 formen

$$\mathcal{H}_{\text{JJ}} = 4E_C n^2 - E_J \cos \phi \approx \underbrace{\hbar\omega_q \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right)}_{\mathcal{H}_{\text{QHO}}} - \underbrace{\frac{1}{2}\hbar E_C a^\dagger a^\dagger a a}_{\text{Anharmonicitet}}, \quad (2.5)$$

där $\omega_q = (\sqrt{8E_J E_C} - E_C)/\hbar$ är transmon-kvantbitens resonansfrekvens, $E_J = I_c \phi_0/2\pi$ och I_c är den kritiska strömmen för JJ:n, vilket är den maximala ström som kan passera övergången utan att det supraledande tillståndet bryts [22]. Som framgår ur Fig. 2.2 avtar energiseparationen mellan olika närliggande tillstånd för ökande energi. Denna effekt, som induceras av anharmoniciteten i \mathcal{H}_{JJ} , gör att varje övergångsfrekvens kan anropas



Figur 2.2: (a) Den övre kretsen är en LC -krets med induktans L och kapacitans C . Den nedre kretsen är en modifierad, supraledande LC -krets, där en JJ med induktans L_J och kapacitans C_J har ersatt induktansen L . (b) Potentialerna hos en QHO (svart) och transmon-kvantbit (gul) med tillhörande energinivåer. QHO:n har konstant energiseparation mellan närliggande tillstånd, vilket är karaktäristiskt för en harmonisk oscillator. Transmon-kvantbiten har avtagande energiseparation mellan tillstånden, vilket uppkommer på grund av anharmoniciteten i dess potential.

individuellt. Transmon-kvantbiten, bestående av en modifierad LC -oscillator med en JJ, kan således användas som en kvantbit.

JJ:n har en kapacitans C_J , vilket gör att kapacitansen i uttrycket för E_C ändras till $C_\Sigma = C + C_J$. Det som utmärker transmon-kvantbiten är att energin i JJ:n är mycket högre än i kondensatorn, det vill säga att $E_J \gg E_C$. Detta förhållande mellan E_J och E_C gör transmon-kvantbiten mindre känslig mot laddningsfluktuationer [12], som försämrar prestandan hos tidigare kvantbitar [11]. Olikheten uppnås genom att man väljer $C \gg C_J$, vilket gör att E_C minskar eftersom den är omvänt proportionell mot kapacitansen.

Realiseringen av transmon-kvantbiten utnyttjar, som tidigare nämnt, endast de två lägsta energitillstånden. Hamiltonianen i Ekv. (2.5) kan då approximeras av

$$\mathcal{H}_{\text{transmon}} = \frac{1}{2} \hbar \omega_q \sigma_z, \quad (2.6)$$

där ω_q är transmon-kvantbitens resonansfrekvens. Notera att högre nivåer fortfarande har en fysikalisk existens som kan utnyttjas vid behov.

2.3 Drivning av transmon-kvantbiten

I vid mycket låga temperaturen undertrycks excitationer orsakade av brus, men transmon-kvantbiten kan fortfarande relaxera [13]. I termisk jämvikt ($t \rightarrow \infty$) kommer den därför idealt befinna sig utslutande i grundtillståndet $|g\rangle$. För att nå tillståndet $|e\rangle$ måste transmon-kvantbiten således exciteras på något sätt. Detta kan åstadkommas genom att

driva den med en mikrovågssignal, $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega_d t)$, som skickas via en transmissionsledning [13]. Drivfrekvensen ω_d väljs i närheten av ω_q ; den höga frekvensen gör tillsammans med transmon-kvantbitens utformning att signalens påverkan kan approximeras som en dipol [23]. Mikrovågssignalernas interaktion med transmon-kvantbiten modelleras därför som $\mathcal{H}_{\text{int}} = -\vec{E}_0 \cdot \vec{d} \cos(\omega_d t)$, där $\vec{d} = \vec{d}_0 \sigma_x$ är dipolmomentet och $\sigma_x = |e\rangle \langle g| + |g\rangle \langle e|$ är Paulis x -operator. Den drivna transmon-kvantbiten beskrivs genom att inkludera drivningstermen i Ekv. (2.6), vilket ger Hamiltonianen

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\text{transmon}} + \mathcal{H}_{\text{int}} = \frac{1}{2} \hbar \omega_q \sigma_z - \vec{E}_0 \cdot \vec{d}_0 \cos(\omega_d t) \sigma_x. \quad (2.7)$$

Denna drivning inför ett tidsberoende i vågfunktionen så att Ekv. (1.1) ändras till

$$|\psi(t)\rangle = \alpha(t) e^{-E_g t/\hbar} |g\rangle + \beta(t) e^{-E_e t/\hbar} |e\rangle. \quad (2.8)$$

Sannolikhetsamplitudernas tidsevolution kan bestämmas genom att sätta in Ekv. (2.7) och Ekv. (2.8) i den tidsberoende Schrödinger-ekvationen, vilket ger två kopplade differentialekvationer för $\alpha(t)$ och $\beta(t)$. Ur dessa kan $\beta(t)$ lösas för begynnelsevillkoren $\beta(0) = 0$ och $\alpha(0) = 1$, vilket sedan gör det möjligt att uttrycka förändringen av sannolikheten att transmon-kvantbiten befinner sig i $|e\rangle$ som

$$P_e \equiv |\beta(t)|^2 = \frac{\mathcal{V}^2}{\Omega_R^2 \hbar^2} \sin^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right), \quad (2.9)$$

där $\mathcal{V} = \langle e | \vec{E}_0 \cdot \vec{d} | g \rangle$ och $\Omega_R \equiv \sqrt{(\Delta\omega)^2 + \mathcal{V}^2/\hbar^2}$ är den så kallade Rabi-frekvensen. Om frekvensförskjutningen $\Delta\omega \equiv \omega_q - \omega_d = 0$ framgår det ur Ekv. (2.9) att amplituden $\mathcal{V}^2/(\Omega_R^2 \hbar^2) = 1$. Således kan transmon-kvantbiten drivas helt in i tillståndet $|e\rangle$ ($P_e = 1$ och $P_g = 0$) eller $|g\rangle$ ($P_e = 0$ och $P_g = 1$). Detta kallas för Rabi-drivning [21] och kan illustreras effektivt på Blochsfären; signalens amplitud och fas kan väljas för att åstadkomma rotationer runt exempelvis x - eller y -axeln. En viktig drivsignal är den så kallade π -pulsen [21], som roterar tillståndet en vinkel π runt x -axeln och tar det från tillstånd $|g\rangle$ till $|e\rangle$, eller vice versa.

2.4 Avläsning av transmon-kvantbiten

Transmon-kvantbiten kan avläsas med hjälp av dispersiv avläsning. Inledningsvis ser man till att transmon-kvantbiten är sammanflätad med en observerbar storhet hos en supraleddande resonator, vilket gör att resonatorn fungerar som en prob. Information om transmon-kvantbitens tillstånd kan då erhållas genom interaktion med resonatorn istället för med transmon-kvantbiten själv [13]. Teorin för detta avsnitt baseras på beskrivningen av P. Krantz m.fl. [13] förutom om något annat anges.

Interaktionen mellan transmon-kvantbiten och resonatorn beskrivs av Jaynes-Cummings-Hamiltonianen

$$\mathcal{H}_{\text{JC}} = \underbrace{\frac{1}{2} \hbar \omega_q \sigma_z}_{\mathcal{H}_{\text{transmon}}} + \underbrace{\hbar \omega_r a^\dagger a}_{\mathcal{H}_{\text{QHO}}} + \underbrace{\hbar g (\sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger)}_{\mathcal{H}_{\text{int}}}. \quad (2.10)$$

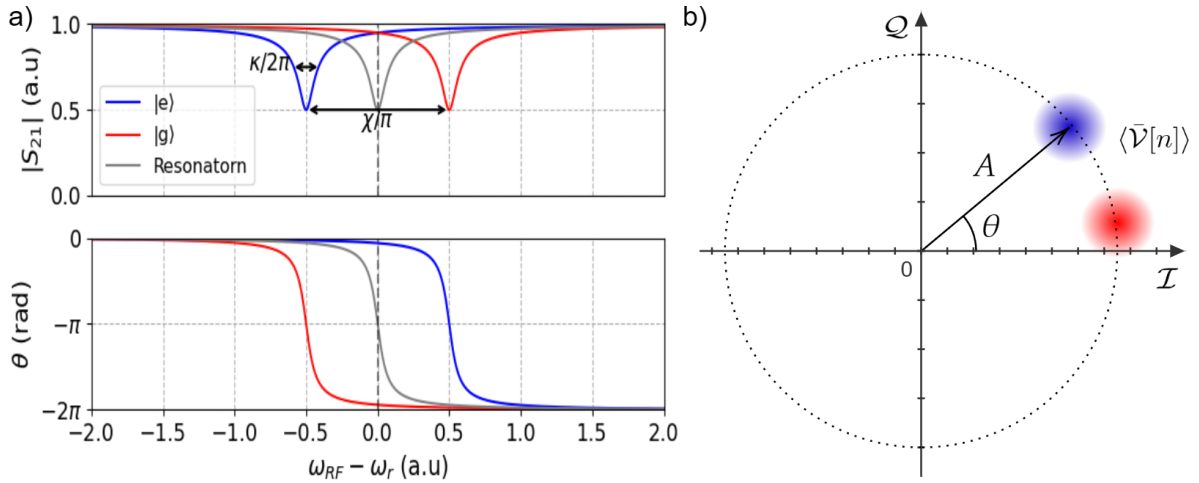
Den sista termen beskriver interaktionen mellan systemen, där g är kopplingsstyrkan mellan resonatorn och transmon-kvantbiten. \mathcal{H}_{int} är således en omskrivning Ekv. (2.7) med en kvantmekanisk beskrivning av det elektriska fältet, \vec{E}_0 [23].

2.4.1 Dispersiv avläsning

I den dispersiva gränsen, det vill säga då $g, \kappa \ll \Delta = |\omega_q - \omega_r|$, där κ är resonatorns spektrala linjebredd, finns inget direkt energiutbyte mellan resonatorn och transmon-kvantbiten; istället påverkar de varandras frekvenser. Detta kan illustreras genom att tillämpa den dispersiva approximationen, som är en andra ordningens störningsutveckling i parametern g/Δ , på Hamiltonianen i Ekv. (2.10), vilket ger

$$\mathcal{H}_{\text{disp}} = \underbrace{\hbar(\omega_r + \chi\sigma_z)}_{\omega_r\text{-skifte}} a^\dagger a + \frac{1}{2} \hbar \tilde{\omega}_q \sigma_z \quad (2.11)$$

där $\chi = g^2/\Delta$ är det dispersiva frekvensskiftet och $\tilde{\omega}_q = \omega_q + g^2/\Delta$ är transmon-kvantbitens skiftade frekvens, vilket beror på vakuumsfluktuationer i resonatorn. För tillstånden $|e\rangle$ och $|g\rangle$ har σ_z egenvärdet $+1$ respektive -1 , varför resonatorn får resonansfrekvensen $\omega_r \pm \chi$ beroende på transmon-kvantbitens tillstånd. Tillståndet kan bestämmas genom att frekvensen mäts — se Fig. 2.3.



Figur 2.3: (a) Den transmitterade signalens amplitud $|S_{21}|$ och fas θ från resonatorn med linjebredd κ för transmon-kvantbiten i $|g\rangle$ (blå) och $|e\rangle$ (röd) som funktion av frekvensen i fallet där $\omega_r > \omega_q$. De grå kurvorna visar referensfallet då resonatorn inte är kopplad till transmon-kvantbiten. (b) En illustration av $\mathcal{I}\mathcal{Q}$ -planet för punkter extraherade med hjälp av heterodyn detektion. Den horisontella (vertikala) axeln representerar realdelen (imaginärdelen) av den komplexa spänningsutsignalen, \mathcal{V} . Mittpunkten av det blå punktmolnet utgörs av ett komplext ensemblemedelvärde $\langle \bar{\mathcal{V}}[n] \rangle$ med amplitud $A = |S_{21}| = A_{\text{RF}} A_{\text{LO}}/8$ och fas $\theta = \theta_{RO}$ enligt Ekv. (2.16). Avvikelser från ensemblemedelvärdet ger upphov till att punkterna bildar punktmoln. Varje punktmoln motsvarar i detta fall populationen P_g — som introduceras i Avsn. 3.1 — för en transmon-kvantbit som förberetts i tillståndet $|g\rangle$ (röd) respektive $|e\rangle$ (blå). Tillståndsseparationen utgörs av avståndet mellan respektive ensemblemedelvärde.

De observerbara storheterna hos resonatorn, som gör att transmon-kvantbitens tillstånd kan avläsas, är inbakade i utsignalen som har formen av en komplex spänning \mathcal{V} . Denna spänning kan skrivas som $\mathcal{V} \equiv \mathcal{I} + j\mathcal{Q}$, där kvadraturerna \mathcal{I} och \mathcal{Q} är de observerbara storheterna. Avläsningskretsen, bestående av bland annat resonatorn, kan mäta antingen reflektionen eller transmissionen av insignalen. I denna rapport betraktar vi endast spridningsparametern för transmissionssignalen, som vanligtvis betecknas S_{21} .

I en plot av \mathcal{I} mot \mathcal{Q} , det vill säga en \mathcal{IQ} -plot, för en mätserie erhålls den bästa tillståndsdiskrimineringen när tillstånden är maximalt separerade från varandra. Det visar sig att detta sker när probens frekvens ligger precis mellan resonansfrekvenserna för $|g\rangle$ och $|e\rangle$. Det gäller då att amplituden hos den transmitterade signalen är identisk för båda tillstånd, varför all information om transmon-kvantbiten finns i fasen θ — se Fig. 2.3. Dessutom är ett designkrav att $\chi = \kappa/2$ för att maximera tillståndens synlighet.

