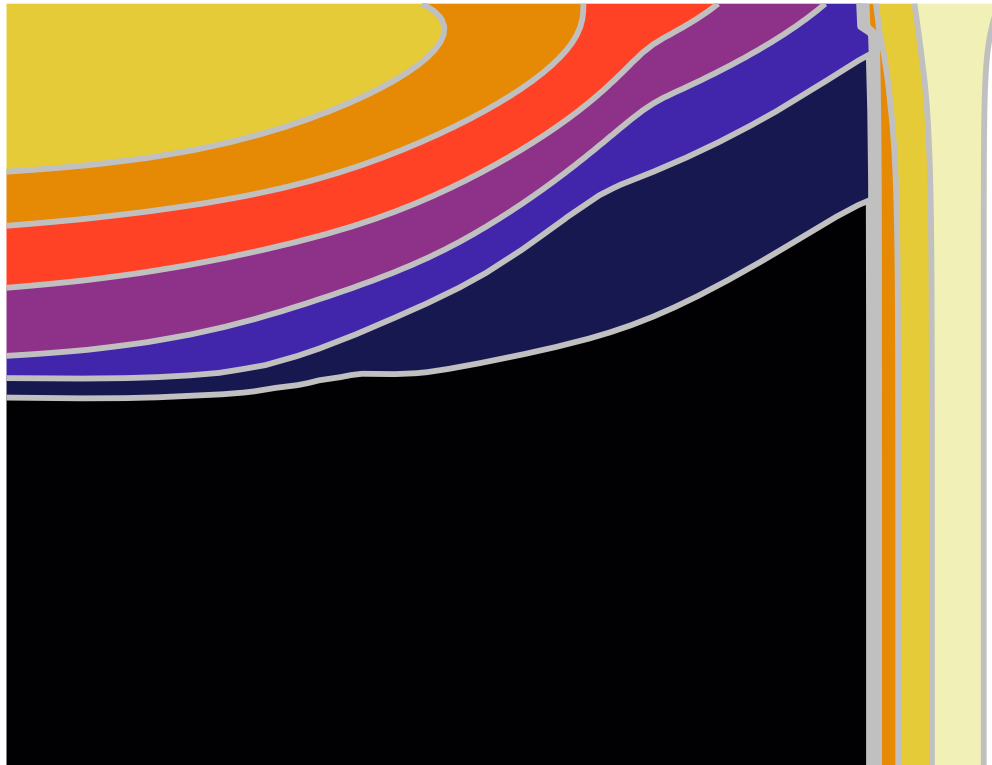




CHALMERS



Analytiskt kriterium med Dreicerkälla för skenande elektroner i fusionsreaktorn ARC

Kandidatarbete inom högskoleprogrammet Teknisk Fysik, Civilingenjör

LOE EDBERG, AGATA EVNER,
NILS KNUTSSON, OSKAR JONSSON

INSTITUTIONEN FÖR FYSIK OCH ASTRONOMI

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg 2026
www.chalmers.se

KANDIDATARBETE 2026

**Analytiskt kriterium med Dreicerkälla
för skenande elektroner i fusionsreaktorn ARC**

**Analytical criterion with Dreicer seed
for runaway electrons in the ARC fusion reactor**

LOE EDBERG, AGATA EVNER,
NILS KNUTSSON, OSKAR JONSSON



CHALMERS

Institutionen för fysik och astronomi
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg 2026

Analytisk kriterium med Dreicerkällan för skenande elektroner i fusionsreaktorn ARC
LOE EDBERG, AGATA EVNER, NILS KNUTSSON, OSKAR JONSSON

© LOE EDBERG, AGATA EVNER, NILS KNUTSSON, OSKAR JONSSON 2026.

Handledare: Ida Ekmark, Björn Zaar, Institutionen för fysik och astronomi
Examinator: Magnus Hörnqvist Colliander, Institutionen för fysik och astronomi

Examensarbete 2026
Institutionen för fysik och astronomi
Chalmers Tekniska Högskola
SE-412 96 Göteborg
Telefon +46 31 772 1000

Omslagsbild: Strömmen buren av skenande elektroner i ARC som en funktion av mängden injicerad deuterium och neon.

Skriven i L^AT_EX
Göteborg 2026

Analytisk kriterium med Dreicerkällan för skenande elektroner i fusionsreaktorn ARC
LOE EDBERG, AGATA EVNER, NILS KNUTSSON, OSKAR JONSSON
Institutionen för fysik och astronomi
Chalmers Tekniska Högskola

Sammandrag

Klimatförändringarna är en av vår tids största utmaningar, där en möjlig framtida ersättare av fossilt bränsle är fusionskraft. Ett av de största problemen som fortfarande behöver lösas för att åstadkomma detta är att undvika förekomsten av så kallade skenande elektroner, som vid plötsliga temperaturfall kan genereras och nå relativistiska hastigheter och skada reaktorväggen. Det har tidigare utvecklats ett analytiskt kriterium för att snabbt kunna förutspå under vilka förutsättningar en ansevärd mängd skenande elektroner genereras när orenheter injiceras i en reaktor. I det här arbetet kompletteras kriteriet med Dreicerkällan, som är ytterligare en genereringsmekanism för skenande elektroner. Kriteriet verifierades genom att jämföras med 10 000 nolldimensionella DREAM-simuleringar för givna neon- och deuteriumtätheter med plasmparametrar liknande förhållandena i ARC, en fusionsreaktor som beräknas tas i bruk i början av 2030-talet. Studien visar att det analytiska kriteriet förutspår en ansevärd mängd skenande elektroner för höga neontätheter och låga deuteriumtätheter, samt vid höga deuteriumtätheter oavsett neontäthet. Det stämmer väl överens med förutsägelsen från DREAM och är jämförbart med tidigare studiers verifieringar mot fusionsreaktorn ITER. Vidare observeras att Dreicerkällan är försumbar under förhållandena som undersöktes. En framtida studie skulle kunna verifiera det kompletterade kriteriet för fler reaktorer, samt undersöka om Dreicerkällan skulle kunna ha större betydelse under andra förutsättningar i ARC där det elektriska fältet är starkare.

Analytical criterion with Dreicer seed for runaway electrons in the ARC fusion reactor
LOE EDBERG, AGATA EVNER, NILS KNUTSSON, OSKAR JONSSON
Department of Physics and Astronomy
Chalmers University of Technology

Abstract

Climate change is one of the greatest challenges of our time, and nuclear fusion is a potential future alternative to fossil fuels. One of the major challenges that must still be addressed to realize this technology is the avoidance of runaway electrons, which can be generated during rapid temperature drops, reach relativistic velocities and damage the reactor walls. An analytical criterion has previously been developed to enable rapid prediction of the conditions under which a significant population of runaway electrons is generated during impurity injection in a reactor. In this work, the criterion is extended by including the Dreicer source, which is an additional generation mechanism for runaway electrons. The criterion was validated by comparison with 10 000 zero-dimensional DREAM simulations for given neon and deuterium densities, using plasma parameters relevant for ARC, a fusion reactor expected to become operational in the early 2030s. The study shows that the analytical criterion predicts a significant runaway electron population at high neon densities and low deuterium densities, as well as at high deuterium densities regardless of neon density. These results are in good agreement with predictions from DREAM and are comparable to previous studies validated against the fusion reactor ITER. Furthermore, it is observed that the Dreicer seed is negligible under the conditions investigated. Future work could involve validating the extended criterion for additional reactor designs, as well as examining whether the Dreicer seed may play a more significant role under different conditions in ARC where the electric field is stronger.

Förord

Vi vill rikta ett stort och varmt tack till våra handledare Ida Ekmark och Björn Zaar för all tid, hjälp och vägledning de har gett oss under arbetets gång. De har alltid funnits där för att svara på våra frågor och har följt vårt arbete och våra diskussioner genom de veckovisa mötena.

Vi vill också tacka Tünde Fülöp för den uppmuntran och hjälp hon har bidragit med när vi har visat intresse för ämnet. Slutligen vill vi tacka alla på avdelningen för subatomär, högenergi- och plasmafysik för den välkomnande miljön och de många trevliga samtalen under fikastunderna.

Loe, Agata, Nils & Oskar
Göteborg, maj 2026

Innehåll

1	Inledning	1
1.1	Bakgrund	1
1.2	Syfte	2
1.3	Mål	3
1.4	Avgränsningar	3
1.5	Metod	3
2	Plasmafysik	4
2.1	Coulombkollisioner	4
2.2	Fluidmodellen	4
2.3	Spitzer-konduktivitet och effektiv laddning	6
2.4	Tokamaken	6
3	Skenande elektroner	9
3.1	Ett analytiskt kriterium för generering av skenande elektroner	10
3.1.1	Lavinkällan	13
3.1.2	Dreicerkällan	14
3.1.3	Comptonkällan	16
3.1.4	Tritiumkällan	18
4	Metoder för att förutspå skenande elektroner	20
4.1	Parametrar för att beräkna strömmen från skenande elektroner	20
4.2	Simulering av genereringsmekanismer för skenande elektroner	21
4.3	Analytiska beräkningar för skenande elektroner	22
5	Generering av skenande elektroner i ARC	23
5.1	Verifiering av det analytiska kriteriet med DREAM-simuleringar	23
5.1.1	Lavinbildning	25
5.1.2	Primärkällorna	26
5.2	Skenande elektroner i ARC	30
6	Slutsats	32
	Litteratur	33
A	Härledningar	I
A.1	Härledning av generationskällor för skenande elektroner	I
A.2	Härledning av Dreicerkällan	III
A.2.1	Serieexpansion	IV

A.2.2	Uttryck med gammafunktionen	V
B	Användning av AI-verktyg	VI

1

Inledning

Det har nu gått mer än tio år sedan Parisavtalet antogs med målet att minska utsläppen av växthusgaser [1]. Trots detta är världen fortfarande långt ifrån att uppnå klimatmålen i avtalet. En stor del av dagens energiproduktion fås fortfarande från fossila bränslen, vilket leder till stora utsläpp av växthusgaser. Om klimatmålen ska uppnås behöver fossilfria energikällor brukas i mycket högre grad. En potentiell framtida energikälla är fusionsenergi. Med detta alternativ undviks problem som övriga fossilfria energikällor har då den varken är väderberoende, har långlivat radioaktivt avfall eller är beroende av stora naturtillgångar [2].

En fusionsreaktion innebär att två eller fler atomkärnor kombineras för att skapa en ny atomkärna med lägre massa än dess reaktanter kombinerat [2]. En fusionsreaktion som är förhållandevis lätt att åstadkomma och som genererar mycket energi är deuterium-tritium (DT)-reaktionen,



som har en alfapartikel och en neutron som restprodukter. För att framkalla en DT-reaktion krävs att Coulombkraften, som repellerar atomkärnorna, övervinns. För att övervinna kraften hettas deuterium och tritium till 150 miljoner K och bildar ett plasma.

Ett av de mest utvecklade koncepten för att uppnå kontrollerad fusion är tokamaken, där plasmat innesluts med hjälp av starka magnetfält i en toroidal geometri och en stark plasmaström. Fusionsforskning är idag ett aktivt forskningsområde och flera tokamaker har redan konstruerats. Hittills har det dock krävts mer energi att driva en fusionsreaktion än vad som kunnat utvinnas från fusionen. Nästa generations tokamaker utvecklas därför med syftet att producera mer energi än vad som krävs för att upprätthålla processen. Tre tokamaker som är särskilt relevanta i utvecklingen mot framtida fusionskraft är SPARC, ITER och ARC. SPARC har som mål att bli den första tokamaken som producerar mer energi än den förbrukar och planeras vara färdig 2027 [3]. ITER, ett internationellt samarbetsprojekt har målet att uppnå fusionsenergiproduktion i reaktorskala [4]. ITER kommer att vara världens största tokamak och vara färdigställd 2039. ARC, som planeras bli den första kommersiella fusionsreaktorn, har som mål att tas i bruk i början av 2030-tal och leverera 400 MW elektrisk effekt till elnätet [5]. Fusionsenergi närmar sig därmed praktisk tillämpning, men samtidigt återstår flera utmaningar innan tokamaker kan användas för stabil och säker energiproduktion.

1.1 Bakgrund

I en tokamak kan plötsliga störningar, så kallade disruptioner, leda till att plasmat hastigt kyls ner och starka elektriska fält induceras. För att mildra konsekvenserna av en disruption kan stora mängder neon och deuterium injiceras i plasmat [6]. De injicerade gaserna ansvarar för att uniformt stråla värme från plasmat till reaktorväggen istället för

att värmen koncentreras i specifika punkter. En risk med denna metod är att stora ädelgasinjektioner kan generera skenande elektroner. Under sådana förhållanden kan elektroner kontinuerligt accelereras till mycket höga energier [7]. När energiförlusten vid kollisioner med andra partiklar inte är tillräckliga för att bromsa accelerationen kan elektroner fortsätta att öka i energi och benämns då som skenande elektroner.

Elektroner kan erhålla tillräckligt mycket energi för att skena genom fem olika mekanismer som delas in två kategorier, primärkällor och en sekundärkälla. Primärkällorna är: Dreicerkällan, Comptonkällan, tritiumkällan och hot-tail-källan [8]. Dreicerkällan uppstår när ett fåtal elektroner uppnår tillräckligt hög energi för att skena genom en serie slumpmässiga kollisioner med bakgrundsplasmat, medan Comptonkällan uppstår när fotoner från den aktiverade väggen växelverkar med elektroner i plasmat genom Comptonspridning. Tritiumkällan uppstår när elektronen från tritiumets betasönderfall erhåller tillräckligt hög energi. Hot-tail-källan uppstår när snabba temperaturfall i plasmat sänker den energi som krävs för att elektronerna ska skena, och en del av de snabbare elektronernas långsamma inbromsning gör att deras energi överstiger detta värde. Sekundärkällan, även kallad lavinkällan, ökar antalet skenande elektroner exponentiellt genom kollisioner mellan en skenande och en långsam elektron som resulterar i att båda elektronerna skenar.

Skenande elektroner har mycket energi och kan orsaka stor skada om de kolliderar med reaktorväggen. Att motverka förekomsten av skenande elektroner är därför en av de stora kvarvarande utmaningarna inom fusionsutvecklingen och ett viktigt område inom fusionsforskning. För att studera hur skenande elektroner uppstår och utvecklas används olika modeller och simuleringsverktyg. En fullständig beskrivning av alla partikelinteraktioner i ett fusionsplasma är i praktiken omöjlig att åstadkomma, eftersom den kräver mycket stora beräkningsresurser. Även de mest sofistikerade simuleringsmodellerna bygger på vissa förenklingar, och trots detta kan en simulering ta flera månader att genomföra [9]. Det innebär att modellering av fusionsplasma ofta kräver en avvägning mellan önskad detaljnivå i resultaten och tillgängliga beräkningsresurser. Därför finns olika simuleringsverktyg anpassade och optimerade för att studera olika processer. Ett sådant verktyg är DREAM [10], som är utvecklat för att modellera utvecklingen av skenande elektroner under en disruption. DREAM är ett flexibelt simuleringsverktyg eftersom det erbjuder en viss valmöjlighet i hur detaljerad (och därmed krävande) plasmabeskrivning man vill använda. Detta möjliggör kortare simuleringstider och enklare dataanalys, men innebär samtidigt att viss information går förlorad, vilket i vissa fall kan påverka resultatets noggrannhet.

En ännu mer reducerad modell kan uttryckas i form av ett analytiskt kriterium för när en betydande mängd skenande elektroner kan förväntas, som saknar tidsutveckling, och kan beräknas direkt utan simuleringar [8], [11]. Genom att anta att plasmat utvecklas likadant överallt i tokamakerna behöver inte hänsyn tas till partiklarnas positioner eller hastigheter i plasmat. Detta möjliggör snabba och lättolkade bedömningar av under vilka förutsättningar skenande elektroner genereras, som kan användas för att göra en uppskattning av lämpliga parametrar för mer tidskrävande modeller.

Ett befintligt kriterium som tar hänsyn till Comptonkällan, tritiumkällan och lavinkällan har tidigare verifierats med DREAM för ITER och SPARC [8]. I detta arbete utökas kriteriet med en generaliserad variant av Helander *m. fl.* [11] uttryck av Dreicerkällan och verifieras med DREAM med ARC-liknande plasmametrar.

1.2 Syfte

Syftet med projektet är att inkludera Dreicerkällan i det redan etablerade kriteriet, vilket beskriver under vilka omständigheter en betydande mängd skenande elektroner kan för-

väntas genereras [8]. Genom att lägga till en källterm för Dreicergenerering kan kriteriet göras mer heltäckande och ge en mer realistisk beskrivning av genereringen av skenande elektroner, särskilt då den kan bli viktig då stora elektriska fält induceras. Vidare är syftet att använda detta för att undersöka genereringen av skenande elektroner i fusionsreaktorn ARC.

Kriteriet skulle kunna användas till att uppskatta om en signifikant mängd skenande elektroner kommer att genereras när ett experiment utförs i en verklig reaktor. Det skulle också kunna tillämpas innan en komplex och tidskrävande simulering startas för att ta reda på om skenande elektroner borde tas hänsyn till eller inte.

1.3 Mål

För att erhålla ett pålitligt kriterium är målet med arbetet att komplettera det analytiska kriteriet med Dreicerkällan samt att verifiera kriteriet med hjälp av DREAM-simuleringar för ARC. För att undersöka skenande elektroner i ARC är målet att analysera vilken betydelse Dreicerkällan har i förhållande till Comptonkällan och tritiumkällan vid generering av skenande elektroner.

1.4 Avgränsningar

För att projektet ska vara genomförbart görs följande avgränsningar. Hot-tail-mekanismen kommer inte att implementeras på grund av den begränsade tidsramen för kandidatarbetet. Det slutliga kriteriet kommer endast att verifieras för fusionsreaktorn ARC, eftersom kriteriet inte tidigare har undersökts för denna reaktor. Enbart simuleringsverktyget DREAM kommer att användas, och plasmat kommer betraktas som en punkt. Det är förvisso en reducerad modell men tillräckligt fysikaliskt avancerad för kandidatprojektets syfte, medan mer avancerade modeller skulle innebära betydligt längre beräkningstider. Simuleringarna begränsas vidare till injektion av ädelgasen neon då detta är den mest lovande ädelgasen att använda [12].

1.5 Metod

Arbetet inleds med att ett uttryck härleds för det totala antalet skenande elektroner som genereras genom Dreicerkällan under en disruption i kapitel 3. Därefter införs detta uttryck i det befintliga analytiska kriteriet som presenteras i Zaar *m. fl.* [8]. Vidare används simuleringar i DREAM och beräkningar av det analytiska kriteriet för att undersöka hur mängden skenande elektroner utvecklas vid olika mängder injicerat deuterium och neon med ARC-liknande plasmparametrar, se kapitel 4. De injicerade mängderna deuterium och neon varieras över flera storleksordningar för att på ett robust sätt kunna utvärdera överensstämmelsen mellan DREAM-simuleringarna och det analytiska kriteriet. För att utvärdera kriteriet åskådliggörs det i samma figur som maximala värdet på strömmen buren av skenande elektroner från DREAM-simuleringarna, vilket åskådliggörs i kapitel 5. Vidare görs kvalitativa jämförelser av varje analytisk genereringsmekanism med motsvarigheten från DREAM-simuleringarna. På så sätt kan kriteriets förmåga att förutspå en ansevärd mängd skenande elektroner och de enskilda källornas beteende utvärderas.

