



# Lågpassfilter för supraledande mikrovågsresonatorer

För minimering av kvasipartikelrelaterade förluster från strålning över supraledande aluminiums bandgapsfrekvens (88 GHz)

Kandidatarbete inom Teknisk fysik

PHILIP EDENBORG LINA HULTQUIST MATTIAS SJÖSTEDT JOHAN WINTHER

Institutionen för mikroteknologi och nanovetenskap CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA Göteborg, Sverige 2017

## Lågpassfilter för supraledande mikrovågsresonatorer

För minimering av kvasipartikelrelaterade förluster från strålning över supraledande aluminiums bandgapsfrekvens (88 GHz)

PHILIP EDENBORG LINA HULTQUIST MATTIAS SJÖSTEDT JOHAN WINTHER



Institutionen för mikroteknologi och nanovetenskap Avdelningen för kvantkomponentfysik CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA Göteborg, Sverige 2017 Lågpassfilter för supraledande mikrovågsresonatorer För minimering av kvasipartikelrelaterade förluster från strålning över supraled and e aluminiums bandgaps frekvens  $(88\,{\rm GHz})$ 

Philip Edenborg, Lina Hultquist, Mattias Sjöstedt, Johan Winther

© Philip Edenborg, Lina Hultquist, Mattias Sjöstedt, Johan Winther, 2017.

### Handledare: Dr. Jonas Bylander, Institutionen för mikroteknologi och nanovetenskap Dr. Jonathan Burnett, Institutionen för mikroteknologi och nanovetenskap **Examinator:**

Dr. Vessen Vassilev, Institutionen för mikroteknologi och nanovetenskap

Kandidatarbete MCCX02-17-10 Institutionen för mikroteknologi och nanovetenskap Avdelningen för kvantkomponentfysik Chalmers tekniska högskola SE-412 58 Göteborg

Framsida: Distribuerat lågpassfilter i genomskärning.

Göteborg, Sverige 2017 Lågpassfilter för supraledande mikrovågsresonatorer För minimering av kvasipartikelrelaterade förluster från strålning över supraledande aluminiums bandgapsfrekvens (88 GHz) PHILIP EDENBORG LINA HULTQUIST MATTIAS SJÖSTEDT JOHAN WINTHER Institutionen för mikroteknologi och nanovetenskap Chalmers tekniska högskola

### Abstract

We hypothesize that commercially available bandpass filters allows photons that have a frequency above the bandgap frequency at 88 GHz for superconducting aluminum to pass through, thus causing losses for superconductiong microwaveresonators. We manufactured distributed low pass filters to raise the internal quality factor  $Q_i$  for the resonators. The exposed conductors for the filters were made with varying length and were surrounded by Stycast. The measurements were carried out with and without filters, the data was then fitted to a model to obtain values for  $Q_i$ . The measurements showed that our filters in some cases contributed to an increment of  $Q_i$ , at a maximum of 46%. We can draw the conclusion that our filter, after further development, can become an important component for reducing losses if the resonators of aluminium are restricted by quasiparticles. This thesis is written in Swedish.

Keywords: distributed low pass filters, superconducting microwave resonators, quasiparticles, cooper pairs, aluminium

### Sammandrag

Vi hypotiserar att kommersiella bandpassfilter släpper igenom fotoner över supraledande aluminiums bandgapsfrekvens 88 GHz som orsakar förluster i supraledande mikrovågsresonatorer. Vi tillverkade distribuerade lågpassfilter för att öka interna kvalitetsfaktorn  $Q_i$  för resonatorerna. Filtrens frilagda ledare var av varierande längd och omgavs av Stycast. Mätningar utfördes med och utan filter, vilket sedan anpassades till en modell för att erhålla värden på  $Q_i$ . Mätningarna påvisade att våra filter i vissa fall bidrog till en ökning av  $Q_i$ , maximalt 46 %. Vi drar slutsatsen att våra filter, efter ytterligare vidareutveckling, kan bli en viktig komponent för att reducera förluster om resonatorerna av aluminium begränsas av kvasipartiklar.

## Tillkännagivanden

Vi skulle vilja tacka vår handledare Jonas Bylander för att han startade upp detta projekt, trots att planen från början inte var att hålla i ett kandidatarbete i år. Vi har genom projektet fått ovärderlig kunskap både när det gäller teori men även hur man arbetar inom vetenskapliga projekt. Vi har även tack vare detta projekt fått en möjlighet att få inblick i den framstående forskning som utövas på MC2, vilket är en stor inspirationskälla för framtiden. Vi vill tacka Jonathan Burnett för att han gladeligen hjälpt och uppmuntrat oss under projektets gång, alltid lika entusiastiskt svarat på mail och frågor oavsett när man kommer förbi hans kontor. Vi vill även tacka Thijs Boehme för tillåtelse att använda hans figurer.

> Philip Edenborg Lina Hultquist Mattias Sjöstedt Johan Winther Göteborg, maj 2017

# Innehåll

Introduktion         1.1       Bakgrund         1.2       Problembeskrivning         1.3       Syfte         1.4       Avgränsningar	<b>1</b> 1 2 2				
Supraledande resonatorer2.1Resonatorernas uppbyggnad	<b>3</b> 3 4 5 6 6 7 7 8 8 8 9 9				
Filter         3.1       Distribuerade lågpassfilter         3.2       Filterdesign         3.3       Tillverkning av filter         3.4       Filterkarakteristik	<b>10</b> 10 10 11 13				
Experiment         4.1       Mätuppställning         4.2       Mätserier	<b>14</b> 14 14				
Resultat	15				
Diskussion         6.1       Längre filter visar en tendens till förbättring         6.2       Felkällor         6.3       Vidareutveckling         6.3.1       Eccosorb som dielektrikum istället för Stycast         6.3.2       Tillverkning av filter         6.3.3       Ytterliga filtermätningar         6.3.4       Mätning av olika filter på samma resonatorprov         6.4       Slutsats	<ol> <li>17</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>19</li> </ol>				
ibliography	20				
Numerisk anpassning av en cirkel	T				
R Filterkarakteristik					
C $Q_i \mod \langle n \rangle$ för samtliga resonatorer					
i	Introduktion         1.1       Bakgrund         1.2       Problembeskrivning         1.3       Syrte         1.4       Avgränsningar         2.1       Resonatorernas uppbyggnad         2.2       Mätuppställning i en kryostat         2.3       Toretisk modell för resonatorernas transmissionskoefficient         2.4       Andra anpassning av måtdata till fullståndig modell av S21         2.5       Algebraisk anpassning av måtdata till fullståndig modell av S21         2.6       Exempel på anpassning av måtdata till fullståndig modell av S21         2.6       Exempel på anpassning av tiller resonator         2.7       Modellens begränsning vid höga effekter         2.8.8       Kvasipartikkar och sönderslagning av Cooperpar         2.8.1       Magnetiska förluster         2.8.2       TLS-förluster         2.8.3       Kvasipartikkar och sönderslagning av Cooperpar         2.8.4       Modell för förlustmekanismer         2       Filterdesign         3.1       Distribuerade lågpassfilter         3.2       Filterdesign         3.4       Filterdesign         4.1       Mätuppställning         4.2       Mätserier <b>Experiment</b> 4.1				

# 1 Introduktion

## 1.1 Bakgrund

Kvantdatorer är ett aktuellt ämne i tiden och framstegen har varit markanta de senaste tio åren [1]. Kvantdatorer och kvantsimulatorer i allmänhet har flertalet användningsområden och kan lösa problem som idag inte är möjliga att lösa ens med superdatorer. Tillämpningsområdena finns inom till exempel atomfysik, högenergifysik, kemi, kosmologi. [2].

Teknologin bakom kvantsimulering bygger på kvantbitar (engelska qubit). Till skillnad från vanliga bitar som enbart kan vara i tillståndet "0" eller "1" kan en kvantbit befinna sig i en superposition av kvanttillstånden  $|0\rangle$  och  $|1\rangle$ . Denna egenskap för kvantbitarna kan utnyttjas för att effektivt utföra simuleringar av kvantsystem och i kvantalgoritmer [3].

Dessa kvantbitar kan realiseras i verkligheten på olika sätt [3], bland annat med supraledande kretsar [4]. För att dessa supraledande kvantbitar ska vara användbara behöver de uppfylla en rad kriterier [3], varav ett krav är att ha en tillräckligt hög koherenstid, den karakteristiska tid som kvantbiten kan befinna sig i ett kvantmekaniskt superpositionstillstånd, innan den kollapsar till ett klassiskt tillstånd. Denna kollaps beror på växelverkan med frihetsgrader i omgivningen (relaxation eller dekoherens), och kan alltså minskas genom att isolera kvantbiten från störningar eller göra den mindre känslig för de störningar som finns [4]. Sedan 1999 har koherenstiden ökats från ett fåtal nanosekunder till över 100 mikrosekunder [5].

Det finns en konsensus inom forskningsområdet att en ökad förståelse för de faktorer som begränsar koherenstiden är väsentligt för att kunna skapa mer avancerade kvantkretsar och system [4]. Där har supraledande mikrovågsresonatorer varit betydande för att identifiera ett flertal källor till störningar och förlustmekanismer för supraledande kretsar. Anledning är för att de är enkla att tillverka och undersöka [4]. Dessutom är de kritiska för applikationer tillsammans med kvantbitar, till exempel som avläsare av kvantbitarnas tillstånd [5].

Det är avgörande att angripa alla orsaker till förluster i resonatorerna eftersom resonatorns prestanda är omvänt proportionell mot summan av de olika förlusttermer som begränsar resonatorn. Resonatorn begränsas således av den förlustmekanism som dominerar, och eventuella förbättringar av andra förlustaspekter innebär inte nödvändigtvis en förbättring av resonatorns prestanda, vilket förklaras i avsnitt 2.8. Förbättringar har gjorts genom bland annat val av design [6], [7], material [8] och tillverkningsprocess [9], [10].