En avläsning görs genom att en ton med probfrekvens ω_{RF} skickas mot resonatorn. Den transmitterade signalen är då

$$s(t) = A_{\text{RF}} \cos(\omega_{\text{RF}}t + \theta_{\text{RF}}), \quad (2.12)$$

där A_{RF} och θ_{RF} är de tillståndsberoende amplitud- och faskomponenterna som ska mätas. För enklare analys kan signalen i ekvation (2.12) skrivas om som produkten mellan en fasor och en tidsberoende exponential enligt

$$s(t) = \Re\{A_{\text{RF}}e^{j\theta_{\text{RF}}}e^{j\omega_{\text{RF}}t}\}, \quad (2.13)$$

där $A_{\text{RF}}e^{j\theta_{\text{RF}}}$ är en tidsberoende fasor. För att läsa av transmon-kvantbiten måste de reella och komplexa komponenterna av fasorn i Ekv. (2.13) mätas från

$$A_{\text{RF}}e^{j\theta_{\text{RF}}} = A_{\text{RF}} \cos(\omega_{\text{RF}}t + \theta_{\text{RF}}) + jA_{\text{RF}} \sin(\omega_{\text{RF}}t + \theta_{\text{RF}}) \equiv \mathcal{I} + j\mathcal{Q}, \quad (2.14)$$

så att amplituden A_{RF} och fasen θ_{RF} kan bestämmas.

2.4.2 \mathcal{IQ} -mixning och heterodyn detektion

För att extrahera \mathcal{I} och \mathcal{Q} genomförs en så kallad heterodyn detektion med hjälp av en \mathcal{IQ} -mixer. Den underliggande principen bygger på att signalen $s(t)$ från Ekv. (2.12) och en referenssignal från en lokal oscillator, $y(t) = A_{\text{LO}} \cos(\omega_{\text{LO}}t)$, matas till \mathcal{IQ} -mixern. Därefter delas $s(t)$ upp i två identiska komponenter $s(t)/2$ som skickas till \mathcal{I} - respektive \mathcal{Q} -grenen. I \mathcal{I} -grenen (\mathcal{Q} -grenen) multipliceras $s(t)/2$ med $y(t)/2$ ($y(t)e^{j\frac{\pi}{2}}/2$). I båda grenar kommer utsignalerna $\mathcal{I}(t)$ och $\mathcal{Q}(t)$ innehålla frekvenskomponenter av typen $\omega_{\text{IF}} = \omega_{\text{RF}} \pm \omega_{\text{LO}}$. Signalerna lågpasfilteras därefter så att enbart $\omega_{\text{RF}} - \omega_{\text{LO}}$ -delen behålls och blir $\mathcal{I}_{\text{IF}}(t)$ respektive $\mathcal{Q}_{\text{IF}}(t)$. Dessa signaler digitaliseras sedan för att med hjälp av heterodyn detektion beräkna komponenterna \mathcal{I} och \mathcal{Q} och därigenom A_{RF} respektive θ_{RF} .

I heterodyn detektion används en lokal oscillator med frekvens ω_{LO} som är förskjutet med en mellanliggande frekvens ω_{IF} för att identifiera den unika avläsningsfrekvensen ω_{RF} . Detta gör att den sökta amplituden A_{RF} och fasen θ_{RF} kan bestämmas. Inledningsvis används en analog \mathcal{IQ} -mixer där, som nämt ovan, $\omega_{\text{IF}} = |\omega_{\text{RF}} - \omega_{\text{LO}}| > 0$. Detta ger signalerna $\mathcal{I}_{\text{IF}}(t)$ och $\mathcal{Q}_{\text{IF}}(t)$, som digitaliseras som

$$\mathcal{I}_{\text{IF}}[n] = \frac{A_{\text{RF}}A_{\text{LO}}}{8} \cos(\Omega_{\text{IF}}n + \theta_{\text{RF}}), \quad \mathcal{Q}_{\text{IF}}[n] = \frac{A_{\text{RF}}A_{\text{LO}}}{8} \sin(\Omega_{\text{IF}}n + \theta_{\text{RF}}), \quad (2.15)$$

där $n = t/\Delta t$ är samplingnumret, $\Omega_{\text{IF}} = \omega_{\text{IF}}\Delta t$ och Δt är samplingperioden. För att illustrera detta i \mathcal{IQ} -planet betraktas den diskreta signalen $\mathcal{V}_{\text{IF}}[n] \equiv \mathcal{I}_{\text{IF}}[n] + j\mathcal{Q}_{\text{IF}}[n]$ från Ekv. (2.15). För att erhålla ett uttryck som är enkelt att analysera definieras vidare $\mathcal{V}[n] \equiv \mathcal{V}_{\text{IF}}[n]e^{-j\Omega_{\text{IF}}n}$. Normalisering över alla datapunkter M ger slutligen ett önskat uttryck:

$$\bar{\mathcal{V}}[n] = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \mathcal{V}[n] = \frac{A_{\text{RF}}A_{\text{LO}}}{8} e^{j\theta_{\text{RF}}}. \quad (2.16)$$

Ekv. (2.16) lägger grunden för single-shot-mätningar, där en stor mängd mätpunkter inhämtas för att erhålla ett ensemblemedelvärde $\langle \bar{\mathcal{V}}[n] \rangle$. Se illustrationen i Fig. 2.3.

3

Mätmetoder

I detta kapitel presenterar vi inledningsvis en allmän beskrivning av hur den effektiva temperaturen hos en transmon-kvantbit, T_{eff} , kopplas till dess termiska populationsfördelning enligt Maxwell-Boltzmannstatistiken. Därefter redogör vi för tre framstående metoder för mätning av T_{eff} hos transmon-kvantbitar baserat på vårt tillämpningsområde: single-shot-metoden, Rabi-populationsmetoden och korrelationsmetoden. Slutligen presenterar vi de konkreta kriterier som skall användas för att jämföra metoderna.

Utöver metoderna ovan identifierade vi ytterligare en metod [16, 20, 24]. Vi valde däremot inte att implementera metoden experimentellt på basis av de litteraturstudierrelaterade kriterierna i Avsn. 3.5.

3.1 Termiska populationer och effektiv temperatur

Antag att den termiska populationen hos en transmon-kvantbit är P_i för ett givet tillstånd $|i\rangle$ och att den kan mätas för åtminstone $i = 0, 1, 2, \dots, N$. Antag vidare att transmon-kvantbiten är i termisk jämvikt med en omgivning modellerad som ett värmebad med temperatur T_{bad} . De termiska populationerna beskrivs då av Maxwell-Boltzmannstatistiken enligt

$$P_i = \frac{e^{-\beta E_i}}{\mathcal{Z}}, \quad (3.1)$$

där E_i är energin hos tillstånd $|i\rangle$, $\beta = 1/k_B T_{\text{eff}}$, $T_{\text{eff}} = T_{\text{bad}}$ är transmon-kvantbitens effektiva temperatur, k_B är Boltzmanns konstant och $\mathcal{Z} \equiv \sum_i^N e^{-\beta E_i}$ är partitionsfunktionen för en storkanonisk ensemble [16]. Notera att \mathcal{Z} innehåller information om alla tillstånd upp till $|N\rangle$. Mätningen av en enskild population ger således ingen information om tillståndet — istället betraktas kvoten mellan två populationer:

$$\frac{P_e}{P_g} = e^{-\beta(E_e - E_g)} \equiv e^{-\beta \hbar \omega_{ge}}, \quad (3.2)$$

där $\hbar \omega_{ge}$ är energiseparationen mellan $|g\rangle$ och $|e\rangle$ — se Avsn. 2.2. I verkligheten är transmon-kvantbiten i termisk jämvikt med många okorrelerade värmebad. Den effektiva temperaturen behöver då inte nödvändigtvis ha samma temperatur som någon av värmebaderna. För att lösa detta definieras den effektiva temperaturen

$$T_{\text{eff}} = \frac{\hbar \omega_{ge}}{k_B} \left(-\ln \frac{P_e}{P_g} \right)^{-1}. \quad (3.3)$$

Låg-temperaturgränsen (LTL) definieras som den temperatur där man kan göra approximationen

$$P_g + P_e \approx 1,$$

det vill säga där enbart $|g\rangle$ och $|e\rangle$ är ockuperade. För att beräkna T_{eff} räcker det således inom många mätmetoder med att mäta endast en population.

Det faktum att transmon-kvantbitens temperatur är högre än kryostatens lägsta temperatur [16–20] pekar mot att den utsätts för termiskt brus. Detta brus kan exempelvis innefatta heta kvasipartiklar, som påvisats utgöra ungefär 90 % av termiska excitationer [25]. En konsekvens av termiskt brus är dekoherens hos transmon-kvantbiten, det vill säga att den förlorar kvantinformation [13, 26]. Den typ av dekoherens som är väsentlig för denna rapport är relaxation, där transmon-kvantbiten förlorar energi till sin omgivning [13, 21]. Relaxation driver transmon-kvantbiten från $|e\rangle$ till $|g\rangle$, där sönderfallet sker exponentiellt under en karaktäristisk tid kallad för relaxationstiden, T_1 — efter T_1 sekunder har alltså populationen minskat med en faktor $1/e$.

3.2 Single-shot-metoden

Single-shot-metoden (SSM) är det mest naturliga tillvägagångssättet för inhämtning av populationsstatistik och bygger på att direkt mäta tillståndet hos en transmon-kvantbit i form av en kvantiserad respons [13, 16, 27]. Målet är att göra tillräckligt många mätningar för att erhålla statistik om populationsfördelningen hos transmon-kvantbiten [16]. Populationerna beräknas utifrån de erhållna mätpunkterna. För att mäta väl separerade kvanttillstånd — det vill säga erhålla en hög tilldelningsfidelitet — måste däremot mät-signalerna ofta förstärkas, då signalen, i alla fall vid en dispersiv avläsning, härstammar från endast ett fåtal fotoner i resonatorn. Detta kräver tillgång till en förstärkare, och kan utgöra en extra komplexitet. Men om experimentellt genomförbar, utgör SSM en utmärkt grund för trovärdig mätning av den effektiva temperaturen [16].

SSM som används i denna rapport är inspirerad av E. Ankerhold [16] och P. Krantz m.fl. [13] och bygger på dispersiv avläsning med heterodyn detektion, vilket diskuteras utförligt i Avsn. 2.4. För att inhämta populationsstatistiken för tillståndet $|g\rangle$ läses transmon-kvantbiten av direkt genom dispersiv avläsning. Detta upprepas 10 000 gånger. För att mäta populationsstatistiken för tillståndet $|e\rangle$ appliceras en π_{ge} -puls inför varje mätning, vilket gör att populationen i $|g\rangle$ och $|e\rangle$ byter plats. Efter pulstillämpningen utförs samma typ av dispersiv avläsning som för $|g\rangle$, även denna mätsekvens upprepas 10 000 gånger. Principen bygger alltså på att göra en enkel tvåpunktskalibrering som bestämmer, med hänsyn till små, kvarblivna (eller mer korrekt *residuala*) populationer, var nivån för 0 % och 100 % av populationen ligger. Datan för respektive tillstånd erhålls som en komplex spänning \mathcal{V} och delas upp komponentvis som realdelen \mathcal{I} och imaginärdelen \mathcal{Q} . Datan redovisas därefter som punktmoln i $\mathcal{I}\mathcal{Q}$ -planet — det principiella utseendet illustreras i Fig. 2.3. Punktmolnen för $|g\rangle$ och $|e\rangle$ separeras av en skiljelinje som utgörs av en linje vinkelrät mot linjen mellan ensemblemedelvärdena för respektive tillstånd. Därefter används huvudkomponentanalys för att projicera punktmolnen på huvudkomponentaxeln. Molnen modelleras sedan som viktade, bimodala Gaussiska fördelningar. Fördelningarna för de huvudsakliga moderna extraheras (störst vikt) sedan och betecknas som \mathcal{P}_i , $i = g, e$. Populationerna ges då av

$$P_g = \int_{-\infty}^{x_{\text{th}}} \mathcal{P}_g(x) dx, \quad P_e = 1 - P_g, \quad (3.4)$$

där tröskelvärdet x_{th} motsvarar skiljelinjens värde på huvudkomponentaxeln, och definieras som skärningen mellan fördelningarna \mathcal{P}_i . Den effektiva temperaturen kan därefter bestämmas med Ekv. (3.3).