2

Plasmafysik

När en gas värms upp tillräckligt mycket kommer den joniseras, vilket innebär att elektronerna börjar frigöras från atomkärnorna. Vid ännu högre temperaturer övergår den joniserade gasen till ett plasma [2]. Detta sker när gasen kan anses vara kvasineutral och uppvisar ett kollektivt beteende. Med kvasineutralt menas att plasmat i helhet är neutralt laddat, men som lokalt kan vara positivt eller negativt laddat. Ett kollektivt beteende kan förstås som att utöver de lokala kollisionerna som sker vid lägre temperaturer, påverkas partiklarna kollektivt även på längre avstånd av elektromagnetiska krafter. Detta kan förstås genom att det lokalt i plasmat finns områden med fler elektroner respektive protoner, vilket skapar elektriska fält som påverkar partiklarna i plasmat på både korta och långa avstånd.

2.1 Coulombkollisioner

Eftersom den elektriska kraften blir mycket stark när laddade partiklar kommer nära varandra krävs det stor energi för att två joner ska kollidera mekaniskt. I stället uppstår ofta så kallade Coulombkollisioner, där laddade partiklar passerar nära varandra och växelverkar genom den långräckviddiga Coulombkraften $F_c = q_1 q_2 / (4\pi \epsilon_0 r^2)$, där ϵ_0 är vakuumpärmeabiliteten, q_1, q_2 är respektive partikels laddning och r är avståndet mellan partiklarna [2]. När exempelvis en elektron passerar en laddad partikel på avståndet b böjs elektronens bana av [13].

På grund av Coulombkraftens långa räckvidd, som är svagare på längre avstånd, kommer två sorters kollisioner äga rum. Kollisioner på kortare avstånd är mindre vanliga och har stor påverkan på partikelns hastighet. Kollisioner på längre avstånd är vanligare, men ger en mindre påverkan på partikelns hastighetsriktning.

2.2 Fluidmodellen

För att beskriva ett plasmas beteende deterministiskt bör varje enskild partikels dynamik, med samtliga elektromagnetiska krafter som agerar på partikeln vid varje tidpunkt, tas i hänsyn. Detta inkluderar även samtliga elektriska fält från andra partiklar, vilket gör modellering ytterst numeriskt komplext då antalet partiklar är av storleksordningen 10^{23} m^{-3} i typiska fusionsplasman [14]. För att reducera komplexiteten kan plasmat beskrivas statistiskt genom att studera det kollektiva beteendet hos plasmat.

Här beskrivs partiklarna av en fördelningsfunktion $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$, där \mathbf{r} är rumsvektorn, \mathbf{v} är hastighetsvektorn och t är tiden. Hur denna fördelningsfunktion varierar i tiden beskrivs med Boltzmannekvationen [13]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f + \frac{\mathbf{F}}{m} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c. \quad (2.1)$$

där m är partikelmassan. Här representerar \mathbf{F} kraften som agerar på partiklarna vilken i detta fall kan ersättas av Lorentzkraften, $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$, där q är laddningen av partikeln i fråga, \mathbf{E} är elektriska fältet, \mathbf{B} är magnetiska fältet och $(\partial f/\partial t)_c$ är förändringshastigheten av f till följd av kollisioner. Kollisionsoperatoren $(\partial f/\partial t)_c$ är ytterst komplex om samtliga Coulombinteraktioner ska tas hänsyn till så för att reducera komplexiteten approximeras ofta att kollisionerna i plasmat domineras av Coulombkollisioner på längre avstånd.

Denna process är diffusiv i hastighetsrummet, där slumpmässiga Coulombkollisioner leder till spridning av partiklars hastigheter. Kollisionerna orsakar både en systematisk inbromsning och en stokastisk spridning i hastighetsfördelningen. Den tidigare nämnda approximationen resulterar i att hastighetsfördelningen för partiklar tenderar mot Maxwell-Boltzmannfördelningen

$$f(\mathbf{v}) = n \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m|\mathbf{v} - \mathbf{u}|^2}{2k_B T} \right), \quad (2.2)$$

där $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ är medelhastigheten för partikelarten, där n är partikeldensiteten, k_B är Boltzmanns konstant och T temperaturen för partikelarten

Denna metod ger en detaljerad beskrivning av plasmat där det är möjligt att beräkna önskvärda kvantiteter med hjälp av momentet av fördelningsfunktionen

$$n(\mathbf{r}, t) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v}, \quad (2.3)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{n} \int \mathbf{v} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v}, \quad (2.4)$$

$$T(\mathbf{r}, t) = \frac{m}{3n} \int |\mathbf{v} - \mathbf{u}|^2 f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v}. \quad (2.5)$$

För att ytterligare reducera komplexiteten är det möjligt att behandla plasmat som en fluid [13]. Denna metod beskriver plasmat genom fluidkvantiteterna (2.3 - 2.5) som beskriver dynamiken genom fluidekvationer som reducerar mängden dimensioner till högst tre. Dessa ekvationer fås genom momenten av Boltzmannekvationen där det lägsta momentet fås genom att integrera ekvation (2.1) där \mathbf{F} ersätts av Lorentzkraften [13]:

$$\int \frac{\partial f}{\partial t} d\mathbf{v} + \int \mathbf{v} \cdot \nabla f d\mathbf{v} + \frac{q}{m} \int (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} d\mathbf{v} = \int \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c d\mathbf{v}. \quad (2.6)$$

Dessa förenklas till en kontinuitetsekvation för fluiden,

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{u}) = 0, \quad (2.7)$$

där vidare moment ger upphov till fler beskrivningar av fluidens beteende.

Ekvation (2.7) beskriver således förändringen i partikelantal i en given volym enbart genom nettoflödet in eller ut vilket gör det möjligt att definiera massflöde och göra kopplingar till energi- och rörelsemängdsekvationer. Fluidbeskrivningen reducerar det kinetiska problemet från en sexdimensionell fasrumsbeskrivning till ett system av partiella differentialekvationer i konfigurationsrummet. Detta gör simulering av globala plasmaegenskaper beräkningsmässigt billiga, på bekostnad av att detaljer i hastighetsdistributionen går förlorade.

2.3 Spitzer-konduktivitet och effektiv laddning

Den elektriska konduktiviteten i ett fullt joniserat plasma definieras av Spitzerkonduktiviteten enligt

$$\sigma = F(Z_{\text{eff}}) \frac{3(2\pi)^{3/2} \varepsilon_0^2 (k_B T_e)^{3/2}}{Z_{\text{eff}} \epsilon^2 m_e^{1/2} \ln \Lambda_{\text{th}}}, \quad F(Z_{\text{eff}}) = \frac{1 + 2,966 Z_{\text{eff}} + 0,753 Z_{\text{eff}}^2}{1 + 1,198 Z_{\text{eff}} + 0,222 Z_{\text{eff}}^2}, \quad (2.8)$$

där ε_0 är permittiviteten i vakuum, e är elementarladdningen, $\ln \Lambda_{\text{th}}$ är den termiska Coulomblogaritmen och T_e elektronens temperatur [13]. I fortsättningen uttrycks temperaturen i energienheter (eV), vilket innebär att faktorn k_B absorberas i definitionen av T_e enligt $k_B T_e \rightarrow T_e$. Den effektiva laddningen i plasmat Z_{eff} beskrivs av

$$Z_{\text{eff}} = \frac{\sum_s n_s Z_s^2}{\sum_s n_s Z_s}, \quad (2.9)$$

där partikelantalet n_s av typ s har laddning Z_s [7]. Ett rent plasma av enbart väteisotoper har därmed $Z_{\text{eff}} = 1$. Plasman är dock generellt inte helt rena och orenheter i form av andra grundämnen där isotoper med högre Z ökar Z_{eff} på grund av Z_s^2 termen i täljaren. Temperaturen, n_s och Z_s kan beräknas genom [8]

$$\frac{j_0^2}{\sigma(T_e, Z_{\text{eff}})} = \sum_{s,l} n_e n_s^l L_s^l(T_e, n_e), \quad (2.10)$$

$$n_s^l = n_s \left(1 + \sum_{j=0}^{l-1} \prod_{k=j+1}^l \frac{R_s^k}{I_s^{k-1}} + \sum_{j=l+1}^Z \prod_{k=l}^{j-1} \frac{I_s^k}{R_s^{k+1}} \right)^{-1}, \quad (2.11)$$

där j_0 är plasmaströmtätheten innan disruptionen, n_e är fria elektroner i plasmat, n_s^l är tätheten för joner av typen s och laddningstillstånd l , $L_s^l(T_e, n_e)$ är den kombinerade koefficienten för bromsstrålning och linjestrålning från excitering och rekombination, $I_s^l = I_s^l(T_e, n_e)$ är joniseringshastighetskoefficienten för en jonslaget s från laddningstillstånd l till laddningstillstånd $l+1$, $R_s^l = R_s^l(T_e, n_e)$ är rekombineringshastighetskoefficienten för jonslaget s från laddningstillstånd l till laddningstillstånd $l-1$ och n_s är den totala densiteten för jonslaget s , där koefficienterna är hämtade från ADAS-databasen [15]. Temperaturen bestäms genom en stationär energibalans mellan ohmsk uppvärmning och strålningsförluster, vilket innebär att ekvation (2.10) löses självkonsistent för T_e .

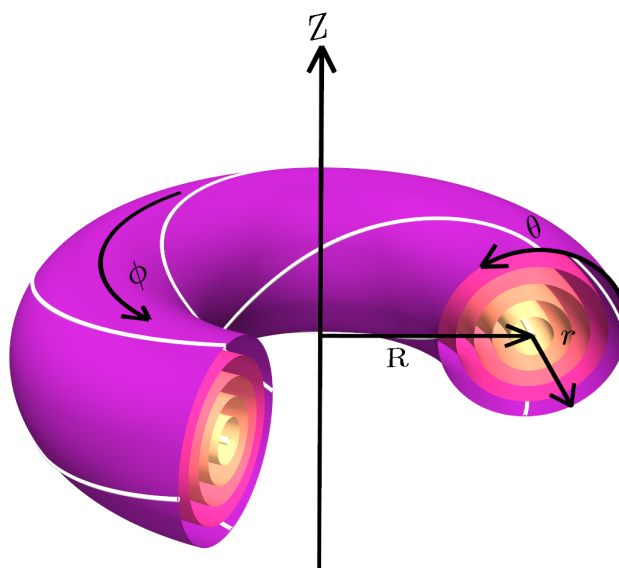
2.4 Tokamaken

Eftersom plasmat kräver mycket höga temperaturer för att DT-reaktionen ska inträffa behöver det inneslutas på ett sätt som inte skadar fusionsreaktorn och håller plasmat varmt. Det finns flera sätt att innesluta plasma på, men en vanlig metod som bland annat ARC använder, är att använda sig av en tokamak.

Eftersom plasmat består av laddade partiklar kan det påverkas av Lorentzkraften

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (2.12)$$

som beskriver hur de laddade partiklarna gyrerar runt magnetfältslinjerna. För att hålla plasmat på plats skapas därför ett toroidalt magnetfält, se figur 2.1, med externa magneter. Torusformen gör att partiklarna kan transporteras i en sluten bana. Genom en



Figur 2.1: Illustration av tokamak-geometrin med ett toroidalt koordinatsystem med lillradie r , poloidal vinkelkoordinat θ och toroidal vinkelkoordinat ϕ . Den toroidala koordinaten skapar tillsammans med den storradiekoordinaten R och den vertikala koordinaten Z ett cylindriskt koordinatsystem. De vita kurvorna illustrerar helixformade magnetiska fältlinjer ytterst på de färgade torusytorna som representerar ytor där plasmastorheter som temperatur och densitet hålls någorlunda konstanta.

solenoidspole i mitten av torusen agerar plasmat som en sekundärlindning i en transformator vilket inducerar ett elektriskt fält, vilket ger upphov till en toroidal plasmaström, som i sin tur genererar ett poloidalt magnetfält. Det toroidala och poloidala magnetfältet bildar tillsammans helixformade fältlinjer. Partiklarna kommer fortfarande drivas mot väggarna, men eftersom medelvärdet över driftens riktning blir noll så blir plasmat betydligt bättre inneslutet [13]. Eftersom magnetfältet skapas med både externa magneter och en plasmaström kan det externa magnetfältet reduceras i komplexitet jämfört med en stellarator. En nackdel är att plasmaströmmen kan ge upphov till disruptioner.

Vid konstruktionen av tokamaker styr designen vilka förutsättningar reaktorn har. ITER, SPARC och ARC kan jämföras genom ett antal centrala parametrar som tillsammans beskriver både plasmafysik och teknisk design [13], se tabell 2.1. De geometriska parametrarna, stor- och lillradien R_0 och a , bestämmer reaktorns storlek och därmed den tillgängliga plasmavolymen. Ett högre toroidalt magnetfält B_T möjliggör en högre plasmaström utan att riskera allvarliga instabiliteter. En större plasmaströmtäthet $j_0 = I_p/\pi a^2$, där I_p är plasmaströmmen ger i sin tur en högre densitet, vilket leder till högre effekt från fusionsreaktioner. Ett högre magnetfält möjliggör i princip en mindre reaktor för samma fusionseffekt, men ställer samtidigt stora krav på magnetteknologi och material. ARC och SPARC är designade kring ett mycket högt magnetfält, vilket möjliggör mindre maskiner än ITER.

Tabell 2.1: Jämförelse mellan parametrar för ARC [16], SPARC [17] och ITER [4].

Parameter	Enhet	ARC	SPARC	ITER
R_0	m	4,62	1,85	6,2
a	m	1,18	0,57	2,0
B_T	T	11,4	12,2	5,3
I_p	MA	12,0	8,7	15,0
j_0	MA/m ²	2,74	8,52	1,19

3

Skenande elektroner

När tokamaken är i drift kan instabiliteter i plasmat ge upphov till en hastig förlust av termisk plasmaenergi. Denna händelse kallas för disruptioner och kan till exempel skapas av höga strömmar, densiteter och tryck i plasmat. När en disruption äger rum kan inneslutningen försämrats och plasmat komma i kontakt med reaktorväggen och stora krafter frigörs. Genom att injicera ädelgaser och deuterium just innan en disruption äger rum kan värmen sänkas kontrollerat och skadorna minimeras. Eftersom Spitzerkonduktiviteten beror på temperaturen enligt $\sigma \propto T_e^{3/2}$ leder temperaturfallet till en kraftigt minskad konduktivitet och därmed en minskning av plasmaströmmen. Enligt Faradays induktionslag motverkar plasmats självinduktans denna strömförändring genom att inducera ett parallellt elektriskt fält E_{ind} , som uppfyller proportionaliteten

$$E_{\text{ind}} \sim -\frac{dI_p}{dt}, \quad E_{\text{ind}} \sim \frac{1}{\sigma} \sim T_e^{-3/2}. \quad (3.1)$$

Ju snabbare temperaturen och därmed konduktiviteten sjunker, desto större blir det inducerade elektriska fältet. Detta möjliggör genereringen av skenande elektroner och en skenande elektronström I_{Re} . Förenklat kan det sägas att en elektron som rör sig parallellt med magnetfältet accelereras av det inducerade elektriska fältet enligt eE_{\parallel}/m_e , där m_e är elektronens massa, E_{\parallel} är den komponent av E_{ind} som är parallell med det magnetiska fältet, och saktas ned av kollisioner med andra partiklar med kraften F_f enligt [13]

$$F_f \propto nm_e v^2 \frac{1}{v^4} \ln \Lambda. \quad (3.2)$$

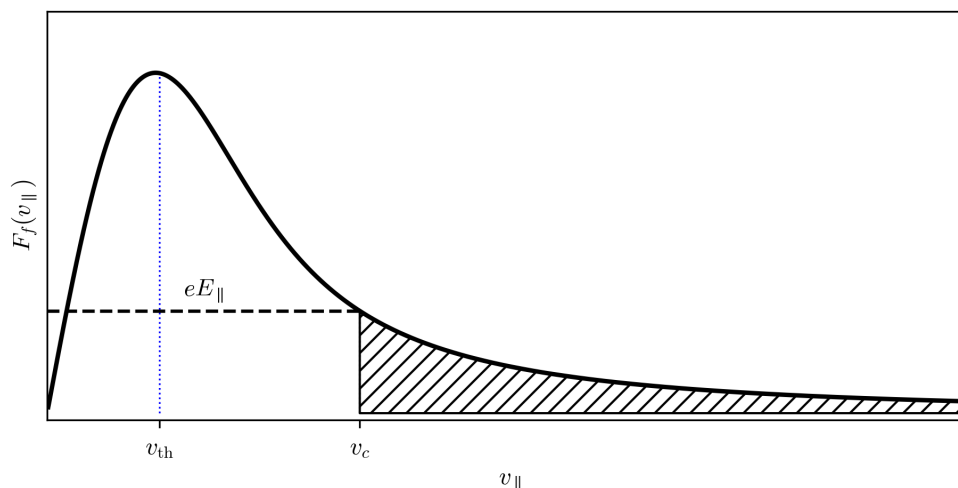
Kollisionsfrekvensen ν_c definieras via $F_f = m_e \nu_c v$ och är därmed $\nu_c \propto 1/v^3$. Samtidigt är den termiska kollisionsfrekvensen $\nu_{\text{th}} \equiv \nu_c(v_{\text{th}})$, så att $\nu_c(v) = \nu_{\text{th}} (v_{\text{th}}/v)^3$ där $v_{\text{th}} = \sqrt{2T_e/m_e}$ är den termiska hastigheten för elektroner.

För elektroner med hastigheter över den termiska hastigheten v_{th} , en karakteristisk hastighetsskala som beskriver bredden på elektronernas termiska hastighetsfördelning, avtar ν_c som $1/v^3$. I och med att dessa krafter är motriktade finns det för ett E_{\parallel} , en kritisk hastighet v_c så att

$$\frac{e}{m_e} E_{\parallel} = \nu_c v_c, \quad (3.3)$$

där elektroner med $v > v_c$ skenar. Vid denna hastighet och fältstyrka fortsätter elektronen att accelerera kontinuerligt, eftersom elektronens hastighet fortsätter att öka samtidigt som ν_c fortsätter att minska ytterligare. För elektroner med $v \gg v_{\text{th}}$ gäller att $\nu_c = n_e e^4 \ln \Lambda / (4\pi \epsilon_0^2 m_e^2 v^3)$ [7], där $\ln \Lambda$ är Coulomblogaritmen. Således kan den kritiska hastigheten lösas ut ur ekvation (3.3), då erhålls

$$v_c^2 = \frac{n_e e^3 \ln \Lambda}{4\pi \epsilon_0^2 m_e E_{\parallel}}, \quad (3.4)$$



Figur 3.1: Visualisering av friktionskraften till följd av Coulombkollisioner i ett plasma som funktion av hastighet v_{\parallel} . Elektroner i den streckade regionen, där $v > v_c$, är skenande elektroner.

som kan relateras till den kritiska energin enligt

$$W_c = (\gamma_c - 1)m_e c^2, \quad (3.5)$$

där $\gamma_c = 1/\sqrt{1 - v_c^2/c^2}$ är den kritiska Lorentzfaktorn. I figur 3.1 visualiseras detta förhållande mellan den kritiska hastigheten och det elektriska fältet som möjliggör existensen av skenade elektroner i en fusionsreaktor. För låga elektriska fält är v_c hög. Då $v_c > c$ kan inte skenande elektroner genereras. Den kritiska hastigheten är ofta högre än ljusets hastighet under vanlig drift i en tokamak.

