

# Simulering av optiskt styrd resonanttunneldiodoscillator

Modulation av bärvåg för trådlös kommunikation vid terahertzfrekvenser

Kandidatarbete inom mikroteknologi och nanovetenskap

Valter Fredriksson, Agnes Jartun, Christoffer Johansson,  
Gabriel Josefsson

**INSTITUTIONEN FÖR MIKROTEKNOLOGI OCH NANOVETENSKAP**

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

Göteborg 2025

[www.chalmers.se](http://www.chalmers.se)



KANDIDATARBETE 2025

# Simulering av optiskt styrd resonanttunneldiodoscillator

Modulation av bärvåg för trådlös kommunikation vid  
terahertzfrekvenser

Valter Fredriksson, Agnes Jartun, Christoffer Johansson,  
Gabriel Josefsson



**CHALMERS**

Institutionen för Mikroteknologi och nanovetenskap  
*Avdelningen för Terahertz- och millimetervågsteknik*  
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA  
Göteborg, Sverige 2025

Simulering av optiskt styrd resonanttunneldiodoscillator  
Modulation av bärvåg för trådlös kommunikation vid terahertzfrekvenser  
Valter Fredriksson, Agnes Jartun, Christoffer Johansson,  
Gabriel Josefsson

© Valter Fredriksson, Agnes Jartun, Christoffer Johansson,  
Gabriel Josefsson, 2025.

Handledare:

Professor Jan Stake, institutionen för Mikroteknologi och nanovetenskap  
Senior forskare Josip Vukusic, institutionen för Mikroteknologi och nanovetenskap  
Doktorand Patrik Blomberg, institutionen för Mikroteknologi och nanovetenskap

Examinator:

Biträdande professor Per Lundgren, institutionen för Mikroteknologi och nanovetenskap

Kandidatarbete 2025

Institutionen för Mikroteknologi och nanovetenskap  
Avdelningen för Terahertz- och millimetervågsteknik  
Chalmers Tekniska Högskola  
SE-412 96 Göteborg  
Telefon +46 31 772 1000

Omslagsbild: Ekvivalent kretschema för en optiskt styrd resonanttunneldiodoscillator.

Skriven i L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X  
Göteborg 2025

Simulering av optiskt styrd resonanttunneldiodoscillator  
Modulation av bärvåg för trådlös kommunikation vid terahertzfrekvenser  
Valter Fredriksson, Agnes Jartun, Christoffer Johansson, Gabriel Josefsson  
Institutionen för Mikroteknologi och nanovetenskap  
Chalmers Tekniska Högskola

## Sammanfattning

I takt med samhällets ökande krav på högre datahastigheter och större bandbredd har kommunikationskanaler i terahertzområdet fått ökad betydelse. Enligt Edholms lag, som förutspår att behovet av bandbredd fördubblas ungefär var 18:e månad, blir behovet av kommunikationslänkar vid höga frekvenser alltmer påtagligt. Resonanttunneldiodoscillatorn (RTD-oscillatorn) uppvisar lovande prestanda som sändare i kommunikationssystem, med studier som visat på uteffekter kring 1 mW vid 0,6 THz och där det förutspås resonansfrekvenser på över 2 THz. I detta arbete har RTD-oscillatorn simulerats med hjälp av numeriska metoder, där en fotokonduktor använts för att undersöka dess potential för amplitudmodulering. Resultaten visar att en parallellkoppling av RTD-oscillatorn och fotokonduktor kan ge upphov till amplitudmodulation. Det framgår även att RTD-oscillatorn, trots nära ideala förhållanden, uppvisar en inbyggd begränsning som sätter ett övre tak för modulationshastigheten.

Nyckelord: Resonanttunnel diod, Fotokonduktor, Amplitudmodulation, Relaxationsoscillatorer, Numeriska metoder, Dynamiska system, Rekombinationslivslängd, Olinjära system, Negativ differentiell konduktans.

Simulation of optically controlled resonant tunneling diode oscillator  
Modulation of carrier wave for wireless communication at terahertz frequencies  
Valter Fredriksson, Agnes Jartun, Christoffer Johansson, Gabriel Josefsson  
Department of Microtechnology and Nanoscience  
Chalmers University of Technology

## Abstract

Due to society's increasing demand for higher data rates and greater bandwidth, communication channels in the terahertz range have gained significance. According to Edholm's Law, which states that the demand for bandwidth doubles approximately every 18 months, the necessity for communication links at high frequencies is becoming increasingly important. Resonant tunneling diode (RTD)-based oscillators have shown promising results as transmitters in communication systems, with studies reporting output power of up to 1 mW at 0.6 THz, and where resonance frequencies are expected to exceed 2 THz. During this project, the RTD-based oscillator was simulated using numerical methods to investigate the possibility of amplitude modulating the carrier wave with the help of a photoconductor. Results show that it is possible to achieve amplitude modulation through a parallel configuration. Furthermore, the RTD-based oscillator exhibits an inherent limitation in its response to modulation, even if near-ideal conditions are assumed. This consequently places an upper ceiling on modulation speed.

Keywords: Resonant tunneling diode, Photoconductor, Amplitude modulation, Relaxation oscillator, Numerical methods, Dynamical systems, Recombination lifetime, Nonlinear systems, Negative differential conductance.

## Förord

Stort tack till Jan Stake, Josip Vukusic, Patrik Blomberg och alla härliga medarbetare på avdelningen för Terahertz och millimetervågsteknik. Det har varit en sann fröjd att få skriva vår kandidatuppsats hos er och ni har verkligen förgyllt tiden.

Valter Fredriksson, Agnes Jartun, Christoffer Johansson, Gabriel Josefsson,  
Göteborg, maj 2025

# Innehåll

<b>1</b>	<b>Inledning</b>	<b>1</b>
1.1	Syfte . . . . .	2
1.2	Avgränsningar . . . . .	2
1.3	Frågeställningar . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Teori</b>	<b>3</b>
2.1	Trådlös kommunikation . . . . .	3
2.2	Resonanttunnling dioden . . . . .	3
2.2.1	Resonanttunnling . . . . .	3
2.2.2	IV-karaktäristik och modellering . . . . .	4
2.3	Dynamiska system . . . . .	6
2.3.1	Definition och matematisk formulering . . . . .	6
2.3.2	Oscillatorer . . . . .	6
2.4	Fotokonduktorn . . . . .	8
2.4.1	Optisk generation . . . . .	8
2.4.2	Rekombination . . . . .	9
2.4.3	Modellering . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Metod</b>	<b>12</b>
3.1	Modellering och dimensionering . . . . .	12
3.1.1	Fotokonduktorn . . . . .	12
3.1.2	RTD-oscillatorn . . . . .	13
3.2	Amplitudmodulering . . . . .	15
3.3	Elektrisk karakterisering . . . . .	16
3.4	Simulering . . . . .	17
<b>4</b>	<b>Resultat</b>	<b>18</b>
4.1	RTD-oscillatorn . . . . .	18
4.2	Fotokonduktorn . . . . .	19
4.2.1	Stegmodulering . . . . .	20
4.2.2	Modulation med fotokonduktor . . . . .	21
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>22</b>
5.1	RTD-oscillatorn . . . . .	22
5.2	Fotokonduktorn . . . . .	22
5.3	Stegmodulering . . . . .	23
5.4	Modulation med fotokonduktor . . . . .	23

## Innehåll

---

5.5 Framtida arbete . . . . .	24
<b>6 Slutsats</b>	<b>25</b>
<b>Litteraturförteckning</b>	<b>26</b>
<b>A Analytisk approximation till Van der Pol ekvationen</b>	<b>I</b>
<b>B Runge-Kutta algoritmen</b>	<b>III</b>
<b>C Fasporträttsanalys av den återkopplade Van der Pol ekvationen</b>	<b>IV</b>

# 1

## Inledning

Vårt moderna samhälle har ett alltjämt växande krav på högre datahastighet och större bandbredd för informationsöverföring av alla slag. I många fall täcks dessa behov genom uppskalning av optiska fibernätverk som genom sin oerhörda kapacitet står för huvuddelen av all informationsteknik. I vissa fall krävs dock kompletterande teknologi, bland annat i gränssnittet mellan optik och elektronik, eller för trådlös överföring. Exempel på detta är radiolänkar för mobil informationsöverföring där kommunikationskanaler i terahertzbandet, mellan 0,3 - 1 THz, föreslagits som en möjlig lösning [1]. De ökande kraven är i linje med Edholms lag vilken förutspår att behovet av tillgänglig bandbredd fördubblas var 18:e månad [2]. Behovet av bandbredd förväntas öka i takt med att strömningstjänster byggs ut samt att konsumentprodukter som bygger på trådlös kommunikation, som virtuell och utökad verklighet eller sakernas internet [3], slår igenom på bred front. Terahertzbandet erbjuder en hög tillgänglig bandbredd från 10 GHz uppemot 100 GHz vilket skulle möjliggöra kommunikationskanaler med datahastigheter på flera Tbps [3]. Möjligheten till denna typ av bandbredd för trådlös kommunikation återfinns endast i terahertzbandet [4].