3.3 Rabi-populationsmetoden

Rabi-populationsmetoden (RPM) introducerades för första gången av K. Geerlings m.fl. [17], men även modifierats av X.Y. Jin m.fl. [18]. Metoden bygger på att kontinuerligt och koherent Rabi-driva med vinkeln θ , mellan $|e\rangle$ och $|f\rangle$. Detta görs antingen genom att variera amplituden eller längden av driv-pulserna [16]. Därefter avläses tillståndet $|g\rangle$ eller $|e\rangle$ beroende på det specifika protokollet som används [17, 18]. Om spridningsparametern $|S_{21}|$ plottas erhålls en sinusoidal kurva. Amplituden av den erhållna kurvan motsvarar då mätsignalen $A_1 = \alpha_1(P_e - P_f)$, där α_1 är proportionalitetskonstanten för denna övergång [16]. Proportionalitetskonstanten är inte samma för alla övergångar. Information om P_g kan ändå fås om en π_{ge} -puls appliceras och P_e samt P_g byts ut; Rabi-drivning för samma övergång ger då en ny signal med amplituden $A_0 = \alpha_1(P_g - P_f)$, referenssignalen. En illustration för hur de uppmätta signalerna kan se ut visas i Fig. 3.1. I LTL är $P_f \approx 0$ och $P_g + P_e = 1$; detta leder till att P_e kan beräknas från amplituderna enligt

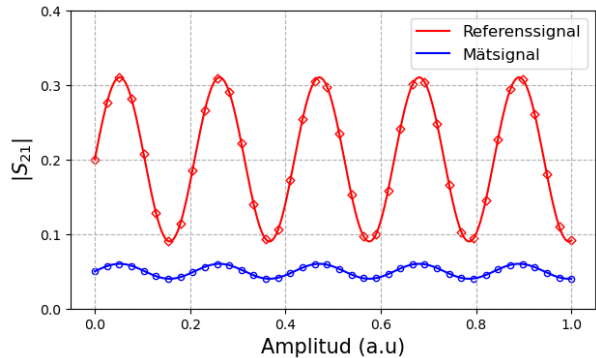
$$P_e = \frac{A_1}{A_1 + A_0}, \quad (3.5)$$

där proportionaliteteskonstanten divideras bort [16]

RPM beror på signalamplituder, vilket uppnår god SNR utan användning av förstärkare. Däremot har RPM sina begränsningar; för högre temperaturer gäller inte längre approximationen $P_f = 0$, varför approximationen $P_g = 1 - P_e$ inte heller gäller. För låga temperaturer blir amplituden för mätsignalen liten eftersom den är proportionell mot P_e och P_g . Detta gör att den eventuellt inte når över brusnivån, varför ett sinusoidalt beteende, och därigenom signalamplituden, inte kan identifieras [16].

K. Geerlings m.fl. lyckades mäta P_e på så lågt som 0,5%. Temperaturen i kryostaten var då 17 mK och $T_{\text{eff}} = 45$ mK. X. Y. Jin m.fl lyckades med deras implementation av RPM mäta ner till 0,1%, motsvarande $T_{\text{eff}} = 35$ mK [18].

Vi implementerar RPM som bygger på de ovan beskrivna principerna och är inspirerad av protokollet introducerat av K. Geerlings m.fl. [17]. För att utläsa referensamplituden, A_0 , appliceras först en π_{ge} -puls varefter populationen Rabi-drivs mellan $|e\rangle$ och $|f\rangle$. Därefter appliceras ytterligare en π_{ge} -puls varpå transmon-kvantbiten avläses i tillstånd $|g\rangle$. Detta upprepas 1024 gånger för 61 separata punkter. Medelvärde av de 1024 mätningarna tas för varje punkt. För att mäta mätamplituden, A_1 , Rabi-drivs enbart populationen mellan $|e\rangle$ och $|f\rangle$, varefter transmon-kvantbiten avläses; även detta upprepas 1024 gånger för 61 punkter. De inhämtade datapunkterna illustreras sedan i en $A\mathcal{V}$ -plot och kurvanpassas med en sinusoidal modell. Amplituderna från kurvanpassningen används sedan i Ekv. (3.5) för att beräkna populationerna och därigenom den effektiva temperaturen.



Figur 3.1: Illustrativ plot över ett möjligt resultat från en mätning med RPM. Spridningsparameterns amplitud S_{21} som en funktion av pulsamplituden illustreras där den röda respektive blå kurvan motsvarar referenssignalen och mätsignalen. De sinusformade kurvorna är anpassade efter mätdatan som är punktmarkerad. Mätdatan i sig är medelvärderad över flertalet mätvärden för varje pulsamplitud A .

3.4 Korrelationsmetoden

Korrelationsmetoden (CM) är en ny metod, introducerad för första gången av A. Kulikov m.fl. år 2020 [19]. Metoden är inte vedertagen men har lyfts fram som en potentiell metod för temperaturmätning [16]. Metoden bygger på att mäta första ordningens korrelationsfunktion, $g^{(1)}(\tau) = \langle V(0)V(\tau) \rangle$, som vid $\tau = 0$ ger ett fullständigt korrelerat resultat, $g^{(1)}(0) = P_g V_g^2 + P_e V_e^2$, och kan relateras direkt till P_e . Detta kan således kringgå behovet att involvera tillstånd $|f\rangle$ jämfört med exempelvis RPM. Inledningsvis genomförs en single-shot mätning för att få väntevärdet av spänningen, det vill säga $g^{(0)} = P_g V_g + P_e V_e \equiv \tilde{V}_g$. Ytterligare en kalibreringsmätning med hjälp av en π -puls förflyttar tillståndspopulationerna och ger $g_\pi^{(0)} = P_e V_g + P_g V_e \equiv \tilde{V}_e$. Både $g^{(0)}$ och $g_\pi^{(0)}$ är nollte ordningens korrelationsfunktioner [19].

Experimentellt används spridningsparametern S_{21} som normaliseras till den reella, enhetslösa spänningen med hjälp av \tilde{V}_g och \tilde{V}_e enligt [19]

$$\bar{V} \equiv \Re \left[(V - \tilde{V}_g) / (\tilde{V}_e - \tilde{V}_g) \right]. \quad (3.6)$$

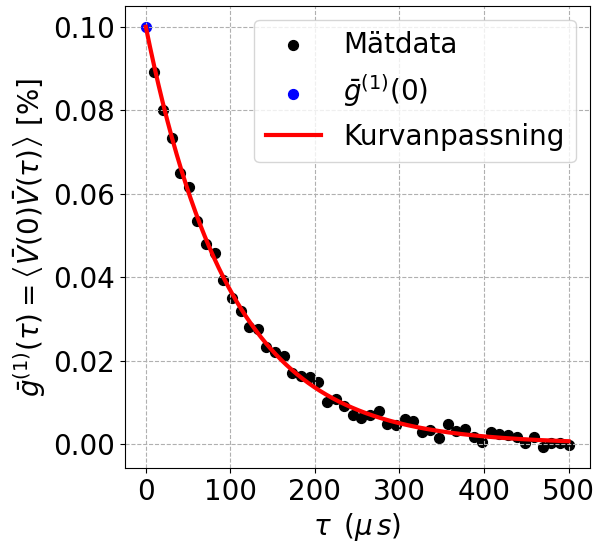
Detta medför att korrelationsfunktionerna enklare kan skrivas som $\bar{g}^{(0)} \equiv P_g \bar{V}_g + P_e \bar{V}_e = 0$ och $\bar{g}_\pi^{(0)} \equiv P_e \bar{V}_g + P_g \bar{V}_e = 1$, vilket effektivt projicerar spänningen på en relativ axel och förenklar uttrycket för den exciterade tillståndspopulationen. I LTL kan uttrycket för den exciterade populationen i termer av första ordningens korrelationsfunktion uttryckas enligt följande:

$$P_e = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{1 + 4\bar{g}^{(1)}(0)}} \simeq \bar{g}^{(1)}(0), \quad (3.7)$$

där $\bar{g}^{(1)}(\tau = 0) = \langle \bar{V}(0)\bar{V}(\tau) \rangle|_{\tau=0} = P_g \bar{V}_g^2 + P_e \bar{V}_e^2$. Mätmetoden bygger därmed på att finna $\bar{g}^{(1)}(0)$ för att direkt kunna relatera den till P_e .

Några fördelar med CM är att den varken kräver hög fidelitet eller SNR. Däremot fungerar metoden bäst vid användning av en förstärkare – även om det inte är nödvändigt – vilket kan, liksom single-shot-metoden, utgöra en komplexitet.

Vi implementerar CM med inspiration från ovanstående beskrivning. Först utläses \tilde{V}_g och \tilde{V}_e genom att medelvärdera spänningssvaret från en single-shot-mätning, med 10000 avläsningar för $|e\rangle$ respektive $|g\rangle$. Därefter utfördes sekventiella avläsningar av transmon-kvantbiten med olika tidssteg $\tau \in [10, 500] \mu\text{s}$ där varje tidssteg mättes 2^{10} gånger. Om tillståndet vid någon tidpunkt mäts till att vara $|e\rangle$, kommer sekventiella mätningar vara korrelerade en tid därefter. Korrelationsfunktionen sönderfaller i takt med relaxationstiden T_1 . Genom mätning av olika tidsförskjutningar τ och beräkning



Figur 3.2: Teoretisk plot över ett resultat av en korrelationsmätning. Sönderfallet av $\bar{g}^{(1)}(\tau)$ kurvanpassat till $\gamma = 0,01 (\mu\text{s})^{-1}$ och $A = 0,1\%$ för mätdata. $\bar{g}^{(1)}(0)$ visas i blått och infereras från kurvanpassningen.

av korrelationen går det således att påvisa sönderfallet av korrelationsfunktionen $\bar{g}^{(1)}(\tau)$. För att bestämma P_e räcker det att bestämma $\bar{g}^{(1)}(0)$ enligt Ekv. (3.7), och därigenom beräkna transmon-kvantbitens effektiva temperatur.

Det går inte att göra två simultana mätningar varför $\bar{g}^{(1)}(0)$ måste infereras. Vi väljer att avvika från protokollet introducerat i [19] eftersom det egenkorrelerade resultatet $\langle \bar{V}(0)\bar{V}(0) \rangle$ inte bara innehåller allt brus η eftersom $\langle \eta(0)\eta(\tau) \rangle \approx 0$ då $\tau \neq 0$ [19] men dessutom för att den inte ger betydelsen vi söker. Istället infererar vi resultatet för $\tau = 0$ genom att kurvanpassa mätdata till en exponentiellt avtagande funktion $A \cdot \exp(-\gamma\tau)$, där γ förväntas motsvara $\frac{1}{T_1}$, och utvärdera denna för $\tau = 0$, se Fig. 3.2.

3.5 Jämförelsekriterier

I följande avsnitt presenteras de kriterier som används vid jämförelsen av mätmetoder. Först identifierades potentiella mätmetoder genom litteraturstudier; valet av dessa mätmetoder baserades på hur väl de kan tillämpas i LTL. Utifrån detta valdes SSM, RPM och CM medan en fjärde metod, kallad för tre-nivå-metoden [20], valdes bort.

I jämförelsen av mätmetoder betraktas den effektiva temperaturen T_{eff} , dess osäkerhet δT_{eff} , R^2 -mättet och metodspecifika prestandaparametrar. De metodspecifika prestandaparametrarna är \mathcal{F} och SNR för SSM, A_1 för RPM och γ hos CM. Parametrarna definieras i respektive metodpresentation eller i Avsn. A.2.

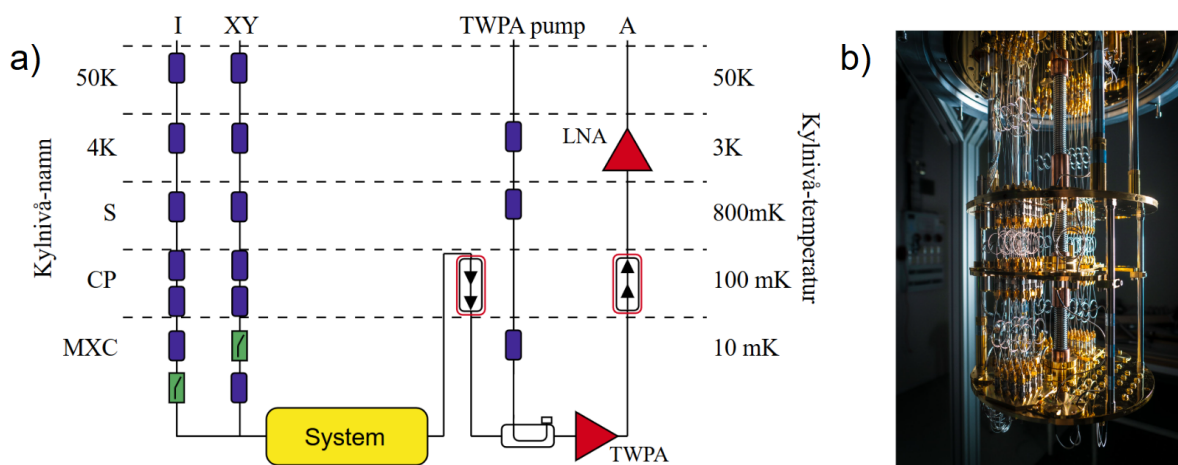
- T_{eff} och δT_{eff} : Ger ett direkt mått på hur väl metoden bestämt den effektiva temperaturen.
- R^2 : Talar om hur väl en kurvanpassning fångar upp variationer i data och ger ett mått på prestationen hos dataanalysen för respektive metod. Ett värde nära ett indikerar att kurvanpassningen fångar upp beteenden hos datan väl medan värden nära noll tyder på att kurvanpassningen inte återspeglar väsentliga trender i datan.
- \mathcal{F} och SNR: Metodspecifik prestandaparameter för SSM. \mathcal{F} är definierad på så sätt att den talar om hur stor missklassificeringen är, där $\mathcal{F} = 1$ innebär korrekt klassificering av populationerna. SNR talar om hur god tillståndsseparationen är; en mätning klassificeras som stark (eller pålitlig) om $\text{SNR} > 1$.
- A_1 : I lågtemperaturgränsen är populationen P_e mycket liten varför mätsignalamplituden, $A_1 \propto P_e$, kan vara gömd i omkringliggande brus. Prestationen av RPM indikeras därför av om A_1 kan bestämmas eller inte. Om mätsignalen är gömd i omkringliggande brus kan endast en osäker övre uppskattning av A_1 göras genom att det omkringliggande bruset kurvanpassas av en Gaussisk fördelning $\mathcal{N}(x|\mu, \sigma)$. Man väljer då $A_1 \leq 2\sigma$.
- γ : Det exponentiella avtagandet hos korrelationsfunktionen $\bar{g}^{(1)}(\tau)$ ska återspegla relaxationen e^{-t/T_1} av en exciterad population, där T_1 är relaxationstiden hos transmon-kvantbiten. Hur väl γ återspeglar $1/T_1$ är därför en viktig indikator på om det korrekta exponentiella avtagandet har identifierats eller inte.