Eftersom partiklar inte kan färdas snabbare än ljusets hastighet kan ett kritiskt elektriskt fält härledas från ekvation (3.4) genom att sätta $v_c = c$ och lösa ut E_{\parallel} , vilket resulterar i

$$E_c = \frac{n_e e^3 \ln \Lambda}{4\pi \epsilon_0^2 m_e c^2}. \quad (3.6)$$

Det kritiska elektriska fältet är det minsta elektriska fält som krävs för att skenande elektroner ska kunna existera alls.

Ännu ett elektriskt fält är Dreicer-fältet som representerar det fält som krävs för att termiska elektroner ska skena[18]

$$E_D = \frac{n_e e^3 \ln \Lambda}{2\pi \epsilon_0^2 m_e v_{th}^2}. \quad (3.7)$$

På grund av att termiska elektroner känner störst friktionskraft kommer alla elektroner skena om $E_{\parallel} = E_D$.

3.1 Ett analytiskt kriterium för generering av skenande elektroner

För att skenande elektroner ska uppstå krävs, förutom ett starkt E_{\parallel} , en generationsmekanism för att initialt introducera skenande elektroner i plasmat. Dessa generationsmekanismer γ_{seed} kallas primärkällor och ger upphov till en population av skenande elektroner

n_{Re} . Denna population kan sedan öka exponentiell med en sekundär generationsmekanism $\Gamma_{\text{ava}} n_{\text{Re}}$.

Tillväxten av skenande elektroner beskrivs av [8]

$$\frac{dn_{\text{Re}}}{dt} = \sum_{\text{seed}} \gamma_{\text{seed}} + \Gamma_{\text{ava}} n_{\text{Re}}, \quad (3.8)$$

där samtliga generationsmekanismer för skenande elektroner beror på det parallella elektriska fältet E_{\parallel} , och vid disruptionens början, $t = 0$, antas antalet skenande elektroner i plasmat vara obefintligt. Det parallella elektriska fältet beskrivs enligt

$$E_{\parallel} = E_{\parallel 0} - \frac{L}{2\pi R_0} \frac{dI_{\text{p}}}{dt}, \quad L \approx \mu_0 R_0 \left[\ln \left(\frac{8R_0}{a} \right) - 2 \right], \quad (3.9)$$

där L är plasmats självinduktans med vakuumpermeabilitet μ_0 . I_{p} är den totala plasmaströmmen vilken kan skrivas

$$I_{\text{p}} = I_{\Omega} + I_{\text{Re}}, \quad (3.10)$$

där $I_{\Omega} = \sigma E_{\parallel} A$ är den ohmska strömmen och $I_{\text{Re}} = n_{\text{Re}} e c A$ är strömmen buren av skenande elektroner, σ är Spitzerkonduktiviteten, A är tvärsnittsarean av plasmat och c är ljusets hastighet. Ekvation (3.9) och ekvation (3.10) kan kombineras till differentialekvationen

$$E_{\parallel} = E_{\parallel 0} - \frac{L}{2\pi R_0} \frac{d}{dt} (\sigma E_{\parallel} A + n_{\text{Re}} e c A). \quad (3.11)$$

Nu införs följande dimensionslösa uttryck för tiden, elektriska fältet, densiteten av skenande elektroner och konduktiviteten

$$t' = \sqrt{\frac{1}{(Z_{\text{eff}} + 5) \tau_{\text{c}} \ln \Lambda_{\text{c}}}} t, \quad (3.12a)$$

$$E = \frac{E_{\parallel}}{E_{\text{c}}}, \quad (3.12b)$$

$$n = \frac{n_{\text{Re}} e c}{j_0}, \quad (3.12c)$$

$$s = \frac{\sigma E_{\text{c}}}{j_0}, \quad (3.12d)$$

där $\tau_{\text{c}} = 4\pi \varepsilon_0^2 m_{\text{e}} c^3 / (n_{\text{e}} e^4 \ln \Lambda_{\text{c}})$ är den relativistiska kollisionstiden, $j_0 = I_{\text{p}0} / A$ och $I_{\text{p}0}$ den totala strömmen innan disruption. Vidare är $\ln \Lambda_{\text{c}} = \ln \Lambda_{\text{th}} + 0,5 \ln(m_{\text{e}} c^2 / T_{\text{e}}) \approx 14,6 + 0,5 \ln(T_{\text{e}} / n_{\text{e}20})$ den relativistiska Coulomblogaritmen och $\ln \Lambda_{\text{th}} = 14,9 - 0,5 \ln n_{\text{e}20} + \ln(T_{\text{e}} / 1000)$ är den termiska elektron-elektron Coulomblogaritmen. Här uttrycks $n_{\text{e}20} = n_{\text{e}} / 10^{20} \text{ m}^{-3}$. Med dessa definitioner kan ekvation (3.8) och (3.11) skrivas

$$\frac{dn}{dt'} = \sum_{\text{seeds}} \bar{\gamma}_{\text{seed}} + \bar{\Gamma}_{\text{ava}} n, \quad (3.13)$$

$$\frac{d}{dt'} (n + sE) = \frac{E_0 - E}{\alpha}, \quad (3.14)$$

där $E_0 = E_{\parallel 0} / E_{\text{c}}$ och

$$\bar{\gamma}_{\text{seed}} = \sqrt{Z_{\text{eff}} + 5} \tau_{\text{c}} \ln \Lambda_{\text{c}} \frac{e c}{j_0} \gamma_{\text{seed}}, \quad \bar{\Gamma}_{\text{ava}} = \sqrt{Z_{\text{eff}} + 5} \tau_{\text{c}} \ln \Lambda_{\text{c}} \Gamma_{\text{ava}}, \quad (3.15)$$

$$\alpha = \frac{L I_{\text{p}}}{R_0 \mu_0 I_{\text{A}} \ln \Lambda_{\text{c}} \sqrt{Z_{\text{eff}} + 5}}, \quad (3.16)$$

där $I_A = 4\pi m_e c / (\mu_0 e)$ är Alfvénströmmen, vilket är en övre gräns där plasmats självinducerade magnetiska fält blir starka nog att tydligt ändra partiklarnas rörelse- och strömfördelning.

Detta differentialekvationssystem kan approximeras genom att dividera ekvation (3.14) på ekvation (3.13). Då erhålls

$$s \frac{dE}{dn} = -1 - \frac{E - E_0}{\alpha [\sum_{\text{seeds}} \bar{\gamma}_{\text{seed}} + \bar{\Gamma}_{\text{ava}} n]}. \quad (3.17)$$

Genom antagandet att generationsmekanismen för skenande elektroner initialt domineras av primära källor, eftersom $n_{\text{Re}}(t=0) = 0$ och därmed $\bar{\gamma}_{\text{seed}}(\delta t_0) \gg \bar{\Gamma}_{\text{ava}} n_{\text{Re}}(\delta t_0)$, för ett litet initialt tidssteg δt_0 , kan lavintermen försummas och ekvation (3.17) reduceras således till

$$s \frac{dE}{dn} = -1 - \frac{E - E_0}{\alpha \sum_{\text{seeds}} \bar{\gamma}_{\text{seed}}}. \quad (3.18)$$

Tidigt i en disruption är $E \gg E_0$ och dessutom antas $\sum \bar{\gamma}_{\text{seed}} \ll E/\alpha$ så uttrycket approximeras vidare till

$$s \frac{dE}{dn} = -\frac{E}{\alpha \sum_{\text{seeds}} \bar{\gamma}_{\text{seed}}}, \quad (3.19)$$

som resulterar i integralen

$$n_{\text{seed}} = s\alpha \int_{\bar{E}_c^{\text{eff}}}^{E_1} \frac{\sum_{\text{seeds}} \bar{\gamma}_{\text{seed}}}{E} dE, \quad (3.20)$$

där n_{seed} är mängden skenande elektroner skapade av primära generationskällor, E_1 är det normaliserade elektriska fältet i början av disruptionen och \bar{E}_c^{eff} är det effektiva kritiska elektriska fältet [19]. Nu kan ekvation (3.17) lösas för den senare delen av disruptionen, då $\bar{\Gamma}_{\text{ava}} n_{\text{Re}} \gg \bar{\gamma}_{\text{seed}}$, vilket från ekvation (3.17) resulterar i

$$s \frac{dE}{dn} = -1 - \frac{E - E_0}{\alpha \bar{\Gamma}_{\text{ava}} n}. \quad (3.21)$$

Precis som i förra lösningen försummas E_0 och den första termen i vänsterledet av samma anledningar vilket leder till

$$s \frac{dE}{dn} = -\frac{E}{\alpha \bar{\Gamma}_{\text{ava}} n}, \quad (3.22)$$

som har lösningen

$$n = n_{\text{seed}} \exp(N_{\text{ava}}), \quad (3.23)$$

där

$$N_{\text{ava}} = s\alpha \int_{\bar{E}_c^{\text{eff}}}^{E_1} \frac{\bar{\Gamma}_{\text{ava}}}{E} dE. \quad (3.24)$$

Således beskrivs en approximation av skenande elektroner genom

$$n = n_{\text{seed}} \exp(N_{\text{ava}}), \quad \begin{cases} n_{\text{seed}} = s\alpha \int_{\bar{E}_c^{\text{eff}}}^{E_1} \frac{\sum_{\text{seeds}} \bar{\gamma}_{\text{seed}}}{E} dE, \\ N_{\text{ava}} = s\alpha \int_{\bar{E}_c^{\text{eff}}}^{E_1} \frac{\bar{\Gamma}_{\text{ava}}}{E} dE. \end{cases} \quad (3.25)$$

Ofta tas logaritmen av denna uppskattning, då erhålls

$$\ln n = \ln n_{\text{seed}} + N_{\text{ava}} \equiv \mathcal{Z}. \quad (3.26)$$

Ett kriterium för en anseilig mängd skenande elektroner uttrycks således i ekvation (3.26) där $\mathcal{Z} > 0$ betyder att en signifikant generation av skenande elektroner förväntas. När $\mathcal{Z} = 0 \iff n = 1$ vilket innebär enligt ekvation (3.12c) att strömtätheten består till 100% av skenande elektroner och ekvivalent att $I_{\text{Re}}/I_{\text{p0}} = 1$ vilket således betyder att 100% av den initiala plasmaströmmen består av skenande elektroner. Värt att notera är att approximationen av ekvation (3.21) förenklar bort satureringsmekanismen för lavin termen vilket kan leda till ofysikaliskt stora mängder skenande elektroner och bör därför inte användas för att kvantitativt uppskatta antalet skenande elektroner. Uttrycket bör istället användas för att indikera när primärkällorna tillsammans med lavinbildningens förstärkningsfaktor är tillräckligt stor för att ge upphov till en anseilig mängd skenande elektroner.

3.1.1 Lavinkällan

Om en skenande elektron kolliderar med en termisk elektron kan den termiska erhålla så pass mycket energi att även den också börjar skena, samtidigt som den skenande elektronen bibehåller så pass mycket energi att den fortsatt är skenande. Detta kan leda till en exponentiell ökning av skenande elektroner och kallas därför lavinbildning. Lavinbildningen kan beskrivas enligt [10]

$$\left(\frac{dn_{\text{Re}}}{dt}\right)_{\text{ava}} = \Gamma_{\text{ava}} n_{\text{Re}}, \quad (3.27a)$$

$$\Gamma_{\text{ava}} = \frac{1}{\tau_c \ln \Lambda_c} \frac{n_e^{\text{tot}}}{n_e} \frac{E_{\parallel} - E_c^{\text{eff}}}{\sqrt{4\bar{\nu}_s(p_{\star})^2 + \bar{\nu}_s(p_{\star})\bar{\nu}_D(p_{\star})}}, \quad (3.27b)$$

$$p_{\star}^2 = \frac{\sqrt{\bar{\nu}_s(p_{\star})\bar{\nu}_D(p_{\star})}}{E_{\parallel}/E_c}, \quad (3.27c)$$

där n_e^{tot} är densiteten av totala elektroner i plasmat och $\bar{\nu}_D$ och $\bar{\nu}_s$ är normaliserade spridning- respektive inbromsningsfrekvenser definierade enligt Hesslow *m. fl.* [19]. De normaliserade frekvenserna är beräknade vid $p = p_{\star}$ definierat implicit i (3.27c) och behöver beräknas numeriskt. För att undvika numeriska lösningar används en modifiering av uttrycket från Rosenbluth och Putvinski [20] för Γ_{ava} , där delvis joniserade plasma blir omfattade. Då blir den approximativa lavinkällan

$$\Gamma_{\text{ava}} \approx \frac{1}{\tau_c \ln \Lambda_c} \frac{n_e^{\text{tot}}}{n_e} \frac{E_{\parallel}/\bar{E}_c^{\dagger} - 1}{\sqrt{5 + Z_{\text{eff}}^{\dagger}}}, \quad (3.28a)$$

$$E_c^{\dagger} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{n_e^{\text{tot}}}{n_e}\right) E_c \equiv \bar{E}_c^{\dagger} E_c, \quad (3.28b)$$

$$Z_{\text{eff}}^{\dagger} = \sum_{s \text{ delvis joniserat}} \frac{n_s}{n_e} \frac{Z_s^2}{2} + \sum_{s \text{ fullt joniserat}} \frac{n_s}{n_e} Z_s^2. \quad (3.28c)$$

Eftersom tätheten av skenande elektroner är exponentiellt beroende av N_{ava} enligt ekvation (3.25) är det av stor vikt att ta hänsyn till den radiella diffusionen av E_{\parallel} [6]. I gränsen av ett cylindriskt plasma uppfyller den parallella strömmen och elektriska fältet

$$\mu_0 \frac{\partial j}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E_{\parallel}}{\partial r} \right), \quad (3.29)$$

där r är avståndet från den magnetiska axeln och det antas finnas en ledande vägg vid lillradien $r = a$ där $E(a) = 0$. En approximation av lavinfaktorn finnes i gränsen $j = \sigma E_{\parallel}$,

vilket är ohms lag i lokal form där skenande elektroners kollisioner med joner inte påverkar bulken av plasmats konduktivitet. Detta leder till att konduktiviteten σ kan anses vara konstant och ger en lösning till ekvation (3.29) enligt

$$j(r, t = 0) = \frac{x_1 I_{p0}}{2 \pi a^2} \frac{J_0(x_1 r/a)}{J_1(x_1)}. \quad (3.30)$$

Här är J_n den n:te besselfunktionen av första slaget och $x_1 \approx 2,4$ är första lösningen till $J_0(x) = 0$. Således kan diffusionsproblemet skrivas om enligt $E(r, t) = j(r, 0) \exp(-t/\tau_{CQ})/\sigma$, där den effektiva current quench-tiden modifieras av den globala induktansen enligt

$$\tau_{CQ} = \frac{L}{R_0} \frac{\sigma a_{\text{wall}}^2}{x_1^2}. \quad (3.31)$$

Där a_{wall} är den närmaste toroidala ledande strukturen som oftast är utanför reaktorväggen. Med definitionerna av α , s och τ_{CQ} tillsammans med $\bar{\Gamma}_{\text{ava}}$ kan därmed faktorn före integralen skrivas om enligt

$$s\alpha \sqrt{Z_{\text{eff}} + 5\tau_c} \ln \Lambda_c = \frac{x_1^2}{2} \left(\frac{a}{a_{\text{wall}}} \right)^2 \tau_{CQ}, \quad (3.32)$$

vilket reducerar ekvation (3.24) enligt

$$N_{\text{ava}} = \tau_{CQ} \int_{\bar{E}_c^{\text{eff}}}^{E_1} \frac{\Gamma_{\text{ava}}}{E} dE. \quad (3.33)$$

Med hjälp av den tidigare approximationen av Γ_{ava} fås det slutliga analytiska uttrycket till

$$N_{\text{ava}} = \frac{1}{\ln \Lambda_c \sqrt{1 + Z_{\text{eff}}^{\dagger}}} \frac{\tau_{CQ}}{\tau_c} \frac{n_e^{\text{tot}}}{n_e} \left[\frac{E_1}{\bar{E}_c^{\dagger}} - \ln \left(\frac{E_1}{\bar{E}_c^{\dagger}} \right) - 1 \right] H(E_1 - \bar{E}_c^{\dagger}), \quad (3.34)$$

där H är Heaviside-funktionen.

Eftersom lavinbildningen, och därmed antalet skenande elektroner, har ett exponentiellt beroende av N_{ava} (3.25), är antalet skenande elektroner exponentiellt beroende av I_{p0} . Därför är skenande elektroner ett problem för tokamaker av fullstor skala, men inte för mindre, experimentella tokamaker där plasmaströmmen är betydligt mindre. Eftersom tillväxtfaktorn är proportionell mot det totala antalet elektroner i plasmata, finns det en risk för stor lavinbildning vid stora materialinjektioner. Lavinbildning förutsätter dock att det redan finns skenande elektroner i plasmata. Därför kallas lavinbildning för en sekundär generationskälla. De övriga generationsmekanismerna som inte är beroende av en initialpopulation av skenande elektroner i plasmata kallas istället för primära generationskällor. Tillväxtfaktorn $\Gamma_{\text{ava}} \propto E_{\parallel} - E_c^{\text{eff}}$ och så länge $E_{\parallel} > E_c^{\text{eff}}$ kommer en förstärkning av primärkällorna att ske. Ofta är lavinbildningen den dominerande generationskällan på grund av dess exponentiella beteende [21].

3.1.2 Dreicerkällan

För att förstå uppkomsten av Dreicerkällan kan först kollisioner mellan två termiska elektroner betraktas. Vid Coulombkollisioner sker små slumpmässiga överföringar av energi mellan elektronerna. En enskild elektron kan därför efter en kollision få något högre eller lägre energi än tidigare. För många upprepade kollisioner med små vinklar leder detta till en stokastisk vandring i hastighetsrummet, vilket på makroskopisk skala kan beskrivas som diffusion i hastighetsrummet.

I ett plasma där många termiska elektroner kolliderar samtidigt verkar denna diffusionsprocess utjämnande på elektronernas fördelningsfunktion; se ekvation (2.2). Om v_c är tillräckligt låg kommer den kapa av Maxwell-Boltzmannfördelningen vid just v_c och elektroner med $v > v_c$ accelereras då snabbare av det elektriska fältet än vad kollisionerna hinner bromsa dem. Detta gör att de skenar iväg och lämnar den termiska populationen. Detta skapar ett underskott av elektroner i den del av Maxwell-Boltzmannfördelningen där hastigheten är hög. Eftersom Coulombkollisioner kontinuerligt diffunderar elektroner i hastighetsrummet återskapas den ursprungliga fördelningen. Nya elektroner sprids därför från den termiska bulken mot högre hastigheter, där vissa passerar v_c och blir skenande elektroner. Dreicerkällan kan därmed förstås som ett kontinuerligt läckage av elektroner från den termiska fördelningen, drivet av diffusion i hastighetsrummet i kombination med acceleration från det elektriska fältet.