Resonatorerna kan inte heller prestera bättre än vad mät- och kontrolluppställningen tillåter. Barends et al. påvisar att en kryostat med flerstegsskärmning runt de supraledande resonatorerna helt eliminerar de förluster som uppkommer på grund av termisk strålning i kryostaten [11]. Även om en resonator skärmas enligt [11], täcker inte skärmningen in- eller utgångarna i resonatorkretsen. Därför används bandpassfilter för att dämpa den termiska strålningen i själva ledningen till resonatorerna. Vi hypotiserar att dessa filter ändå släpper igenom strålning i stoppbandet.

## 1.2 Problembeskrivning

Alla komponenter i varje temperatursteg i kryostaten emitterar svartkroppsstrålning. Det innebär att strålningen från högre temperatursteg kan propagera ner i ledaren och vidare in i resonatorn. Vi har anledning att tro att strålningen kan passera genom mätuppställningens kommersiella bandpassfilter eftersom sådana alltid har ett begränsat stoppband [12]. Detta är ett problem eftersom strålning med tillräckligt hög energi kan bryta Cooperpar i en supraledare [13]. I vårt fall används aluminium vilket motsvarar fotoner med frekvens över 88 GHz [11]. Detta motiveras i avsnitt 2.8.3 där det även förklaras varför brutna Cooperpar i supraledarna ger upphov till förluster.

## 1.3 Syfte

Den här rapporten redogör för en utveckling av distribuerade lågpassfilter för supraledande mikrovågsresonatorer. Filtren ska dämpa fotoner över 88 GHz i hopp om att minimera kvasipartikelsgenerering från brutna Cooperpar. Filtren tillverkas för att vara lämpade att användas i temperaturer kring 10 mK och sedan utförs experiment för att undersöka filtrens påverkan på resonatorerna. Målet som helhet är att evaluera till vilken grad filtren kan tillämpas på supraledande mikrovågsresonatorer.

## 1.4 Avgränsningar

Vi kommer begränsa oss till att endast skapa och undersöka olika filters påverkan av förlustmekanismer i resonatorn. Detta innebär att vi inte undersöker hur de olika resonatorernas parametrar påverkar resultaten. Ytterligare så kommer vi inte att tillverka några supraledande resonatorer utan kommer endast undersöka våra filters inverkan på befintliga supraledande resonatorer. Vi kommer inte att utföra en referensmätning av mätuppställningen utan resonatorer.

# 2 Supraledande resonatorer

I följande avsnitt presenteras de supraledande resonatorernas uppbyggnad, teori och hur anpassning utförs till deras matematiska modell. Slutligen beskriver vi förlustmekanismerna i resonatorerna.

### 2.1 Resonatorernas uppbyggnad

Den typ av resonatorer som användes i projektet är supraledande kvartvågsresonatorer som tillverkades av Dr. Jonathan Burnett. De består av en ko-planär vågledare på ett chipsubstrat av kisel, med en mittledare av aluminium separerad från ett jordplan [14] vilket kan ses i Figur 2.1. Själva resonatorerna är kortslutna i ena änden och öppna i den andra och behöver i allmänhet inte vara helt raka. På ett chipp brukar resonatorer befinna sig hängades från en matarledning som går längsmed chippet. Ett mikrovågsfält kopplas in i resonatorna via en kapacitiv koppling till denna matarledning.



**Figur 2.1:** Till vänster, genomskärning av en ko-planär vågledare på ett chipsubstrat av kisel (streckad). Ledaren med bredd W är gjord av aluminium (gul) och är separerad från ett jordplan av två gap med bredd S. Till höger, en kvartsvågsresonator från ovan. Ena änden är kortsluten och den andra är öppen. Figurerna är från [14] (© Thijs Boehme, med tillåtelse).

Resonatorerna tillverkas med resonansfrekvenser inom 4-8 GHz vilket motsvarar en ungefärlig längd av 1-2 cm. På samma chipp brukar resonatorerna skapas med olika resonansfrekvenser för att kunna adressera dem separat. Vi kan visualisera detta med en mätning av amplitudspektrumet (Figur 2.2) för chippet, där resonatorerna manifesterar sig som smala gropar i amplituden. Uppställningen för en sådan mätning förklaras i avsnitt 2.2.



Figur 2.2: Amplitudspektrum i bandet 3-8 GHz för ett chipp med 9 resonatorer som är markerade i figuren.

Med denna allmänna mätuppställning undersöker vi även fasspektrumet som tillsammans med amplitudspektrumet ger resonatorernas inbördes transmissionsegenskaper och således låter oss beräkna resonansfrekvenserna och Q-värderna. Dessa två egenskaper karakteriserar resonatorerna och förklaras mer ingående i avsnitt 2.3.

### 2.2 Mätuppställning i en kryostat

Mätuppställningar för mätning av dessa resonatorer ser i allmänhet väldigt lika ut. Mätuppställningen visas schematiskt i Figur 2.4. Hela kretsen befinner sig i en kryostat med flera nivåer för att minska temperaturgradienterna mellan stegen. Det gör det lättare att bibehålla de låga temperaturerna.

En nätverksanalysator (VNA av modell Agilent E8364b) användes för att mäta S-parametern  $S_{21}$ i frekvensbandet 4-8 GHz vilket är resonatorernas frekvensområde.

Analysatorn skickar ett mikrovågsfält in i kretsen som först dämpas genom varje temperatursteg, med en total dämpning av ungefär 67 dB vid 10 mK. I varje steg sker också en termisk kortslutning av ledaren genom en termisk koppling till jord. Detta för att ledaren inte ska vara rumstemperatur nere i kryostaten och skicka in termiskt brus. Innan signalen når provlådan, som befinner sig i botten av kretsschemat, filtreras den effektivt med ett bandpassfilter i intervallet 4-8 GHz. Signalen tar sig genom provlådan som består av ett chipp med resonatorer och fortsätter sedan till en cirkulator. Cirkulatorn hindrar termiska signaler från att propagera ner i kretsen från analysatorns ingångsport, men låter signaler från chippet propagera upp till porten. Innan signalen når analysatorn fitreras den igen och förstärks med 35-40 dB vid 4 K.



Figur 2.3: Kretsmodell av en hängande kvartsvågsresonator. Den är kapacitivt kopplad till matarledningen och består av en parallellkopplad induktans och kapacitans. De dissipativa förlusterna modelleras som en resistans.

I uppställningen är flera provlådor parallellt kopplade och lådan som mäts kan väljas vid behov. Det är för ineffektivt att byta låda mellan varje mätning eftersom det tar flera dagar att kyla ner kryostaten.

Mätdatan består av amplitud- och fasdata över frekvens och anpassas till en teoretisk modell från vilket resonatorernas karakteristik kan bestämmas (se avsnitt 2.3).



**Figur 2.4:** Allmänt kretsschema för en transmissionsmätning på ett resonatorchipp. En mätsignal från en VNA dämpas vid varje temperatursteg och filtreras innan den når provlådan (botten). Innehållet i provlådan byts ut med switchar beroende på vilket chipp som ska mätas. Sedan förstärks signalen på väg tillbaka till analysatorn. Figuren är från [14] (© Thijs Boehme, med tillåtelse).

#### 2.3 Teoretisk modell för resonatorernas transmissionskoefficient

En resonator definieras av sin resonansfrekvens  $f_r$  och kvalitetsfaktor Q [14, s. 3] så vi är naturligt intresserade av att mäta dessa för att kunna evaluera eventuella förbättringar i resonatorerna. Kvalitetsfaktorn (eller Qvärde) är ett mått på resonatorns förmåga att lagra energi per cykel och den totala kvalitetsfaktorn  $Q_l$  brukar delas upp i två delar [15]: intern kvalitetsfaktor  $Q_i$  och kopplad kvalitetsfaktor  $Q_c$  och förhåller sig enligt

$$\frac{1}{Q_l} = \frac{1}{Q_i} + \operatorname{Re}\left(\frac{1}{Q_c}\right). \tag{2.1}$$

Q beror på förlusterna i resonatorn, vilket förklaras mer ingående i avsnitt 2.8.

För att erhålla en modell för resonatorerna utifrån sagda parametrar krävs en ekvivalent kretsmodell. Eftersom resonatorerna är vågledare kan de modelleras med induktanser, kapacitanser och resistanser [16, s. 437]. Vi betraktar den ekvivalenta kretsmodellen för en hängande resonator [14] i Figur 2.3. Anledningen att resonatorerna är hängande är för att en reflektionsmätning behöver göras för att kunna bestämma interna kvalitetsfaktorn [15]. När resonatorerna är hängande mäts egentligen reflektionen av resonatoren när transmissionen mellan port 1 och port 2 (i Figur 2.3) mäts. Denna geometri gör även att flera resonatorer kan hängas från samma matarledning och mätas individuellt.

Transmissionen i kretsen beskrivs av den komplexa transmissionskoefficienten  $S_{21}$  som härleds av Boehme [14, s. 38]:

$$S_{21}(f) = 1 - \frac{Q_l/Q_c}{1 + 2iQ_l(f/f_r - 1)}.$$
(2.2)

Det går att visualisera  $S_{21}$  med en graf av magnituden och fasen över frekvensen för en ideal resonator vilket visas i Figur 2.5. Det är värt att notera hur magnituden av transmissionen har ett minimum vid resonansfrekvensen. Det förklaras av att fältet kopplar till resonatorn. Vi kan även observera en fasvändning vid resonansfrekvensen.