Trots fördelar med terahertzbandet medför användningen även utmaningar. En svårighet är hög dämpning av elektromagnetiska vågor i atmosfären [5], främst på grund av absorption i vattenånga och syrgas. Absorptionen är frekvensberoende, och för vissa atmosfäriska fönster är dämpningen lägre där elektromagnetiska vågor kan färdas något längre [6]. Två fönster lämpliga för kommunikationslänkar återfinns mellan 0,6 - 0,7 THz respektive 0,8 - 0,9 THz. Den korta räckvidden hos terahertzvågor kan vara fördelaktig i till exempel säkerhetstillämpningar, där snabbt avtagande elektromagnetiska fält försvårar fientlig signalspaning.

Utöver det ovannämnda är pålitlig generering av terahertzvågor med tillräcklig ut-effekt en utmaning. Genereringen kan delas upp i två primära metoder, optisk och elektronisk [7], där optisk generering av terahertzvågor har påvisat datahastighet upp till 100 Gbps med en 300 GHz-bärvåg [8]. Optisk terahertzgenerering är ännu för komplex för att paketeras i portabla format [7] medan det för elektronisk terahertzgenerering finns en mängd olika halvledarkomponenter kapabla till att pålitligt skapa terahertzvågor i rumstemperatur. Dessa inkluderar olika transistorer och dioder, såsom heterobarriärvarakatordioden [9], komplementära fälteffekttransistorer [7], Schottky-barriärdioden [10] och resonanttunnel dioden (RTD) [7].

Särskilt intressant är den sistnämnda eftersom de uppvisar fundamental oscillation

vid 1,92 THz i rumstemperatur [11], något som resulterar i kompakta samt enkla kretsar. Utöver det ovan nämnda påvisas RTD-oscillatorn kunna generera effekt på upp till 1 mW vid ungefär 0,3 THz [12] och 610  $\mu$ W vid 0,6 THz [13], där teoretiska beräkningar förutspår resonansfrekvenser på över 2 THz.

För att uppnå en snabb datahastighet behöver information med en hög hastighet koda in i de genererade terahertzvågorna. En metod för att åstadkomma det är att optiskt styra RTD-oscillatorns förmåga att oscillera med en laser och en ljuskänslig halvledarkomponent. Exempelvis har en RTD-oscillator, optiskt styrd av en heterostruktur fototransistor, påvisat datahastighet på 1 Gbps vid en frekvens på 4,7 GHz med on-off-keying amplitudmodulation [14]. En annan metod är att integrera en fotodiod (FD) i RTD för att konstruera en RTD-FD-oscillator, vilken har påvisat datahastighet på upp till 10 Gbps vid en frekvens på 35,1 GHz [15].

### 1.1 Syfte

Kandidatarbetet syftar till att genom simuleringar undersöka dynamiken hos en RTD-oscillator och en fotokonduktor, samt att utvärdera möjligheten till amplitudmodulering genom att kombinera dessa två komponenter i ett sammansatt system. Kandidatarbetet avser även att analysera modulationshastigheten och identifiera de begränsningar som påverkar prestandan hos det sammansatta systemet.

### 1.2 Avgränsningar

Kandidatarbetet bygger vidare på ett redan påbörjat projekt vid institutionen för Mikroteknologi och nanovetenskap (MC2) [16]. Därav finns ett antal förutbestämda avgränsningar för projektet. RTD-oscillatorn ska svänga med en frekvens vid cirka 0,6 THz. Sammansättningen av RTD, och därigenom dess egenskaper, är redan förutbestämd. Projektet kommer endast beakta datahastighet för en en-kanals kommunikationslänk. Projektet är av teoretisk karaktär vilket innebär att ingen fysisk implementering av kommunikationslänken kommer genomföras.

### 1.3 Frågeställningar

Med hänsyn till ovanstående avsnitt söker projektet att besvara följande frågor:

1. Vilka beteenden och egenskaper har fotokonduktorn respektive RTD-oscillatorn?
2. Vad är en adekvat modell för ett sändarsystem där RTD-oscillatorn och fotokonduktorn kombineras?
3. Hur beter sig systemet vid simulering av amplitudmodulation?
4. Vad är den maximala modulationshastigheten för systemet?

# 2

## Teori

Kapitlet redogör för den teoretiska bakgrund som krävs för att tolka och undersöka studiens resultat. Avsnittet behandlar de matematiska och fysikaliska grunderna som är av betydelse för komponenterna och simuleringarnas utformning. Avsnittet är uppdelat i fyra huvuddelar. Den första delen behandlar trådlös kommunikation, följt av en genomgång av resonanttunnling dioden och dess egenskaper. Därefter introduceras dynamiska system. Slutligen behandlas fotokonduktorn.

### 2.1 Trådlös kommunikation

Inom telekommunikation används *bärvågor* som *moduleras* för att överföra information. Bärvågor är elektromagnetiska vågor som svänger med en viss frekvens. För att nyttja bärvågorna i ett kommunikationssystem krävs att information kan kodas in i vågen. Detta kan exempelvis ske genom amplitudmodulering där bärvågens amplitud varierar [17, s. 138] och olika amplitudnivåer representerar olika bitmönster. Ett enkelt sätt att uppnå detta är att endast använda två amplitudnivåer, en amplitudnivå där bärvågens amplitud inte påverkats, vilket motsvarar en logisk etta, och en amplitudnivå där bärvågens amplitud minskats, vilket motsvarar en logisk nolla. När en mottagare tar emot den modulerade bärvågen kan mottagaren läsa av amplituden och erhålla det skickade bitmönstret.

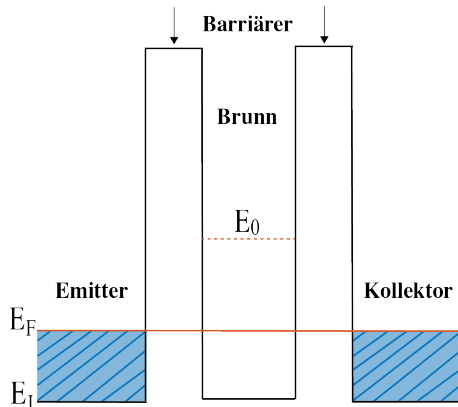
### 2.2 Resonanttunnling dioden

Avsnittet ger en kvalitativ beskrivning av fenomenet resonanttunnling och hur detta ger upphov till RTD:ns IV-karaktäristik. En approximativ storsignalsmodell för RTD:n presenteras för att beskriva dess dynamik i området med negativ differentiell konduktans (NDK).

#### 2.2.1 Resonanttunnling

Resonanttunnling demonstrerades först år 1974 [18] och är ett fenomen som uppstår i heterostruktura halvledarmaterial. Om det i materialet finns ett antal potentialbarriärer kommer elektroner med en viss energinivå att med hög sannolikhet tunnla igenom barriärerna. Potentialbarriärerna i halvledarens kristallstruktur skapas genom att periodiskt introducera halvledarmaterial med olika elektronaffinitet  $\chi$  och

bandgapsenergi  $E_g$ . Detta resulterar i en multibarriärstruktur som bibehåller en kontinuerlig, periodisk kristallstruktur. En dubbelbarriärstruktur visas i figur 2.1, där  $E_L$  är ledningsbandsnivån,  $E_F$  är ferminivån och  $E_0$  är en tillåten energinivå i brunnen, samtliga energinivåer är angivna relativt vakuumnivån.