En förenkling av uttrycket för Dreicerkällan är [11]

$$\left(\frac{dn_{\text{Re}}}{dt}\right)_{\text{D}} = k \frac{n_e}{\tau_{ee}} (u^2 E)^{-3(1+Z_{\text{eff}})/16} \exp\left(-\frac{1}{4u^2 E} - \sqrt{\frac{1+Z_{\text{eff}}}{u^2 E}}\right) = \gamma_{\text{seed}}^{\text{D}} \quad (3.35)$$

där k är en dimensionslös konstant av storleksordningsfaktor 1, $u = \sqrt{E_c/E_D}$, notera då att $u^2 E = E_{\parallel}/E_D$ och $\tau_{ee} = 4\pi\epsilon_0^2 m_e v_{\text{th}}^3 / (n_e e^4 \ln \Lambda)$ är elektron-elektron kollisionstiden för elektroner med $v > v_{\text{th}}$ [11], [18]. Om detta substitueras i ekvation (3.20) erhålls

$$n_{\text{seed}}^{\text{D}} = s\alpha \int \frac{\bar{\gamma}_{\text{seed}}^{\text{D}}}{E} dE = s\alpha \sqrt{Z_{\text{eff}} + 5} \tau_c \ln \Lambda_c \frac{ec}{j_0} \int \frac{\gamma_{\text{seed}}^{\text{D}}}{E} dE, \quad (3.36)$$

där $n_{\text{seed}}^{\text{D}}$ är mängden skenande elektroner skapade av Dreicerkällan. På samma sätt som för N_{ava} kan faktorerna skrivas om i form av τ_{CQ} enligt

$$n_{\text{seed}}^{\text{D}} = \frac{x_1^2}{2} \left(\frac{a}{a_{\text{wall}}}\right)^2 \frac{n_e ec}{j_0} \frac{\tau_{\text{CQ}}}{\tau_{ee}} u^{2\xi} \underbrace{\int_{\bar{E}_c^{\text{eff}}}^{E_1} E^{\xi-1} \exp\left(-\frac{1}{4u^2 E} - \sqrt{\frac{1+Z_{\text{eff}}}{u^2 E}}\right) dE}_{=I} \quad (3.37)$$

där $\xi = -3(1+Z_{\text{eff}})/16$ och I är integralen som löses.

Integralen I är svår att lösa analytiskt. För att erhålla en approximativ lösning kommer högra exponentialtermen att försummas under integrationen och inkluderas därefter som en multiplikativ faktor utvärderad vid $E = E_1$. Detta motiveras av att exponenten varierar långsammare med E än termen $-1/(4u^2 E)$. Efter variabelbytet $z = 1/(4u^2 E)$ erhålls

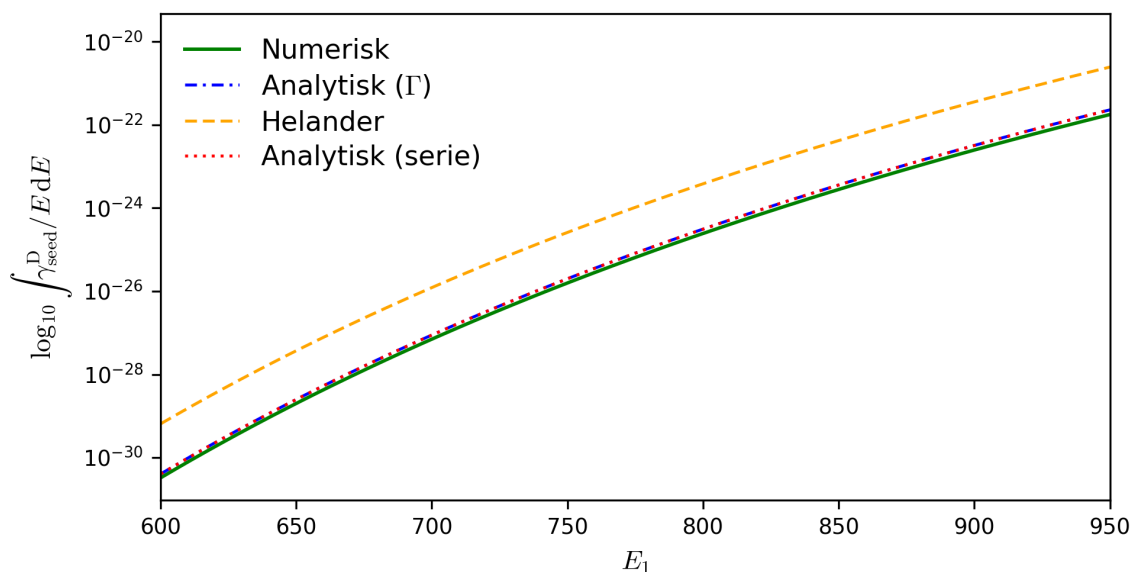
$$I \approx -(4u^2)^{-\xi} \int_{z_0}^{z_1} z^{-(\xi+1)} e^{-z} dz, \quad (3.38)$$

där $z_1 = 1/(4u^2 E_1)$ och $z_0 = 1/(4u^2 \bar{E}_c^{\text{eff}})$. Denna integral kan lösas på två olika sätt. Den första är identifiera definitionen av den övre inkompleta gammafunktionen i ekvation (3.38), då erhålls

$$n_{\text{seed}}^{\text{D}} = \frac{x_1^2}{2} \left(\frac{a}{a_{\text{wall}}}\right)^2 \frac{n_e ec}{j_0} \frac{\tau_{\text{CQ}}}{\tau_{ee}} 4^{-\xi} [\Gamma(-\xi, z_1) - \Gamma(-\xi, z_0)] \exp\left(-\sqrt{\frac{1+Z_{\text{eff}}}{u^2 E_1}}\right). \quad (3.39)$$

Den andra metoden är att partiellt integrera upprepade gånger, då erhålls uttrycket

$$n_{\text{seed}}^{\text{D}} = 2x_1^2 \left(\frac{a}{a_{\text{wall}}}\right)^2 \frac{n_e ec}{j_0} \frac{\tau_{\text{CQ}}}{\tau_{ee}} (u^2 E_1)^{\xi+1} \times \exp\left(-\frac{1}{4u^2 E_1} - \sqrt{\frac{1+Z_{\text{eff}}}{u^2 E_1}}\right) \left(1 + \sum_{i=1}^n (-4u^2 E_1)^i \prod_{k=1}^i (\xi + k)\right). \quad (3.40)$$



Figur 3.2: Jämförelse mellan olika beräkningsmetoder av $\int \gamma_{\text{seed}}^{\text{D}}/E dE$ vid konstant $T_e = 5 \text{ eV}$ och $Z_{\text{eff}} = 1,5$ för olika värden på E_1 . Uttrycket från Helander *m. fl.* [11] använder $Z_{\text{eff}} = 1$. Beräkningsmetoderna är normaliserade till gemensamma faktorer för ekvationerna (3.37), (3.39), (3.40), alltså $x_1^2 a^2 n_e e c \tau_{\text{CQ}} u^{2\xi} / (2a_{\text{wall}}^2 j_0 \tau_{ee})$.

I ekvation (3.40) försummas bidraget av den nedre integrationsgränsen. Detta motiveras av att integranden är mycket liten för små E genom faktorn $\exp(-1/(4u^2 E))$. För $E_1 \gg \bar{E}_c^{\text{eff}}$ dominerar där för integralen av bidrag nära den övre integrationsgränsen, vilket gör beroendet av \bar{E}_c^{eff} relativt svagt.

I figur 3.2 ses en jämförelse av de olika uttrycken med en numerisk lösning av I för olika E_1 med konstant $T_e = 5 \text{ eV}$ och $Z_{\text{eff}} = 1,5$. Tydligt är att de två analytiska uttrycken härledda i denna rapport är goda approximation för I jämfört med den numeriska lösningen. Uttrycket för Dreicerkällan framtaget av Helander *m. fl.* [11], som består av den första termen i ekvation (3.40) med $Z_{\text{eff}} = 1$, överestimerar $n_{\text{seed}}^{\text{D}}$ ännu mer på grund av $Z_{\text{eff}} = 1$ approximationen. Trots att alla tre beräkningsmetoderna överestimerar mängden skenande elektroner från Dreicerkällan, är ekvation (3.39) och (3.40) en ännu bättre approximation än Helanders uttryck. Överskattningen är dock inte ett problem då syftet med \mathcal{Z} är att få ett konservativt kriterium för när mängden skenande elektroner blir betydande. Modellen fungerar således som en övre uppskattning av skenande elektroner. I och med att ekvation (3.39) och (3.40) är mycket snarlika och matematiskt bör vara identiska kommer serien förkastas och ekvation (3.39) kommer fortsättningsvis att kallas för det analytiska uttrycket för Dreicerkällan.

3.1.3 Comptonkällan

Fotoner kan växelverka med elektroner i plasmat genom Comptonspridning och på så sätt orsaka skenande elektroner [2]. Dessa fotoner utstrålas av reaktorns aktiverade väggar när neutroner producerade av DT-reaktionen först exciterar väggmaterialet, som sedan relaxerar. Om den överförda energin är tillräckligt stor för att elektronens energi ska överstiga den kritiska energin W_c blir elektronen skenande. Comptongenereringen kan beskrivas som [8]

$$\left(\frac{dn_{\text{Re}}}{dt}\right)_{\text{C}} \approx n_e^{\text{tot}} \int_0^\infty \Gamma_\gamma(W_\gamma) \sigma(W_\gamma, W_c) dW_\gamma, \quad (3.41)$$

där n_e^{tot} är det totala antalet elektroner i plasmat, σ är tvärsnittet för att en elektron ska bli träffad av en foton och att elektronen i fråga ska bli skenande. Slutligen är $\Gamma_\gamma(W_\gamma)$ fotonens energispektrum som beskrivs av

$$\Gamma_\gamma(W_\gamma) = \Gamma_0 \exp[-\exp(-z) - z + 1], \quad z = \frac{\ln W_\gamma[\text{MeV}] + C_1}{C_2} + C_3(W_\gamma[\text{MeV}])^2. \quad (3.42)$$

I ekvation (3.42) är Γ_0 en normaliseringskonstant och de positiva parametrarna C_1 , C_2 och C_3 bestäms genom kurvanpassning för givna tokamak- och plasmakompositioner.

Antalet skenande elektroner är vidare proportionellt mot tvärsnittet för Comptonspridning $\sigma(W_\gamma, W_c)$, som bestäms genom att integrera Klein-Nishina-differentialtvärsnittet [8]

$$\begin{aligned} \sigma(W_\gamma, W_c) = \frac{3\sigma_T}{8} & \left\{ \frac{w_\gamma^2 - 2w_\gamma - 2}{w_\gamma^3} \ln \left[\frac{1 + 2w_\gamma}{1 + w_\gamma(1 - \cos \theta_c)} \right] \right. \\ & + \frac{1}{2w_\gamma} \left[\frac{1}{[1 + w_\gamma(1 - \cos \theta_c)]^2} - \frac{1}{(1 + 2w_\gamma)^2} \right] \\ & \left. - \frac{1}{w_\gamma^3} \left[1 - w_\gamma - \frac{1 + 2w_\gamma}{1 + w_\gamma(1 - \cos \theta_c)} - w_\gamma \cos \theta_c \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3.43)$$

där $\sigma_T = 8\pi r_e^2/3$ är Thomsonspridningstvårsnittet med elektronradie r_e och $w_\gamma = W_\gamma/(m_e c^2)$ är fotonens energi normaliserat till viloenenergin hos elektronen. Vidare är $\cos \theta_c$ den kritiska vinkel som krävs för att en elektron ska bli skenande för en given fotonenergi och kritisk energi som definieras av

$$\cos \theta_c = 1 - \frac{w_c}{w_\gamma} \frac{1}{w_\gamma - w_c}. \quad (3.44)$$

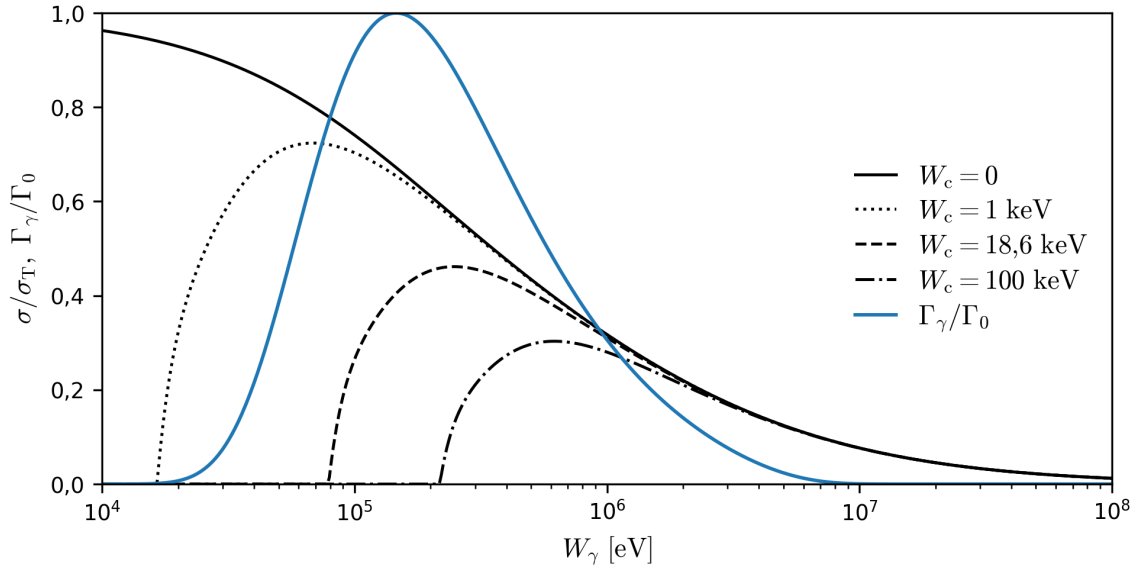
Med definitionerna i ekvation (3.42) och (3.43) kan således Comptonmekanismen uttryckas enligt

$$\gamma_{\text{seed}}^C \approx n_e^{\text{tot}} \int_0^\infty \Gamma_\gamma(W_\gamma) \sigma(W_\gamma, W_c) dW_\gamma \equiv n_e^{\text{tot}} \Gamma_{\text{flux}} \sigma_{\text{eff}}(W_c), \quad (3.45)$$

där Γ_{flux} är det totala fotonflödet, definierat genom valet av Γ_0 , och $\sigma_{\text{eff}}(W_c)$ är tvärsnittet för Comptonspridning medelvärdesbildat över fotonspektrumet

$$\Gamma_{\text{flux}} = \int_0^\infty \Gamma_\gamma(W_\gamma) dW_\gamma, \quad \sigma_{\text{eff}}(W_c) = \int_0^\infty \frac{\Gamma_\gamma(W_\gamma) \sigma(W_\gamma, W_c)}{\Gamma_{\text{flux}}} dW_\gamma. \quad (3.46)$$

Comptongenereringen är beroende av antalet elektroner i plasmat, fotonflödets energifördelning och sannolikheten att en foton med given energi överför tillräckligt med rörelsemängd till en elektron för att den ska bli skenande. I figur 3.3 visualiseras sambandet av de två faktorerna i integranden i ekvation (3.45). Den normaliserade energifördelningen Γ_γ/Γ_0 visar var fotonerna befinner sig energimässigt medan $\sigma(W_\gamma, W_c)/\sigma_T$ visar hur stor andel av tvärsnittet som bidrar till att producera skenande elektroner för en given kritisk energi W_c . Comptongenereringen är proportionell mot produkten av dessa två kurvor integrerad över alla fotonenergi och det energiområde där båda samtidigt är stora dominerar bidraget till skenande elektroner. Figur 3.3 illustrerar således hur σ_{eff} uppkommer. De svarta kurvorna visar hur tvärsnittet varierar med fotonenergin för olika W_c och den blå kurvan visar vilka fotonenergi som faktiskt förekommer i plasmat. Produkten av dessa två, integrerad över W_γ , ger σ_{eff} ett skalärt värde för varje W_c som sammanfattar hur effektivt hela fotonspektrumet producerar skenande elektroner.



Figur 3.3: Tvärsnittet för Comptonspridning $\sigma(W_\gamma, W_c)/\sigma_T$ för kritiska energier 0, 1, 18,6 och 100 keV i svart samt den normaliserade energifördelningen Γ_γ/Γ_0 i blått.

Efter samma normalisering som i avsnitt 3.1 tar ekvation (3.45) formen

$$n_{\text{seed}}^C = \frac{x_1^2}{2} \left(\frac{a}{a_{\text{wall}}} \right)^2 \frac{ec n_e^{\text{tot}}}{j_0} \tau_{\text{CQ}} \Gamma_{\text{flux}} \sigma_T \int_{\bar{E}_c^{\text{eff}}}^{E_1} \frac{\bar{\sigma}_{\text{eff}}(W_c)}{E} dE, \quad (3.47)$$

där $\bar{\sigma}_{\text{eff}} \equiv \sigma_{\text{eff}}/\sigma_T$. Genom att anta att samtliga elektroner som blir träffade av en foton skenar iväg kan således integralen i ekvation (3.47) förenklas [8]. Således är ett slutgiltigt approximativt uttryck för tätheten av skenande elektroner orsakade av Comptonspridning

$$n_{\text{seed}}^C \approx \frac{x_1^2}{4} \left(\frac{a}{a_{\text{wall}}} \right)^2 \frac{ec n_e^{\text{tot}}}{j_0} \tau_{\text{CQ}} \Gamma_{\text{flux}} \sigma_T \bar{\sigma}_{\text{eff}}(0) \ln \left(\frac{E_1}{\bar{E}_c^{\text{eff}}} \right) \quad (3.48)$$

3.1.4 Tritiumkällan

Tritium har en halveringstid på $\tau_T = 4500 \pm 8$ dagar och beta-sönderfaller enligt



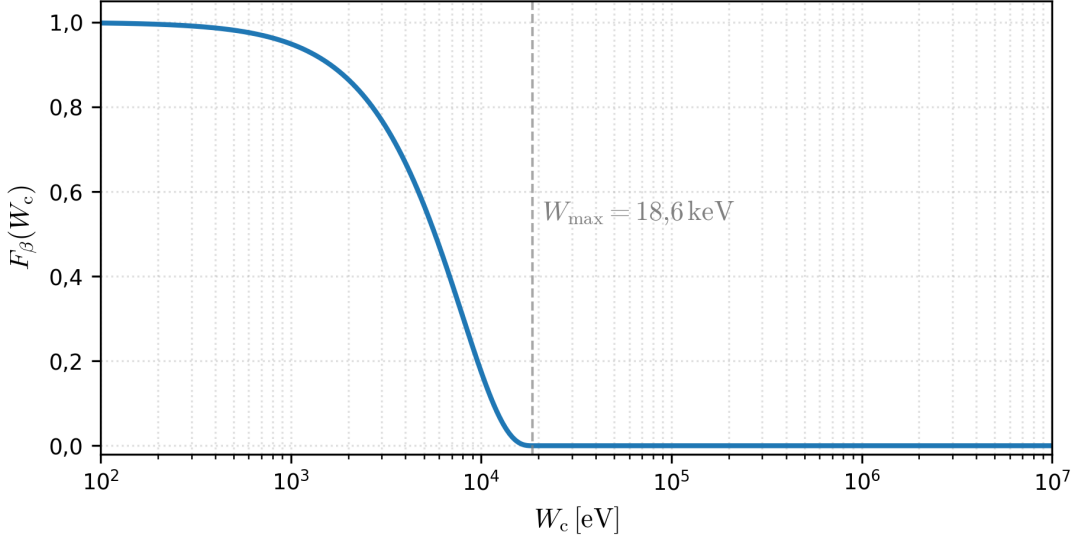
Eftersom tre partiklar frigörs vid betasönderfallet kan energifördelningen mellan dessa variera kraftigt vid olika sönderfall, där elektronen kan få som mest $W_{\text{max}} = 18,6$ keV. I vissa fall kan beta-elektronen erålla så mycket energi att den överstiger den kritiska energin W_c och blir skenande. Om andelen elektroner som får en sådan energi betecknas $F_\beta(W_c)$ kan genereringen av skenande elektroner från tritiumsönderfall beskrivas enligt [22]

$$\left(\frac{dn_{\text{Re}}}{dt} \right)_T \approx \ln 2 \frac{n_T}{\tau_T} F_\beta(W_c) = \gamma_{\text{seed}}^T, \quad (3.50)$$

där n_T är tritiumets densitet och

$$F_\beta(W_c) \approx \left(1 - \frac{35}{8} w^{3/2} + \frac{21}{4} w^{5/2} - \frac{15}{8} w^{7/2} \right) H(w - 1), \quad (3.51)$$

där $w = W_c/W_{\max}$. $F_\beta(W_c)$ illustreras som en funktion av den kritiska energin W_c i figur 3.4 [23].