4

Experimentell uppställning

I detta kapitel presenterar vi den experimentella uppställningen för undersökningen, vilken omfattar utspädningskryostat. Inledningsvis beskriver vi kryostaterna — deras kylmekanismer, komponenter och termiska belastningar. Fokuset ligger på att lyfta fram aspekter som möjligen kan påverka vilken effektiv temperatur, T_{eff} , transmon-kvantbiten antar för olika kylar. Slutligen presenteras genomförandet i två delar. Först utförs mätningar enbart i en kryostat för att fastställa den föredragna metoden för mätning av T_{eff} . Därefter implementerar vi den valda metoden, SSM, i fyra kryostat med olika konfigurationer med målet att kunna fastställa vilka komponentvisa skillnader som ligger till grund för den uppmätta effektiva temperaturen hos transmon-kvantbiten. Se diskussionen i Kap. 6 för att förstå varför vi valde SSM.

4.1 Kryostat

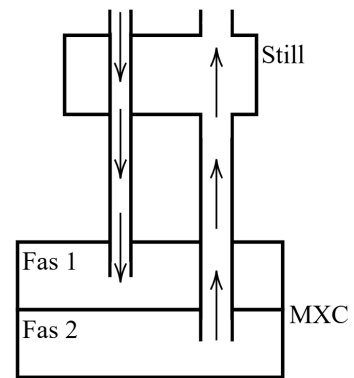


Figur 4.1: (a) Principiell skiss över en kylkonfiguration. Ett system bestående av en transmon-kvantbit och en resonator – systemet innehållande transmon-kvantbiten – sitter i anslutning till en ingångsledning, I, och en ledning direkt till kvantbiten, XY. I ledningarna sitter flertalet dämpare i blått, och lågpasfilter i grönt för signaler som färdas från rumstemperatur. Ledningen A används för att skicka signaler tillbaka till rumstemperatur. Som förstärkare används en lågbrusförstärkare (LNA) och dessutom ofta en parametrisk förstärkare med vandringsvåg (TWPA) i rött med tillhörande TWPA-pump. Samtliga ledningar leder upp eller ner genom olika temperaturnivåer i kryostatuppställningen. Eventuella avvikelser från denna konfiguration för de undersökta kryostaterna specificeras i texten. Figuren är delvis inspirerad av [15]. (b) En verklig kryostatkonfiguration med tillhörande ledningar, kylnivåer och dämpare.

En vanligt förekommande kryostatuppställning består av en utspädningskyl med nivåerna *destillatorn* (S), *kall platta* (CP) och *blandningskammare* (MXC), där transmonkvantbiten placeras i den sistnämnda. Nivåerna har progressivt lägre temperatur, med den lägsta temperaturen i MXC. Ett exempel på en kryostatkonfiguration åskådliggörs i Fig. 4.1, där systemet först förkyls (50 K, 4 K) till en temperatur lämplig för utspädningskylen. Utöver detta består uppställningen även av mikrovägsledningar som uppfyller funktioner för styrning och avläsning av kvantbitarna. Dessa mikrovägsledningar är försedda med dämpare, filter och förstärkare för signalbehandling i den kryogena miljön. I en utspädningskyl kan temperaturer på 2 mK uppnås [28].

4.1.1 Kylmekanismer

Utspädningskylen (Destillator, CP, MXC) utnyttjar en nedkyld blandning av två helium-isotoper, ^3He och ^4He , för att kylda ner till temperaturer på mK-skala [28]. Vid låga temperatur löses dessa inte helt i varandra, så att två faser bildas; fas 1, som är ^3He -rik, och fas 2 som är ^4He -rik, men med en liten mängd ^3He löst. Då ^3He pumpas från fas 1 in i fas 2 förbrukas energi på grund av entropiskillnaden i faserna, vilket resulterar i en nedkylning. Uppställningen för en utspädningskyl illustreras i Fig. 4.2. För att hindra fas 2 från att mätas av ^3He pumpas även dessa ut till destillatorn och upp där det kyls ner och transporteras tillbaka till MXC.



Figur 4.2: Exempel på en utspädningskyl.

Utspädningskylen kan inte kopplas direkt till rumstemperatur, då temperaturen vid destillatorn måste vara runt 1 K, vilket är varför systemet behöver förkylas. Vanligtvis används två stadier (50 K och 4 K från Fig. 4.1) av pulsrörkyllning för detta ändamål [29]. Pulsrörkyllning utnyttjar periodiska variationer i tryck för att kylda systemet [28].

4.1.2 Komponenter

De huvudsakliga komponenterna inuti en kryostat är dämpare, filter och förstärkare. Målet med dämpare och filter är att reducera antalet termiska fotoner som propagerar nedåt från rumstemperatur eller högre temperaturnivåer. Kostnaden av att dämpa signalen är en upphettning av dämparna. Således blir det viktigt att termalisera dessa komponenter för att förebygga uppvärmning, och minska antalet termiska fotoner som når MXC. Därför är ett kritiskt steg att medräkna både temperaturen och kylkraften av varje nivå i kylkonfigurationen för att kunna placera dämpare utefter det [30]. En dämpare fungerar effektivt som en stråldelare, exempelvis transmitterar en 20 dB-dämpare 1% av den inkommande strålningen, medan 99% konverteras till värme. Värmen som genereras balanseras genom att termiskt förankra dämparen till kylnivån [15, 30, 31]. Typiskt behövs en total dämpning om 60 dB för att reducera antalet termiska fotoner till $\approx 10^{-3}$. Om en kylnivå får en för hög temperatur, riskerar den att överväldiga kylkraften hos kryostaten [15]. För att motverka detta sprids dämparna ut över flertalet nivåer i kryostaten. Dessutom är det ibland fördelaktigt att seriekoppla två dämpare om 10 dB i samma nivå, snarare än att ha en dämpare om 20 dB, då den andra dämparen i det förstnämnda fallet

kan kompensera för eventuella termiska fotoner som den första genererar [30].

För transmon-kvantbitar är vanliga källor till brus foton-inducerat brus, samt förekomsten av varma kvasipartiklar [13, 18, 21]. Fotoninducerat brus härstammar från fluktuationer i fotonantalet i resonatorn som transmon-kvantbiten är kopplad till. För att reducera termiska fotoner används – förutom dämpare – filter. Typiskt används filter för att eliminera högfrekventa fotoner vid MXC, genererade från högre temperaturstadi-er eller rumstemperatur. Med högfrekventa filter hänsyftas filter som filtrerar ut högre frekvenser (>20 GHz) och släpper igenom frekvenser i storleksordningen av driv- och avläsnings signaler (<10 GHz). Högfrekventa fotoner riskerar att bilda varma kvasipartiklar, vars existens kan begränsa systemets koherens och orsaka oönskade excitationer hos transmon-kvantbiten [30]. Flertalet filter kan användas för att filtrera ut högfrekventa fotoner, där vanliga typer är *Eccosorb*-, och HERD-filtret (High energy radiation drain)[30]. Filter används både i ingångs- och utgångsledningar.

Avläsningsledningen är försedd med förstärkare som möjliggör detektion och avläsning av transmon-kvantbitens tillstånd. Här måste signalen förstärkas tillräckligt mycket för att vara i nivå med det kringliggande bruset [14, 31]. Vanliga förstärkare att använda i MXC är en kvantgränsförstärkare såsom en TWPA vilket förstärker mycket svaga signaler och ökar SNR. Däremot kräver dessa förstärkare ytterligare en ledning som kopplas till rumstemperatur. Detta introducerar möjligtvis ytterligare en brus-källa. Dessutom används ofta en lågbrusförstärkare (LNA) i 4K-stadiet. Vidare måste avläsningsledningen förses med isolatorer för att förhindra de förstärkta signalerna från att felaktigt återgå till MXC och orsaka dekoherens hos kvantbiten [14]. Dessa komponenter synliggörs i Fig. 4.1.

4.2 Kryostatkonfigurationer

Tabell IV.I: Sammanställning av skillnader mellan kryostatkonfigurationer. Här gäller förkortningarna BP: Bandpassfilter, HP: Högpasfilter, ES: Eccosorb, Lågpassfilter om inget annat anges.

Kryostat	Dämpare I/XY (dB)	Filter I/XY/A (GHz)	Förstärkare
<i>Pingu A</i>	80/60	8 / 8 / 4-8 BP + HERD	TWPA A + LNA
<i>Pingu B</i>	80/60	8 / 8 / 4-8 BP + HERD	TWPA B + LNA
<i>Loki</i>	80/60	8 / 8 / 4-8 BP + 8	LNA
<i>Lumi</i>	61/63	8 + ES / 8,5 + ES / 8 + 3 HP	LNA

Uppställningarna utgörs av fyra olika kryostatkonfigurationer snarlika Fig. 4.1. Dessa kallas för *Pingu A*, *Pingu B*, *Loki*, samt *Lumi* och finns på Chalmers Tekniska Högskola. Fullständiga konfigurationer för dessa finns i Avsn. A.1 och deras skillnader sammanställs i Tab. IV.I. Jämförelsen mellan uppställningarna grundar sig i vilka ingående komponenter som finns samt var de är placerade enligt Avsn. 4.1.2. *Loki*, och *Pingu A/B* har identiska ingångs- och drivledningar med en total dämpning om 80 dB/60 dB. De skiljer sig dock åt i avläsningsledningarna. *Pingu A/B* har en TWPA (TWPA A/B). Dessa förstärkare är identiskt designade, därför borde mätningar i båda, ur ett teoretiskt perspektiv, ge samma temperatur. På grund av icke-idealiteter introducerade vid fabrikation kan de dock generera olika resultat vid mätning.

I *Loki* följs två isolatorer direkt efter varandra men i *Pingu A/B* separeras de av en TWPA. *Lumi* har olikartade ingångs- och drivledningar. Placeringen av dämparna skiljer

sig åt och den totala dämpningen är 61 dB i ingångsledningen och 63 dB i drivledningen. I avläsningsledningen används inte en TWPA. Vidare är filterkonfigurationerna olika i uppställningarna. Ingångsledningarna är försedda med lågpassfilter med olika brytfrekvenser. *Lumi* är försedd med ett *Eccosorb LNF*-filter på ingångsledningen och *Pingu A/B* är försedda med ett HERD-filter på utgångsledningen. Vidare filtrerar *Lumi* enbart i CP-nivån på utgångsledningen.

4.3 Genomförande

Vårt genomförande är indelat i; en del som avser jämförelsen av mätmetoderna och en del om jämförelsen av kryostater. Temperaturen i samtliga kryostater var inställd på den lägsta nivån, $T \approx 8$ mK. Vi utförde mätningarna i RF-intervallet med frekvenser omkring $\omega/2\pi \approx 5$ GHz. Alla kalibreringsprocesser, till exempel bestämningen av kvantbitarnas övergångsfrekvenser, har utförts innan varje mätning.

4.3.1 Jämförelse av mätmetoder

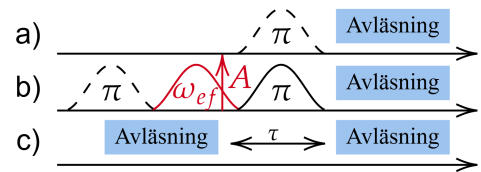
I syfte att fastställa den bäst lämpade metoden för mätning av den effektiva temperaturen hos en transmon-kvantbit, implementerade vi samtliga mätmetoder – SSM, RPM-, och CM – i en kryostat, *Pingu B*, där transmon-kvantbitens övergångsfrekvens anges i Tab. IV.II. Mätmetoderna genomfördes enligt beskrivningarna i Avsn. 3.2, Avsn. 3.3 respektive Avsn. 3.4. Pulssekvenserna som användes visas i Fig. 4.3. Vi jämför R^2 -mättet som presenteras i Avsn. A.2.

4.3.2 Jämförelse av kryostater

Med den valda mätmetoden, SSM, utförde vi mätningar i de resterande kryostaterna i syfte att jämföra dem. Vi genomförde mätningarna i *Pingu A*, *Pingu B*, *Loki* och *Lumi* med olika transmon-kvantbitar, vars övergångsfrekvenser anges i Tab. IV.II. Vi jämför F och SNR som presenteras i Avsn. A.2.

Tabell IV.II: Övergångsfrekvenser, $\omega_{ge}/2\pi$, hos transmon-kvantbitarna som användes i varje kryostat. Osäkerheten i frekvenserna fastställdes till ~ 200 kHz [32].

Kryostat	<i>Pingu A</i>	<i>Pingu B</i>	<i>Loki</i>	<i>Lumi</i>
$\omega_{ge}/2\pi$ [GHz]	4,256	4,766	4,334	4,235



Figur 4.3: Pulssekvenser för samtliga mätmetoder. a) Pulssekvens för SSM. Här inkluderas π -pulsen endast om populationsstatistiken för $|e\rangle$ mäts. b) Pulssekvens för RPM, som innefattar en puls med variabel amplitud med frekvensen ω_{ef} . Den första π -pulsen inkluderas endast om referensamplituden skall mätas. c) Utförandet av CM innefattar endast sekventiella avläsningar med en tidsförskjutning τ . Kalibreringen följer samma pulssekvens som SSM.