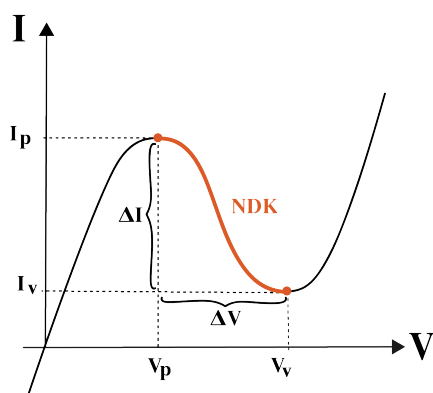


**Figur 2.1:** Dubbelbarriärstruktur.

När en potentialskillnad  $V_a$  appliceras mellan emittern och kollektorn så kommer ledningsbandet och valensbandet att böjas, varpå de diskreta energinivåerna mellan barriärerna närmar sig ferminivån vid emittern. Detta ökar antalet elektroner med en energinivå som tillåter resonanttunnling. Då dessa elektroner har en transmissions sannolikheten 1 ökar elektronflödet genom barriären. Elektronflödet når sitt maximala värde då  $eV_a \approx 2E_0$  [19], där  $e$  är elementarladdningen. För mer detaljerad analys se [20].

### 2.2.2 IV-karaktäristik och modellering

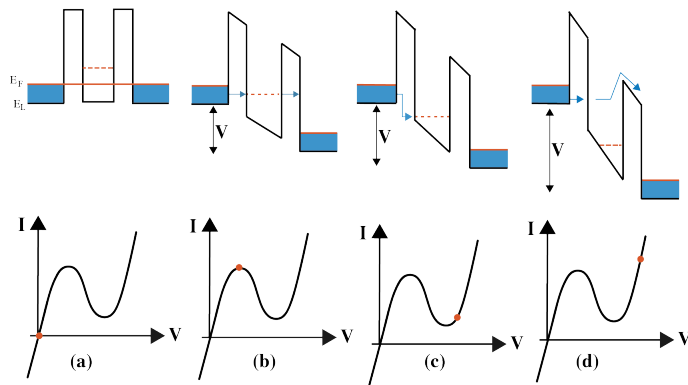
Till skillnad från konventionella dioder uppvisar RTD:n, till följd av resonanttunnlingsfenomenet, ett område med negativ differentiell konduktans (NDK). NDK innebär att  $\partial I/\partial V < 0$ , vilket uppstår mellan spänningarna  $V_p$  och  $V_v$ , se figur 2.2.



**Figur 2.2:** Exempel på en typisk N-formad IV-karakteristik.

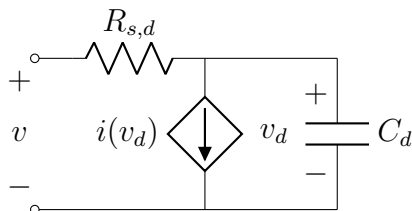
Initialt, vid låg spänning (a) i figur 2.3, ökar strömmen då elektroner börjar tunnla

genom barriären i dioden. Detta sker tills strömmen når sitt maximala värde  $I_p$  då  $V_a = V_p$ , (b) i figur 2.3. Vidare ökning av spänningen  $V_a$ , sådan att  $V_p \leq V_a \leq V_v$ , resulterar i att elektronernas energi vid emittern avviker alltmer från  $E_0$ , vilket får strömmen att minska, (c) i figur 2.3. När  $V_a > V_v$  kommer elektronerna att ha tillräcklig energi för att övervinna potentialbarriären, vilket leder till att strömmen ökar monotoniskt, ifall högre diskreta energinivåer inte finns i brunnen [21].



**Figur 2.3:** Dubbelbarriären och dess motsvarande IV-karaktäristik vid olika förspänningsnivåer.

RTD:n kan förenklat beskrivas med hjälp av en storsignalmodell, illustrerad i figur 2.4, där  $i(v)$  representerar tunnlingsströmmen,  $C_d$  kapacitansen mellan dubbelbarriärerna som bildar kvantbrunnen, och  $R_{s,d}$  motsvarar serieresistansen.



**Figur 2.4:** Ekvivalent storsignalmodell av RTD med serieresistans.

Tunningsströmmen i figur 2.4 kan approximeras med ett kubiskt polynom centrerat i mitten av NDK-regionen [22] enligt

$$i(v) = -\alpha v + \beta v^3, \quad \alpha = \frac{3}{2} \frac{\Delta I}{\Delta V}, \quad \beta = 2 \frac{\Delta I}{\Delta V^3}, \quad (2.1)$$

där  $v = V - V_f$  är signalspänningen relativt till förspänningen  $V_f$  och  $V$  är spänning relativt till jord,  $\Delta V$  och  $\Delta I$  representerar skillnaden mellan topp- och dalvärdena för spänningen respektive strömmen i RTD:ns IV-kurva,  $(V_p, I_p)$  och  $(V_v, I_v)$ . Barriärkapacitansen kan approximeras som  $C_d = \epsilon_d A / \ell_d$  där  $A$  är RTD:ns tvärsnittsarea,  $\epsilon_d$  är brunnsens, barriärernas och utfyllnadregionernas effektiva permittivitet och  $\ell_d$  representerar längden av dessa regioner.

## 2.3 Dynamiska system

Detta avsnitt inleder med att introducera ett grundläggande matematiskt ramverk för att beskriva dynamiska system. Därefter ges en grundläggande analys av oscillatorer, vilket leder fram till en introduktion och analys av den olinjära Van der Pol-oscillatorn. Avsnittet avslutar med att presentera hur dynamiska system kan modelleras och simuleras med numeriska metoder.

### 2.3.1 Definition och matematisk formulering

Ett dynamiskt system är ett system vars *tillstånd* förändras med tiden. Analys av dynamiska system bygger på att kunna förutspå ett systems framtida tillstånd givet ett nuvarande tillstånd samt systemets svar på extern verkan och störningar. Ett  $n$ :te ordningens dynamiskt system är ett system vars dynamik beskrivs av  $n$  stycken kopplade första ordningens ordinära differentialekvationer, där differentiering sker med avseende på tid [23]. Detta kan formuleras som en *tillståndsmodell* enligt

$$\dot{x} = f(t, x, u) \quad (2.2)$$

$$y = g(t, x, u) \quad (2.3)$$

där vektorn  $x$  är systemets tillstånd innehållande tillståndsvariablerna  $x_1, \dots, x_n$ , vektorn  $u$  innehåller systemets insignaler,  $t$  är tid och vektorn  $f$  innehåller funktionerna  $f_1, \dots, f_n$  vilka beskriver tillståndsvariablernas dynamik [23]. På liknande vis är  $y$  i (2.3) en vektor innehållande systemets utsignaler. För ett autonomt system, vilket är ett system där  $f$  inte explicit beror på  $t$ , avgörs framtida tillstånd av systemets begynnelsevillkor  $x_0$ . För ett givet  $x_0$  kommer ett sådant system (teoretiskt) alltid följa samma förlopp [24].

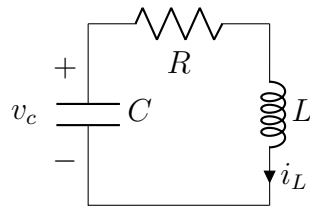
Generellt kan ekvation (2.2) beskriva olinjär dynamik, varpå exakta analytiska lösningar ofta saknas. Istället analyseras ofta dynamiska system med olika geometriska metoder. Dessa innebär att numeriskt lösa ekvation (2.2) och sedan analysera systemets beteende i fasrummet eller fasplanet vilket är ett abstrakt  $n$ -dimensionellt vektorrum där utvecklingen av systemets tillstånd över tid visualiseras för olika begynnelsevillkor i ett fasporträtt [25].

### 2.3.2 Oscillatorer

Ett system oscillerar om det finns en lösning  $x(t)$  till (2.2) sådan att

$$x(t + T) = x(t), \quad \forall t \geq 0 \quad (2.4)$$

där  $T$  är systemets periodtid [23]. En enkel elektrisk oscillator kan konstrueras enligt RLC-kretsen i figur 2.5.