Figur 3.4: Andel av elektroner som genereras i den skenande regionen $F_\beta(W_c)$ som funktion av den kritiska energin W_c .

Genom att beräkna integralen i (3.20) med γ_{seed}^T erhålls

$$n_{\text{seed}}^T = \frac{x_1^2 \ln 2}{2} \left(\frac{a}{a_{\text{wall}}} \right)^2 \frac{ecn_T}{j_0} \frac{\tau_{\text{CQ}}}{\tau_T} \left[\ln E - \sqrt{5 + Z_{\text{eff}}} w_{\text{max}}^{-7/2} w_c^{1/2} \right. \\ \left. \times \left(21w_{\text{max}} + \frac{45}{2} - \frac{5}{2}w_c \right) + \sum_{i=1}^3 c_n \left(\frac{1}{w_{\text{max}}} \right)^{(2n+1)/2} G_{2n+1}(Z_{\text{eff}}; w_c) \right], \quad (3.52)$$

där $w_c = W_c/(m_e c^2)$ är den kritiska energin normaliserad till elektronens vilobergi, $w_{\text{max}} = W_{\text{max}}/m_e c^2$ och koefficienter $c_1 = 35/4$, $c_2 = 21/2$, $c_3 = 15/4$ [8]. Funktionen $G_n(Z_{\text{eff}}; w_c)$ är definierad som

$$G_n(Z_{\text{eff}}; w_c) = 2^{n/2} \arctan \left(\sqrt{\frac{w_c}{2}} \right) \\ - (5 + Z_{\text{eff}})^{n/8} T_n(u) \arctan \left(\frac{2(5 + Z_{\text{eff}})^{1/8} u \sqrt{w_c}}{(5 + Z_{\text{eff}})^{1/4} - w_c} \right) \\ - (5 + Z_{\text{eff}})^{n/8} v U_{n-1}(u) \operatorname{arctanh} \left(\frac{2(5 + Z_{\text{eff}})^{1/8} v \sqrt{w_c}}{(5 + Z_{\text{eff}})^{1/4} + w_c} \right), \quad (3.53)$$

där T_n och U_n är Chebyshev-polynom av första respektive andra slaget och

$$u = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + (5 + Z_{\text{eff}})^{-1/4}}, \quad (3.54)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - (5 + Z_{\text{eff}})^{-1/4}}. \quad (3.55)$$

4

Metoder för att förutspå skenande elektroner

I det här arbetet beräknas I_{Re} både genom att beräkna det analytiska kriteriet i ekvation (3.26) och med numeriska simuleringar i DREAM som sedan jämförs.

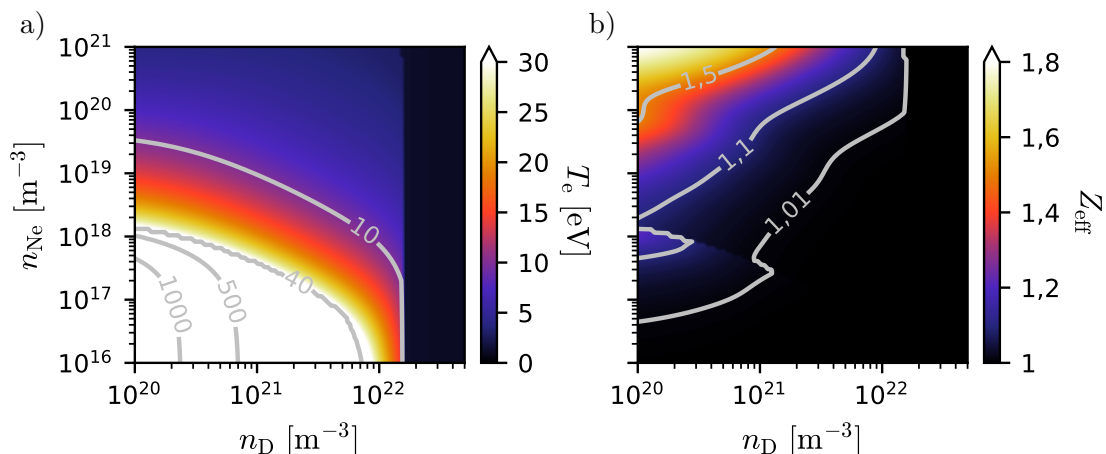
4.1 Parametrar för att beräkna strömmen från skenande elektroner

De fysikaliska och numeriska parametrar som användes i båda metoderna anges i tabell 4.1. För Compton-genereringen används de ARC-specifika konstanterna $C_1 = 1,922$, $C_2 = 0,954$ och $C_3 = 0,041$ som bestämmer formen på fotonspektrumet samt totala fotonflödet $\Gamma_{\text{flux}} = 1,5 \times 10^{16} \text{ m}^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ eV}^{-1}$ som bestämmer amplitud och antas vara konstant. De materialinjektioner som undersöks är scenarier där $10^{20} - 5 \times 10^{22}$ deuteriumatomer och $10^{16} - 10^{21}$ neonatomer per kubikmeter tillförs.

I figur 4.1 a) ses elektrontemperaturen beräknad med (2.10) och (2.11) som används som parameter i både simuleringar och analytiska beräkningar. Neon är med tio elektroner en mer kraftfull strålare än deuterium. Detta eftersom fler elektroner innebär fler möjliga övergångar mellan energitillstånd som kan avge fotoner. En högre neontäthet bör därmed innebära en minskad temperatur, vilket är vad som observeras. För deuteriuminjektionerna ses dock ett annat beteende. Temperaturen avtar sakta med ökande deuteriumtäthet n_{D} . Detta kan förstås genom att fler partiklar delar på samma mängd energi. Vid $n_{\text{D}} \approx 1,8 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$ blir temperaturen plötsligt mycket låg.

Tabell 4.1: De ARC-liknande plasmaparametrar [16] som användes.

Parameter	Värde	Enhet	Beskrivning
a	1,18	m	Plasmats lillradie
a_{wall}	$1,1215 a \approx 1,32$	m	Reaktorns lillradie
B_0	11,4	T	Toroidalt magnetfält
R_0	4,62	m	Reaktorns storradi
I_{p0}	12×10^6	A	Initial plasmaström
j_0	$I_{\text{p}}/\pi a^2 \approx 2,74 \times 10^6$	A m^{-2}	Strömtäthet
$n_{\text{D},0}$	$1,5 \times 10^{20}$	m^{-3}	Initial deuteriumtäthet
$n_{\text{T},0}$	$1,5 \times 10^{20}$	m^{-3}	Initial tritiumtäthet



Figur 4.1: Här ses a) elektrontemperaturen som antas konstant för en given neon- och deuteriumtäthet, samt b) den effektiva laddningen Z_{eff} . Den vertikala axeln anger tätheten av det injicerade neonet, och den horisontella axeln tätheten av det injicerade deuteriumet.

Detta är ett resultat av att deuteriumtätheterna blir så pass höga att deuteriumet börjar rekombinera [24]. Då kommer deuteriumet att börja stråla, vilket ger en minskad temperatur. Detta i sin tur leder till ökad rekombinering. Denna återkopplingseffekt leder till det plötsliga temperaturfallet. Temperaturen antas vara konstant för givna neon- och deuteriumtätheter.

I figur 4.1 b) åskådliggörs den effektiva laddningen Z_{eff} från ekvation (2.9) som används i beräkningarna, som kan förstås som ett mått av joniseringsgraden i plasmat. De två faktorer som påverkar den effektiva laddningen är hur många elektroner ett ämne har och hur joniserat det är. Neon har tio elektroner, medans deuterium bara har en. Z_{eff} är som störst i plasmat vid höga neontätheter och låga deuteriumtätheter, trots en lägre joniseringsgrad hos neonet. Det beror på att när tätheten av det joniserade deuteriumet, med $Z_{\text{eff}} = 1$, är mycket större än neontätheten kommer deuteriumet att dominera. Rekombinationen vid de höga deuteriumtätheterna går att ana genom den vertikala delen av 1,01-konturen.

4.2 Simulering av genereringsmekanismer för skenande elektroner

DREAM (Disruption Runaway Electron Analysis Model) är en simuleringsmjukvara för att studera relativistiska skenande elektroner i tokamaker [10]. Den beskriver utvecklingen av skenande elektroner i plasma enligt

$$\frac{dn_{\text{Re}}}{dt} = \gamma_{\text{seed}}^{\text{D}} + \gamma_{\text{seed}}^{\text{C}} + \gamma_{\text{seed}}^{\text{T}} + \Gamma_{\text{ava}} n_{\text{Re}}, \quad (4.1)$$

genom att lösa ett system av icke-linjära partiella differentialekvationer. Programvaran kan modellera elektronerna antingen som en fluidmodell, en kinetisk modell eller en kombination av båda. Andra plasmakvantiteter modelleras som fluider. Via verktyget kan de skenande elektronernas tidsutveckling modelleras och lösas för värden på till exempel strömtäthet, plasmatemperatur och elektriskt fält. Detta arbete använder fluidbeskrivningen och är vidare förenklad genom att betrakta plasmat som en punkt, det vill säga utan rumslig upplösning.

För att kunna utföra simuleringarna i DREAM behöver de ARC-liknande plasmaparametrarna i tabell 4.1 anges och beräkningsmetoder bestämmas. För spannen av materialinjektioner undersöktes 100 punkter för vardera atomart fördelade jämnt på en logaritmisk skala, med en simuleringstid om 350 ms med 105 000 tidssteg. Vid simulering av de olika genereringsmekanismerna för skenande elektroner används inbyggda modeller i DREAM. För tritiumbetakällan används den fluidbeskrivning som bygger på ekvation (3.50). Den genereringen genom Comptonspridning beskrivs av ekvation (3.41), grundat på modellen presenterad av Martín-Solís *m. fl.* [22] och vidareutvecklad av Ekmark *m. fl.* [12]. För Dreicergenereringen finns två av DREAM:s tillgängliga modeller. Den ena bygger på formuleringen av Connor och Hastie [18] och den andra på det neurala nätverket konstruerat av Hesslow *m. fl.* [25]. Uttrycket framtaget av Connor och Hastie [18] överskattar Dreicerkällan på grund av förenklade antaganden i kollisionoperatorn och behandlingen av elektronfördelningens högenergisvans [25], varpå det neurala nätverket användes i simuleringarna. Lavinbildningen beräknas med formuleringen från (3.27).

I detta arbete ansätts inte det elektriska fältet. Det beräknas med hjälp av Faradays lag, kopplat till Ampères lag, och utvecklas självkonsistent. Randvillkoret för att lösa detta är antagandet att tokamakväggen har oändlig konduktiviteten, vilket gör att $E_{\parallel} = 0$ vid väggen. Det initiala elektriska fältet beräknas genom Ohms lag, $j_0 = \sigma E_{\parallel}$, där $j_0 = I_{p0}/\pi a^2$ är strömtätheten. Genom att sedan beräkna detta för varje tidssteg kan strömutvecklingen beräknas. Vidare ansätts jontätheterna för varje laddningstillstånd och atomslag enligt resultaten från ekvation (2.10) och (2.11).

Den totala strömmen buren av skenande elektroner beräknas slutligen enligt $I_{Re} = j_{Re}\pi a^2$, där $j_{Re} = ec n_{Re}$ är strömtätheten av skenande elektroner som antas färdas i ljusets hastighet, vilket är en rimlig approximation för större reaktorer Buchholz [26].

4.3 Analytiska beräkningar för skenande elektroner

För att beräkna det analytiska kriteriet beräknas de individuella generationskällorna och summeras i ekvation (3.26). Tritiumkällan beräknas med ekvation (3.52), Dreicerkällan med ekvation (3.39) och Comptonkällan med ekvation (3.48), där $\bar{\sigma}_{\text{eff}}(0) = 0,3744$. Lavinbildningen beräknades med ekvation (3.34). Det elektriska fältet E_1 beräknades genom $E_1 = j_0/(\sigma E_c)$, där σ beräknas med ekvation (2.8) och E_c beräknas med ekvation (3.6).

Koden för de analytiska beräkningar som utförts i detta arbete finns tillgängliga i GitHub-repositoriet: <https://github.com/Odjej/Zcriterion>. Repositoriet är en vidareutveckling av mjukvara producerad av Zaar som inkluderar funktioner för att beräkna plasmaparametrar som sedan kan användas för analytiska modeller.

5

Generering av skenande elektroner i ARC

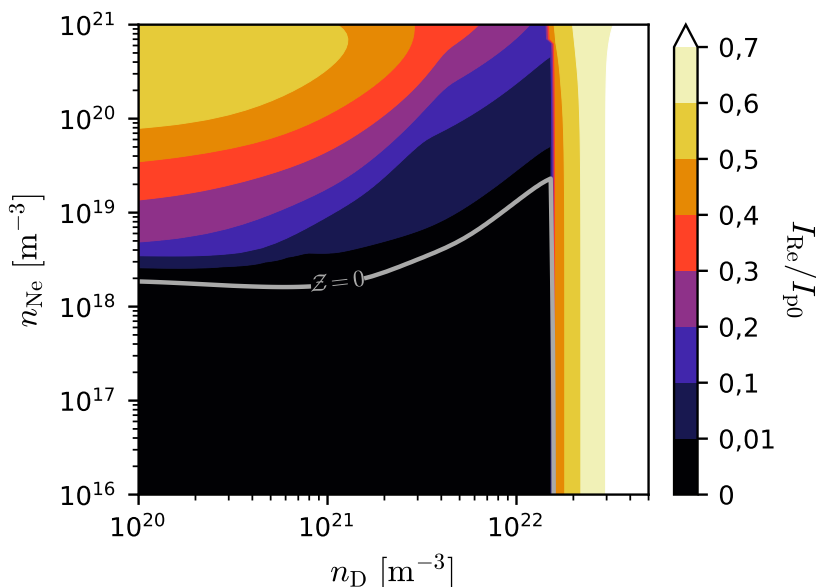
För att analysera giltigheten av det analytiska kriteriet i ekvation (3.26) jämförs det med DREAM-simuleringar för ARC-liknande plasmamparametrar. Kriteriets beståndsdelar, särskilt Dreicerkällan, undersöks genom att jämföra de analytiska och simulerade generationskällorna för skenande elektroner var för sig. Därefter kan förutsägelser göras för hur skenande elektroner kan komma att genereras i ARC, samt utreda hur stor betydelse Dreicerkällan har under dessa förutsättningar.

5.1 Verifiering av det analytiska kriteriet med DREAM-simuleringar

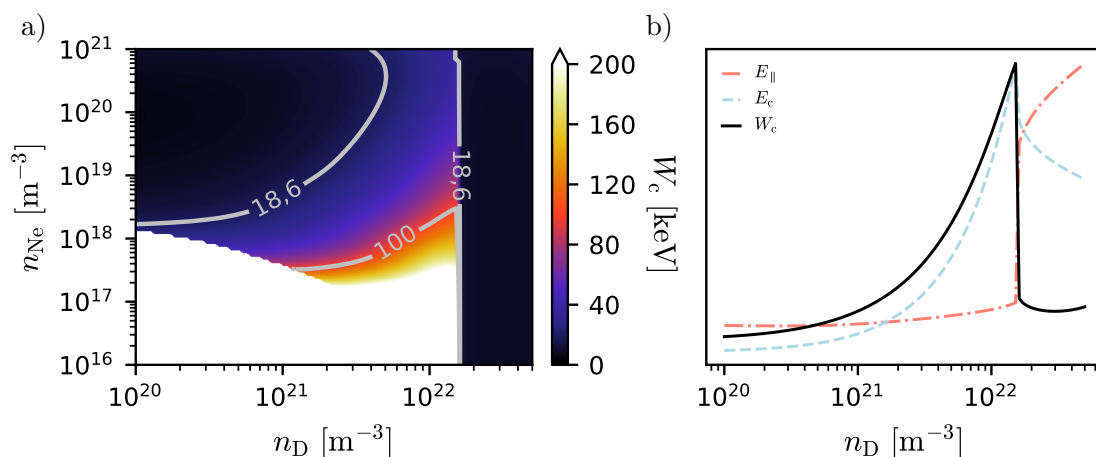
Syftet med kriteriet är att ange under vilka omständigheter en ansenlig mängd skenande elektroner kan förväntas genereras. Tätheten av skenande elektroner är direkt proportionell mot strömmen av skenande elektroner, som begränsas av $I_{\text{Re}} \lesssim I_{\text{p0}}$. För att jämföra det analytiska kriteriet med den numeriska lösningen kan kvoten $I_{\text{Re}}/I_{\text{p0}}$ analyseras från DREAM-simuleringarna, där I_{Re} är den maximala strömmen av skenande elektroner för en given kombination av n_{D} och n_{Ne} . I figur 5.1 visas kvoten $I_{\text{Re}}/I_{\text{p0}}$ erhållen från DREAM-simuleringarna med ARC-liknande parametrar, som en funktion av injicerad neon- och deuteriumtäthet. Den grå konturen motsvarar $\mathcal{Z} = 0$, och är tänkt att utgöra en avgränsning i parameterutrymmet för där stora mängder skenande elektroner förväntas mot försumbara mängder skenande elektroner. Från kriteriet, se ekvation (3.26), så är n och $I_{\text{Re}}/I_{\text{p0}}$ av samma storhet och fysikaliskt representerar de samma sak. Dock är de produkter av helt olika modeller. På grund av det bör det inte förväntas att de ger samma resultat.