Det går även att visualisera  $S_{21}$  i det komplexa planet där samma resonator representeras av en cirkel (se Figur 2.5). Här parametriserar frekvensen real- och imaginärdelen av  $S_{21}$ . Resonansfrekvensen motsvaras av punkten där cirkeln skär x-axeln och  $f = \pm \infty$  motsvaras av punkten (1,0*i*). Cirkelns diameter kommer att förhålla sig enligt  $d = Q_l/|Q_c|$  och med hjälp av en anpassning till cirkeln kan resten av parametrarna även bestämmas. Att anpassa till cirkeln ger bättre noggrannhet för parametrarna i 2.2 och fungerar bättre för lågt signal-brusförhållande [15].

Det finns två arbetsområden för en resonator: där den är underkopplad  $(Q_i < Q_c)$  respektive överkopplad  $(Q_i > Q_c)$  [14]. Dessa två visas i graferna i figur 2.5. När  $Q_i = Q_c$  är resonatorn kritisk kopplad och detta är gränsen mellan de två områdena. Underkoppling innebär att resonatorn har stora interna förluster och fältet eller fotonerna "försvinner" till dissipativa förluster innan de hinner lämna resonatorn genom den kapacitiva kopplingen. I motsats innebär överkoppling att fotonerna i större grad hinner lämna resonatorn innan de försvinner. Det önskvärda området vi vill jobba med är det överkopplade eftersom vi vill undersöka ett dominerande  $Q_i$ .



**Figur 2.5:** Magnitud (a) och fas (b) över frekvens för de olika kopplingsområdena. Vid resonansfrekvensen sjunker magnituden och en fasvändning sker. Figurerna är baserade på [14, fig. 2.4(a-c)].  $S_{21}$  manifesteras sig som en cirkel (c) i det komplexa planet. Cirkelns diameter är proportionell mot förhållandet mellan  $Q_i$  och  $Q_c$ . Figuren är baserad på [14, fig. 2.4d].

### 2.4 Andra anpassningsfaktorer för icke-ideala förhållanden

För att kunna anpassa en modell till mätdata kan inte endast den ideala resonatormodellen användas. Följande avsnitt baseras på [14], [15] och listar de faktorer som härrör ur omgivningens påverkan på resonatorerna vid fysiska mätningar. Vi presenterar de matematiska modellerna och hur de påverkar  $S_{21}$ . För en visuell representation av alla faktorer hänvisar vi till [15, fig. 3]. I efterföljande avsnitt presenterar vi den slutgiltiga modellen som tar hänsyn till alla faktorer och som används i den numeriska modellanpassningen.

I fysiska komponenter är det svårt att få en exakt impedansmatchning mellan port 1 och port 2 i Figur 2.3. Denna missanpassning kan modelleras genom att använda en komplex kopplingsfaktor:

$$Q_c = |Q_c|e^{-i\phi}.\tag{2.3}$$

Den kan även orsakas av induktiva kopplingar till vågledaren som antas försumbara. Missanpassningen manifesterar sig som en asymmetri i resonatorns amplitud- och fasdiagram eller en rotation och skalning av resonanscirkeln runt punkten (1,0i) i det komplexa planet.

Amplitudbakgrunden är dämpningen som mätkretsen har utan själva resonatorerna. Den uppkommer på grund av komponenterna och är antingen konstant eller frekvensberoende. Idealt behöver mätningar subtraheras av amplitudbakgrunden för att kunna normeras. Detta kräver en mätning på endast bakgrunden, vilket måste utföras på en identisk kopia av chippet utan resonatorerna. Resonatorerna är dock integrerade i chippet vilket gör det svårt att realisera i verkligheten. I stället räcker det med att göra en första ordningens approximation av bakgrundsamplituden:

$$S'_{21} = A\left(1 + \alpha \left(\frac{f}{f_r} - 1\right)\right) S_{21} \approx A S_{21}.$$
(2.4)

Om resonatorernas frekvensområden är små jämfört med frekvensberoendet hos komponenterna, vilka de är i vårt projekt, kan amplitudbakgrunden approximeras med en konstant.

Elektrisk längd innebär längden av en ledare i termer av den fasförskjutning som uppstår för en transmitterad signal [17] och kan modelleras som en frekvensoberoende och -beroende term enligt:

$$S_{21}' = e^{i\alpha} e^{-2\pi i\tau f} S_{21}.$$
 (2.5)

I det komplexa planet kommer den frekvensberoende delen att "sträcka ut" signalen runt origo, medan den frekvensoberoende delen introducerar en rotation runt origo.

### 2.5 Algebraisk anpassning av mätdata till fullständig modell av $S_{21}$

Den fullständiga modellen för  $S_{21}$  med hänsyn till alla faktorer i avsnitt 2.4 är följande [15]:

$$S_{21}(f) = \underbrace{Ae^{i\alpha}e^{-2\pi i f\tau}}_{\text{omgivning}} \underbrace{\left[1 - \frac{Q_l/(|Q_c|e^{-i\phi})}{1 + 2iQ_l(f/f_r - 1)}\right]}_{\text{resonator}}.$$
(2.6)

Vid en mätning av en resonator mäts ett tillräckligt stort frekvensområde runt resonansfrekvensen för att kunna göra en anpassning av cirkeln i det komplexa planet. Vanligtvis brukar mätningar ske vid flera effektnivåer där de lägre effekterna har mer brus och endast enstaka fotoner befinner sig i resonatorn. För att få ett korrekt värde på  $Q_i$  används, istället för ineffekt, den absorberade effekten eller det motsvarande genomsnittliga antalet fotoner (i resonatorn) [14]:

$$P_r = \frac{2Q_l}{Q_c Q_i} P_{in} \qquad \langle n \rangle = \frac{2Q_l^2}{\hbar \omega_r^2 Q_c} P_{in}. \tag{2.7}$$

Mätdatan från resonatorn normeras med avseende på alla omgivningens faktorer med hjälp av ett skript så att den motsvarar en cirkel i det komplexa planet som i Figur 2.5. Sedan utförs en algebraisk anpassning enligt appendix A. Probst et al. [15] berättar att en algebraisk anpassning konvergerar snabbare än en iterativ process och kräver dessutom inget startvärde. Denna metod är även bättre än andra metoder vid brusiga signaler. Normeringen och anpassningen till cirkeln utförs med en implementering av algoritmerna i Python<sup>1</sup> av Probst et al.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Källkoden är tillgänglig på https://github.com/sebastianprobst/resonator\_tools.

### 2.6 Exempel på anpassningar till en resonator

I Figur 2.6 presenterar vi en anpassning till en resonator med  $f_r = 5.15$  GHz. Vi utför anpassningen separat för varje effektmätning och i figuren kan vi observera skillnaden i signal-brusförhållande mellan låg (-90 dBm) och hög (-40 dBm) ineffekt (från analysatorn). Notera hur anpassningen är robust även vid en brusig signal. Samma resonator vid ineffekt -80 dBm presenteras i det komplexa planet i Figur 2.7 där den ena är normerad med avssende på omgivningen. Om vi jämför amplitud- och fasspektrumet med visualiseringen i det komplexa planet ser vi att det inte nödvändigtvis behöver finnas många mätpunkter runt resonansfrekvensen för att cirkeln ska kunna anpassas.



**Figur 2.6:** Mätning och anpassning av magnitud- och fasspektrum för en 5.153 GHz-resonator vid en ineffekt på -40 dBm (vänster) respektive -70 dBm (höger). Notera att anpassningen även är robust vid lågt signal-brusförhållande.



**Figur 2.7:** Mätdata och resonatorn i Figur 2.6 i det komplexa planet. Till höger visas den normerade mätdatan. Notera hur anpassningen även fungerar med få datapunkter nära resonansfrekvensen, vilket inte är uppenbart från Figur 2.6.

### 2.7 Modellens begränsning vid höga effekter

Vid ineffekter över en viss nivå uppvisar resonatorerna ett beteende (så kallat "duffing" [18]) som inte kan förklaras med vår modell. I Figur 2.8 visas ett exempel på mätdata för  $Q_i$  samt resonansfrekvens med avseende på ineffekt, här kan vi tydligt se fenomentet när ineffekten överstiger -70 dBm. Resonansfrekvensen driver iväg och  $Q_i$  uppvisar en avvikelse från sin trend. Vi begränsar oss till att använda modell 2.6. Eftersom den inte fungerar för effekter över den gräns då duffing sker väljer vi att enbart undersöka samt presentera resultaten fram till denna gräns. Värt att notera är att duffing inte sker vid samma effekt för alla resonatorer, datan måste alltså kapas vid olika ineffekter beroende på vilken resonator som mäts.



**Figur 2.8:** Intern kvalitetsfaktor  $Q_i$  och resonansfrekvens för olika ineffekter i en resonator. För denna resonator driftar resonansfrekvensen iväg för effekter över -70 dBm och  $Q_i$  uppvisar här ett oregelbundet beteende. Observera att ineffekten i resonatorn hänvisar till signalens styrka efter mätupställningens dämpning på 67 dB.

#### 2.8 Förlustmekanismer

 $Q_i$ -faktorn för resonatorerna reduceras av flera olika förlustmekanismer och är omvänt proportionell mot förlustfaktorn  $\delta$  som kan ses en summa av förlusttermer [8], [14], till exempel som:

$$\frac{1}{Q_{tot}} = \delta = \delta_{qp} + \delta_{TLS} + \delta_{mag} + \dots$$
(2.8)

 $\delta_{qp}$  är temperaturberoende förluster som uppkommer av av kvasipartiklar i systemet,  $\delta_{TLS}$  uppkommer av kvantmekaniska två-nivå-system och  $\delta_{mag}$  uppkommer av magnetiska fält. Här dominerar den största av förlustermerna och begränsar Q för resonatorn, och är således den term som är mest kritisk att minska.