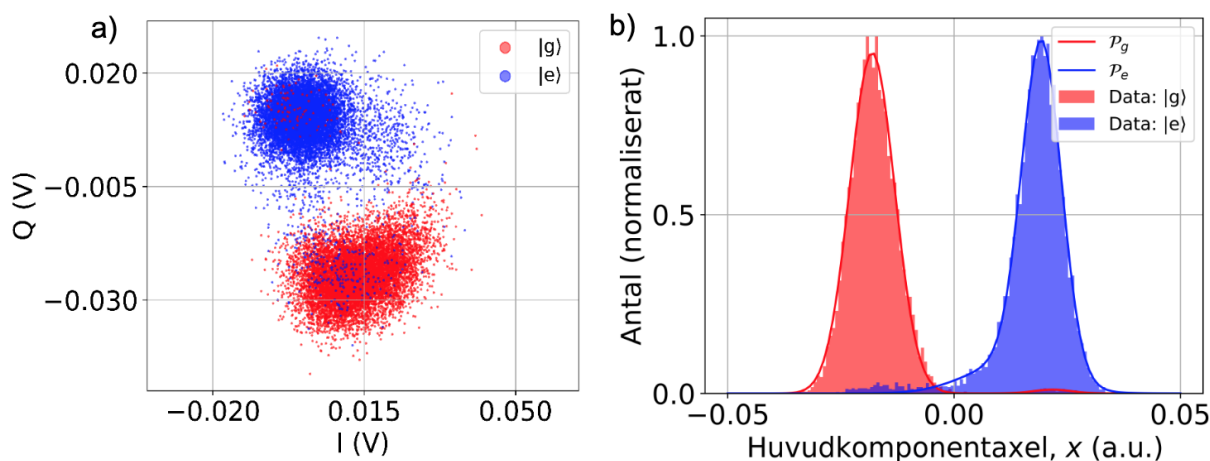
5

Resultat

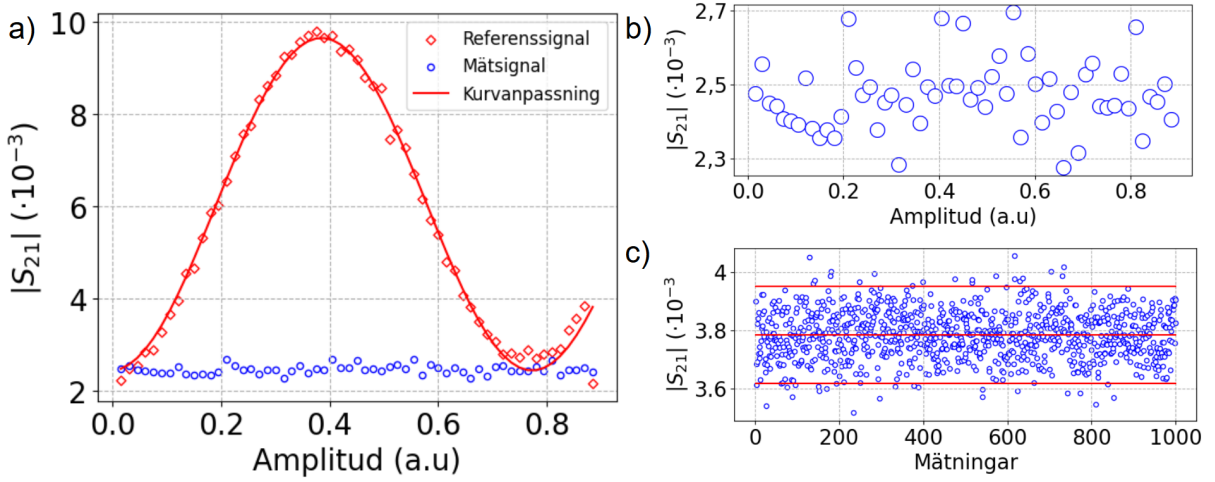
I detta kapitel presenterar vi resultatet för mätning av T_{eff} med dels mätmetoderna SSM, RPM och CM i kryostatet *Pingu B*, dels mätmetoden SSM i kryostaterna *Pingu A*, *Pingu B*, *Loki* och *Lumi*. Vi visar resultaten för jämförelsen av mätmetoder metodvis i form av figurer samt lyfter fram den viktigaste informationen och kompletterande värden i Tab. V.I. Vi sammanfattar resultaten som berör kryostatjämförelsen direkt i Tab. V.II.

5.1 Jämförelse av mätmetoder

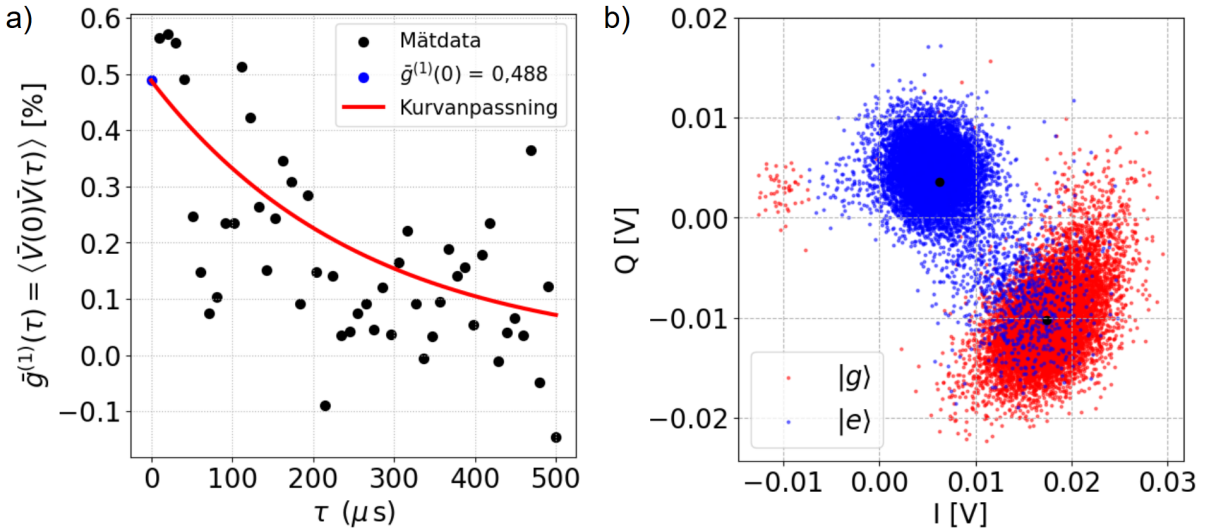
Vi har mätt T_{eff} hos en transmon-kvantbit med metoderna SSM, RPM och CM, från Kap. 3, i kryostatet *Pingu B*. Resultatet för SSM visas i Fig. 5.1.a i form av en \mathcal{IQ} -plot och i Fig. 5.1.b som visar de viktade, bimodala Gaussiska kurvanpassningarna av punktmolnen när de projicerats på huvudkomponentaxeln. Resultatet för RPM visas i Fig. 5.2.a i form av mät- och referenssignalen och i Fig. 5.2.b med en detaljvy av mätamplitudskurvan och i Fig. 5.2.c med en förtydligande figur av hur mätamplituden definierades i termer av det omkringliggande bruset. Resultatet för CM visas i Fig. 5.3.a i form av sönderfallet för $\bar{g}^{(1)}(\tau)$ samt i Fig. 5.3.b med kalibrerings-mätresultatet i form av en \mathcal{IQ} -plot. Slutligen sammanfattar vi de viktiga resultaten i Tab. V.I.



Figur 5.1: (a) \mathcal{IQ} -plotten från mätningen med SSM. Det röda (blå) punktmolnet motsvarar populationen P_g när transmon-kvantbiten förberetts i tillståndet $|g\rangle$ ($|e\rangle$). Populationen P_e kan observeras som det fåtal röda (blå) punkter i det blå (röda) molnet när transmon-kvantbiten förberetts i tillståndet $|g\rangle$ ($|e\rangle$). (b) Mätdata i (a) projicerad på huvudkomponentaxeln med maximal tillståndsseparation. Fördelningarna av datapunkter är modellerade med viktade, bimodala Gaussiska fördelningar, \mathcal{P}_g ($R^2 \approx 0,995$) respektive \mathcal{P}_e ($R^2 \approx 0,996$). Tröskelvärdet x_{th} definieras som skärningen mellan \mathcal{P}_g och \mathcal{P}_e mellan huvudmoderna, och skiljer P_g och P_e för respektive fördelning. Den effektiva temperaturen beräknades till $T_{\text{eff}} \approx 51,8 \pm 6.9$ mK.



Figur 5.2: (a) Spridningsparametern $|S_{21}|$ som funktion av amplituden för referens- (röd) respektive mätsignalen (blå) för mätningen med RPM. Referenssignalens kurvanpassning var relativt god ($R^2 \approx 0,989$) medan mätsignalens kurvanpassning (visas inte i figuren) var dålig ($R^2 \approx 0,009$). (b) En detaljvy av mätsignalen som visar ett slumpmässigt – och inte sinusformat – mönster hos datapunkterna; det krävdes därför en annan metod för att bestämma mätamplituden. (c) En ny mätning av mätsignalen med 999 datapunkter istället för 61 för att karaktärisera det omkringliggande bruset. Bruset modellerades med en Gaussisk fördelning vars standardavvikelse (σ) utgjorde en övre gräns för mätamplituden (A_1) enligt $2\sigma \geq A_1$. En övre gräns för den effektiva temperaturen blev $T_{\text{eff}} \approx 72,6 \pm 0,7$ mK.



Figur 5.3: (a) Det exponentiella sönderfallet hos första ordningens korrelationsfunktion, $\bar{g}^{(1)}(\tau) = \langle \tilde{V}(0)\tilde{V}(\tau) \rangle$, som funktion av tidsseparationen τ mellan successiva mätningar för mätningen med CM. Kurvanpassningen ges av $A \cdot \exp(-\gamma\tau)$, där $A \approx 0,488\%$ och $\gamma \approx 5,27 \cdot 10^{-3} (\mu\text{s})^{-1}$. Värdet på γ motsvarar $T_1 \approx 190 \mu\text{s}$ för transmon-kvantbiten. På grund av spridningen hos datapunkterna är kurvanpassningen relativt dålig ($R^2 \approx 0,457$). $\bar{g}^{(1)}(0) \approx 0,00488$ fås direkt från $\tau = 0$ i kurvanpassningen. Den beräknade effektiva temperaturen är $T_{\text{eff}} \approx 43,0 \pm 1,0$ mK. (b) \mathcal{IQ} -plot från kalibreringsmätningen med single-shot till CM. Härifrån erhålles de medelvärderade spänningssvaren \tilde{V}_g respektive \tilde{V}_e .

Tabell V.I: En sammanställning av resultatet från jämförelsen av mätmetoderna där SSM, RPM och CM implementerades i kryostatens *Pingu B* som presenteras i Fig. 5.1, Fig. 5.2 och Fig. 5.3. Utöver temperaturerna T_{eff} och R^2 -värdena presenteras kompletterande information om populationerna P_e och P_g , osäkerheten i populationerna $\delta P_{e/g}$, populationskvoten P_e/P_g samt osäkerheten i T_{eff} som härrör från modellosäkerheter. För R^2 -värdet hos SSM är upplägget: P_g/P_e . För RPM är upplägget: referenssignal/mätsignal.

Mätmetod	R^2	P_e [%]	P_g [%]	$\delta P_{e/g}$ [%]	P_e/P_g	T_{eff} [mK]
SSM	0,995/0,996	1,192	98,808	0,710	1,206	$51,8 \pm 6,9$
RPM	0,989/0,009	4,124	95,876	0,121	4,225	$\leq 72,6 \pm 0,7$
CM	0,457	0,488	99,512	0,063	0,490	$43,0 \pm 1,0$

5.2 Jämförelse av kryostater

Vi har mätt T_{eff} hos en transmon-kvantbit med metoden SSM i kryostaterna *Pingu A*, *Pingu B*, *Loki* och *Lumi*. Vi presenterar resultatet i Tab. V.II. Tabellen innehåller populationerna P_e och P_g med tillhörande osäkerheter $\delta P_{e/g}$, populationskvoten P_e/P_g , den beräknade effektiva temperaturen T_{eff} med tillhörande osäkerheter samt prestandaparametrarna \mathcal{F} (tilldelningsfideliteten) och SNR.

Tabell V.II: En sammanställning av resultatet från jämförelsen där SSM implementerades i kryostaterna *Pingu A*, *Pingu B*, *Loki*, och *Lumi*. Tabellen presenterar populationerna P_e och P_g med tillhörande osäkerheter $\delta P_{e/g}$, populationskvoten P_e/P_g , den effektiva temperaturen T_{eff} , \mathcal{F} och SNR.

Kryostat	P_e [%]	P_g [%]	$\delta P_{e/g}$ [%]	P_e/P_g [%]	T_{eff} [mK]	\mathcal{F} [%] / SNR
<i>Pingu A</i>	4,386	95,614	0,631	4,598	$66,3 \pm 3,1$	93,4/1,939
<i>Pingu B</i>	1,192	98,808	0,710	1,206	$51,8 \pm 6,9$	99,1/1,925
<i>Loki</i>	3,069	96,932	1,356	2,733	$57,8 \pm 7,7$	93,6/1,016
<i>Lumi</i>	18,023	81,977	4,030	21,986	$134,2 \pm 20,3$	80,2/0,459

6

Diskussion

Vårt första syfte har varit att jämföra tre mätmetoder för den effektiva temperaturen hos en transmon-kvantbit både genom litteraturstudier – där fokuset har varit att bilda oss en uppfattning om framträdande metoder – och experimentellt, där fokuset var att implementera metoderna och undersöka deras prestanda. Litteraturstudierna gav oss en kännedom om de existerande mätmetoderna med deras styrkor och svagheter, och utgjorde en grund för fastställandet av en mätmetod att använda för jämförelsen av kryostatkonfigurationer.

Utifrån tillämpbarheten i LTL valde vi bort vissa metoder vi fann under litteraturstudien. Framst hittade vi fyra olika metoder; SSM, RPM, CM samt en fjärde metod [20]. Den fjärde mätmetoden utnyttjar nio olika pulssekvenser i de tre första nivåerna hos en transmon-kvantbit [16, 20, 24]. En tydlig fördel med den var dess kringgående av antagandet $P_f \approx 0$ där den verkade utgöra en utmärkt kandidat för högre temperaturer; till exempel inom termometri [16]. Denna fördel var inte aktuell för oss vid mätning i LTL, samtidigt som de många pulssekvenserna introducerade en större känslighet för fel i π -pulser. Med detta som bakgrund valde vi att gå vidare med SSM, RPM och CM.