Vid de lägsta deuteriumtätheterna motsvarar konturen en ström som simuleringarna förutspår att till 1% vara buren av skenande elektroner. Vid $n_{\text{D}} \approx 10^{21} \text{ m}^{-3}$ motsvarar kriteriet en ström till 20% buren av skenande elektroner i DREAM. Vid $n_{\text{D}} \approx 1,5 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$ förutspår DREAM att en betydande andel av den ursprungliga plasmaströmmen kommer att konverteras till ström som i huvudsak är buren av skenande elektroner. Detta beteende fångas väl av kriteriet. Sammantaget kan det sägas att kriteriet fungerar väl för att förutsäga generationen av skenande elektroner jämfört med DREAM-simuleringarna. Denna slutsats dras på grund av att kriteriet avgränsar ett område i parameterutrymmet där $I_{\text{Re}}/I_{\text{p0}} > 1\%$.

Som mest utgör skenande elektroner $\approx 74\%$ av startströmmen i simuleringarna. Den största andelen av skenande elektroner kan ses som ett avgränsat band vid de högsta deuteriumtätheterna. För höga neontätheter och låga deuteriumtätheter ses också stora mängder skenande elektroner. Att skenande elektroner genereras över parameterutrymmet på detta sätt kan förstås med hjälp av figur 5.2 a), där den lägsta W_c , se ekvation (3.5), från



Figur 5.1: Här ses kvoten I_{Re}/I_{p0} från DREAM-simuleringarna som fyllda konturer som en funktion över injicerat neon och deuterium och jämförs med det analytiska kriteriets nedre gräns i ekvation (3.26) som en grå linje. Den nedersta färgade konturen motsvarar en ström till 1 % buren av skenande elektroner, medan de andra konturerna motsvarar en ökning med 10 procentenheter.



Figur 5.2: I a) ses den minsta kritiska energin W_c från DREAM-simuleringarna som en funktion av injicerat neon och deuterium. I b) ses en jämförelse av W_c , E_{\parallel} och E_c i godtyckliga enheter som en funktion av injicerat deuterium vid konstant $n_{Ne} = 10^{20} \text{ m}^{-3}$.

DREAM-simuleringarna visualiseras. Konturen visar var den kritiska energin motsvarar 18,6 keV samt avgränsar ett område där $W_c > 100$ keV. Här framgår vid jämförelse med figur 5.1 att lägre W_c ger större I_{Re} . Den kritiska energin blir snabbt mycket stor där temperaturen överstiger ≈ 40 eV, vilket avgränsar ett område i parameterrummet där skenande elektroner enligt modellen inte kan genereras. Detta område sträcker sig just intill det plötsliga temperaturfallet vid mycket höga n_D , men minskar sedan vid större n_{Ne} . För att motivera utseendet på W_c illustreras relationen $W_c \propto 1/\sqrt{E_{\parallel}/E_c - 1}$ där den exemplifieras för $n_{Ne} = 10^{20} \text{ m}^{-3}$.

Den svarta kurvan i figur 5.2 b) beskriver samma beteende för W_c som i figur 5.2 a), där det syns att W_c för låga n_D är liten och växer successivt med ökande n_D fram tills det plötsliga temperaturfallet som kan observeras i figur 4.1 a) för att då bli liten igen. Detta sker eftersom det elektriska fältet är känsligt för temperaturen enligt ekvation (3.1). När temperaturfallet inträffar vid höga n_D stiger det kraftigt. Antalet fria elektroner i plasmat är i stort sett konstant för de olika deuteriumtätheterna oavsett neontäthet. För små n_D är n_e låg. Eftersom deuteriumet är joniserat kommer ökade n_D att innebära ökat n_e . När tätheterna blir så höga att plasmat börjar rekombinera kommer dock antalet fria elektroner att sjunka, trots ökade deuteriumtätheter. Enligt ekvation (3.6) minskar således E_c och den kritiska energin W_c sjunker.

Sammantaget går det att se att där E_{\parallel} är konstant och n_e ökar, ökar även W_c , medan den kraftiga ökningen av E_{\parallel} och minskningen av n_e ger minskad W_c , precis som väntat.

5.1.1 Lavinbildning

Eftersom lavinbildningen dominerar i fusionsexperiment med höga plasmaströmmar, som i ARC, undersöks denna först [21]. I figur 5.3 ses förstärkningsfaktorn från lavinbildningen från DREAM och den analytiska modellen enligt ekvation (3.33). Lavinbildningen från DREAM beräknas med kvoten

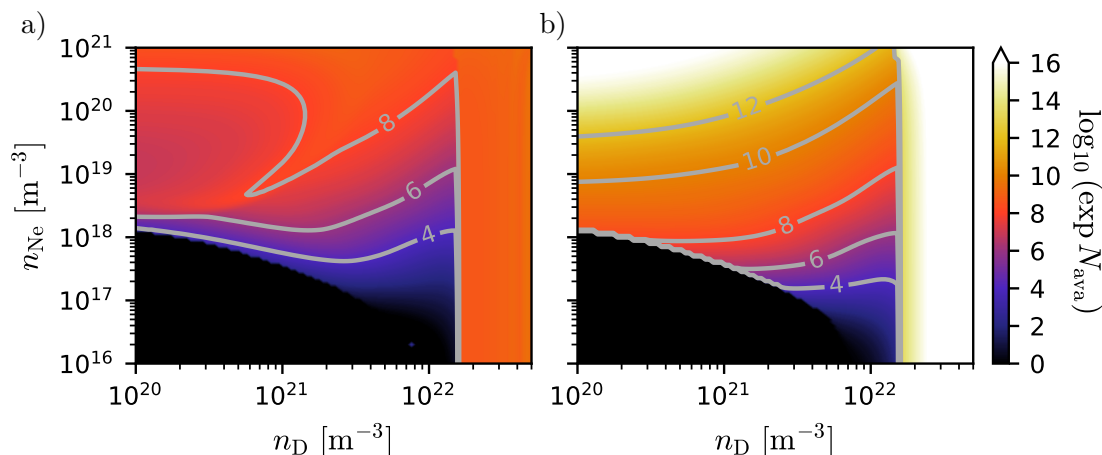
$$N_{\text{ava}}^{\text{DREAM}} = \frac{\int \Gamma_{\text{ava}} n_{\text{Re}} dt}{\sum n_{\text{Re,seed}}}, \quad (5.1)$$

eftersom N_{ava} inte kan hämtas direkt från DREAM-simuleringen. Uttrycket i ekvation (5.1) syftar till att isolera lavinbildningen från primärkällorna för att kvantifiera lavinbildningens individuella bidrag till generationen av skenande elektroner, vilket möjliggör jämförelse med den analytiska metoden. I kapitel 3.1 antogs det att primära och sekundära generationsmekanismer skedde oberoende av varandra vilket gör det naturligt med en förstärkningsfaktor. I verkligheten pågår de olika generationsmekanismerna delvis parallellt men uttrycket i ekvation (5.1) är ett försök att efterlikna N_{ava} . Primärkällorna får således utvecklas i simuleringen för att få en fullutvecklad "förstärkningsfaktor" $N_{\text{ava}}^{\text{DREAM}}$.

Lavinbildningen har relationen $\Gamma_{\text{ava}} \sim (E_{\parallel} - E_c^{\text{eff}}) n_e^{\text{tot}} / n_e$, se ekvation (3.27b), och sker därför överallt i parameterrummet där $E_{\parallel} > E_c^{\text{eff}}$. Den analytiska modellen är beroende av E_{\parallel} där lavintillväxten ökar med E_{\parallel} . Elektriska fältet är i sig relaterat till temperaturen enligt ekvation (3.1) och ökar således när temperaturen sjunker. När temperaturen är lägre än ≈ 40 eV, se figur 4.1, är lavinbildningen stor. Lavinbildningen är som kraftfullast i två regioner; i övre vänstra kvadranten och i bandet vid höga deuteriumtätheter. Neon är bara delvis joniserat i hela parameterrummet och vid högre n_{Ne} , i övre vänstra kvadranten, kommer en större del av elektronerna vara bundna till neon-joner vilket sänker n_e . Deuterium är däremot nästan fullt joniserat tills att n_D blir stor nog. Vid höga n_D , i bandet till höger, rekombinerar deuteriumet, L^I ökar i ekvation (2.10), och sänker på så sätt n_e . I

båda dessa regioner ökar kvoten n_e^{tot}/n_e som direkt multiplicerar lavintillväxthastigheten. Minskningen av andelen fria elektroner leder därmed till ett mindre konduktivt och delvis joniserat plasma, se ekvation (2.10), vilket förstärker det parallella elektriska fältet och gynnar lavinbildningen.

Vid jämförelse med figur 5.1 framgår det att dessa områden i figur 5.3 a) och b) motsvarar de områden i parameterrummet där skenande elektroner bär en betydande andel av den ursprungliga plasmaströmmen. Den maximala analytiska lavinbildningen är tre storleksordningar större än i DREAM-simuleringarna. Den analytiska beräkningen som visualiseras i b) överskattar lavinbildningen på grund av de förenklingar som gjordes under härledningen i ekvation (3.21), där satureringseffekten som dämpar lavinbildningen försumrades. Detta leder till en obegränsad tillväxt av skenande elektroner. I DREAM utvecklas däremot systemet iterativt och inkluderar således självkonsistenta effekter såsom satureringseffekter vilket successivt dämpar lavinbildningen. Konsekvensen av detta är att lavinbildningen i hela parameterrummet är större i figur 5.3 b) jämfört med i a). Eftersom lavinbildningen ofta dominerar skenande elektronströmmar är storleksordningen förväntad givet att det finns en tillräckligt stor primärkälla vid dessa områden [8]. Primärkällorna kommer därmed att diskuteras enskilt för att tydliggöra lavinbildningens utformning.

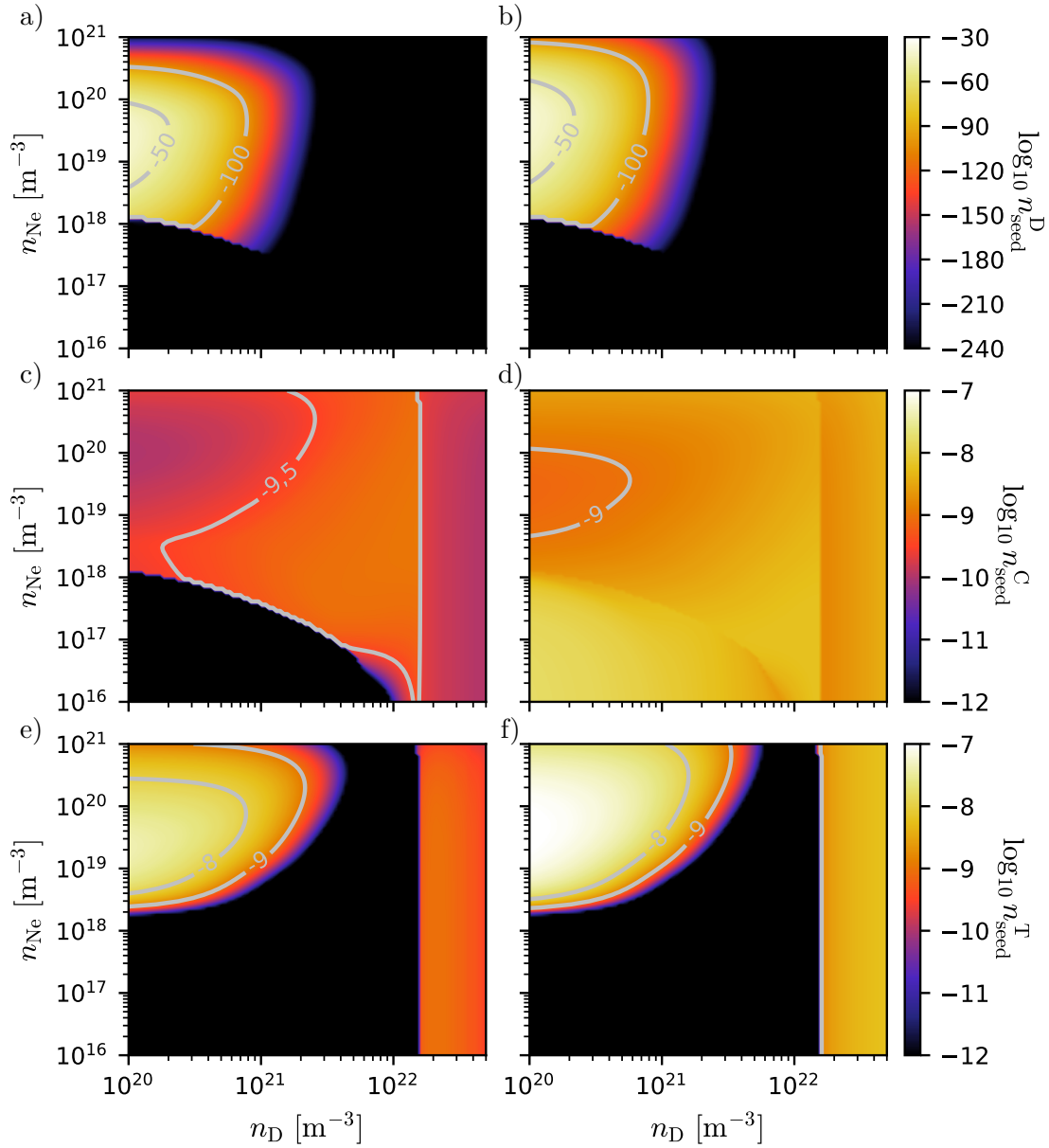


Figur 5.3: Förstärkningen av den skenande elektronströmmen orsakad av lavinbildningen, där a) visar $N_{\text{ava}}^{\text{DREAM}}$ beräknad från DREAM-simuleringar med ekvation 5.1 och b) visar den analytiska lavinbildningen N_{ava} beräknad från ekvation (3.33).

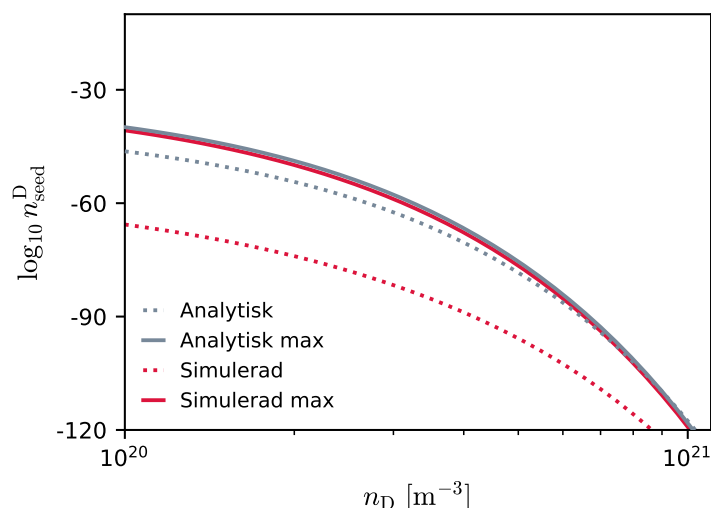
5.1.2 Primärkällorna

För att vidare utvärdera kriteriet undersöks primärkällorna individuellt, där simuleringar jämförs med det analytiska värdet. Detta görs i syfte att utvärdera primärkällornas kvantitativa och kvalitativa beteende för att sedan använda deras beteenden för att förklara formen på kriteriet.

Primärkällornas bidrag i olika delar av parameterrummet visualiseras i figur 5.4. I a) och b) illustreras tätheten av skenande elektroner från Dreicerkällan från det neurala nätverket i DREAM och den analytiska uttrycket i ekvation (3.39). Båda beräknade Dreicerkällor uppvisar ett liknande mönster, med ett maximum vid $n_{\text{Ne}} \approx 3 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ och låga deuteriumtätheter. Dreicerkällan är exponentiellt känslig mot $E_{\parallel}/E_{\text{D}}$ enligt ekvation (3.39) där $E_{\text{D}} \propto n_e/T_e$. Vid låga deuteriumtätheter, $n_{\text{D}} < 10^{21} \text{ m}^{-3}$, finns det färre fria elektroner i plasmat, alltså sjunker n_e , vilket minskar E_{D} , vilket ökar Dreicerkällan.



Figur 5.4: Här ses den logaritmerade Dreicerkällan i a) och b), Comptonkällan i c) och d), och tritiumkällan i e) och f). Den vänstra kolumnen utgörs av DREAM-simuleringar och den högra av de analytiska uttrycken i ekvation (3.39), (3.48) respektive (3.52).



Figur 5.5: En jämförelse mellan de olika uttrycken för Dreicerkällan för två olika konstanta neonnivåer. I de heldragna linjerna ses den analytiska (grå) och den simulerade (röd) Dreicerkällan vid $n_{\text{Ne}} = 4,8 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ respektive $n_{\text{Ne}} = 2,7 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ där de når sitt globala maxima. I de prickade linjerna ses den analytiska och simulerade Dreicerkällan plottad för den gemensamma neonnivån $n_{\text{Ne}} = 1,4 \times 10^{20}$.

Samtidigt minskar den elektriska konduktiviteten till följd av att temperaturen minskar, se ekvation (2.8), vilket ökar E_{\parallel} enligt ekvation (3.1). Båda dessa effekter ökar bidraget av Dreicerkällan. För högre deuteriumtätheter är denna effekt motsatt så Dreicergenenering är endast relevant för låga deuteriumtätheter. Neontätheten n_{Ne} har en mer komplex påverkan på Dreicerkällan. En ökning av neontätheten leder till förstärkta strålningsförluster genom excitation och rekombination, vilket enligt energibalansen i ekvation (2.10) kräver en sänkning av T_e för att upprätthålla jämvikt. Detta leder till att E_D ökar vilket dämpar Dreicerkällan. Samtidigt ökar n_e med större neon och deuteriumtätheter, vilket ökar E_D , vilket i sin tur också minskar Dreicerkällan. Dessa effekter samverkar och maximerar således kvoten E_{\parallel}/E_D vid medelhöga neontätheter $n_{\text{Ne}} \approx 10^{18} \text{ m}^{-3}$. Temperaturen över 10 eV konturen, se figur 4.1 a), hålls någorlunda konstant runt 5 eV. Detta kan förklaras genom en energibalans där ökade strålningsförluster från neon kompenseras av ökad ohmsk uppvärmning, driven av den samtidiga minskningen i elektrisk konduktivitet via minskande T_e . Den resulterande negativa återkopplingen i energibalansen stabiliserar temperaturen. Det är alltså ökningen av n_e som ansvarar för Dreicerkällans dämpning med högre n_{Ne} och n_D .

I DREAM-simuleringen går det att se ett maximalt värde på $n_{\text{seed}}^D \approx 1,8 \times 10^{-41}$. Den analytiska metoden är större med ett maximalt värde på $n_{\text{seed}}^D \approx 5,5 \times 10^{-40}$. Det är en skillnad om 1 storleksordning, vilket innebär en hyfsat stor överskattning. I både DREAM-simuleringarna och i den analytiska beräkningen blir E_{\parallel} tillräckligt stor när temperaturen blir mindre än $\approx 40 \text{ eV}$, vilket ses som en skarp avgränsning från $n_{\text{Ne}} \approx 10^{18} \text{ m}^{-3}$.