#### 2.8.1 Magnetiska förluster

Magnetfält kommer i stor grad trängas ur supraledaren som ett resultat av Meissnereffekten [19] men det kan vara möjligt för magnetfält att skapa virvlar i ojämnheter i resonatorns supraledande delar, vilket har en negativ effekt på  $Q_i$ -värdet. Det magnetiska flödet från dessa virvlar gör att virvelns kärna slutar vara supraledande. Detta ger upphov till extra kvasipartiklar i ledaren och därmed ökade förluster. Detta problem har undersökts i tidigare forskning och en lösning till det diskuteras i [7]. En lösning som presenterades var att skapa hålmönster i resonatorns jordplan i vilka de magnetiska virvlarna kan skapas förlustfritt [7]. Virvlarna fastnar i hålen och orsakar därmed inga förluster [7].

#### 2.8.2 TLS-förluster

Hålen i 2.8.1 reducerar  $\delta_{mag}$  men kan dock introducera nya platser för dielektriska ytförluster och en ökning av  $\delta_{TLS}$  genom flera skarpa kanter och ett blottat substrat [7].  $\delta_{TLS}$  uppkommer av kvantfysikaliska två-nivåsystem (TLS, från engelskans Two Level System) som är typer av dipoler som oftast uppkommer i orenheter i material. I början av 2010-talet ansågs förluster från TLS:er vara begränsande för supraledande resonatorers Q-värde vid effekter motsvarande enstaka fotoner [20] och detsamma gäller än idag för mer moderna resonatorer [8], [14]. Genom att förbättra tillverkningsmetoderna och designen för resonatorerna samt genom lämpligt val av material har dessa förlusters inverkan minskat under åren [4]. Till exempel kan  $\delta_{TLS}$  i resonatorn minimeras genom att placera de tidigare nämna flödesfångande hålen på lämpligt sätt [7].

TLS-förluster är effektberoende och kommer av att TLS:<br/>er kopplar till resonatorns elektriska fält och sedan exciteras och de<br/>exciteras [8], [14]. Effektberoendet kommer av att det krävs en viss energi för att excitera en viss mängd TLS:<br/>er. TLS:<br/>er har störst påverkan vid låga effekter eftersom en större andel av in<br/>effekten går förlorad. Vid högre effekter mättas till slut TLS:<br/>erna och  $\delta_{TLS}$  planar ut. Förlusterna är även temperaturberoende, då<br/> TLS:<br/>er kan exciteras av termisk energi.  $\delta_{TLS}$  kan modeller<br/>as som

$$\delta_{TLS} = \frac{F \delta_{TLS}^0 \tanh(\hbar \omega_r / 2k_B T)}{(1 + (N/N_c)^2)^{\beta}}$$
(2.9)

där  $\delta_{TLS}^0$  är förlusterna vid ett fåtal millikelvin och enstaka fotoner, F är en designparameter,  $\omega_r$  är resonansvinkelfrekvensen, N är antal fotoner som lagras i resonatorn och  $N_c$  är det kritiska antal fotoner för vilket en TLS blir mättad. (2.9) är baserad på [21].  $\beta$  används som en anpassningsparameter som grovt brukar anses [22] ligga kring 0,2 för våra tillämpningar. Det är värt att notera från (2.9) att det inte fullständigt går att eliminera TLS-förluster ens vid godtyckligt låga temperaturer [14].

#### 2.8.3 Kvasipartiklar och sönderslagning av Cooperpar

Den förlustmekanism som vi avser minska i det här projektet är  $\delta_{qp}$ , förluster som uppekommer av kvasipartiklar. För att ha förståelse för hur  $\delta_{qp}$  kan påverkas krävs viss kännedom om Cooperpar och supraledning. Cooperpar är ett par av fermioner, som är sammanbundna vid låga temperaturer. Cooper visade att en godtyckligt liten attraktion mellan elektroner i en metall kan ge upphov till att ett sådant par kan ha lägre energi än fermienergin [19]. Detta beror på elektron-fonon interaktion som orsakar supraledning [19].

I en klassisk beskrivning av Cooperpar i en metall så beter sig en elektron vanligtvis som en fri partikel. Elektroners negativ laddning orsakar repellering mellan varandra och attraktion till de positiva jonerna i metallens gitter. Jongittret blir då aningen skevt och jonerna blir aningen förflyttade mot elektronerna vilket bidrar till en ökad densitet av positiv laddning för gittret. Detta överskott av positiv laddning attraherar i sin tur fler elektroner.

Energin för bindningen mellan Cooperpar i aluminium är 0,39 meV [19]. Detta innebär att termisk energi lätt kan bryta upp paren, vilket är anledningen till att Cooperpar (och således supraledning) enbart återfinns vid mycket låga temperaturer. Ett ämne som kan bli supraledande blir det först när det når en temperatur under sin *kritiska temperatur*. För aluminium är den kritiska temperaturen 1,2 K.

Även när de supraledande resonatorerna är nedkylda till en temperatur under den kritiska temperaturen för ledaren finns det kvar kvasipartiklar i systemet som upplever resistans vilket leder till att förlusttermen  $\delta_{qp}$  ökar och således till att Q-värdet minskar. Mängden kvasipartiklar minskar sedan när temperaturen minskar ytterligare, till en viss gräns [11]. Detta är anledningen till varför resonatorerna ofta kyls ner till tiotals millikelvin. Vid dessa temperaturer har ljus och infraröd strålning från omgivningen stor påverkan på Q-värdet hos resonatorer [11]. Denna strålning orsakar ytterligare kvasipartikelrelaterade förluster när fotoner slår sönder Cooperpar som då delar upp sig i individuella kvasipartiklar. Vilka frekvenser som krävs för detta fås från följande ekvation som beskriver mängden kvasipartiklar,  $N_{qp}$ .

$$\frac{\delta N_{qp}}{\delta t} = \frac{P}{\Delta} + G - R N_{qp}^2 \tag{2.10}$$

där  $\Delta$  är ledningsmaterialets bandgap, P är absorberad effekt som uppfyller  $P = hf > 2\Delta$ , G är termen som korresponderar mot kvasipartikelproduktion till följd av termiska fononer och R är en materialkonstant kopplad till återskapandet av Cooperpar [11]. Aluminiums supraledande bandgap och även Cooperparens bindningsenergi motsvaras av en frekvens på 88 GHz varpå (2.10) ger att de fotoner som har en frekvens på över 88 GHz kan bryta Cooperpar i supraledande aluminium och därmed generera ett överskott av kvasipartiklar i resonatorn. De högfrekventa fotonerna kan bli ett problem även vid uppställningar med bra bandpassfilter eftersom dessa börjar släppa igenom allt mer signal vid frekvenser en bra bit över filtrets bandpass [12].

#### 2.8.4 Modell för förlustmekanismer

För att kunna karakterisera förlusterna i våra resonatorer och för att vi är intresserade av hur  $Q_i$  beror på antal fotoner i resonatorn utgår vi från en modell då alla förluster utom de effektberoende TLS-förlusterna sammanslås till en  $\delta_o$ .

$$\frac{1}{Q_i} = \delta_{TLS} + \delta_o$$

Från 2.9 fås den totala modellen som sedan används till att göra kurvanpassningar för våra resultat.

$$\frac{1}{Q_i} = \frac{F \delta_{TLS}^0 \tanh\left(\hbar\omega_r / 2k_B T\right)}{(1 + (N/N_c)^2)^\beta} + \frac{1}{Q_o}$$
(2.11)

Anpassningsparametrarna är  $A = F \delta_{TLS}^0$ ,  $N_c$  och  $\delta_o = \frac{1}{Q_o}$ 

# 3 Filter

I följande kapitel presenteras teori, konstruktion och karakteristik hos de distribuerade lågpassfilter som konstruerats i detta projekt.

### 3.1 Distribuerade lågpassfilter

Distribuerade filter skiljer sig ifrån vanliga elektriska filter bestående av olika diskreta kretselement främst genom att de distribuerade filternas egenskaper som kapacitans, induktans och resistans inte är samlade i en enda komponent. Istället är dessa egenskaper distribuerade över transmissionsledningen som den elektromagnetiska vågen propagerar i. Genom att designa sin transmissionsledning med olika geometrier och material med olika elektriska egenskaper kan flera olika egenskaper erhållas [16].

I detta projekt har vi konstruerat distribuerade lågpassfilter genom att i en koaxial geometri ersätta en del av det isolerande dielektrikum mellan centerledare och hölje med ett dielektrikum med frekvensberoende förluster för att på så sätt effektivt dämpa höga frekvenser.

De distribuerade lågpassfilter som konstruerats i detta projekt består i huvudsak av tre olika delar: två cylindriska SMA kontakter med en delvis isolerad centerledare, Emerson & Cuming Stycast 1266 och ett rektangulärt block av maskinarbetad koppar som visas i figur 3.1. Från kopparblockets kortsida har ett hål borrats genom hela blocket för att ge plats åt de två SMA kontakterna som ska föras in i kopparblockat från var sin sida och agera som filtrets centerledare. På de båda kortsidorna finns också två skruvhål borrade för att kunna fästa SMA kontakten vid kopparblocket. Från kopparblockets ovansida har ett titthål borrats för att kunna löda ihop de två SMA kontakterna samt för att kunna fylla hålrummet mellan den oisolerade centerledaren och kopparblocket med Stycast som är ett dielektrikum med förluster för att ge filtret en frekvensberoende dämpning som diskuteras i avsnitt 3.2.



Figur 3.1: Maskinarbetat kopparblock för att konstruera att distribuerat lågpassfilter.