I litteraturstudierna upptäckte vi för SSM att det är kritiskt att mäta väl separerade tillstånd för att erhålla ett tillförlitligt resultat, vilket ofta kräver en förstärkning av mätsignalen så att $\text{SNR} > 1$ [13]. RPM, däremot, beror istället på signalamplituder, vilket innebär att en god SNR kan uppnås även utan användning av förstärkare. Däremot lyckas mätsignalen inte alltid nå över brusnivån, då den är proportionell mot P_e , som vid låga temperaturer är liten [17, 18]. Den sista metoden, CM, presenterades i artikeln som en metod robust mot brus, där varken SNR eller tilldelningsfidelitet behöver beaktas [19]. Däremot hade inte CM genomförts experimentellt av någon annan än författarna själva, varför vi bedömde att en experimentell undersökning var nödvändig för att dra slutsatser om dess prestanda.

I den experimentella studien jämförde vi kriterierna i Avs. 3.5; dessa var den uppmätta effektiva temperaturen T_{eff} och dess osäkerhet δT_{eff} , R^2 -värdet för samtliga gjorda kurvanpassningar, samt metodernas robusthet mot brus baserade på methodspecifika parametrar. För SSM beaktade vi tilldelningsfideliteten \mathcal{F} och SNR, för RPM undersökte vi mätsignalens amplitud A_1 , och för CM jämförde vi det anpassade T_1 -värdet mot kvantbitens kända T_1 -värde.

Från RPM erhöll vi $R^2 = 0,989/0,009$ för referens- respektive mätsignalen; en kurvanpassning av den senare presterade inte bättre än en rät linje genom medelvärdet av mätpunkterna. Därmed gick det inte att erhålla mer än en övre uppskattning av den effektiva temperaturen, $T_{\text{eff}} \leq 72,6 \pm 0,7$ mK. Vi förväntade oss att erhålla sinusformade oscillerande signaler med amplituderna A_0 samt A_1 , där A_1 är vår prestandaparameter. Som visas i Fig. 5.2 erhöll vi A_0 för referenssignalen – däremot var vår mätsignal alldeles för brusig för att göra en giltig kurvanpassning, vilket speglas av det låga R^2 -värdet. Rimligtvis beror detta på att mätamplituden A_1 vid låga temperaturer blir mindre än brusnivån,

något som diskuterats i tidigare forskning [18]. Hur små värden på A_1 som kan mätas kan skilja sig åt; exempelvis har $T_{\text{eff}} = 35$ mK hos en transmon-kvantbit kunnat mätas med RPM [18]. Att vi inte lyckats mäta så låga temperaturer kan bero på att vi använt färre punkter för medelvärdesbildning, och på så sätt inte fått bort lika mycket brus från mätdatan. I den ovannämnda refererade forskningsartikeln hade kryostatens dessutom en temperatur på 20 mK [18], vilket är högre än vad som gällde i vår mätning. Utifrån vår experimentella undersökning valde vi att förkasta RPM, då den endast gav en uppskattning av T_{eff} i en gräns där det inte längre går att bestämma mätamplituden från en sinusformad oscillation. Däremot drog vi slutsatsen att denna gräns kan sänkas med tillräckligt många medelvärdesbildningar; hur många medelvärdesbildningar som krävs för detta ändamål, samt hur mycket mättiden ökar av det, kan förslagsvis undersökas vidare i andra arbeten.

Från CM erhöll vi en brusig mätning som presenteras i Fig. 5.3.a vilket återspeglas av den exponentiella kurvanpassningens R^2 -värde (0,457). Resultatet var $T_{\text{eff}} = 43,0 \pm 1,0$ mK som framtoogs från $\bar{g}^{(1)}(0)$ och var det lägsta av våra resultat. CM bygger på att korrelationsfunktionen sönderfaller som T_1 för transmon-kvantbiten, vilket denna mätning påvisade delvis, se Fig. 5.3.a. Den anpassade modellparametern gav det något höga $T_1 = 190$ μs , jämfört med det förväntade $T_1 \approx 100$ μs . Både det relativt låga $R^2 = 0,457$, samt de från varandra avvikande T_1 -värdena indikerar förekomsten av brus, och implicerar oundvikligen brister i mätmetodens tillförlitlighet. Att osäkerheten, δT_{eff} , från CM ändå är relativt liten kan förklaras av att vi inte tar hänsyn till hela exponentialfördelningen utan endast beräknar den genom att betrakta punkten $\bar{g}^{(1)}(\tau = 0)$, som visas i Avs. A.3.4, eftersom allt fel i populationen P_e , och därigenom T_{eff} , antas härstamma härifrån. Å andra sidan, visar Fig. 5.3.b hur väl normaliseringen enligt Ekv. (3.6) fungerar, eftersom en mätning V nästan alltid ligger närmare \tilde{V}_g än \tilde{V}_e . Detta påvisar att höga krav på tilldelningsfidelitet och SNR inte behöver ställas, jämfört med SSM. Att minska det befintliga bruset och det relativa felet i P_e kan enligt författarna göras med fler iterationer [19]. Under vår mätning upprepades varje tidsförskjutning, τ , med 2^{10} iterationer, medan 2^{14} iterationer markant hade reducerat bruset, och därmed resulterat i en bättre kurvanpassning och lägre residualer [19]. Vi valde att inte gå vidare med CM eftersom vi inte hann testa denna hypotes innan vi behövde fortsätta med kryostatjämförelsen. Med den till synes brusiga mätdatan kunde vi inte bestämma T_{eff} med tillräckligt stor pålitlighet för att tillämpa den i en komponentjämförelse för kryostater.

Resultatet från SSM presenteras i Fig. 5.1 i form av en \mathcal{IQ} -plot av mätdatan, och dess projektioner på huvudkomponentaxeln, där en effektiv temperatur $T_{\text{eff}} = 51,8 \pm 6,9$ mK uppmättes. Det kan observeras att mätdatan anpassas väl av de bimodala Gaussiska fördelningarna förutsagda av teorin, där R^2 -värdena på 0,995 (0,996) för \mathcal{P}_g (\mathcal{P}_e) erhöles. Även om de högsta R^2 -värdena erhöles från SSM, så är osäkerheten δT_{eff} störst för denna metod. Vi menar ändå att SSM var den lämpligaste metoden att välja för kryostatjämförelsen, eftersom både RPM och CM – låga temperaturosäkerheter till trots – inte bedömdes vara tillräckligt pålitliga för mätning. Detta behöver inte nödvändigtvis förkasta CM och RPM som en möjlig lovande mätmetod – snarare behöver de undersökas vidare genom att exempelvis utföra fler iterationer respektive fler medelvärdesbildningar. Vidare är temperaturintervallet från SSM dels inom den övre begränsningen introducerad av RPM, och dels överlappar det nästan med resultatet från CM vilket gjorde den till en bra mellannivå för vidare undersökning.

Det andra syftet har varit att tillämpa den valda mätmetoden i fyra olika kryostatuppsättningar för att mäta den effektiva temperaturen hos en transmon-kvantbit, och där-

igenom dra slutsatser om kryostatkomponenternas inverkan. Vi tillämpade SSM för att mäta i de fyra kryostaterna *Pingu A*, *Pingu B*, *Loki* och *Lumi*. Vi noterar utifrån Tab. V.II att den lägsta T_{eff} mättes i *Pingu B*, följt av *Loki*, *Pingu A* och *Lumi*. Den uppmätta temperaturen i *Pingu B* är troligtvis en underskattning av det verkliga, vilket kan förklaras av Fig. 5.1a. Det kan observeras att molnen inte är helt runda, speciellt molnet för grundtillståndet, vilket påverkar skiljelinjens förskjutning. Mätningen upprepades flertalet gånger utan förbättring och vi hade inte möjlighet att felsöka detta ytterligare. Vi definierade inte heller en prestandaparameter för detta eftersom det fanns otillräckligt med information i tidigare litteratur. Felet härrör sannolikt från en stor applicerad spänning i TWPA:n, vilket diskuterades med experimentalisterna, och tros därför inte härstamma från protokollet för SSM. Därför kunde mätningen i *Pingu B* ändå användas för metodjämförelsen men inte i kryostatjämförelsen. Således utgick vi från att lägst T_{eff} uppmätts i *Loki*.

Loki och *Pingu A* har samma dämpning på ingångs- och XY-ledningen, men skiljer sig åt på utgångsledningen. Här är filtren ett HERD-filter i *Pingu A* respektive ett konventionellt LP-filter i *Loki*, vilka förväntas uppfylla samma funktion. Den främsta skillnaden mellan *Loki* och *Pingu A* är förstärkningen, se Tab. IV.I. Att *Pingu A* har en TWPA tycks inducera en termisk belastning i MXC eftersom TWPA:ns pumpledning är kopplad till rumstemperatur, och driver mikrovågssignaler. Detta kan möjligen leda till högre T_{eff} . Om en TWPA ändå krävs, bedömer vi att en extra isolator mellan kvantbiten och TWPA:n möjligen kan placeras ut för att undantrycka excitationsskällor från utgångsledningen, i likhet med övriga kryostater.

Mätningen i *Lumi* uppvisade en betydligt högre effektiv temperatur och osäkerhet ($134,2 \pm 20,3$ mK) än de övriga kryostatkonfigurationerna. Detta kan förklaras utifrån mätmetoden; *Lumi* saknar en TWPA vilket kan försämra SNR-värdet och därmed prestandan hos SSM [16]. Däremot kan SSM inte vara den enda anledningen eftersom ett betydligt högre SNR-värde — och därmed lägre osäkerhet i temperatur — kunnat erhållas i *Loki*. Om kylkomponenterna i *Lumi* beaktas, vill vi lyfta fram dämparkonfigurationen på ingångsledningen som den främsta möjliga orsaken till högre T_{eff} . Här är det en dämpning på 60 dB jämfört med 80 dB i de övriga kryostatkonfigurationerna. *Lumi* var även den enda kryostaten vars utgångsledning enbart filtrerar i CP och således inte kompenserar för termisk belastning i MXC. De andra kryostaterna har åtminstone delvis filtrering i MXC. Därmed beror det höga T_{eff} i *Lumi* troligtvis även på otillräcklig dämpning och filtrering.

En intressant aspekt för diskussion är att transmon-kvantbitarna som användes i kryostaterna var olika, och därmed hade olika övergångsfrekvenser, där den största avvikelserna var $\sim 0,5$ GHz (mellan *Pingu B* och *Pingu A*). Från ett teoretiskt perspektiv, borde inte de olika frekvenserna påverka T_{eff} enligt Ekv. (3.3). Däremot opererar filtren och dämparna i olika frekvenser, varför de olika frekvenserna från ett experimentellt perspektiv kan påverka T_{eff} . Vi har beräknat att avvikelserna i frekvens var tillräckligt låg för att försummas i detta avseende; för exempelvis lågpasfiltren är skillnaden $\sim 0,1$ dB.

Några felkällor som kan ha påverkat arbetets resultat är att mätningarna i kryostatjämförelsen utfördes av olika personer, vid olika tidpunkter. Detta kan ha lett till systematiska skillnader i hur mätprotokollet följdes, såsom variationer i kalibrering, och tolkning av signaler. Dessutom kan variationer i laborationsförhållandena ha ändrats mellan mättillfällena, vilket kan påverka signalers koherens och kvantbitarnas T_1 -värde [33].

7

Slutsats

Den effektiva temperaturen hos transmon-kvantbitar är en viktig aspekt att undersöka inom kvantteknologi då den oftast är flera gånger större än kryostatens temperatur. Detta påverkar transmon-kvantbitens koherens och kan leda till fel i kvantberäkningar. Vi har sett att temperaturmätningar för transmon-kvantbitar inte är triviala, och vi har därför jämfört olika metoder för mätning av den effektiva temperaturen. Vi har även undersökt hur olika kryostatkomponenter, såsom filter och dämpare, inverkar på den effektiva temperaturen.

Våra resultat visar att SSM, vilket bygger på direkt avläsning av kvantbitens tillstånd, är den bästa metoden för att mäta den effektiva temperaturen hos en transmon-kvantbit. Resultatet från SSM erhöles med hög tillförlitlighet baserat på våra prestandaparametrar. RPM, som istället mäter oscillationer genom att Rabi-driva kvantbiten mellan två tillstånd, kunde endast mäta en övre begränsning av den effektiva temperaturen. Med CM, som bygger på mätning av korrelationen mellan sekventiella mätningar, kunde inte en trovärdig mätning av korrelationsfunktionens sönderfall erhållas. Därför tillämpades SSM för kryostatjämförelsen.

Mätningar med SSM i de olika kryostaterna gav olika effektiva temperaturer. Lägst effektiv temperatur observerades i *Pingu B* till $T_{\text{eff}} = 51,8 \pm 6,9$ mK. I detta fall tror vi att mätmetoden inte implementerades korrekt och att resultatet därför inte reflekterar den verkliga effektiva temperaturen. Lägst effektiv temperatur med de övriga konfigurationerna erhöles i *Loki* med $T_{\text{eff}} = 57 \pm 7,7$ mK, följt av $T_{\text{eff}} = \textit{Pingu A}$ med $66,3 \pm 3,1$ mK och *Lumi* med $T_{\text{eff}} = 134,2 \pm 20,3$ mK. I *Loki* lyfts en dämpning på 80 dB och avsaknaden av en TWPA fram som möjliga anledningar till den låga effektiva temperaturen. I *Pingu A* mäts en högre effektiv temperatur möjligen på grund av förekomsten av en TWPA. Detta inducerar en termisk belastning på kvantbiten men kan möjligen kompenseras för med en extra isolator på utgångsledningen. Mätningen i *Lumi* präglas av en liten tillståndssparation vilket indikeras av dess låga tilldelningsfidelitet och osäkerhet i temperatur. Den relativt höga effektiva temperaturen orsakas möjligen av den svaga dämpningen på 60 dB på ingångsledningen och avsaknaden av filter i den lägsta temperaturnivån på utgångsledningen.