För att kvantitativt utvärdera de olika beräkningsmetoderna så visualiseras en jämförelse i figur 5.5. De heldragna linjerna jämför det analytiska Dreiceruttrycket med det neurala nätverkets för den neontäthet som motsvarar deras respektive maximala generering. Här ses att skillnaden om 4 storleksordningar som tidigare konstaterats minskar något, men följer i stor utsträckning samma kontur. De prickade linjerna åskådliggör samma funktioner vid konstant $n_{\text{Ne}} = 1,4 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$. I DREAM-simuleringarna av det neurala

nätverket är genereringen för låga n_D ungefär 10 storleksordningar mindre än det analytiska uttrycket, men vid $n_D \approx 10^{21} \text{ m}^{-3}$ konvergerar de något. Här framgår att funktionernas utbredning i parameterrummet skiljer sig kraftigare åt än vad som kan framgå i figur 5.4 a) och b). Dreicerkällans känslighet för de små skillnaderna i E_{\parallel}/E_D mellan den analytiska beräkningen och DREAM gör att deras maximum skiljer en halv storleksordning i neontäthet. Skillnaderna har försumbar betydelse i det här arbetet, men om Dreicerkällan är stor vid andra förutsättningar kan dessa skillnader ha stor betydelse.

I figur 5.4 c) och d) illustreras tätheten av skenande elektroner från Comptonkällan n_{seed}^C simulerad i DREAM och den analytiska varianten enligt ekvation (3.48). Comptonkällan kan observeras i nästan hela det undersökta parameterrummet med en relativt jämn fördelning.

Från definitionen av $\sigma_{\text{eff}}(W_c)$, i ekvation (3.46), beror Comptonkällan på produkten av en snabbt avtagande energifördelning Γ_{γ}/Γ_0 och ett brett, svagt varierande tvärsnitt $\sigma(W_{\gamma}, W_c)/\sigma_T$ som visualiseras i figure 3.3. Detta innebär att endast ett begränsat energiintervall, där kurvorna överlappar, bidrar till Comptonkällan och inte hela domänen. $\Gamma_{\gamma}(W_{\gamma})$ begränsar fotoner till ett energiintervall, var Comptonkällan kan ske, och $\sigma(W_{\gamma}, W_c)$ styr hur effektivt den sker. Comptonkällan är stabil i parameterrummet eftersom energifördelningen är fast, då det styrs av fotoner som strålas från väggen, medan tvärsnittet varierar långsamt i jämförelse med formen av $\Gamma_{\gamma}(W_{\gamma})$.

I nedre delen i figur 5.4 c), där $n_{\text{Ne}} \lesssim 10^{18} \text{ m}^{-3}$ och $n_D \lesssim 10^{22} \text{ m}^{-3}$, är Comptonkällan generellt väldigt liten. I samma region i figur 5.2 a) är den kritiska energin W_c mycket hög på grund av den höga temperaturen. Detta innebär att elektroner måste få mycket energi från fotonen för att skena. Från ekvation (3.44) blir således den kritiska vinkeln $\cos\theta_c$ restriktiv, vilket innebär att enbart specifika spridningsvinklar fungerar. Som följd sänker detta tvärsnittet $\sigma(W_{\gamma}, W_c)$ och för att således skapa en skenande elektron måste en inkommande foton träffa det lilla tvärsnittet och överföra mycket energi i en restriktiv vinkel. Det effektiva tvärsnittet $\sigma_{\text{eff}}(W_c)$ är därmed litet eftersom $\sigma(W_{\gamma}, W_c)$ krymper då det tenderar åt höger och minskar i amplitud för höga W_c vilket är tydligt i figur 3.3. Samtidigt är $\Gamma_{\gamma}(W_{\gamma})$ fortfarande lokaliserat kring specifika energier. Vid höga W_c är det dock enbart den extrema högenergivansen av energifördelningen som bidrar och där är $\Gamma_{\gamma}(W_{\gamma}) \ll 1$. Således $\sigma_{\text{eff}}(W_c) \rightarrow 0$ och n_{seed}^C är därmed väldigt liten. Överlappsområdet mellan $\Gamma_{\gamma}(W_{\gamma})$ och $\sigma(W_{\gamma}, W_c)$ är helt enkelt för litet för att generering ska vara betydande. Vid de materialtätheter där $W_c < 100 \text{ keV}$ är det effektiva tvärsnittet större och således bidrar Comptonkällan mer i dessa områden vilket överensstämmer bra med figur 5.4. Dock är inte Comptonkällan enbart beroende av tvärsnittet utan också $n_{\text{seed}}^C \sim n_e^{\text{tot}} \ln(E_1/\bar{E}_c^{\text{eff}})$. I högra nedersta kvadranten, där W_c fortfarande är högt, är dock n_e^{tot} hög på grund av stora deuteriummängder som nästan är fullständigt joniserat. Detta beroende är nästan linjärt i n_e^{tot} och eftersom Comptonkällan är extern så kan det fortfarande bildas skenande elektroner i denna region då detta delvis kompenserar för reduktionen i det effektiva Comptonstvärsnittet.

Den maximala densiteten av skenande elektroner genererade av Comptonkällan beräknas vara $n_{\text{seed}}^C \approx 10^{-9}$ och $n_{\text{seed}}^C \approx 1,6 \times 10^{-8}$ i c) respektive d), vilket innebär en överskattning om ungefär en storleksordning. Avvikelsen är i enlighet med förväntan, då den uppskattade överskattningen var en halv storleksordning, och härrör från den sista approximationen i ekvation (3.48), där det antas att varje elektron som blir prickad av en foton omedelbart blir skenande. I DREAM görs inte denna approximation, istället tas det hänsyn till att en foton inte alltid ger all sin energi till elektronen i Comptonspridning. Alltså kan en elektron bli prickad av en tillräckligt energirik foton för att den ska skena men ändå inte skenar på grund av att elektronen inte fick all fotonens energi. Därmed

representerar det analytiska uttrycket en övre gräns för Comptongenereringen. Notera att det analytiska uttrycket, till skillnad från simuleringarna, förutspår skenande elektroner där temperaturen är hög. I detta område är W_c i simuleringarna oändlig och generering av skenande elektroner är således omöjligt.

I figur 5.4 e) och f) illustreras tätheten av skenande elektroner från tritiumkällan n_{seed}^T simulerad i DREAM och den analytiska varianten enligt ekvation (3.52). Tritiumgenereringen är känslig enligt $n_{\text{seed}}^T \sim n_T F_\beta(W_c)$ där den kvalitativa utbredningen i parameterområdet kommer från $F_\beta(W_c)$. Vid höga neontätheter, $n_{\text{Ne}} \gtrsim 10^{18} \text{ m}^{-3}$, är det elektriska fältet starkt. Ett starkt E_{\parallel} , som uppkommer av ett lägre T_e , vilket innebär en lägre kritisk energi W_c . I figur 5.2 motsvarar dessa neontätheter $W_c < 18,6 \text{ keV} = W_{\text{max}}$. Fördelningsfunktionen $F_\beta(W_c)$ beror på $W_c \lesssim W_{\text{max}}$ på grund av ekvation (3.4). I figur 3.4 visualiseras detta beroende där $F_\beta(W_c)$ avtar för $W_c \lesssim W_{\text{max}}$ på grund av $(1-w)^{n/2}$, där $w = W_c/W_{\text{max}}$, som avtar snabbt då $W_c \rightarrow W_{\text{max}}$ och är noll för $W_c > W_{\text{max}}$ på grund av Heavisidefunktionen. Vid gränsen $W_c = W_{\text{max}}$ sker därför en skarp brytning där ingen betydlig mängd skenande elektroner genereras genom tritiumkällan. Dessa regioner i parameterområdet stämmer väl överens i figur 5.4 e) samt f) och i figur 5.2 a). Genom samma argument är generationen vid höga deuteriumtätheter, $n_D \gtrsim 10^{22} \text{ m}^{-3}$, också stor eftersom i denna region är W_c också under tröskelvärde W_{max} på grund av en hög elektrontäthet som indirekt sänker den kritiska energin.

Som mest genereras $\approx 4 \times 10^{-8}$ och $\approx 10^{-7}$ skenande elektroner av betasönderfall från tritium i figur 5.4 e) respektive f). Den analytiska varianten överskattar därmed simuleringarna men är inom en halv storleksordning och har liknande kvalitativa utbredning i parameterområdet.

Genom att jämföra med de övriga primärkällornas storleksordningar i figur 5.4 c), d), e) och f) framgår att Dreicerkällan är åtminstone 30 storleksordningar mindre än de andra primärkällorna överallt i parameterområdet och kommer att ha försumbar betydelse för utvecklingen av populationen av skenande elektroner. Det framgår därmed att Compton- och tritiumkällorna utgör de dominerande bidragen till populationen av skenande elektroner inom det studerade parameterområdet. Den observerade utbredningen av lavinbildningen i figur 5.3 kan således förstås som en konsekvens av den kombinerade strukturen hos dessa källtermer, vilka tillsammans sätter den kvalitativa formen av den initiala populationen av skenande elektroner. Det observeras även att den relativa skenande strömmen I_{Re}/I_0 i figur 5.1 uppvisar en liknande kvalitativ struktur i parameterområdet som kombinationen av primärkällorna och lavinbildningen.

I en situation där varken Comptonkällan eller tritiumkällan skulle kunna generera skenande elektroner skulle Dreicerkällan kunna orsaka betydande elektronströmmar om lavinbildningen vore många storleksordningar större. Detta förstås av ekvation (3.25) $n = n_{\text{seed}} \exp(N_{\text{ava}})$. Om Dreicerkällan är 10^{30} eller 10^{40} mindre än en annan primärkälla behöver $\exp(N_{\text{ava}})$ vara i storleksordningen 10^{30} eller 10^{40} för att få $n \approx 1$. Om reaktorn skulle inducera E_{\parallel}/E_D som är fem gånger större skulle Dreicerkällan kunna bli större än både Comptonkällan och tritiumkällan och i kombination med lavinbildningen utgöra den dominerande primära generationsmekanismen vid lägre n_D .

5.2 Skenande elektroner i ARC

Kriteriet kan alltså anses förutspå I_{Re} i approximativt överensstämmelse med DREAM-simuleringarna. Det har också tidigare jämförts med ITER och SPARC, men utan Dreicerkällan [8].

Eftersom Dreicerkällan inte påverkar I_{Re} i någon betydande utsträckning i det här

arbetet kan jämförelser med det tidigare arbetet göras.

0-D simuleringarna för ARC visar en generering av skenande elektroner över parameterrummet som ligger mellan ITER och SPARC. För ARC förutspås en signifikant mängd skenande elektroner genereras för låga n_D vid $n_{Ne} \approx 10^{19} \text{ m}^{-3}$, medan för ITER och SPARC är det $n_{Ne} \approx 10^{18} \text{ m}^{-3}$ respektive $n_{Ne} \approx 2 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$. Bandet med så höga deuteriumtätheter att rekombinationen orsakar det plötsliga temperaturfallet och en stor mängd skenande elektroner inträffar vid $n_D \approx 1 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$ respektive $n_D \approx 1,5 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$ för ARC och ITER, men vid $n_D \approx 5 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$ har detta ännu inte skett i SPARC. I tabell 2.1 observeras att ITER är större än SPARC, men att SPARC har 8 gånger högre j_0 än ITER och 4 gånger större än ARC, vilket kan förklara skillnader i lavinbildning och utbredning i parameterrummet.

6

Slutsats

Det analytiska kriteriet ger en approximativ förutsägelse för under vilka förutsättningar en stor mängd skenande elektroner genereras och stämmer väl överens med DREAM-simuleringarna för stora delar av parameterrummet. Detta visar på att kriteriet kan användas som ett beräkningseffektivt verktyg för att uppskatta risken för generering av skenande elektroner i fusionsreaktorn ARC.

Av de undersökta primärkällorna har tritiumkällan störst påverkan på genereringen av skenande elektroner i ARC. Comptonkällan bidrar substantiellt vid höga neonkoncentrationer och medelhöga deuteriumkoncentrationer, eftersom lavinbildningen är stor i detta område. Dreicerkällan är däremot många storleksordningar mindre än de andra primärkällorna överallt i det undersökta parameterrummet och har därför ingen egentlig betydelse för genereringen av skenande elektroner i det studerade ARC-scenariot. Om reaktorn däremot skulle inducera E_{\parallel}/E_D som är fyra gånger större skulle Dreicerkällan kunna bli större än både Comptonkällan och tritiumkällan och, i kombination med lavinbildningen, utgöra det största bidraget vid lägre n_D .

Den beräknade gammafunktionen stämmer väl överens med DREAM-simuleringarna och tidigare arbeten, och kan vara användbar i framtida studier där Dreicerkällan förväntas ha en större betydelse.

I framtida arbeten skulle liknande studier kunna genomföras med mer avancerade modeller, exempelvis en endimensionell fluidmodell. Detta skulle kräva längre beräkningstider men samtidigt kunna ge mer detaljerade resultat. Det vore även relevant att inkludera den fjärde primärkällan, hot-tail-källan, för att undersöka dess påverkan på den totala genereringen av skenande elektroner.

För att vidare undersöka Dreicerkällan skulle ARC kunna studeras i scenarier där det elektriska fältet är betydligt högre, exempelvis under uppstart. Det skulle även vara intressant att tillämpa det utökade kriteriet på andra fusionsreaktorer såsom SPARC, för att undersöka om Dreicerkällan får större betydelse i andra reaktorkonfigurationer.

Sammantaget visar resultatet att det utökade kriteriet ger en rimlig uppskattning av generering av skenande elektroner i ARC och att Dreicerkällan har en liten betydelse i det studerade scenariot. Samtidigt visar resultaten att Dreicerkällan kan bli relevant vid högre elektriska fält, vilket motiverar vidare studier av kriteriet.

Litteratur

- [1] UNEP, "Emissions Gap Report 2025: Off Target," UNEP, Nairobi, Kenya, tekn. rapport, 2025, Hämtad: 2026-02-08. <https://www.unep.org/resources/emissions-gap-report-2025>.
- [2] J. P. Freidberg, *Plasma Physics and Fusion Energy*. Cambridge, England, UK: Cambridge University Press, 2007.
- [3] Commonwealth Fusion Systems, *SPARC Tokamak*, <https://cfs.energy/technology/sparc>, Hämtad: 2026-04-20, 2025.
- [4] ITER Organization, *ITER — The Way to New Energy*, <https://www.iter.org/>, Hämtad: 2026-04-20, 2025.
- [5] Commonwealth Fusion Systems, *ARC Power Plant*, <https://cfs.energy/chesterfield/overview>, Hämtad: 2026-04-20, 2025.
- [6] L. Hesslow, O. Embréus, O. Vallhagen och T. Fülöp, "Influence of Massive Material Injection on Avalanche Runaway Generation during Tokamak Disruptions," *Nuclear Fusion*, 2019.
- [7] J. Wesson och D. J. Campbell, *Tokamaks*, 3. utg. Oxford, England, UK: Clarendon Press, 2004.
- [8] B. Zaar, I. Pusztai, I. Ekmark och T. Fülöp, "An Analytical Criterion for Significant Runaway Electron Generation in Activated Tokamaks," *Journal of Plasma Physics*, 2026.
- [9] H. Bergström, S.-J. Liu, V. Bandaru och M. Hoelzl, "Introduction of a 3D Global Non-Linear Full-f Particle-in-Cell Model for Runaway Electrons in JOREK," *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 2025.
- [10] M. Hoppe, O. Embreus och T. Fülöp, "DREAM: A Fluid-Kinetic Framework for Tokamak Disruption Runaway Electron Simulations," *Computer Physics Communications*, årg. 268, s. 108 098, 2021. DOI: 10.1016/j.cpc.2021.108098.
- [11] P. Helander, L.-G. Eriksson och F. Andersson, "Runaway Acceleration during Magnetic Reconnection in Tokamaks," *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 2002.
- [12] I. Ekmark *m. fl.*, "Runaway Electron Generation in Disruptions Mitigated by Deuterium and Noble Gas Injection in SPARC," *Journal of Plasma Physics*, årg. 91, nr 3, E82, 2025. DOI: 10.1017/S0022377825000455.
- [13] F. F. Chen, *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*, 3. utg. Cham, Schweiz: Springer, 2016.
- [14] M. Greenwald *m. fl.*, "A New Look at Density Limits in Tokamaks," *Nuclear Fusion*, årg. 28, nr 12, s. 2207–2219, 1988. DOI: 10.1088/0029-5515/28/12/009.

- [15] Atomic Data and Analysis Structure (ADAS), *OPEN-ADAS*, <https://open.adas.ac.uk/>, Hämtad: 2026-05-14, 2026.
- [16] R. Sweeney *m. fl.*, "ARC disruption physics and strategy," *Journal of Plasma Physics*, årg. 92, nr 3, E68, 2026. DOI: 10.1017/S0022377826101585.
- [17] A. J. Creely *m. fl.*, "Overview of the SPARC Tokamak," *Journal of Plasma Physics*, årg. 86, nr 5, s. 865 860 502, 2020. DOI: 10.1017/S0022377820001257.
- [18] J. W. Connor och R. J. Hastie, "Relativistic Limitations on Runaway Electrons," *Nuclear Fusion*, årg. 15, nr 3, s. 415–428, juni 1975. DOI: 10.1088/0029-5515/15/3/007.
- [19] L. Hesslow, O. Embréus, G. J. Wilkie, G. Papp och T. Fülöp, "Effect of Partially Ionized Impurities and Radiation on the Effective Critical Electric Field for Runaway Generation," *Plasma Physics and Controlled Fusion*, årg. 60, nr 7, s. 074 010, juni 2018. DOI: 10.1088/1361-6587/aac33e.
- [20] M. N. Rosenbluth och S. V. Putvinski, "Theory for Avalanche of Runaway Electrons in Tokamaks," *Nuclear Fusion*, årg. 37, nr 10, s. 1355–1361, okt. 1997. DOI: 10.1088/0029-5515/37/10/I03.
- [21] L.-G. Eriksson, P. Helander, F. Andersson, D. Anderson och M. Lisak, "Current Dynamics during Disruptions in Large Tokamaks," *Physical Review Letters*, årg. 92, nr 20, s. 205 004, maj 2004. DOI: 10.1103/PhysRevLett.92.205004.
- [22] J. R. Martín-Solís, A. Loarte och M. Lehnen, "Formation and Termination of Runaway Beams in ITER Disruptions," *Nuclear Fusion*, 2017.
- [23] T. Fülöp *m. fl.*, "Effect of Plasma Elongation on Current Dynamics during Tokamak Disruptions," *Journal of Plasma Physics*, årg. 86, nr 1, jan. 2020. DOI: 10.1017/S002237782000001X.
- [24] O. Vallhagen, O. Embréus, I. Pusztai, L. Hesslow och T. Fülöp, "Runaway Dynamics in the DT Phase of ITER Operations in the Presence of Massive Material Injection," *Journal of Plasma Physics*, årg. 86, s. 475 860 401, 2020.
- [25] L. Hesslow *m. fl.*, "Evaluation of the Dreicer Runaway Growth Rate in the Presence of High-Z Impurities Using a Neural Network," *Journal of Plasma Physics*, årg. 85, nr 6, s. 475 850 601, 2019. DOI: 10.1017/S0022377819000874.
- [26] B. Buchholz, "Calculation of the runaway electron current in tokamak disruptions," examensarb., Helmut-Schmidt-University, Hamburg, Tyskland, 2023, [Online]. Tillgänglig: <https://arxiv.org/pdf/2309.10827>.