### 3.2 Filterdesign

För att undersöka egenskaperna hos en transmissionsledning kan man utgå från propagationskonstanten  $\gamma = \sqrt{(R + j\omega L) + (G + j\omega C)}$  för en generell transmissionsledning[16]. Där R är resistans per längdenhet, L induktans per längdenhet, G konduktans per längdenhet och C kapacitans per längdenhet.

För en koaxial geometri som vårt distribuerade filter är baserad på ges R, L, G och C av

$$R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi f \mu_c}{\sigma_c}} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right), \quad L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}, \quad G = \frac{2\pi\sigma}{\ln \frac{b}{a}}, \quad C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{b}{a}}$$

Där a och b är inner- respektive ytterradie,  $\mu_c = \mu_r \mu_0$  är ledarens permeabilitet,  $\sigma_c$  ledarens konduktivitet,  $\sigma$  är dielektrikumets konduktivitet och  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$  är dielektrikumets permittivitet.

Dimensionerna för våra filter ger värden<br/>a $a = 0.64 \,\mathrm{mm}$  och  $b = 2.03 \,\mathrm{mm}$ . Vidare antar vi att ledaren består av koppar vilket ger<br/>  $\mu_c = \mu_0$  och  $\sigma_c = 5.96 \cdot 10^7 \,\mathrm{S/m}$ . Om vi också antar att vårt dielektrikum har<br/>  $\epsilon = 3\epsilon_0$  och en dielektrikk förlusttangen<br/>t $\delta_e$  som kan relateras [16] till dielektrikum<br/>ets konduktivitet genom

$$\tan \delta_e = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} \approx \frac{\sigma}{\omega\epsilon}.$$

Så kan dämpningen som funktion av frekvens och förlusttangent beräknas för en generell transmisionsledning av koaxial geometri, vilket visas i Figur 3.2.



Dämpning som funktion av frekvens och  $\delta_e$  (dB/cm)

**Figur 3.2:** Dämpning i dB per centimeter som funkation av frekvens och förlusttangent  $\delta_e$  hos koaxialkabel med  $a = 0.64 \text{ mm}, b = 2.03 \text{ mm}, \mu = \mu_c = \mu_0, \epsilon = 3\epsilon_0 \text{ och } \sigma_c = 5.96 \cdot 10^7 \text{ S/m}.$ 

Från Figur 3.2 kan man se att en koaxialkabel med ett dielektrikum med förluster ger upphov till en frekvensberoende dämpning där höga frekvenser dämpas mer jämfört med låga frekvenser. Den frekvensberoende dämpningen blir också starkare med en större förlusttangent. Samtidigt som dämpningen vid frekvensen 0-8 GHz är förhållandevis låg jämfört med dämpningen vid 100 GHz även med en förlusttangent  $\delta_e > 0.02$ .

I Figur 3.2 visas dämpning per längdenhet och den totala dämpningen hos filtret beror således endast på längden hos den sträckan som ersatts med ett dielektrikum med förluster och dielektrikumets egenskaper. I detta projekt varierar vi endast längden på sträckan med ett dielektrikum med förluster för att erhålla olika dämpningsegenskaper hos filtret. Fortsättningsvis kommer vi att hänvisa till längden på denna sträcka som filtrets längd.

#### 3.3 Tillverkning av filter

Materialen och utrustning för att göra ett distribuerat lågpassfilter visas i Figur 3.3. Ytterligare krävs även: en värmeplatta, Stycast 1266 A/B, lödkolv med mejsel-spets, skjutmått, eltejp och en hobbykniv.



**Figur 3.3:** Material som behövs för att göra ett distribuerat lågpassfilter visas i figurer: blandningsform(A), sked(B), pipett(C), lödpasta(D), skruvar(E) för att fästa Radiall R124.464.000W SMA-kontakter(F) i filterlåda av koppar(G) och en våg(H).

Första steget i att göra ett filter är att förbereda SMA kontakterna. Detta innefattar att eventuellt skala av en del av teflonet från kontakten för att få den önskade längden på den frilagda ledaren som sedan ska inkapslas i Stycast. För att få den önskade längden på den frilagda ledaren skars först en bit eltejp till så att bredden på denna motsvarade längden på teflonet som skulle behållas. Eltejpen virades sedan runt SMA kontakten som i Figur 3.4a och det frilagda teflonet skars bort med en hobbykniv.



**Figur 3.4:** Bilden visar de olika stegen i att förbereda SMA-kontakter för att få den önskade längden på den frilagda ledaren. Först virades eltejp runt teflonet som skulle behållas som i (a) och därefter skars de frilagda teflonet bort (b). De färdiga SMA-kontakterna visas i (c).

Efter att SMA kontakterna har skalats av till önskad längd så kan dessa monteras i det maskinarbetatade kopparblocket. Först applicerades en liten mängd lödpasta på den ena SMA kontakten som i Figur 3.5a och därefter fördes båda SMA kontakterna in i kopparlådan och skruvades fast. Lödpastan ska omsluta båda ledarna som i Figur 3.5 och de båda ledarna bör vara koaxiala för att minska reflektioner.

För att löda ihop SMA kontakterna användes en lödkolv med en mejsel-spets för att kunna få bra termisk kontakt mellan de två ledarna och lödpastan. Lödkolven fördes in genom titthålet på kopparlådans översida och placerades mot de två ledarna tills dess att lödpastan smält och flutit ut så att lödningen ser ut som i Figur 3.5c.



**Figur 3.5:** I bilden visas de olika stadierna för att löda ihop ett distribuerat lågpassfilter. I (a) har en liten mängd lödpasta applicerats på den vänstra SMA-kontakten. Efter att SMA-kontakterna förts in i koppparlådan så bör lödpastan omsluta båda ledarna som i (b). I (c) visas den färdiga lödningen.

Efter att SMA-kontakterna har lötts ihop placerades filtret på en värmeplatta vid 40 °C för att underlätta när filtret senare skulle fyllas med Stycast genom att sänka dess viskositet. Därefter blandades 12,8 g Stycast genom att först väga upp 10 g Stycast del A och 2,8 g Stycast del B och sedan blanda ihop dessa till en homogen vätska i en metallform med hjälp av en plastsked.

Till ett filter används ungefär 2 g Stycast beroende på hur lång den inkapslade ledaren är. Det är dock nödvändigt att blanda åtminstone 10 g för att försäkra sig om att att blandningen är homogen och att förhållandet mellan del A och del B är korrekt.

Filtret fylldes sedan försiktigt med Stycast med hjälp av en pipett. Pipetten placerades mot kanten av titthålet och Stycast pressades ut långsamt för att förhindra att en bubbla över titthålet bildades, vilket skulle hindra luften i filtret från att kunna komma ut.

Efter att filtret var fullt placerades en stor droppe Stycast över titthålet, vilket visas i Figur 3.6. Detta för att potentiell kvarvarande luft i filtret skulle kunna komma ut och den extra Stycasten som placerades över titthålet skulle då fylla igen hålrummet. Filtret härdades vid rumstemperatur i minst 16 timmar. Efter att filtret härdats kunde överflödigt Stycast på filtrets ovansida slipas bort. Detta är dock inte nödvändigt för filtrets funktion.



Figur 3.6: Filter som fyllts med Stycast med en stor droppe stycast över titthålet.

### 3.4 Filterkarakteristik

I detta projekt har vi konstruerat filter av tre olika längder i tre uppsättningar och vi kommer fortsättningsvis hänvisa till dessa enligt tabell 3.1.

Tabell 3.1: Tabell över de individuella filterlängderna samlade i tre olika kategorier: kort, medel och lång.

Namn	Filterlängd (cm)					
Kort Medel Lång	$1,895 \\ 2,520 \\ 3,145$	$1,880 \\ 2,480 \\ 3,155$	1,825 2,470 3,150			

För att karakterisera samtliga filter användes en Agilent E8364B VNA. Filter anslöts direkt till VNA:n med två SMA M-M adapter och därefter mättes  $S_{21}$  i frekvensintervallet 1-50 GHz. Mätningen utfördes även innan filtrerna fylldes med Stycast. En mätning av  $S_{21}$  utan filter togs också för att använda som referens. Denna referens motsvarar således kablarnas och adapternas påverkan på  $S_{21}$ , vilket gör det möjligt att särskilja filtrets dämpning från andra dämpande effekter i uppkopplingen.

I Figur B.2 visas den uppmätta  $|S_{21}|$  för ett filter, innan och efter det fylldes med Stycast, från varje kategori samt en referens. För resterande filter se appendix B.



**Figur 3.7:** Visar den uppmätta  $|S_{21}|$  för tre olika filterlängder: ett kort, medel och långt. I figurerna finns  $|S_{21}|$  plottat mot frekvens för filter innan de fylldes med Stycast och efter. I figurerna finns också en referens som är en mätning av  $|S_{21}|$  utan filter.

Samtliga filter i Figur B.2 uppvisade en högre dämpning efter att de fyllts med Stycast jämfört med referensen. Dämpningen verkar vara proportionell mot frekvensen och skiljer sig vid 50 GHz med  $\approx -10$  dB. Det verkar därför rimligt att utifrån Figur B.2 samt teorin bakom våra filter som diskuterades i avsnitt 3.2 att dämpningen bör öka ytterligare vid högre frekvenser.

Från Figur B.2 kan man inte definitivt avgöra att dämpningen ökar med längden hos filtret vilket bör vara fallet enligt den teori som diskuterades i avsnitt 3.2. En tänkbar förklaring till detta kan vara att förlusttangenten  $\delta_e$  inte är tillräckligt stor för att den frekvensberoende dämpningen ska bli tillräckligt tydlig för att synas över de fluktuationer som finns i  $|S_{21}|$ .Dämpningen under 10 GHz överstiger inte 3 dB jämfört med referens. Detta är viktigt då filter kommer att monteras på både in och utgång på provlådorna med resonatorer och en större dämpning på utgången kommer innebära ett sämre förhållande mellan signal och brus. I detta område är också  $|S_{21}|$  relativt plan och jämn. Vår nollte ordningens approximation av bakgrundsamplituden blir därför inte orimlig på grund av filtrets inverkan.