**Figur 2.5:** Kretsschema för en RLC-oscillator.

I RLC-oscillatoren uppstår oscillation när kretsens upplagrade energi pendlar mellan att vara lagrad i det elektriska fältet i kondensatorn och i det magnetiska fältet i spolen. På grund av den effekt som förbrukas i resistansen  $R$  kommer oscillationen snabbt klinga av. Ekvationerna som beskriver RLC-oscillatorns dynamik är

$$\ddot{v}_c + 2\zeta\dot{v}_c + \omega_0^2 v_c = 0, \quad (2.5)$$

$$v_c(t) = e^{-\zeta t} A_d \cos(\omega_d t + \phi_d), \quad (2.6)$$

$$\zeta = \frac{R}{2L}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.7)$$

vilka är ekvationerna för en dämpad harmonisk oscillator [26]. Parametern  $\zeta$  är dämpningskoefficienten vilken beskriver systemets förluster och  $\omega_0$  är systemets resonansvinkelfrekvens. Båda parametrarna relaterar till oscillationsvinkelfrekvensen  $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \zeta^2}$ . Parametrarna  $A_d$  och  $\phi_d$  är oscillationens amplitud respektive fasförskjutning, vilka bestäms av systemets begynnelsevillkor. Då  $R > 0$  är  $\zeta > 0$  varpå ekvation (2.6) visar att amplituden exponentiellt klingar av mot noll. Systemets tidskonstant  $\tau$  beskrivande stig- och falltid ges av  $\tau = 1/\zeta$ .

För att ett system ska uppnå självreglerad stadig oscillation måste ett energitillförande olinjärt elementet kompensera för förlusterna i resistansen  $R$  [25], typiskt används en NDK-komponent.

En historiskt viktig och vanligt förekommande olinjär oscillator är Van der Pol oscillatoren, först beskriven av Balthasar van der Pol år 1920 [27]. Van der Pol presenterade en rad olika ekvationer för att beskriva vad han kallade relaxationsoscillatorer. Den mest kända av dessa ekvationer, som beskriver fria oscillationers dynamik är

$$\ddot{x} - \mu [1 - x^2] \dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (2.8)$$

där  $\mu$  är en olinjäritetsparameter. Det går att visa med Liénards theorem [28] att Van der Pol oscillatoren beskriven av (2.8) har en unik gränscykel för  $\mu/\omega_0 \geq 0$ , varpå systemet uppnår stadig oscillation med amplitud 2 [29]. För  $\mu/\omega_0 < 0$  tenderar systemet till jämviktsläget  $x = 0$ .

Ekvation (2.8) kan analyseras som en dämpad harmonisk oscillator, där dämpningen  $\zeta(x)$  är olinjärt beroende av  $x$ . Givet villkoren att  $\mu > 0$  och  $x^2 < 1$  är

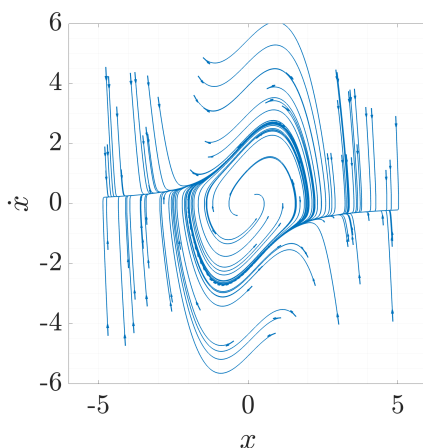
$$\zeta(x) = -\mu [1 - x^2] < 0 \quad (2.9)$$

vilket representerar en förstärkning. Om istället  $x^2 > 1$  medan  $\mu \geq 0$  är

$$\zeta(x) = -\mu [1 - x^2] > 0 \quad (2.10)$$

vilket, likt (2.5), representerar en dämpning. För små absoluta värden på  $x$  upplever systemet en drivande kraft vilket får beloppet av  $x$  att växa, medan för stora absoluta värden på  $x$  kommer beloppet av  $x$  att avta. För  $\mu = 0$  reduceras (2.8) till en odämpad harmonisk oscillator.

Vidare intuition för systemets dynamik fås genom att studera fasporträtten tillhörande ekvation (2.8).



**Figur 2.6:** Fasporträtt för 100 olika begynnelsevärden med  $\mu = 1$

Inspektion av figur 2.6 visar att systemet alltid konvergerar till samma gränscykel med amplitud 2 och periodtid oberoende av begynnelsevillkor, vilket är ett fenomen endast uppvisat av olinjära oscillatorer [25].

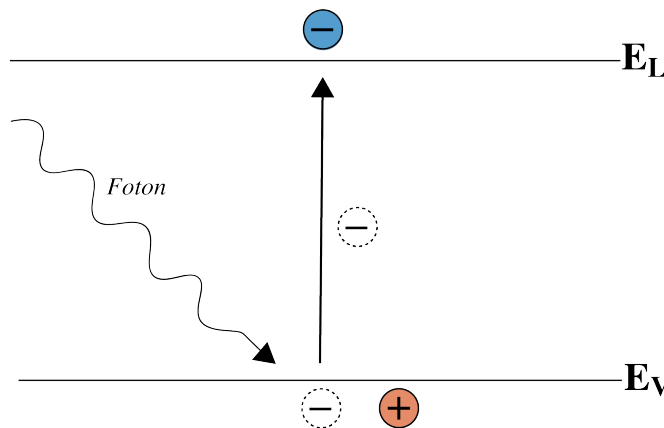
## 2.4 Fotokonduktorn

Fotokonduktorn är en halvledarkomponent vars konduktans kan varieras genom inverkan av ljus. I följande delavschnitt redogörs för hur optisk generation av överskottsladdningsbärare kan modelleras samt hur olika rekombinationsprocesser påverkar dynamiken hos fotokonduktorn. Vidare beskrivs fotokonduktorns kapacitiva effekter, vilket leder till en ekvivalent storsignalmodell som kan användas för att beskriva fotokonduktorns beteende.

### 2.4.1 Optisk generation

Om en fotokonduktor belyses med fotoner kan överskottselektroner,  $\Delta n$ , och överskottshål,  $\Delta p$ , genereras. Överskottsladdningsbärare genereras genom att en foton med energi större än fotokonduktorns bandgap exciterar en elektron från valensbandet till ledningsbandet. Detta lämnar kvar ett hål i valensbandet och ett elektron-hål-par (ehp) har skapats. Förloppet illustreras i figur 2.7.

Då en fotokonduktor belyses med fotoner genereras överskottsladdningsbärare med



**Figur 2.7:** Excitation av elektron med hjälp av foton.

en optisk generationshastighet  $g_{op}$  vilken ges av [30, ss. 262-263]

$$g_{op} = \frac{\eta P_{in} [1 - \exp(-\rho t_f)]}{h\nu b_f t_f \ell_f}, \quad (2.11)$$

där  $P_{in}$  är effekten som fotokonduktorn belyses med,  $\rho$  är materialets absorptionskoefficient,  $t_f$  är fotokonduktorns tjocklek,  $\eta$  är en effektivitetsfaktor vilket beskriver andelen absorberade fotoner som genererar ehp,  $h$  är Plancks konstant,  $\nu$  är fotonernas frekvens,  $b_f$  är fotokonduktorns bredd och  $\ell_f$  är fotokonduktorns längd.

## 2.4.2 Rekombination

De genererade överskottsladdningsbärarna rekombinerar efter en viss tid vilken kallas överskottsladdningsbärarnas rekombinationslivslängd,  $\tau_{eff}$  [31]. Rekombination sker i fotokonduktorns bulkmaterial och vid dess yta vilket beskrivs av  $\tau_b$  respektive  $\tau_y$ , där

$$\tau_{eff} = \frac{\tau_b}{1 + \tau_b/\tau_y}. \quad (2.12)$$

Rekombinationslivslängden i bulkmaterial beror av rekombinationsprocesserna radiativ rekombination, Auger-rekombination och Shockley-Read-Hall (SRH)-rekombination, vilka sker parallellt, och karakteriseras av  $\tau_{rad}$ ,  $\tau_{Auger}$  respektive  $\tau_{SRH}$  [31]. Sambandet mellan dessa tre rekombinationsprocesser och rekombinationslivslängden i bulkmaterial ges av

$$\tau_b = \frac{1}{\tau_{SRH}^{-1} + \tau_{rad}^{-1} + \tau_{Auger}^{-1}}. \quad (2.13)$$

Radiativ rekombination förekommer främst i fotokonduktorer med direkt bandgap [31]. Processen innebär att en överskottselektron i ledningsbandet gör en övergång direkt ned till valensbandet där den rekombinerar med ett hål. Överskottsenergin frigörs i form av en foton, se figur 2.8 (b). För en p-dopad fotokonduktor ges  $\tau_{rad}$  av

$$\tau_{rad} = \frac{1}{B_r(p_0 + n_0 + \Delta n)}, \quad (2.14)$$

där  $B_r$  är en proportionalitetskonstant.