Vi bedömer att SSM i det stora hela har funkat väl för jämförelsen av kryostater, då både SNR-värdena och tilldelningsfideliteten från mätningar i nästan alla kryostater varit höga – enbart *Lumi* har varit undantaget. Vidare ser vi flera möjligheter till ytterligare förbättring; i de fall där låg tilldelningsfidelitet erhöles hade maskininlärning kunnat användas för att maximera fideliteten. Andra potentiella förbättringar med studien hade varit fler medelvärdesbildningar eller fler iterationer med RPM respektive CM. För att undersöka mätmetoderna närmare, hade man kunnat implementera samtliga mätmetoder i flera olika kryostater. För kryostatjämförelsen, hade komponenterna i kryostaten bitvis kunnat bytas ut för att genomföra en mer systematisk jämförelse. Alla dessa aspekter möjliggör framtida studier, och kan bidra till en bättre helhetsbild.

Referenser

- [1] M. A. Nielsen och I. L. Chuang. "Introduction and overview". I: *Quantum Computation and Quantum Information*. 10th Anniversary Edition. Cambridge, Storbritannien: Cambridge University Press, 2010. Kap. 1, s. 13, 15.
- [2] F. Bova m.fl. "Commercial applications of quantum computing". I: *EPJ Quantum Technol.* 8.1 (2021). DOI: [10.1140/epjqt/s40507-021-00091-1](https://doi.org/10.1140/epjqt/s40507-021-00091-1).
- [3] A. M. Dalzell m.fl. "Quantum algorithms: A survey of applications and end-to-end complexities". I: *quant-ph* (okt. 2023), s. 33, 94, 130. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2310.10315>.
- [4] J. Chow m.fl. *IBM Quantum breaks the 100-qubit processor barrier*. IBM Quantum Blog. Nov. 2021. URL: <https://www.ibm.com/quantum/blog/127-qubit-quantum-processor-eagle> (hämtad: 2025-05-13).
- [5] M. AbuGhanem. "Characterizing Grover search algorithm on large-scale superconducting quantum computers". I: *Sci Rep* 15.1281 (2025). DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-024-80188-6>.
- [6] F. Arute m.fl. "Quantum supremacy using a programmable superconducting processor". I: *Nature* 574 (2019), s. 505–510. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41586-019-1666-5>.
- [7] C. D. Bruzewicz m. fl. "Trapped-ion quantum computing: Progress and challenges". I: *Appl. Phys. Rev.* 6 (2019), s. 021314. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.5088164>.
- [8] P. Kok m.fl. "Linear optical quantum computing with photonic qubits". I: *Rev. Mod. Phys.* 79 (1 2007), s. 135–174. DOI: [10.1103/RevModPhys.79.135](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.79.135).
- [9] G. Burkard m.fl. "Semiconductor spin qubits". I: *Rev. Mod. Phys.* 95 (2 juni 2023), s. 025003. DOI: [10.1103/RevModPhys.95.025003](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.95.025003).
- [10] J. F. Steiner och F. von Oppen. "Readout of Majorana qubits". I: *Phys. Rev. Res.* 2 (3 aug. 2020), s. 033255. DOI: [10.1103/PhysRevResearch.2.033255](https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.2.033255).
- [11] Y. Nakamura m.fl. "Coherent control of macroscopic quantum states in a single-Cooper-pair box". I: *Nat.* 398 (1999), s. 786–788. DOI: [10.1038/19718](https://doi.org/10.1038/19718).
- [12] J. Koch m.fl. "Charge insensitive qubit design derived from the Cooper pair box". I: *Phys. Rev. Lett.* (2007). DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.cond-mat/0703002>.
- [13] P. Krantz m. fl. "A Quantum Engineer's Guide to Superconductive Qubits". I: *Appl. Phys. Rev.* 6.021318 (2021). DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1904.06560>.

- [14] S. Krinner m.fl. "Engineering cryogenic setups for 100-qubit scale superconducting circuit systems". I: *EPJ Quantum Technol.* (2019). DOI: [10.1140/epjqt/s40507-019-0072-0](https://doi.org/10.1140/epjqt/s40507-019-0072-0).
- [15] N. Raicu m.fl. "Cryogenic Thermal Modeling of Microwave High Density Signaling". I: *Phys. Rev. Lett.* (2025). DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2502.01945>.
- [16] E. Ankerhold. "Techniques and Protocols for Temperature Sensing with a Transmon Qubit". Master's Programme in Engineering Physics. Master's thesis. Espoo, Finland: Aalto University, 2024.
- [17] K. Geerlings m.fl. "Demonstrating a driven reset protocol for a superconducting qubit". I: *Phys. Rev. Lett.* 110.120501 (2019). DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.120501>.
- [18] X. Y. Jin m.fl. "Thermal and Residual Excited-State Population in a 3D Transmon Qubit". I: *Phys. Rev. Lett.* (2015). DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1412.2772>.
- [19] A. Kulikov, R. Navarathna och A. Fedorov. "Measuring Effective Temperatures of Qubits Using Correlations". I: *Phys. Rev. Lett.* 124.240501 (2020). DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2001.00323>.
- [20] A. Sultanov m.fl. "Protocol for temperature sensing using a three-level transmon circuit". I: *Appl. Phys. Lett.* 119.144002 (2021). DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2109.13581>.
- [21] I. Hagström. "Characterizing Thermal Populations in a Coupled Superconducting Aluminum 3D-cavity and a Transmon Qubit". Institutionen för mikroteknologi och nanovetenskap. masteruppsats. Göteborg, Sverige: Chalmers University of Technology, 2023.
- [22] J. R. Waldram. *Superconductivity of Metals and Cuprates*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 1996.
- [23] C. C. Gerry och Peter L. K. *Introductory Quantum Optics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2005. ISBN: 0521820359. DOI: [10.1017/CB09780511791239](https://doi.org/10.1017/CB09780511791239).
- [24] D. S. Lvov m.fl. "Thermometry Based on a Superconducting Qubit". I: *Phys. Rev. Applied* (2024). DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2409.02784>.
- [25] Serniak K. m.fl. "Hot Nonequilibrium Quasiparticles in Transmon Qubits". I: *Physical Review Letters* 121.15 (2018), s. 157701. DOI: [10.1103/PhysRevLett.121.157701](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.121.157701).
- [26] D. A. Lidar och K. B. Whaley. "Decoherence-Free Subspaces and Subsystems". I: (2003). DOI: https://doi.org/10.1007/3-540-44874-8_5.
- [27] L. Chen m.fl. "Transmon qubit readout fidelity at the threshold for quantum error correction without a quantum-limited amplifier". I: *npj Quantum Inf* 9.26 (2023). DOI: <https://doi.org/10.1038/s41534-023-00689-6>.
- [28] S. Hunklinger C. Enss. *Low Temperature Physics*. Springer, 2005.
- [29] H. Zu, W. Dai och A.T.M.A de Waele. "Development of dilution refrigerators—A review". I: *Cryogenics* 121 (2022), s. 103390. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cryogenics.2021.103390>.

- [30] J. E. Bryon. "Exploring Fundamentals of Circuit Quantum Electrodynamics Using Fluxonium". Diss. Princeton University, 2014.
- [31] R. Navarathna. "Measuring and suppressing superconducting qubit populations". Diss. Queensland U., 2023.
- [32] C. Križan m.fl. "Quantum SWAP gate realized with CZ and iSWAP gates in a superconducting architecture". I: (2024). DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2412.15022>.
- [33] J.J. Burnett m.fl. "Decoherence benchmarking of superconducting qubits". I: *npj Quantum Inf* 5.54 (2019). DOI: <https://doi.org/10.1038/s41534-019-0168-5>.
- [34] L. Chen m.fl. "Fast unconditional reset and leakage reduction in fixed-frequency transmon qubits". I: *arXiv* (2024). DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2411.02950>.
- [35] D. Griffiths och D. Schroeter. *Probability, Statistics and Stochastic Processes*. 2. utg. Wiley, 2012.
- [36] E. Magesan m.fl. "Machine learning for discriminating quantum measurement trajectories and improving readout". I: *Phys. Rev. Lett.* (2014). DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1411.4994>.

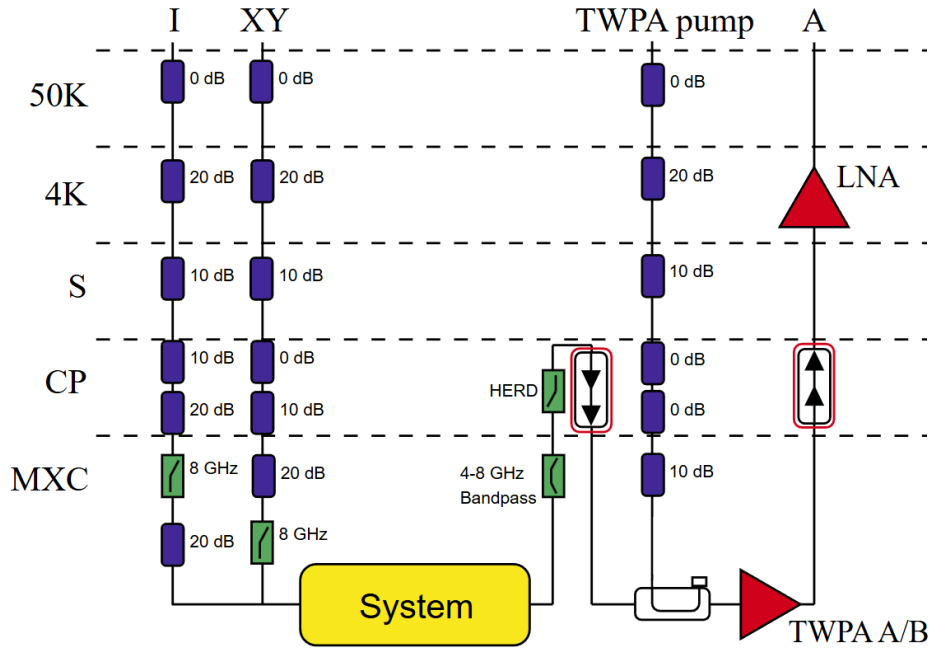
A

Appendix

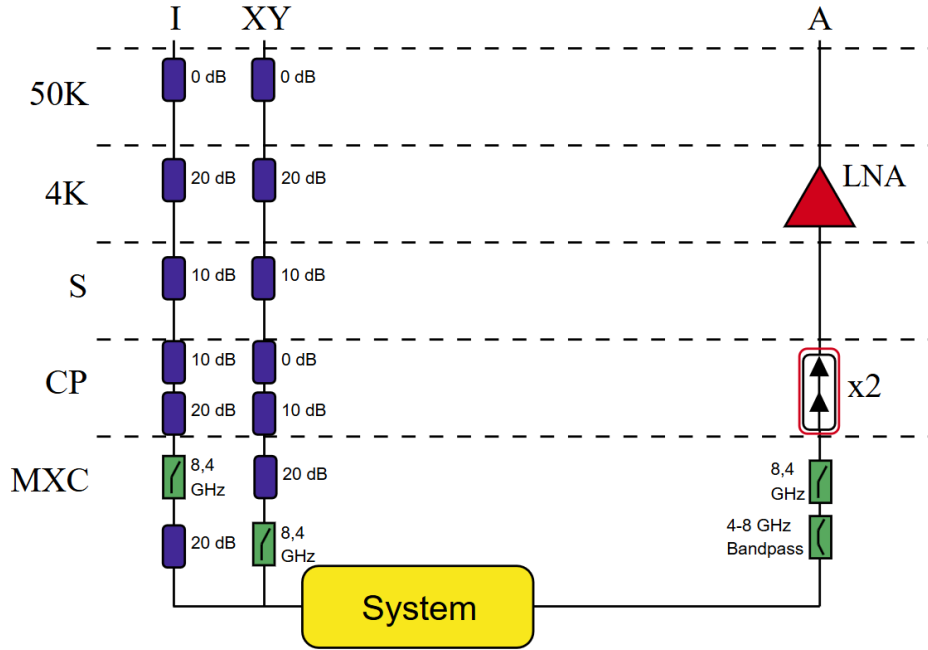
I detta appendix presenterar vi kompletterande material till innehållet i rapporten. Först beskriver vi de fullständiga kryostatkonfigurationerna för *Pingu A*, *Pingu B*, *Loki* och *Lumi*. Sedan redogör vi för osäkerheten i den effektiva temperaturen som härrör från fel i de matematiska modeller som använts i dataanalysen för SSM, RPM och CM. Slutligen diskuterar vi tre mått för prestanda — R^2 -mättet, tilldelningsfideliteten (\mathcal{F}) och SNR — som används för att jämföra metoderna och kryostatkonfigurationerna.