Från Figur B.2 kan vi se att både det korta och medellånga filtret uppvisar kraftiga spikar i  $|S_{21}|$  efter cirka 25 GHz och även de långa filtret efter ungefär 40 GHz. Detta beteendet är särskilt tydligt i  $|S_{21}|$  för filter innan de fylldes med Stycast. Efter att filter fyllts med Stycast är detta beteende kraftigt reducerat. Dessa spikar är inte nödvändigtvis orsakade av impedansmissmatcher i våra filter på grund av lödning eller andra konstruktionsfel. Utan detta är snarare ett resultat av att de SMA M-M adapters som användes vid mätning av  $|S_{21}|$  och SMA-kontakterna som användes i filtret bara att designade för upp till 18 GHz. Detta är dock inte ett problem eftersom vi bara kräver en jämn dämpning i intervallet 4-8 GHz där våra resonatorers resonansfrekvenser ligger.

## 4 Experiment

Följande avsnitt beskriver det experiment som utfördes för att undersöka filtrens påverkan. Vi beskriver först mätuppställningen och sedan vilka mätserier som utförts.

### 4.1 Mätuppställning

Mätuppställningen är baserad på Figur 2.4, där våra filter placerats på vardera sida om provlådan.

I experimentet användes de filter som presenterats i tabell 3.1. Till varje provlåda placerades två filter med ungefär lika lång frilagd ledare, ett filter innan och ett efter. Till provlåda 1 var de långa filtren kopplade, till provlåda 2 var de medellånga filtren kopplade och till provlåda 3 var de korta filtren kopplade. En koppartråd fästes även från varje filter till den guldpläterade kopparplatta som provlådorna var fästa vid. Detta gjordes för att uppnå termisk jämvikt och för att försäkra oss om att filtren kyldes ned till 10 mK, detta eftersom värmeledningen i koaxial-kablarna kunde vara otillräcklig.

### 4.2 Mätserier

De olika provlådorna hade sex eller mio resonatorer vardera. För mätningarna användes centerfrekvenser som låg nära resonatorernas resonansfrekvenser, där man med ett intervall på 3 MHz kunde se hela mangitud- och faskarakteristiken för resonatorn. Centerfrekvenserna som användes för att analysera resonatorerna visas i tabell 4.1.

Provlåda	Centerfrekvenser (GHz)								
1	$5,\!15$	$5,\!37$	$6,\!13$	6,44	$7,\!57$	7,84			
2	$4,\!82$	$^{5,01}$	5,73	6,02	7,08	7,32			
3	$4,\!95$	$5,\!01$	$5,\!22$	$5,\!69$	$5,\!96$	$6,\!25$	$6,\!95$	$7,\!35$	$7,\!62$

Tabell 4.1: Centerfrekvenser för resonatorerna i de olika provlådorna

Transmissionskoefficienterna för intervallet av frekvenser analyserades för ineffekter mellan 8 dBm och -83 dBm. Eftersom VNA:n hade en övre och undre ineffekt på 8 dBm respektive -27 dBm genomfördes mätningarna i tre omgångar, där en dämpning lades till på input-kapel mellan varje omgång. Mätningarna genomfördes med en steglängd på 2,5 dBm och varierande medelvärdesbildnignar.

Den första mätningen gjordes utan någon dämpning i intervallet 8 dBm till -27 dBm. Mätningen krävde enbart 5 medelvärdesbildningar eftersom bruset i förhållande till signalen är mycket lägre vid hög effekt.

Vid andra mätningen lades en dämpning på  $30 \,\mathrm{dB}$  till genom att seriekoppla en dämpare med  $20 \,\mathrm{dBm}$  dämpning och en dämpare med  $10 \,\mathrm{dB}$  dämpning. Denna mätning gav data för effekter mellan - $22 \,\mathrm{dBm}$  och - $52 \,\mathrm{dBm}$ . Här krävdes det fler medelvärdesbildningar än tidigare på grund av den lägre signalen, vi använde oss av  $32 \,\mathrm{stycken}$  medelvärdesbildningar.





Vid tredje mätningen placerades en dämpning på totalt 56 dB genom serie-

kopplade dämpare med dämpningar på 30,20 och 6 dB. Detta gav data för effekter mellan -44 dBm och -83 dBm. För denna mätning krävdes många fler medelvärdesbildningar eftersom signalen var väldigt låg i relation till bruset. Antal medelvärdesbildningar som behövdes vid varje effekt visas i en graf i Figur 4.1.

Från mätningarna ovan extrahetades datan för  $S_{21}$  och med hjälp av anpassningen i avsnitt 2.5 kunde $Q_i$  beräknas.

## 5 Resultat

I det här avsnittet presenteras resultaten från experimenten som beskrevs i kapitel 4.

I Figur 5.1 visas den uppmätta  $Q_i \mod \langle n \rangle$ , det genomsnittliga antalet fotoner i resonatorn, för en resonator med  $f_r = 5,732 \text{ GHz}$  från prov 2 som exempel. I figuren syns även den kurvanpassning till modellen (2.11) som gjordes för samtliga mätningar. För motsvarande figurer för resterande resonatorer se C.



Figur 5.1:  $Q_i$  mot genomsnittligt antal fotoner i resonatorn ( $f_r = 5,732 \text{ GHz}$ ) för prov 2. Figuren visar mätningar med och utan det medellånga filtret. Mätdatan är anpassad till TLS-modellen (2.11). Vid  $\langle n \rangle < 10^1$ uppvisar resonatorn samma  $Q_i$  med och utan filter. För  $\langle n \rangle > 10^3$  finns en tydlig förbättring av  $Q_i$  med filtret, som även ökar för större  $\langle n \rangle$ .

Till resonatorn i Figur 5.1 användes två av de medellånga filtren,  $L \approx 2,5$  cm, dessa åstadkom en förbättring av  $Q_i$  med upp till 46 % för  $\langle n \rangle = 10^4$  men ingen förändring för  $\langle n \rangle < 10^1$ . För vissa resonatorer gav istället filtern upphov till en försämring av  $Q_i$ . En sammanställning av  $Q_i$  vid låg effekt ( $\langle n \rangle = 1$ ) och hög effekt ( $\langle n \rangle = 10^4$ ) med samt utan filter för samtliga resonatorer hänvisar vi till tabell 5.1. I tabellen finns också den procentuella förändringen av  $Q_i$  vid låg och hög effekt efter att filter användes.

Vid en anpassning till modellen (2.11) ger anpassningsparametern  $1/Q_o$  information om förluster som inte är TLS-relaterade, det vill säga bland annat de förluster som är relaterade till kvasipartiklar som ett resultat av brutna Cooperpar. I Figur 5.2 presenteras förlusttermen  $1/Q_o$  för samtliga resonatorer med och utan filter.



**Figur 5.2:** Anpassningsparameter  $1/Q_o$  i TLS-modell (2.11) anpassad till  $Q_i$  mot  $\langle n \rangle$  (exempel se Figur 5.1) för samtliga resonatorer på prov 1 (a), prov 2 (b) och prov 3 (c). Till prov 1 användes det långa filtret, prov 2 det medellånga och prov 3 det korta. I prov 1 ser vi en minskning av förlusttermen  $1/Q_o$  för fyra av sex resonatorer när filter användes, en resonator ( $f_r = 6,436$  GHz) var relativt oförändrad medan en resonator( $f_r = 7,569$  GHz) uppvisade en ökning i  $1/Q_o$  när filter användes. För prov 2 minskade  $1/Q_o$  för fem av sex resonatorer med filter, dock uppvisade en resonator en kraftig ökning av  $1/Q_o$ . För prov 3 var filtrets effekt mer blandad. För samtliga resonatorer var förändringar i  $1/Q_o$  relativt små. Bland resonatorerna på prov 3 syns inga större förbättringar samt försämringar när filter användes.

Från Figur 5.2 kan vi se att för prov 1 och prov 2 verkar filter minska de förluster som inte är kopplade till TLS då förlustermen  $1/Q_o$  minskade för majoriteten av resonatorerna på prov 1 och 2. Resonatorerna uppvisade inga större förändringar i  $1/Q_o$ , dock var de små förändringar som fanns av blandad karaktär.

I tabell 5.1 presenteras  $Q_i$  och procentuella förändringen av  $Q_i$  för våra prover vid  $\langle n \rangle = 1$  och  $\langle n \rangle = 10^4$ . De största procentuella förbättringarna av  $Q_i$  återfinns hos prov 2, med medellånga filter vid höga effekter, där förbättringarna ligger mellan 11-46 %. Här finns dock även den största procentuella försämringen på -46 %. För prov 1 åstadkom de långa filtrena förbättringar för fem av sex resonatorer vid både låg och hög effekt. Bland resonatorerna på prov 3 syns ingen tydlig trend när det gäller förbättringar eller försämringar när filter användes.

**Tabell 5.1:**  $Q_i$  vid låg ( $\langle n \rangle = 1$ ) och hög effekt ( $\langle n \rangle = 10^4$ ) för alla resonatorer, med och utan filter. Notera att majoriteten av resonatorerna i prov 1 och 2 har en positiv förbättring vid hög effekt, där alla förbättringar i prov 2 är över 10%.