Auger-rekombination kan ske både i fotokonduktorer med direkt och indirekt bandgap, men framför allt vid mycket höga koncentrationer av överskottsladdningsbärare [31]. Vid rekombination överförs överskottsenergin till en tredje laddningsbärare, se figur 2.8 (c). För en p-dopad fotokonduktor ges  $\tau_{Auger}$  av

$$\tau_{Auger} = \frac{1}{C_p(p_0^2 + 2p_0\Delta n + \Delta n^2) + C_n(n_0^2 + 2n_0\Delta n + \Delta n^2)}, \quad (2.15)$$

där  $C_p$  är Auger-rekombinationskoefficienten för hål och  $C_n$  för elektroner.

SRH-rekombination sker med hjälp av djupa energinivåer i bandgapet som skapats med hjälp av föroreningar, ibland benämnda fällor eller rekombinationscentrum [31]. Rekombinationen sker genom att elektroner och hål använder de djupa energinivåerna som ett mellansteg för rekombination. Överskottsenergin som frigörs vid rekombination orsakar gittervibrationer, även kallade fononer, se figur 2.8 (a). För en p-dopad fotokonduktor ges  $\tau_{SRH}$  av

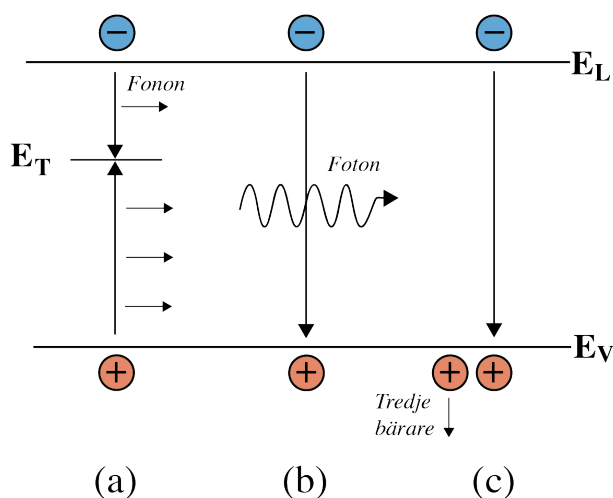
$$\tau_{SRH} = \frac{\tau_p(n_0 + n_1 + \Delta n) + \tau_n(p_0 + p_1 + \Delta p)}{p_0 + n_0 + \Delta n}, \quad (2.16)$$

där  $n_1$ ,  $p_1$ ,  $\tau_n$  och  $\tau_p$  är definierade som

$$n_1 = n_i \exp[(E_T - E_i)/kT_k], \quad p_1 = n_i \exp[-(E_T - E_i)/kT_k], \quad (2.17)$$

$$\tau_p = \frac{1}{\sigma_p v_t N_T}, \quad \tau_n = \frac{1}{\sigma_n v_t N_T}, \quad (2.18)$$

där  $n_i$  är den intrinsiska laddningsbärarkoncentrationen,  $E_T$  är föroreningarnas energinivå i bandgapet,  $E_i$  är den intrinsiska Fermi-nivån,  $k$  är Boltzmanns konstant,  $T_k$  är temperaturen i kelvin,  $N_T$  är koncentrationen av föroreningar,  $\sigma_p$  och  $\sigma_n$  är infångningstvårsnittet för hål respektive elektroner och  $v_t$  är laddningsbärarnas termiska hastighet.



**Figur 2.8:** Illustration av hur överskottsenergin överförs vid de tre olika rekombinationsprocesserna (a) SRH, (b) radiativ och (c) Auger.

Infångningstvärsnittet kan förstås bättre med hjälp av infångningskoefficienterna  $C_p = \sigma_p v_t$  och  $C_n = \sigma_n v_t$  [32]. Rekombinationscentrum är fasta i fotokonduktorns gitter medan elektroner och hål rör sig slumpmässigt med sina termiska hastigheter. Genom att föreställa sig det motsatta scenariot, där rekombinationscentrum rör sig medan elektroner och hål är stilla, kan  $C_p$  och  $C_n$  tolkas som den volym per tidsenhet som sveps igenom av rekombinationscentrumet. De elektroner eller hål som befinner sig i denna volym har en hög sannolikhet att bli infångade av rekombinationscentrumet.

Rekombinationslivslängden  $\tau_{eff}$  kan relateras till rekombinationshastigheten  $r$  som [32, ekv. (7.3)]

$$r = \frac{\Delta n}{\tau_{eff}}, \quad (2.19)$$

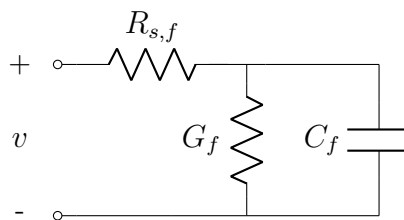
där motsvarande uttryck gäller för  $\Delta p$ .

### 2.4.3 Modellering

En förändring av koncentrationen av överskottsladdningsbärare i fotokonduktorn förändrar fotokonduktorns konduktivitet, vilken ges av

$$\sigma_{op} = e [(n_0 + \Delta n)\mu_n + (p_0 + \Delta p)\mu_p], \quad (2.20)$$

där  $n_0$  är elektronkoncentrationen i ledningsbandet vid termisk jämvikt,  $p_0$  är hålkoncentrationen i valensbandet vid termisk jämvikt,  $\mu_n$  är mobiliteten för elektroner och  $\mu_p$  för hål. När fotokonduktorn inte utsätts för ljus finns det inte några överskottsladdningsbärare,  $\Delta n = \Delta p = 0$ , och fotokonduktorn når sin lägsta konduktansnivå, ofta benämnd *mörk konduktans*. Vid mörk konduktans kan fotokonduktorn ackumulera laddningar vid vardera sida av kontakterna och således uppvisa kapacitiva effekter. Fotokonduktorn kan alltså beskrivas av följande ekvivalenta storsignalmodell, se figur 2.9.



**Figur 2.9:** Ekvivalent storsignalmodell av fotokonduktorn med serieresistans.

# 3

## Metod

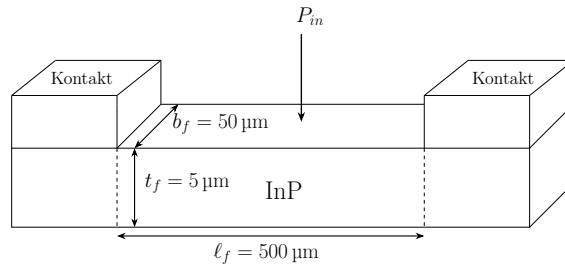
Kapitlet beskriver hur modellerna för fotokonduktorn och RTD-oscillatorn togs fram, hur de kombinerades till ett system för att studera amplitudmodulation, samt hur mätdata inhämtades och simuleringar genomfördes.

### 3.1 Modellering och dimensionering

Avsnittet redogör för hur fotokonduktorns modell och ekvationer tagits fram. RTD-oscillatorn analyseras utifrån storsignalmodellen i figur 2.4 vilket ger en variant av Van der Pol-ekvationen. Avslutningsvis beskrivs hur delsystemen kombineras till ett sammansatt system.

#### 3.1.1 Fotokonduktorn

För att simulera konduktansvariationer ansattes en geometrisk modell där fotokonduktorn representerades som ett rätblock av InP, enligt figur 3.1. Dimensionerna valdes specifikt för att minimera fotokonduktorns kapacitans,  $C_f$ , och därigenom begränsa dess inverkan på det sammansatta system som senare kommer att inkludera RTD-oscillatorn. Kapacitansen beräknades i COMSOL Multiphysics och resulterade i  $C_f \approx 3,3 \times 10^{-16}$  F.