A.1 Fullständiga kryostatkonfigurationer

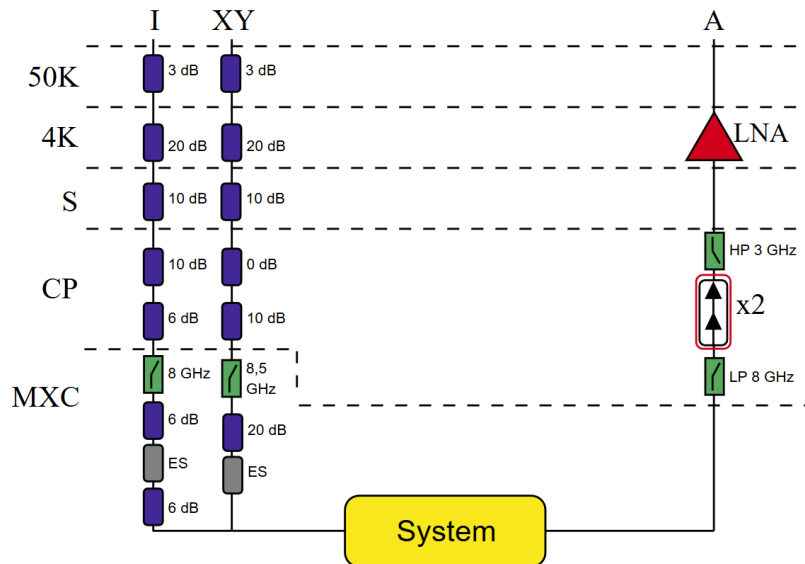
I detta avsnitt presenterar vi de fullständiga konfigurationerna för kryostaterna *Pingu A* (Fig. A.1), *Pingu B* (Fig. A.1), *Loki* (Fig. A.2) och *Lumi* (Fig. A.3).



Figur A.1: Kretsdiagramet för *Pingu A* och *Pingu B*. Uppställningarna är baserade på en *Bluefors*-utspänningskryostat med temperatur under 10 mK i MXC. Komponenterna är färgkodade enligt: dämpare i blått, filter i grönt och förstärkare i rött. Isolatorer med pilmarkörer är av modellen *LNF-ISISC4-8A*. Drivpulserna skickas genom XY-kabeln med hjälp av en *QBLOX Instruments QCM-RF*. Avläsningspulsen genereras av *QBLOX Instruments QRM-RF* och går in genom I och ut genom A. Det finns ett HERD-filter till en TWPA i båda konfigurationer som kräver en extra ledning med en TWPA-pump. Därtill finns en LNA (*LNA4 8GHz 910H*). Dämpar- och förstärkarkonfigurationer är identiska i *Pingu A* och *Pingu B*; det som skiljer sig är TWPA:n, som indikeras med A respektive B.



Figur A.2: Kretsdiagrammet för *Loki*. Isolatorer är av modellen *LNF-ISISC4-8A*. Drivpulserna (genom XY) skickas med en två-kanalssignalgenerator *QBLOX Instruments QCM-RF*. Avläsningspulsen (genom I och A) genereras av en högfrekvens-Lock-In-förstärkare *QBLOX Instruments QRM-RF*. Förstärkaren är en LNA av modellen *LNF-LNC-4-8C*. DC- och AC-flödessignalen är sammankopplad med en *Bias Tee* vid MXC [34]. Dämpar- och filterkonfigurationen är identisk med den i *Pingu A/B*. Konfigurationen har dock ingen TWPA.



Figur A.3: Kretsdiagrammet för *Lumi*. LNA:n är av modellen *LNA184A*. Isolatorer är av modellen *LNF-ISISC4-8A*. På I- och XY-ledningen finns en *Eccosorb LNF sample* i grått som filtrerar ut högfrekventa termiska fotoner. Drivpulserna (genom XY) skickas med en *IMP Presto-16*. Avläsningspulsen (genom I och A) genereras av *IMP Presto-16*. Dämpar- och filter-konfigurationen skiljer sig från de andra konfigurationerna; dessutom finns ingen TWPA.

A.2 Prestandaparametrar: R^2 , \mathcal{F} och SNR

Prestationen hos en kurvanpassning är ett viktigt mått som talar om hur väl en matematisk modell beskriver data från observationer. För att kvantifiera detta kan det så kallade R^2 -mättet användas; det definieras som

$$R^2 \equiv 1 - \frac{\sum_i (y_i - f_i)^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{S_{\text{res}}}{S_{\text{tot}}}, \quad (\text{A.1})$$

där S_{res} är summan av de kvadrerade residualerna $\epsilon_i^2 \equiv (y_i - f_i)^2$ för funktionsvärdet f_i och mätdatan y_i och S_{tot} är summan av den kvadrerade avvikelserna hos mätdatan y_i från medelvärdet \bar{y} [35]. Det framgår att $R^2 = 1$ för en modell som perfekt beskriver datan ($\epsilon_i = 0 \forall i$). Då dataanalysen i SSM, RPM och CM i högsta grad bygger på kurvanpassningar är R^2 -mättet en bra punkt vid jämförelse av metoderna.

För att utvärdera prestandan hos en mätning med SSM används ofta tilldelningsfideliteten, \mathcal{F} , och SNR. Dessa parametrar definieras som [13, 36]:

$$\mathcal{F} \equiv 1 - \frac{P(g|e) + P(e|g)}{2}, \quad \text{SNR} \equiv \frac{|\mu_g - \mu_e|}{2(\sigma_g + \sigma_e)} \quad (\text{A.2})$$

där

$$P(g|e) = \int_{x_{\text{th}}}^{\infty} \mathcal{P}_g(x) dx, \quad P(e|g) = \int_{-\infty}^{x_{\text{th}}} \mathcal{P}_e(x) dx,$$

samt μ_g (μ_e) är medelvärdet och σ_g (σ_e) är standardavvikelsen hos den dominerande moden hos \mathcal{P}_g (\mathcal{P}_e). Det är tydligt att $\mathcal{F} \leq 1$, varför en tilldelningsfidelitet är bättre ju närmare ett den är. Mätningar som har $\text{SNR} > 1$ är önskvärdt och klassas som *starka* mätningar [13].

A.3 Mätosäkerhet och felpropagering

För en deriverbar funktion $f(\mathbf{r})$, där $\mathbf{r} = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ är en uppsättning korrelerade variabler med osäkerheter δx_i och kovarianser $\text{Cov}(x_i, x_j)$, ges variansformeln av

$$\delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \text{Cov}(x_i, x_j)}. \quad (\text{A.3})$$

För att beräkna osäkerheten i den effektiva temperaturen i Ekv. (3.3) använder vi variansformeln (A.3).

A.3.1 Osäkerhet i den effektiva temperaturen

Enligt Ekv. (3.3) beror den effektiva temperaturen på \hbar , k_B , ω_{ge} , P_g och P_e . De första två konstanterna antas vara bestämda med försumbar osäkerhet. Osäkerheten i övergångsfrekvensen är $\delta\omega_{ge}/2\pi \sim 200$ kHz [32], vilket är försumbart i jämförelse med vinkelfrekvensvärdena i Tab. IV.II. Enligt Ekv. A.3 är således

$$\delta T_{\text{eff}} = \sqrt{\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{\partial^2 T_{\text{eff}}}{\partial x_i \partial x_j} \text{Cov}(x_i, x_j)}, \quad (x_1, x_2) = (P_e, P_g). \quad (\text{A.4})$$

Osäkerheten i T_{eff} beror således på osäkerheterna i populationerna.

Modellen för mätosäkerhet baseras i denna rapport på osäkerheten i parametrarna i de teoretiska analysmodeller som använts i SSM, RPM och CM. I LTL, det vill säga när $P_g + P_e = 1$, är osäkerheten i populationerna

$$\delta P_g = \delta P_e \equiv \delta P.$$

Detta ger att

$$\text{Cov}(P_e, P_g) = \text{Cov}(P_e, 1 - P_e) = \text{Cov}(P_e, 1) - \text{Cov}(P_e, P_e) = -(\delta P)^2.$$

Osäkerheterna i Tab. V.I och Tab. V.II beräknas med hjälp av Ekv. A.4, Ekv. A.6, Ekv. A.7 och Ekv. A.8.

A.3.2 Osäkerhet i single-shot-metoden

I SSM beräknas populationerna i $|g\rangle$ och $|e\rangle$ med

$$P_g = \int_{-\infty}^{x_{\text{th}}} \mathcal{P}_g(x) dx, \quad P_e = 1 - P_g.$$

\mathcal{P}_g är en viktad, bimodal Gaussisk fördelning på formen

$$\mathcal{P}_g(x) = w_1 \mathcal{N}(x|\mu_1, \sigma_1) + w_2 \mathcal{N}(x|\mu_2, \sigma_2),$$

som anpassas efter datan. Osäkerheten i modellen återspeglas i de sex modellparametrarna w_1 , w_2 , μ_1 , μ_2 , σ_1 och σ_2 .

Populationen P_g kan då skrivas som

$$P_g = w_1 \Phi\left(\frac{x_{\text{th}} - \mu_1}{\sigma_1}\right) + w_2 \Phi\left(\frac{x_{\text{th}} - \mu_2}{\sigma_2}\right),$$

där Φ är standardnormalfördelningens kumulativa fördelningsfunktion. Enligt variansformeln är osäkerheten

$$\delta P = \sqrt{\sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 \frac{\partial^2 P_g}{\partial x_i \partial x_j} \text{Cov}(x_i, x_j)}, \quad (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = (w_1, w_2, \mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2). \quad (\text{A.5})$$

Som framgår ur Avsn. A.2 är \mathcal{F} och SNR två prestandaparametrar för SSM som i högsta grad talar om hur osäkert ett mätresultat är. Dessa parametrar borde således ha en inverkan på osäkerheten, där ett lågt \mathcal{F} /SNR ger en betydligt osäkrare mätning. Däremot ska samtidigt ett idealt värde, $\mathcal{F} = 1$ respektive $\text{SNR} \rightarrow \infty$, inte kunna ge en mindre osäkerhet, utan endast samma som osäkerheten i modellen. Vi föreslår därför en modell för omskalning av osäkerheten δP , som beror på \mathcal{F} och SNR.

Betrakta situationen där en enkel $|g\rangle$ - eller $|e\rangle$ -mätning skall göras och \mathcal{F} är sannolikheten att tillståndet klassificeras korrekt. Utan någon som helst information är sannolikheten att gissa $|g\rangle$ respektive $|e\rangle$ 50%. Detta är den så kallade slumpgränsen; den antas här utgöra en approximativ undre gräns för \mathcal{F} . Utfallet för P givet fideliteten är

$$P \in [P_{\min}, P_{\max}], \quad P_{\min} = 1 - \mathcal{F}, \quad P_{\max} = \mathcal{F}.$$

Spannet av P är då

$$\Delta P \equiv P_{\max} - P_{\min} = 2\mathcal{F} - 1;$$

detta ger i det ideala fallet ($\mathcal{F} = 1$) en perfekt kontrast $\Delta P = 1$ och i det värsta fallet ($\mathcal{F} = 0,5$) en situation där man är helt oförmögen att skilja på $|g\rangle$ och $|e\rangle$ (det blir bara en slump). Lagen om total sannolikhet ger att den mätta populationen är

$$P_{\text{mät}} = P \cdot \mathcal{F} + (1 - P) \cdot (1 - \mathcal{F}) = (2\mathcal{F} - 1)P + (1 - \mathcal{F}) \implies \delta P \approx \left| \frac{dP}{dP_{\text{mät}}} \right| \delta P_{\text{mät}} = \frac{\delta P_{\text{mät}}}{2\mathcal{F} - 1}.$$

I fallet för SNR klassas en mätning som stark när $\text{SNR} > 1$. Om SNR är mindre än ett ska det ha en påtaglig inverkan på osäkerheten. För $\text{SNR} \rightarrow \infty$ ska skalfaktorn innehållande SNR bli ett medan den ska bli noll för $\text{SNR} \rightarrow 0$. Därför föreslår vi följande skalfaktor:

$$g(\text{SNR}) \equiv 1 - e^{-\text{SNR}^2}.$$

På grund av SNR^2 medför $\text{SNR} < 1$ en kraftig minskning av g och $\text{SNR} > 1$ en snabb mätning av g . Det slutgiltiga föreslagna uttrycket för osäkerheten är således:

$$\delta P = \frac{\delta P_{\text{mät}}}{g(\text{SNR}) \cdot (2\mathcal{F} - 1)}, \quad (\text{A.6})$$

där $\delta P_{\text{mät}}$ beräknas med Ekv. (A.5).

A.3.3 Osäkerhet i Rabi-populationsmetoden

I RPM beräknas populationen i $|e\rangle$ genom

$$P_e = \frac{A_1}{A_0 + A_1},$$

där A_0 fås från en sinus-kurvanpassning av referenssignalen och A_1 modelleras som två standardavvikelser hos en Gaussisk kurvanpassning av bruset kring mätsignalen. Osäkerheterna δA_0 och δA_1 fås de numeriska kurvanpassningarna i Python och antas på grund av kurvanpassningarnas karaktär vara okorrelerade. Enligt variansformeln är osäkerheten

$$\delta P = \frac{1}{(A_0 + A_1)^2} \sqrt{A_1^2 (\delta A_0)^2 + A_0^2 (\delta A_1)^2}. \quad (\text{A.7})$$

A.3.4 Osäkerhet i korrelationsmetoden

I CM anpassas en exponentiell modell efter datan. Denna modell är på formen

$$\bar{g}^{(1)}(\tau) = A e^{-\gamma\tau},$$

där osäkerheten finns i modellparametrarna A och γ , som fås från den numeriska modellen i Python. Enligt variansformeln är då

$$\delta \bar{g}^{(1)}(\tau) = \sqrt{\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{\partial^2 \bar{g}^{(1)}(\tau)}{\partial x_i \partial x_j} \text{Cov}(x_i, x_j)}, \quad (x_1, x_2) = (A, \gamma).$$

Notera att korrelationsmetoden innefattar att inferera $\bar{g}^{(1)}(\tau)$ vid $\tau = 0$; osäkerheten i populationen kokar således ned till

$$\delta P = \delta \bar{g}^{(1)}(0) = \delta A. \quad (\text{A.8})$$

INSTITUTIONEN FÖR MIKROTEKNOLOGI OCH NANOVETENSKAP
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

Göteborg, Sverige

www.chalmers.se



CHALMERS