	$f_r$ (GHz)	låg $Q_i^{\mathrm{utan}}$	låg $Q_i^{\rm filter}$	%	hög $Q_i^{\mathrm{utan}}$	hög $Q_i^{\rm filter}$	%
Prov 1	$5,\!153$	357991	365356	+2	763255	781503	+2
	5,366	345178	349090	+1	786969	793972	+1
	6,132	334621	329145	-2	717688	719756	+0
	$6,\!436$	335975	377380	+12	690086	760466	+10
	7,569	261340	274584	+5	408291	437707	+7
	$7,\!844$	179143	207177	+16	249860	295340	+18
Prov 2	4,822	366937	391124	+7	1838027	2443362	+33
	5,012	346153	368569	+6	1602518	2052125	+28
	5,732	310297	358703	+16	1567717	2281294	+46
	6,025	331339	303028	-9	1519837	1763726	+16
	7,082	361850	296749	-18	1167356	1295680	+11
	7,322	274503	228240	-17	972577	521539	-46
Prov 3	4,953	494541	503112	+2	1639071	1636143	+0
	5,006	137541	150901	+10	176774	183369	+4
	5,218	473506	446376	-6	1225300	1111122	-9
	$5,\!689$	233851	185870	-21	325123	249776	-23
	$5,\!959$	320237	323121	+1	547830	557199	+2
	6,251	232915	237031	+2	368657	330500	-10
	6,946	100658	88755	-12	113367	102477	-10
	$7,\!351$	182866	206010	+13	240389	267209	+11
	$7,\!624$	432986	494658	+14	1193896	1410628	+18

## 6 Diskussion

I följande avsnitt kommer diskussion om våra resultat att presenteras, där vi går igenom möjliga felkällor, möjliga förbättringar och slutsatser för projektet.

### 6.1 Längre filter visar en tendens till förbättring

Det finns skäl till att tro att våra långa och medellånga filter reducerar mängden fotoner över 88 GHz i resonatorerna. För det första visar Figur B.2 en dämpning som ökar med ökad frekvens upp till 50 GHz. Eftersom denna uppmätta dämpningen uppvisar en tilltagande trend samt baserat på den teorin som diskuterades i avsnitt 3.2 är det rimligt att anta att dämpningen fortsätter att öka för ännu högre frekvenser. Samtidigt minskar förlusttermen  $1/Q_o$  för majoriteten av resonatorerna i prov 1 och prov 2, vilket visas i Figur 5.2. Denna minskning av förlusttermen  $1/Q_o$  som innefattar kvasipartikelrelaterade förluster orskade av fotoner över 88 GHz, tillsammans med en förmodad ökad dämpning hos våra filter vid frekvenser över 50 GHz gör det rimligt att dra slutsatsen att de långa och medellånga filter som tillverkats i detta projekt reducerar mängden fotoner över 88 GHz i resonatorn.

Från prov 3 ser vi inga klara trender för våra filters påverkan på  $Q_i$  vid  $\langle n \rangle = 1$  eller  $\langle n \rangle = 10^4$  fotoner i resonatorn, vilket visas i tabell 5.1. Vi ser heller inte några uppenbara trender i förlusttermen  $1/Q_o$  med och utan filter i Figur 5.2c. Detta skulle kunna vara ett resultat av att våra korta filter, som är kopplade till detta prov, inte tillräckligt effektivt dämpar fotoner med en frekvens över 88 GHz. Detta skulle i så fall innebära att även om fotonerna är reducerade i resonatorn så är detta inte tillräckligt för att reducera antalet kvasipartiklar till en sådan nivå att vi kan se en definitiv trend i  $Q_i$  eller  $1/Q_o$ .

En annan möjlig förklaring till varför prov 3 inte uppvisar samma trender av förändring i  $Q_i$  eller  $1/Q_o$  som prov 1 och 2 kan vara att majoriteten av resonatorer på prov 3 inte är begränsade av kvasipartikelrelaterade förluster utan begränsas av andra förluster. Dessa förluster kan vara av högre eller liknande storleksordning som kvasipartikelrelaterade förluster. Detta skulle då innebära att även om vårt filter reducerar fotonerna i resonatorn som kan ge upphov till kvasipartiklar i resonatorn så är resonatorn fortfarande begränsad av andra dominerande förlustmekanismer.

Ytterligare en intressant observation är att betrakta storleken av  $1/Q_o$  mellan de olika proven i Figur 5.2. Vi kan här se att förlusttermen  $1/Q_o$  för prov 3 är något större jämfört med prov 1 & 2 för majoriteten av resonatorerna. Detta skulle kunna tyda på att resonatorer med en förlustterm  $1/Q_o$  i denna storleksordning i mindre utsträckning är begränsade av kvasipartikelrelaterade förluster och på så sätt förklara varför majoriteten av resonatorerna på prov 3 inte uppvisade några större förändringar i  $1/Q_O$  när filter användes.

### 6.2 Felkällor

Den klart största felkällan för mätningar med supraledande resonatorer är att det är svårt att kontrollera alla möjliga variabler i en mätning. Detta exemplifieras av att resonatorer som befinner sig på samma chipp är gjorda med samma tillverkningsmetod och har samma designparametrar, förutom  $f_r$ , har stor spridning i  $Q_i$ . Detta gör att man i princip inte kan dra specifika slutsatser utan bara se generella trender.

En stor felkälla som kan ge upphov till tvetydliga resultat är att anpassningsskriptet uppskattade parametrar på varje mätning, även för de individuella mätningarna för olika effekter. Vid närmre undersökning upptäckte vi att många parametrar som inte är effektberoende ändrade sig till en viss grad mellan dessa mätningar, vilket inte borde ske. En mer korrekt utförd anpassningsrutin bör ske på följande sätt: En anpassning utförs vid en hög effekt innan duffing sker och sedan används dessa parametrar som startvärde för nästa lägre effektnivå. Detta fortsätter tills alla mätningar är anpassade. På så sätt är det bara  $Q_i$  som ändrar sig mellan olika effekter, vilket minskar felet i modellanpassningen.

Vi bedömer att trenderna överlag i våra mätningar inte har påverkats av denna felkälla, men att de absoluta och relativa värdena på  $Q_i$  garanterat har påverkats. Av just den anledningen har vi fokuserat på slutsatser om filtrens generalla påverkan snarare än kvantitativa resultat.

En till felkälla, dock med mindre relevans, är att vi för samtliga beräkningar av  $Q_i$  har tagit hänsyn till en uppskattad dämpning från våra filter vid resonansfrekvensen. Det finns dock en viss osäkerhet när det kommer till filterdämpningens påverkan eftersom filtrena är karakteriserade i rumstemperatur och inte vid 10 mK som mätningarna på resonatorerna är utförda vid. Dock ger en överskattning av dämpningen större förbättring eftersom mätpunkterna i en graf med  $Q_i \mod \langle n \rangle$  flyttas åt vänster. Med störst sannolikhet är filtren oförändrade vid låga temperaturer eller upplever en relativt liten försämring, med hänvisning till egenskaperna för Stycast.

En eventuell förklaring till de försämringar som kunde uppmätas både i  $Q_i$  och  $1/Q_o$  på samtliga prov skulle kunna vara ett resultat av mekaniska förändringar i resonatorn på chippet. När komponenter genomgår termisk cykling, upprepade nedkylningar och upphettningar, kan dess egenskaper förändras och till exempel kan det orsakas mekanisk stress i substratet eller det ledande aluminiumet. Den suprladedande kretsen kan också degraderats genom oönskad oxidation av ledaren vid kontakt med luft mellan nedkylningar. Mätningen av resonatorerna tillsammans med filter skedde efter mätningen av enbart resonatorer. Mellan dessa mätningar värmdes kryostaten först upp från 10 mK till rumstemperatur, filtren placerades och allt kyldes sedan ned till 10 mK igen. Om vi tittar på förändringen i Q-värde i 5.1 kan man till exempel se att för  $Q_i$  för de höga effekterna på prov 2 uppvisas en stor förbättring i  $Q_i$ , mellan 11 % och 26 %, förutom för resonatorn med resonatorfrekvensen 7,322 GHz. En möjlig anledning till detta är att denna resonatorn har tagit skada under uppvärmingen och nedkylningen, detta går dock inte att bekräfta med den data vi har, utan vidare undersökningar av resonatorerna hade krävts för att bekräfta denna hypotes.

### 6.3 Vidareutveckling

Vi presenterar våra förslag för fortsatt utveckling som vi förmodar kommer att ge tydligare trender i resultatet och effektivisera arbetet.

#### 6.3.1 Eccosorb som dielektrikum istället för Stycast

Eccosorb är till skillnad från Stycast ämnat för mikrovågsabsorption. Förutom de rent dissipativa förlusterna som Stycast gav upphov till i våra filter, ger Eccosorb även upphov till magnetiska förluster som ett resultat av att det är laddat med metallpartiklar [23]. Det är rimligt att, utifrån vad som står i databladet för Eccosorb, anta att dessa frekvensberoende förluster skulle ge oss en skarpare dämpning vid frekvenser på 8-50 GHz än vad som syns i figur B.2. Exempelvis gäller för den vanliga Eccosorb-typen CR-116 att den ger en dämpning på ca 57 dB/cm vid 18 GHz [23] vilket för våra långa filter skulle innebära en dämpning omkring 150 dB. Detta kan jämföras med den uppmätta dämpningen i rumstemperatur som låg kring 10 dB vid samma frekvens för Stycast. Santavicca et al. tillverkade liknande filter med Eccosorb och uppnådde dämpningar på runt 80 dB redan vid 10 GHz, dessutom uppvisade dämpningen ett mycket större frekvensberoende [12]. Även dessa resultat tyder på att Eccosorb hade givit bättre dämpning vid höga frekvenser. Detta skulle troligtvis påverka Q-faktorn positivt för effekter då hypotesen om sönderslagna Cooperpar verkar stämma.