**Figur 3.1:** Modell av fotokonduktorn samt dess dimensioner vid simulering.

I syfte att ta fram en modell som beskriver hur överskottsbärarkoncentrationerna varierar i tid antas hög injektion,  $\Delta n, \Delta p \gg n_i$ . Vid hög injektion är ytrekombination försumbar i förhållande till rekombination i bulkmaterialiet [31], vilket medför  $\tau_{eff} \approx \tau_b$ . Tidskonstanterna för Auger-, SRH- respektive radiativ rekombination reduceras då till  $\tau_{Auger} \approx [(C_p + C_n)\Delta n^2]^{-1}$ ,  $\tau_{SRH} \approx \tau_p + \tau_n$  och  $\tau_{rad} \approx (B_r\Delta n)^{-1}$ . Givet en

optisk generationshastighet enligt (2.11) och rekombinationshastighet enligt (2.19) erhålls följande modell för hur  $\Delta n$  varierar som funktion av tid

$$\frac{d\Delta n}{dt} = \underbrace{\frac{\eta P_{in} [1 - \exp(-\rho t_f)]}{h\nu t_f b_f \ell_f}}_{g_{op}} - \underbrace{\frac{\Delta n}{\tau_p + \tau_n}}_{\text{SRH}} - \underbrace{B_r \Delta n^2}_{\text{rad}} - \underbrace{(C_p + C_n) \Delta n^3}_{\text{Auger}}, \quad (3.1)$$

där motsvarande uttryck antogs gälla för  $\Delta p$ . Sambandet användes därefter i ekv. (2.20), vilket gav konduktivitetens tidsvariation som funktion av belysningsgrad.

Parametrarna i ekvation (3.1) valdes utifrån materialegenskaper för InP vilka presenteras i tabell 3.1.

**Tabell 3.1:** Parametrar för InP.

Parameter	$n_i$ [cm <sup>-3</sup> ]	$\mu_n$ [cm <sup>2</sup> /Vs]	$\mu_p$ [cm <sup>2</sup> /Vs]	$B_r$ [cm <sup>3</sup> /s]	$C_n$ [cm <sup>6</sup> /s]	$C_p$ [cm <sup>6</sup> /s]
Värde	$1,3 \times 10^7$	5900	150	$1,6 \times 10^{-11}$	$3,7 \times 10^{-31}$	$8,7 \times 10^{-30}$
Referens	[33]	[21, s. 547]	[21, s. 547]	[34]	[35]	[35]

Modellen utvärderades både utan och med fällor. Fällor implementerades genom att förorena InP-rätblocket vid  $E_T = E_i$  med järn. Mängden fällor och övriga parametrar relaterade till implementeringen av fällor presenteras i tabell 3.2.

**Tabell 3.2:** Parametrar för implementering av fällor.

Parameter	$\sigma_n$ [cm <sup>2</sup> ]	$\sigma_p$ [cm <sup>2</sup> ]	$v_t$ [m/s]	$N_{T_0}$ [cm <sup>-3</sup> ]	$N_{T_1}$ [cm <sup>-3</sup> ]	$N_{T_2}$ [cm <sup>-3</sup> ]
Värde	$2 \times 10^{-14}$	$5 \times 10^{-16}$	$1 \times 10^7$	0	$5 \times 10^{19}$	$1 \times 10^{20}$
Referens	[31]	[31]	-	-	-	-

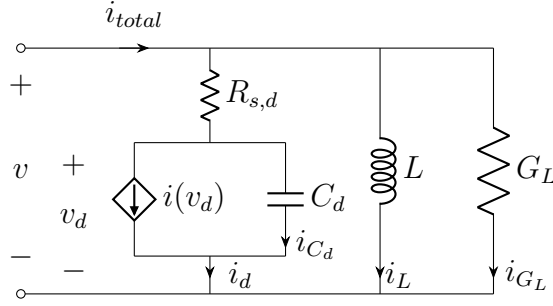
Fotokonduktorn antogs belysas uniformt med en laser vars fotonvåglängd sattes till 850 nm [36], vilket medför en absorptionskoefficient  $\rho \approx 10^3$  cm<sup>-1</sup> [37, Fig. 14.4]. Effektivitetsfaktorn  $\eta$  sattes till 1, och de fotoner som emitterades vid rekombination antogs inte generera nya ehp. Ineffekten,  $P_{in}$ , valdes så att systemet förs in och ut ur oscillation, vilket behandlas i detalj i avsnitt 3.2. Ett typiskt värde för  $P_{in}$  är 55 mW [36].

### 3.1.2 RTD-oscillatorn

Utifrån storsignalmodellen för RTD:n i figur 2.4 konstruerades en oscillator krets genom att parallellt med RTD:n ansluta en last bestående av en induktans  $L$  och en konduktans  $G_L$  vilket resulterar i kretsen i figur 3.2.

Kirchhoffs lagar applicerat på det ekvivalenta kretsschemat i figur 3.2, givet antagandet att då förspänningen är en ren likspänning kommer  $i_{total}$  följaktligen vara en ren likström, ger följande differentialekvation som beskriver systemets dynamik

$$\ddot{v}_d - \mu [1 - \gamma v_d^2] \dot{v}_d + \omega_0^2 v_d = -\delta v_d^3. \quad (3.2)$$



**Figur 3.2:** Storsignalmodell för en RTD-oscillator med serieresistans.

Olinjäritetsfaktorn  $\mu$  och skalfaktorn  $\gamma$  ges av

$$\mu = \frac{\alpha L(1 + G_L R_{s,d}) - G_L L - R_{s,d} C_d}{L C_d(1 + G_L R_{s,d})}, \quad \gamma = \frac{3\beta L(1 + G_L R_{s,d})}{\alpha L(1 + G_L R_{s,d}) - G_L L - R_{s,d} C_d}, \quad (3.3)$$

där  $\alpha$  och  $\beta$  ges av ekvation (2.1) medan egenresonansvinkelfrekvensen och återkopplingsfaktorn definieras enligt

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1 - \alpha R_{s,d}}{L C_d(1 + G_L R_{s,d})}}, \quad \delta = \frac{R_{s,d} \beta}{L C_d(1 + G_L R_{s,d})}. \quad (3.4)$$

Spänningen över RTD:n  $v_d$  relaterar till spänningen över lasten  $v$  enligt

$$v = v_d + i_d R_{s,d} = v_d + R_{s,d}(-\alpha v_d + \beta v_d^3 + C_d \dot{v}_d), \quad (3.5)$$

där  $i_d$  är strömmen genom RTD:n.

För oscillatoren beskriven av (3.2) uppnås stadig oscillation ifall  $\mu/\omega_0 \geq 0$ . I appendix C visas det att parametern  $\delta$  inte påverkar oscillationernas amplitud varpå parametern  $\gamma$  blir den enda skalfaktorn för oscillationernas amplitud, vilket resulterar i att oscillationernas amplitud växer till  $2\gamma^{-1/2}$ , se appendix A. Kapacitansen approximerades enligt  $C_d = \epsilon_d A / \ell_d$ , beskrivet i avsnitt 2.2.2, där  $\epsilon_d = 12,5 \times 8,85 \times 10^{-12}$  F/m,  $A = 0,49 \mu\text{m}^2$  samt  $\ell_d = 17,5$  nm. Systemets egenresonansvinkelfrekvens  $\omega_0$  sattes till att motsvara 0,6 THz genom att bestämma  $L$  sådant att villkoret för  $\omega_0$  i ekvation (3.4) uppfylldes.

Likt den dämpade harmoniska oscillatoren beskriven av (2.5) är oscillationsfrekvensen  $f$  sällan samma som egenresonansfrekvensen  $\omega_0/2\pi$ . Ett approximativt uttryck för resonansfrekvensen kan fås genom att undersöka villkoret för att uppnå oscillation. Initialt då oscillation ska uppstå är  $v^3 \approx 0$  varpå RTD:ns konduktans kan approximeras som  $-\alpha$ . Villkoren att imaginärdelen av den admittans RTD:ns konduktans ser är noll samt att  $\mu/\omega_0 \geq 0$  ger den approximativa resonansfrekvensen

$$f = \frac{1}{2\pi L(1 + R_{s,d} G_L)} \sqrt{\frac{L}{C_d} - R_{s,d}^2}, \quad (3.6)$$

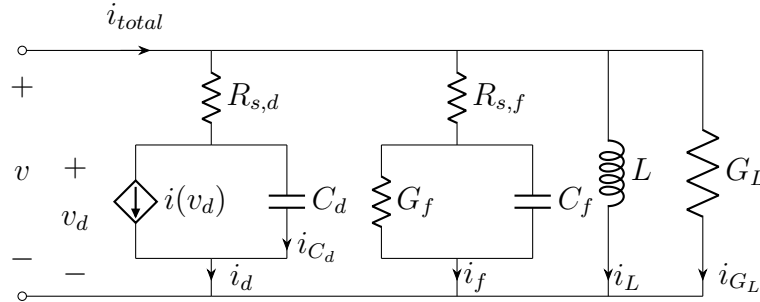
givet att

$$G_L \leq \frac{\alpha L - R_{s,d} C_d}{L(1 - \alpha R_{s,d})}, \quad R_{s,d} \leq \frac{L(\alpha - G_L)}{C_d - G_L \alpha L}. \quad (3.7)$$

Vid tiden  $t = 0$  befinner sig systemet i vila och ingen oscillation uppstår då  $(v, \dot{v}) = (0, 0)$  är ett jämviktsläge. För att initiera oscillation krävs det att energi tillförs till systemet. I den valda modellen åstadkoms detta genom att introducera termiskt brus med standardavvikelsen  $\bar{e}_n = \sqrt{4kT_k R \Delta f}$  där  $R$  är systemets förlustresistans och  $\Delta f$  den spektrala bandbredden, som här antas vara lika med oscillationsfrekvensen, 0,6 THz.