A

Härledningar

I detta kapitel görs de härledningar utförda i avsnitt 3.1 på ett utförligare sätt. Fler mellansteg visualiseras och kan således användas som ett komplement för att förstå processen.

A.1 Härledning av generationskällor för skenande elektroner

Primärgenereringen av skenande elektroner sker enligt [8]

$$\left(\frac{dn_{\text{Re}}}{dt}\right)_{\text{seed}} = \sum_{\text{seeds}} \gamma_{\text{seed}}. \quad (\text{A.1})$$

Sekundärgenereringen av skenande elektroner sker enligt där

$$\left(\frac{dn_{\text{Re}}}{dt}\right)_{\text{ava}} = \Gamma_{\text{ava}} n_{\text{Re}}. \quad (\text{A.2})$$

Summan av ekvation (A.1) och (A.2) beskriver tillväxten av skenande elektroner,

$$\frac{dn_{\text{Re}}}{dt} = \text{ekvation (A.1)} + \text{ekvation (A.2)}, \quad (\text{A.3})$$

och för att beskriva övergången till en termisk plasmaström används även strömmen som antas vara beroende av

$$I_{\text{p}} = I_{\Omega} + I_{\text{r}}, \quad (\text{A.4})$$

där $I_{\Omega} = \sigma E_{\parallel} A$ är den ohmska strömmen och $I_{\text{r}} = n_{\text{r}} e c A$ den skenande strömmen. Den ohmska strömmen är proportionell mot Spitzer konduktiviteten den effektiva tvärsnittsarean för plasmat $A = \pi a^2$ där a är lillradien för plasmat och det induktiva parallella elektriska fältet E_{\parallel} som beskrivs genom

$$E_{\parallel} = E_{\parallel 0} - \frac{L}{2\pi R_0} \frac{dI_{\text{p}}}{dt}. \quad (\text{A.5})$$

$L \approx \mu_0 R_0 \left[\ln \left(\frac{8R_0}{a} \right) - 2 \right]$ är plasmainduktansen med vakuumpërmeabilitet μ_0 , storradien för fusionsreaktorn R_0 och $E_{\parallel 0}$ är det ursprungliga elektriska fältet innan disruptionen. Genom att följa härledningsmetoden i Helander *m. fl.* [11] används dimensionslösa uttryck

genom att normalisera tiden, densiteten, elfältet och konduktiviteten

$$\begin{aligned} t' &= \sqrt{\frac{1}{(Z_{\text{eff}} + 5) \tau_c \ln \Lambda_c}} t, \\ E &= \frac{E_{\parallel}}{E_c} \\ n &= \frac{n_{\text{Re}} ec}{j_0}, \\ s &= \frac{\sigma E_c}{j_0}, \end{aligned}$$

där $j_0 = I_{p0}/A$ är strömtätheten innan disruption och I_{p0} den totala strömmen innan disruption. e är elektronladdningen och n_r är densiteten av skenande elektroner. $\tau_c = 4\pi\epsilon_0^2 m_e^2 c^3 / (n_{ee}^4 \ln \Lambda_c)$ är kollisionstiden för skenande elektroner, m_e är elektronmassan, ϵ_0 är vakuumperrmittiviteten, Z_{eff} är den effektiva laddningen på plasmat, $E_c = m_e c / (e \tau_c)$ det kritiska elektriska fältet framtagen av Connor och Hastie [18]. Vidare är $\ln \Lambda_c = \ln \Lambda_{\text{th}} + 0,5 \ln(m_e c^2 / T) \approx 14,6 + 0,5 \ln(T_{\text{eV}} / n_{e20})$ den relativistiska Coulomblogaritmen, $\ln \Lambda_{\text{th}} = 14,9 - 0,5 \ln n_{e20} + \ln(T_{\text{eV}} / 1000)$ är den termiska elektron-elektron Coulomblogaritmen, T_{eV} är elektrontemperaturen i elektronvolt. Med dessa normaliseringar blir uttrycken för förändringen av densiteten för skenande elektroner

$$\frac{dn}{dt'} = \frac{d}{dt'} \left(\frac{n_r ec}{j_0} \right) = \frac{ec}{j_0} \frac{dn_r}{dt} = \frac{ec}{j_0} \frac{dn_r}{dt} \frac{dt}{dt'} = \frac{ec}{j_0} \underbrace{\frac{dt}{dt'}}_{\frac{\tau_c \ln \Lambda_c}{\sqrt{\frac{1}{(Z_{\text{eff}} + 5)}}}} \quad [\text{ekv. (A.3)}],$$

som då blir

$$\frac{dn}{dt'} = \frac{ec}{j_0} \frac{\tau_c \ln \Lambda_c}{\sqrt{\frac{1}{(Z_{\text{eff}} + 5)}}} \left(\sum_{\text{seeds}} \gamma_{\text{seed}} + \Gamma n_{\text{Re}} \right) = \sum_{\text{seeds}} \bar{\gamma}_{\text{seeds}} + \bar{\Gamma}_{\text{ava}} n, \quad (\text{A.6})$$

där

$$\bar{\gamma}_{\text{seed}} = \sqrt{Z_{\text{eff}} + 5} \tau_c \ln \Lambda_c \frac{ec}{j_0} \gamma_{\text{seed}},$$

$$\bar{\Gamma}_{\text{ava}} = \sqrt{Z_{\text{eff}} + 5} \tau_c \ln \Lambda_c \Gamma_{\text{ava}}$$

är kvantiteter som resulterar ur de tidigare normaliseringarna.

Strömtillväxten dI/dt härleds på ett liknande sätt tillsammans med ekvation (A.4) och (A.5)

$$E_{\parallel} = E_{\parallel 0} - \frac{L}{2\pi R_0} \frac{d}{dt} (\sigma E_{\parallel} A + n_r ec A),$$

$$(E_{\parallel 0} - E_{\parallel}) \frac{2\pi R_0}{ecA} = L \left(\frac{dn_r}{dt} + \frac{\sigma}{ec} \frac{dE_{\parallel}}{dt} \right) \implies (E_{\parallel 0} - E_{\parallel}) \frac{2\pi R_0}{ecA} = L \left(\frac{j_0}{ec} \frac{dn}{dt} + \frac{\sigma}{ec} \frac{dE_{\parallel}}{dt} \right),$$

$$\frac{L j_0}{ec} \frac{d}{dt} \left(n + \frac{s}{E_c} E_{\parallel} \right) \implies \frac{d}{dt} \left(n + \frac{s}{E_c} E_{\parallel} \right) = (E_{\parallel 0} - E_{\parallel}) \frac{2\pi R_0}{L I_{p0}}.$$

Här används relationen $E = E_{\parallel}/E_c$, vidare definieras också $E_0 = E_{\parallel 0}/E_c$ så att

$$\frac{d}{dt} (n + sE) = E_c (E_0 - E) \frac{2\pi R_0}{L I_{p0}}, \quad (\text{A.7})$$

samt dimensionslös tid

$$\frac{d}{dt'}(n + sE) = (E_0 - E) \frac{2\pi R_0}{LI_{p0}} E_c \frac{\tau_c \ln \Lambda_c}{\sqrt{(Z_{\text{eff}} + 5)}}. \quad (\text{A.8})$$

Tillsammans med definitionen av E_c och introduktionen av Alfvenströmmen $I_A = 4\pi m_e c / \mu_0 e$ förenklas uttrycket till

$$\frac{d}{dt'}(n + sE) = (E_0 - E) \underbrace{\frac{R_0}{LI_{p0}} \frac{I_A \mu_0}{2} \ln \Lambda_c \sqrt{(Z_{\text{eff}} + 5)}}_{\equiv 1/\alpha}, \quad (\text{A.9})$$

$$\alpha = \frac{LI_{p0}}{R_0 \mu_0 I_A \ln \Lambda_c} \frac{2}{\sqrt{(Z_{\text{eff}} + 5)}}.$$

Genom att dividera ekvation (A.9) med (A.6) fås

$$s \frac{dE}{dn} = -1 - \frac{E - E_0}{\alpha [\sum_{\text{seeds}} \bar{\gamma}_{\text{seed}} + \bar{\Gamma}_{\text{ava}} n]}.$$

Genom antagandet att genereringen av skenande elektroner initialt är dominerad av primära generationskällor kan sekundärkällan $\bar{\Gamma}_{\text{ava}} n_r$ försummas och kan skrivas

$$s \frac{dE}{dn} = -1 - \frac{E - E_0}{\alpha \sum_{\text{seeds}} \bar{\gamma}_{\text{seed}}}. \quad (\text{A.10})$$

Tidigt i disruptionen, är $E \gg E_0$ och generellt antas $\alpha \sum_{\text{seeds}} \bar{\gamma}_{\text{seed}} \ll E/\alpha$ så högra termen i ekvation (A.10) dominerar vilket gör att ekvation (A.10) kan reduceras till

$$s \frac{dE}{dn} = -\frac{E}{\alpha \sum_{\text{seeds}} \bar{\gamma}_{\text{seed}}},$$

vilken kan integreras för att få källdensiteten

$$n_{\text{seed}} = s\alpha \int_{\bar{E}_c^{\text{eff}}}^{E^1} \frac{\sum_{\text{seeds}} \bar{\gamma}_{\text{seed}}}{E} dE. \quad (\text{A.11})$$

A.2 Härledning av Dreicerkällan

Ett uttryck för flödet av elektroner till det skenande området i hastighetsrummet kan skrivas

$$\gamma_{\text{seed}}^{\text{D}} = n_e \hat{\nu}_{ee} \left(\frac{E_{\parallel}}{E_{\text{D}}} \right)^{-3(1+Z_{\text{eff}})/16} \exp \left(-\frac{E_{\parallel}}{4E_{\text{D}}} - \sqrt{\frac{(1+Z_{\text{eff}})E_{\parallel}}{E_{\text{D}}}} \right),$$

där $\gamma_{\text{seed}}^{\text{D}}$ betecknar just detta flöde. Detta uttryck skrivs sedan om med den tidigare normaliseringen och $u^2 = E_c/E_{\text{D}} = T_e/m_e c^2 \ll 1 \implies E_{\parallel}/E_c = u^2 E$ förenklas till

$$\bar{\gamma}_{\text{seed}}^{\text{D}} = \underbrace{\sqrt{(Z_{\text{eff}} + 5)} \tau_c \ln \Lambda_c \frac{ec}{j_0} \hat{\nu}_{ee} n_e u^{-3(1+Z_{\text{eff}})/8} E^{-3(1+Z_{\text{eff}})/16}}_{\equiv \gamma_{\text{seed}}^{\text{D}}} \exp \left(-\frac{1}{4u^2 E} - \sqrt{\frac{1+Z_{\text{eff}}}{u^2 E}} \right).$$

För att uttrycka totala mängden skenande elektroner från Dreicer-källan löses

$$n_{\text{seed}}^{\text{D}} = s\alpha \int \frac{\bar{\gamma}_{\text{seed}}^{\text{D}}}{E} dE = s\alpha \sqrt{(Z_{\text{eff}} + 5)} \tau_c \ln \Lambda_c \frac{ec}{j_0} \int \frac{\gamma_{\text{seed}}^{\text{D}}}{E} dE, \quad (\text{A.12})$$

$$s\alpha\sqrt{(Z_{\text{eff}} + 5)}\tau_c \ln \Lambda_c = \frac{\sigma E_c}{j_0} \frac{LI_{p0}}{R_0\mu_0 I_A \ln \Lambda_c} \frac{2}{\sqrt{(Z_{\text{eff}} + 5)}} \sqrt{(Z_{\text{eff}} + 5)}\tau_c \ln \Lambda_c, \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\sigma E_c}{j_0} \frac{2LI_{p0}\tau_c}{R_0\mu_0 I_A} = \sigma E_c \frac{LA}{R_0\mu_0 I_A} 2\tau_c = \sigma \frac{m_e c}{e\tau_c} \frac{LA\mu_0 e}{R_0\mu_0 4\pi m_e c} 2\tau_c, \quad (\text{A.14})$$

$$\implies \sigma \frac{LA}{2\pi R_0} = \sigma \frac{\mu_0 La^2}{2\mu_0 R_0}. \quad (\text{A.15})$$

För att ta hänsyn till radiell diffusion av det parallella elektriska fältet E_{\parallel} modifieras n_D med en faktor $2a_{\text{wall}}^2/(x_1^2 a^2)$ där a_{wall} är och $x_1 \approx 2,4$ är den första nollan ur den nollte ordens besselfunktion av första slaget $J_0(x)$ [6]. Med hjälp av definitionen för τ_{CQ}

$$\tau_{\text{CQ}} = \frac{L}{\mu_0 R_0} \frac{\sigma \mu_0 a_{\text{wall}}^2}{x_1^2}, \quad (\text{A.16})$$

kan uttrycket reduceras enligt

$$s\alpha\sqrt{(Z_{\text{eff}} + 5)}\tau_c \ln \Lambda_c = \frac{x_1^2}{2} \left(\frac{a}{a_{\text{wall}}} \right)^2 \tau_{\text{CQ}}, \quad (\text{A.17})$$

vilket ger det slutgiltiga uttrycket för Dreicerkällan

$$n_{\text{seed}}^{\text{D}} = \frac{x_1^2}{2} \left(\frac{a}{a_{\text{wall}}} \right)^2 \tau_{\text{CQ}} \frac{ec}{j_0} \times \int \frac{\hat{\nu}_{\text{ee}} n_e u^{-3(1+Z_{\text{eff}})/8} E^{-3(1+Z_{\text{eff}})/16} \exp\left(-\frac{1}{4u^2 E} - \sqrt{\frac{1+Z_{\text{eff}}}{u^2 E}}\right)}{E} dE, \quad (\text{A.18})$$

$$\implies \frac{x_1^2}{2} \left(\frac{a}{a_{\text{wall}}} \right)^2 \frac{n_e ec}{j_0} \frac{\tau_{\text{CQ}}}{\tau_{\text{ee}}} u^{-3(1+Z_{\text{eff}})/8} \times \int \frac{E^{-3(1+Z_{\text{eff}})/16} \exp\left(-\frac{1}{4u^2 E} - \sqrt{\frac{1+Z_{\text{eff}}}{u^2 E}}\right)}{E} dE, \quad (\text{A.19})$$

$$\tau_{\text{ee}} = \frac{4\pi\epsilon_0^2 m_e^2 v_{\text{th}}^3}{n_e e^4 \ln \Lambda_{\text{th}}}, \quad \xi = -\frac{3(1+Z_{\text{eff}})}{16}. \quad (\text{A.20})$$

$$n_{\text{D}} = \frac{x_1^2}{2} \left(\frac{a}{a_{\text{wall}}} \right)^2 \frac{n_e ec}{j_0} \frac{\tau_{\text{CQ}}}{\tau_{\text{ee}}} u^{2\xi} \int_{E_{\text{ceff}}}^{E_1} E^{\xi-1} \exp\left(-\frac{1}{4u^2 E}\right) dE. \quad (\text{A.21})$$

Integralen blir med variabelbytet $\left[\frac{1}{4u^2 E} = z \Rightarrow -\frac{1}{4u^2 z^2} dz = dE\right]$ således

$$I = -(4u^2)^{-\xi} \int_{\frac{1}{4u^2 E_{\text{eff}}}=z_0}^{\frac{1}{4u^2 E_1}=z_1} z^{-(\xi+1)} e^{-z} dz. \quad (\text{A.22})$$

A.2.1 Serieexpansion

Från ekvation (A.22) görs upprepade partiella integrationer.

$$I = -(4u^2)^{-\xi} \left(-[z^{-(\xi+1)} e^{-z}]_{z_0}^{z_1} + (\xi+1)[z^{-(\xi+2)} e^{-z}]_{z_0}^{z_1} - \dots \right). \quad (\text{A.23})$$

Den undre integrationsgränsen z_0 kan ignoreras då de termerna är små, då erhålls

$$(4u^2)^{-\xi} z_1^{-(\xi+1)} e^{-z_1} \left(1 + \sum_{i=1}^n (-1)^i (z_1)^{-i} \prod_{k=1}^i (\xi + k) \right). \quad (\text{A.24})$$

Om det beräknade värdet på integralen nu sätts in i ekvation (A.21) och efter multiplikation med den andra exponentialtermen erhålls

$$n_{\text{seed}}^{\text{D}} = 2x_1^2 \left(\frac{a}{a_{\text{wall}}} \right)^2 \frac{n_e e c}{j_0} \frac{\tau_{\text{CQ}}}{\tau_{\text{ee}}} (u^2 E_1)^{\xi+1} \times \exp \left(-\frac{1}{4u^2 E_1} - \sqrt{\frac{1 + Z_{\text{eff}}}{u^2 E_1}} \right) \left(1 + \sum_{i=1}^n (-4u^2 E_1)^i \prod_{k=1}^i (\xi + k) \right). \quad (\text{A.25})$$

A.2.2 Uttryck med gammafunktionen

Nu går vi från ekvation (A.22) och skriver om det till den övre inkompleta gammafunktionen

$$I = -(4u^2)^{-\xi} \left(\int_{z_0}^{\infty} z^{-(\xi+1)} e^{-z} dx - \int_{z_1}^{\infty} z^{-(\xi+1)} e^{-z} dz \right),$$

Detta blir då

$$I = (4u^2)^{-\xi} (\Gamma(-\xi, z_1) - \Gamma(-\xi, z_0)),$$

Således erhålls

$$n_{\text{seed}}^{\text{D}} = \frac{x_1^2}{2} \left(\frac{a}{a_{\text{wall}}} \right)^2 \frac{n_e e c}{j_0} \frac{\tau_{\text{CQ}}}{\tau_{\text{ee}}} 4^{-\xi} \times [\Gamma(-\xi, z_1) - \Gamma(-\xi, z_0)] \exp \left(-\sqrt{\frac{1 + Z_{\text{eff}}}{u^2 E_1}} \right). \quad (\text{A.26})$$

B

Användning av AI-verktyg

I detta arbete har generativ AI använts för flera olika ändamål. Avseende kodutveckling har ChatGPT nyttjats som ett stödverktyg för felsökning, generering av förslag till lösningar på avgränsade problem samt för optimering av kod som i huvudsak utvecklats av författarna. Ett konkret exempel är implementeringen av en funktion för att ersätta punktnotation med kommatecken i axelmarkeringar i figurer, vilket realiserades med hjälp av FuncFormatter. Vidare har verktyget bidragit till att effektivisera befintlig kod, exempelvis genom att generera mer ändamålsenliga loopstrukturer för hantering av subplot-figurer.

När det gäller rapportens textinnehåll har detta i huvudsak författats av uppsatsens författare. Generativ AI har dock använts i ett språkligt gransknings syfte, exempelvis för att identifiera och korrigera stavfel, sårskrivningar samt andra språkliga brister i befintliga formuleringar.

Utöver detta har AI även använts som stöd vid felsökning av kompileringsproblem i Overleaf, samt för att ge vägledning i hantering av push- och pull-operationer till ett GitHub-repository via Linuxterminal.

INSTITUTIONEN FÖR FYSIK OCH ASTRONOMI
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg, Sverige
www.chalmers.se



CHALMERS