#### 6.3.2 Tillverkning av filter

Tillverkningen hade kunnat förbättras och förenklats genom att bättre anpassa kopparlådorna till att skapa filter, till exempel genom att ge fyllningshålen koniska kanter så att Stycasten lätt kan rinna ner i lådan och på så sätt minimera risken för luftbubblor. Ytterligare skulle fyllning av filter med Stycast kunna underlättas genom att använda en mindre pipett för att göra det lättare att applicera mindre mängder Stycast åt gången. Risken för luftbubblor i filtret skulle således minskas. Fortsättningsvis föreslår vi att ett filter kapas för att undersöka att Stycast eller valt dielektrikum faktiskt fyller hela hålrummet.

#### 6.3.3 Ytterliga filtermätningar

Om filtren hade karakteriserats vid 10 mK är det möjligt att en mer korrekt dämpning i 4-8 GHz-intervallet hade kunnat tas fram vilket skulle leda till mer tillförlitliga beräkningar av  $Q_i$ .

Vidare skulle upprepade nedkylningar och upvärmningar av filtrena kunna ge kunskap om deras hållbarhet.

#### 6.3.4 Mätning av olika filter på samma resonatorprov

På grund av tidsbrist mättes olika filter på olika provlådor i hopp om att ändå upptäcka en tydlig trend beroende av filterlängd. Därför är det svårt att dra definitiva slutsatser om filtrens förbättringar. Den stora variationen mellan mätningar kan bero på den inbördes skillnaden mellan provlådorna med resonatorerna. Därför rekommenderar vi att utföra en mätning av minst 10 filterlängder på samma provlåda. I ett sådant experiment är det dock viktigt att inte utföra en mätning med ett filter och sedan värma upp kryostaten för att byta till nästa filter. En bättre uppställning, som inte utsätter resonatorerna för termisk cykling, är en koppling som tillåter fjärrbyte av filter för samma provlåda.

### 6.4 Slutsats

Sammanfattningsvis drar vi slutsatsen att distribuerade lågpassfilter kan bidra till ökad prestanda för supraledande mikrovågsresonatorer men att ytterligare experiment och vidareutveckling är nödvändigt för att förstå när och varför de uppfyller sitt syfte. Våra filter uppvisade en frekvensberoende dämpning upp till ungefär 10 dB mer än vår referens vid 50 GHz och det finns goda skäl att anta att denna frekvensberoende dämpning fortsätter. Den största potentiella förbättring av våra filter skulle vara att använda någon av Eccosorbs produkter istället för Stycast 1266.

## Litteratur

- J. Bylander, "Superconducting Quantum Bits of Information Coherence and Design Improvements", The Oxford Handbook of Small Superconductors. First Edition., arg. 1, s. 525, 2017.
- I. M. Georgescu, S. Ashhab et al., "Quantum simulation", *Reviews of Modern Physics*, årg. 86, s. 153–185, 1 mars 2014.
- J. N. Eckstein och J. Levy, "Materials issues for quantum computation", MRS Bulletin, årg. 38, nr 10, s. 783–789, 2013.
- [4] W. D. Oliver och P. B. Welander, "Materials in superconducting quantum bits", MRS Bulletin, årg. 38, nr 10, s. 816–825, 2013.
- [5] G. Wendin, "Quantum information processing with superconducting circuits: a review", arXiv preprint arXiv:1610.02208, 2016.
- [6] M. S. Khalil, F. Wellstood et al., "Loss dependence on geometry and applied power in superconducting coplanar resonators", *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, arg. 21, nr 3, s. 879–882, 2011.
- [7] B. Chiaro, A. Megrant et al., "Dielectric surface loss in superconducting resonators with flux-trapping holes", *Superconductor Science and Technology*, årg. 29, nr 10, 2016.
- [8] J. Goetz, F. Deppe et al., "Loss mechanisms in superconducting thin film microwave resonators", Journal of Applied Physics, arg. 119, nr 1, s. 015 304, 2016.
- [9] A. Bruno, G. de Lange et al., "Reducing intrinsic loss in superconducting resonators by surface treatment and deep etching of silicon substrates", *Applied Physics Letters*, nr 106, s. 182 601, 2015.
- [10] M. Sandberg, M. R. Vissers et al., "Etch induced microwave losses in titanium nitride superconducting resonators", Applied Physics Letters, årg. 100, nr 26, s. 262 605, 2012.
- [11] R. Barends, J. Wenner et al., "Minimizing quasiparticle generation from stray infrared light in superconducting quantum circuits", Applied Physics Letters, årg. 99, nr 11, s. 113507, 2011.
- [12] D. Santavicca och D. Prober, "Impedance-matched low-pass stripline filters", Measurement Science and Technology, årg. 19, nr 8, s. 087 001, 2008.
- [13] J. Gao, "The physics of superconducting microwave resonators", diss., California Institute of Technology, 2008.
- [14] T. Boehme, Characterisation and optimisation of superconducting microwave resonators, 2016.
- [15] S. Probst, F. Song et al., "Efficient and robust analysis of complex scattering data under noise in microwave resonators", *Review of Scientific Instruments*, årg. 86, nr 2, s. 024706, 2015.
- [16] D. K. Cheng, *Field and Wave Electromagnetics*, Second edition. Pearson.
- [17] R. Schmitt, Electromagnetics Explained: A Handbook for Wireless/ RF, EMC, and High-Speed Electronics, ser. EDN Series for Design Engineers. Elsevier Science, 2002.
- [18] E. A. Tholén, A. Ergül et al., "Nonlinearities and parametric amplification in superconducting coplanar waveguide resonators", *Applied Physics Letters*, årg. 90, nr 25, s. 253 509, 2007.
- [19] C. Kittel, Introduction to Solid State Physics, Eighth editon. John Wiley & Sons, Inc, 2005.
- [20] I. Siddiqi, "Superconducting qubits: poised for computing?", Superconductor Science and Technology, årg. 24, nr 9, s. 091 002, 2011.
- [21] D. P. Pappas, M. R. Vissers et al., "Two level system loss in superconducting microwave resonators", IEEE Transactions on Applied Superconductivity, arg. 21, nr 3, s. 871–874, 2011.
- [22] L. Faoro och L. B. Ioffe, "Internal loss of superconducting resonators induced by interacting two-level systems", *Physical Review Letters*, årg. 109, nr 15, s. 157005, 2012.
- [23] Eccosorb CR, Emerson & Cuming, 2008.
- [24] N. Chernov och C. Lesort, "Least Squares Fitting of Circles", Journal of Mathematical Imaging and Vision, årg. 23, nr 3, s. 239–252, 2005.

# A Numerisk anpassning av en cirkel

Följande appendix beskriver en numerisk anpassning till en cirkel enligt [24, kap. 4.2]. En cirkel kan parametriseras med följande ekvation och tvång:

$$A(x^{2} + y^{2}) + Bx + Cy + D = 0$$
(A.1)

$$B^2 + C^2 - 4AD = 1 \tag{A.2}$$

Med definitionen  $z = (x^2 + y^2)$  vill vi minimera följande funktion:

$$F(A,B,C,D) = \sum_{i=1}^{n} (Az_i + Bx_i + Cy_i + D)^2$$
(A.3)

där index *i* står för varje mätpunkt. Denna kan skrivas på matrisform  $F = \mathbf{A}^T M \mathbf{A} \mod \mathbf{A} = (A, B, C, D)^T$ . Även tvånget kan skrivas på matrisform  $\mathbf{A}^T P \mathbf{A} = 1$  där

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

 ${\cal F}$ kan nu minimeras med en Lagrange multiplikator för att ta hänsyn till tvånget

$$\mathcal{L}(\mathbf{A},\lambda) = \mathbf{A}^T M \mathbf{A} - \lambda (\mathbf{A}^T P \mathbf{A} - 1)$$
(A.4)

och egenvektorn  $\mathbf{A}^*$  till det  $\lambda$  som minimerar (A.4) beräknas med standardiserade numeriska metoder. Cirkelns position och diameter kan nu utläsas ur  $\mathbf{A}^*$  med följande relationer:

$$x_c = -\frac{B}{2A} \tag{A.5}$$

$$y_c = -\frac{C}{2A} \tag{A.6}$$

$$r_0 = \frac{\sqrt{B^2 + C^2 - 4AD}}{2|A|} = \frac{1}{2|A|}.$$
(A.7)

# B Filterkarakteristik

Nedan presenteras den uppmätta  $|S_{21}|$  mot frekvens för resterande filter som inte presenterades i avsnitt 3.4.



**Figur B.1:** Visar den uppmätta  $|S_{21}|$  för tre olika filterlängder: ett kort, medel och långt. I figurerna finns  $|S_{21}|$  plottat mot frekvens för filter innan de fylldes med Stycast och efter. I figurerna finns och en referens som är en mätning av  $|S_{21}|$  utan filter.



**Figur B.2:** Visar den uppmätta  $|S_{21}|$  för tre olika filterlängder: ett kort, medel och långt. I figurerna finns  $|S_{21}|$  plottat mot frekvens för filter med Stycast. I figurerna finns och en referens som är en mätning av  $|S_{21}|$  utan filter.

# C $Q_i \text{ mot } \langle n \rangle$ för samtliga resonatorer

Nedan presenteras samtliga mätningar av  $Q_i \mod \langle n \rangle$  med och utan filter tillsammans med en anpassning av mätdata till TLS modell (2.11).



**Figur C.1:**  $Q_i \mod \langle n \rangle$  för samtliga resonatorer på prov 3.



**Figur C.2:**  $Q_i \mod \langle n \rangle$  för samtliga resonatorer på prov 1.



**Figur C.3:**  $Q_i \mod \langle n \rangle$  för samtliga resonatorer på prov 2.