## 3.2 Amplitudmodulering

Amplitudmodulering sker genom att ändra oscillatorns lastkonduktans  $G_L$  sådant att systemet går in och ur oscillation enligt villkoret i ekvation (3.7). Den simulerade bärvågen modulerades därav genom att ändra  $G_L$  mellan två värden,  $G_0$  och  $G_1$ , där  $G_0$  motsvarar det logiska tillståndet noll och  $G_1$  det logiska tillståndet ett. För att kunna variera lastkonduktansen kopplades fotokonduktorn parallellt med RTD:n vilket ger kretsen för det sammansatta systemet i figur 3.3.



**Figur 3.3:** Storsignalmodell för en RTD-oscillator med integrerad fotokonduktor.

Då kapacitansen för fotokonduktorn  $C_f = 0,33 \text{ fF} \ll C_d = 3,1 \text{ fF}$  antas  $C_f$  vara ett avbrott i kretsen, vilket innebär att systemets dynamik beskrivs av ekvationerna (3.2)-(3.7) där  $R_{s,d}$  ersätts av  $R_{s,tot} = R_{s,d} + R_{s,f}$  och  $G_L$  ersätts med  $G_L + G_f$ . Detta med undantaget att induktansen  $L$  bestämdes exklusivt av  $G_L$  då den inte varierar med tiden.

För att maximera den genererade effekten  $P_g$  vid oscillation valdes  $G_1 = \alpha/2$  [38] vilket ger  $P_g = P_{g,max}$ , varpå effekten levererad till lasten blir  $P_L = P_{g,max} R_L (R_{s,d} + R_L)^{-1}$  [38] där  $R_L = 1/G_L$ . Lastanpassningen ger  $\mu(G_1) = \mu_{max}$  varpå värdet av  $G_0$  valdes sådan att  $\mu(G_0) = -\mu_{max}$  för att säkerställa en likvärdig stig- och falltid. Denna lastanpassning ger

$$\mu_{max} = \frac{\alpha}{C_d} - \frac{\alpha L - 2R_{s,tot}C_d}{LC_d(2 + \alpha R_{s,tot})}, \quad (3.8)$$

där det observerades en snabbare dynamik för system med högre värde på  $\mu$  och således  $\mu_{max}$ . För syftet att uppnå snabb modulation är det alltså önskvärt att maximera  $|\mu|$ .

För att undersöka begränsningarna i transientsvaret hos RTD-oscillatoren simulerades systemet för olika datahastigheter för de tre dioder som presenteras i figur 3.4.

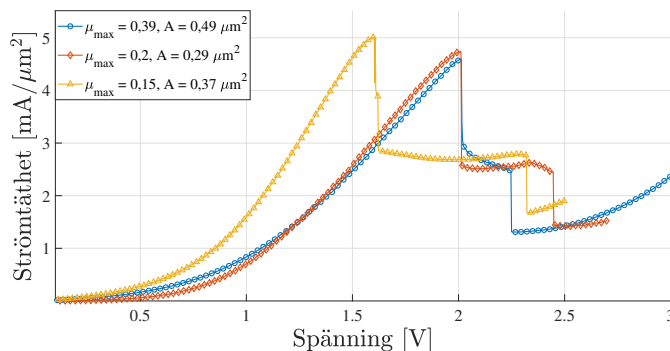
Under simulationen matades systemet med en pseudoslumpad bitsekvens bestående av 6000 bitar. Oscillatorns transientsvar demodulerades och filtrerades för att extrahera signalens envelopp. Bitsekvensen delades därefter upp i grupper om tre bitar, vilka överlagrares för att generera ett ögondiagram. Ögonhöjden och ögonbredden togs även fram för samtliga tre dioder och sammanställdes i två separata grafer.

För att undersöka RTD-oscillatorns begränsningar antogs initialt att  $R_{s,d} = R_{s,f} = 0\Omega$ . Detta ger det förenklade villkoret att systemet oscillerar om  $G_L \leq \alpha$ . Det antogs att fotokonduktorns dynamik var oändligt snabb, så  $G_L$  varierades som ett steg mellan  $G_0$  och  $G_1$ .

För simulation av det sammansatta systemet där dynamiken hos  $G_L$  bestämdes av fotokonduktorn antogs  $G(t) = G_1 + G_f(t)$  där  $G_1$  är en konstant lastkonduktans och  $G_f(t)$  är fotokonduktorns tidsberoende konduktans. Vid en logisk etta valdes  $G_f = 0,1G_1$  så att  $G(t) = G_1 + G_f(t) \approx G_1$  vilket maximerar genererad uteffekt vid oscillation. Vid en logisk nolla valdes  $G_f = G_0 - G_1$  för att säkerställa jämförbar stig- och falltid. Konduktansvariationerna åstadkoms genom att variera  $P_{in}$  i ekvation (2.11) mellan fyra olika nivåer. När systemet skulle gå från en logisk etta till en logisk nolla behöver  $G(t)$  öka varpå den högsta ineffekten  $P_{in,max}$  användes. När systemet skulle gå från en logisk etta till en logisk nolla ska  $G(t)$  minska så snabbt som möjligt, varpå ineffekten  $P_{in,min} = 0\text{ W}$  användes. När det önskade värdet på  $G(t)$  erhöles valdes  $P_{in}$  så att det uppstod jämvikt mellan generation och rekombination. Detta  $P_{in}$  fås genom att sätta  $d\Delta n/dt$  i ekvation (3.1) till 0 och lösa för  $P_{in}$ . För det sammansatta systemet antogs  $C_f$  vara ett avbrott.

### 3.3 Elektrisk karakterisering

Mätdata från 36 RTD:er med tvärsnittsarea mellan  $0,26$  och  $1\ \mu\text{m}^2$  har analyserats. Mätningarna är hämtade från ett tidigare arbete där både diodernas konstruktion och mätmetodik finns beskrivet i [16]. Tre dioder valdes ut och presenteras i figur 3.4. Urvalet är baserat på diodernas olika  $\mu_{max}$ -värde.



**Figur 3.4:** Spännings- och strömtäthetskaraktistik. Mätningar för tre dioder med angiven tvärsnittsarea och motsvarande  $\mu_{max}$ .

### 3.4 Simulering

För att kunna simulera amplitudmodulation av det sammansatta systemet simulerades först RTD-oscillatorn och fotokonduktorn isolerade från varandra. Detta för att kunna säkerställa delsystemens funktion och samtidigt möjliggöra iterativ parallell utveckling av bäge modellerna.

Simulationerna av de tidsberoende differentialekvationerna som behandlas i detta kapitel använde en fjärde ordningens Runge-Kutta-algoritm (RK4) given av [39] och [40], vars Butcher tablå [41] är

$$\begin{array}{c|ccc}
 0 & & & \\
 1/2 & 1/2 & & \\
 1/2 & 0 & 1/2 & \\
 1 & 0 & 0 & 1 \\
 \hline
 & 1/6 & 1/3 & 1/3 & 1/6
 \end{array}$$

där de exkluderade elementen är lika med noll. RK-algoritmen förklaras i mer detalj i appendix B.

De differentialekvationer som ligger till grund för RTD:ns, fotokonduktorns och det sammansatta systemets beteende formulerades som tillståndsmo-  
dell genom att välja tillståndsvariablerna  $v_d$  och  $\dot{v}_d$ , samt utsignalen  $v$ . Detta ger tillståndsmo-  
dellen

$$f(v_d, \dot{v}_d) = \begin{bmatrix} \mu [1 - \gamma v_d^2] \dot{v}_d - \omega_0^2 v_d - \delta v_d^3 \\ v_d - R_s(-\alpha v_d + \beta v_d^3 + C_d \dot{v}_d) \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

För att simulera fotokonduktorns dynamik valdes tillståndet  $\Delta n$  ( $\Delta n = \Delta p$ ) ur ekvation (3.1) vilket resulterar i tillståndsmo-  
dellen

$$f(\Delta n) = \frac{P_{in} [1 - \exp(-\rho t_f)]}{h\nu t_f b_f \ell_f} - \frac{\Delta n}{\tau_p + \tau_n} - B_r \Delta n^2 - (C_p + C_n) \Delta n^3 \tag{3.10}$$

Simuleringarna utfördes i programvaran MATLAB. Av den kod som användes för simuleringar skrevs 13 rader med hjälp av generativ AI [42].

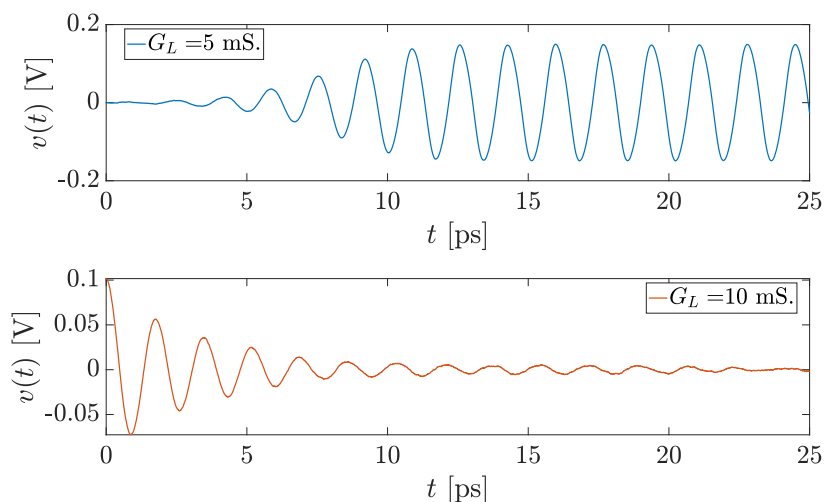
# 4

## Resultat

Följande kapitel inleds med att presentera resultaten av fotokonduktorn och RTD-oscillatorn som separata delsystem. Därefter redogörs resultaten för det kombinerade systemet, där fotokonduktorn och RTD-oscillatorn kopplats samman under antagandet att RTD:ns serieresistans försummas, och fotokonduktorns konduktans varierades som ett steg. Avslutningsvis redovisas resultaten för det sammansatta systemet där variationen av fotokonduktorns konduktans följer den modell som beskrivs i avsnitt 3.1.1, samt inkluderar serieresistansen för RTD:n respektive fotokonduktorn.

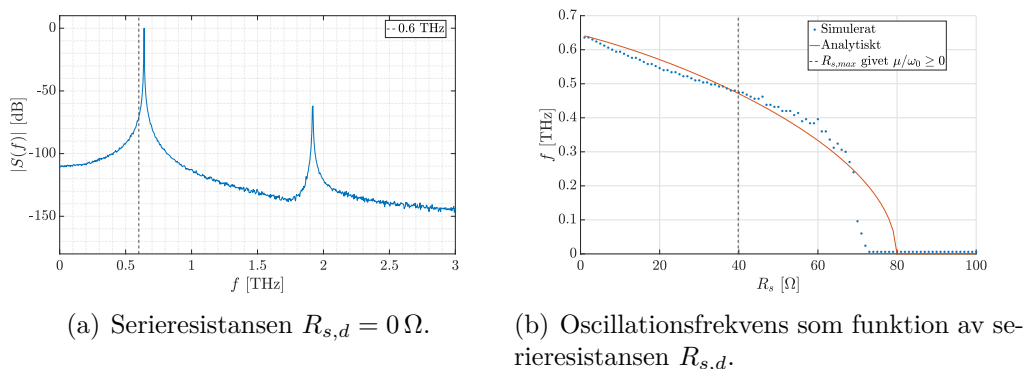
### 4.1 RTD-oscillatorn

Simuleringen av tillståndsmodellen för RTD-oscillatorn, given i ekvation (3.9), visas i figur 4.1. Ur figur 4.1 framgår det att vid låga värden på lastkonduktansen  $G_L$ , sådant att  $\mu/\omega_0 \geq 0$  är uppfyllt, uppnås stadig oscillation. På motsvarande sätt avtar oscillationen då villkoret inte är uppfyllt.



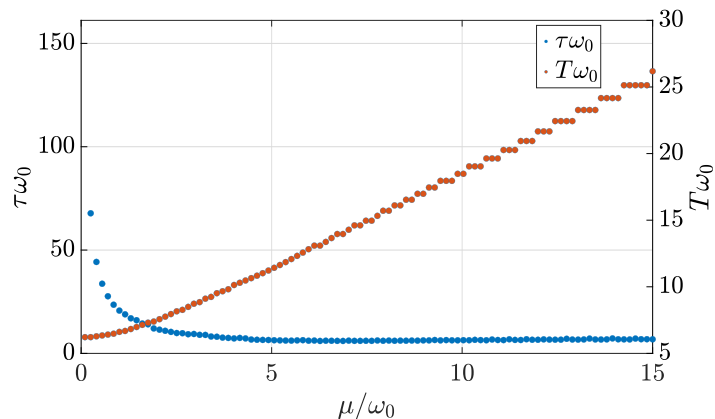
**Figur 4.1:** RTD-oscillatorns stegsvar för två värden på lastkonduktansen  $G_L$  med  $R_{s,d} = 10 \Omega$ .

Effekttäthetsspektrummet i figur 4.2 (a) visar att då serieresistansen  $R_{s,d}$  försummas ökade oscillationsfrekvensen med  $\Delta f \approx 40 \text{ GHz}$  vid stadig oscillation. Figur 4.2 (b) visar hur växande  $R_{s,d}$  minskar oscillationsfrekvensen.



**Figur 4.2:** Effekttäthetsspektrum och resonansfrekvens som funktion av serieresistansen  $R_{s,d}$ .

Oscillatorns 63 % tidkonstant  $\tau$  samt oscillationernas periodtid  $T$  presenteras i figur 4.3 som funktion av olinjäritetsparametern  $\mu$ , där samtliga parametrar har normaliserats mot egenresonansvinkelfrekvensen  $\omega_0$ . Ur figuren observeras att för en given egenresonansvinkelfrekvens  $\omega_0$  konvergerar systemets tidskonstant mot  $\tau \approx 6,5/\omega_0$  för ökande  $\mu$  samtidigt som periodtiden ökar linjärt för ökande  $\mu$ .



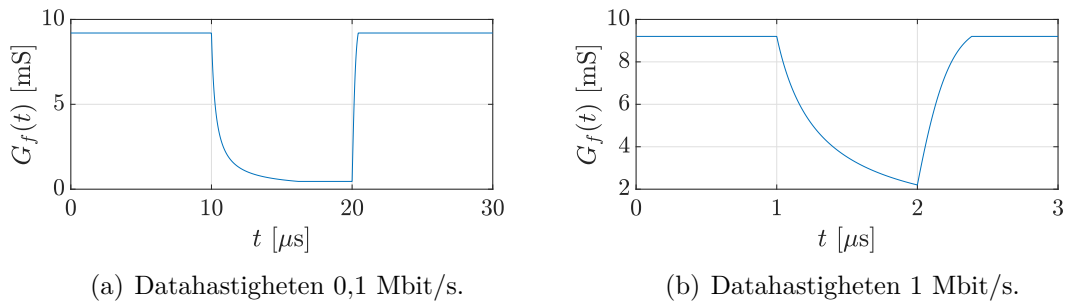
**Figur 4.3:** Oscillatorns tidskonstant  $\tau$  och periodtid  $T$  som funktion av olinjäritet.

## 4.2 Fotokonduktorn

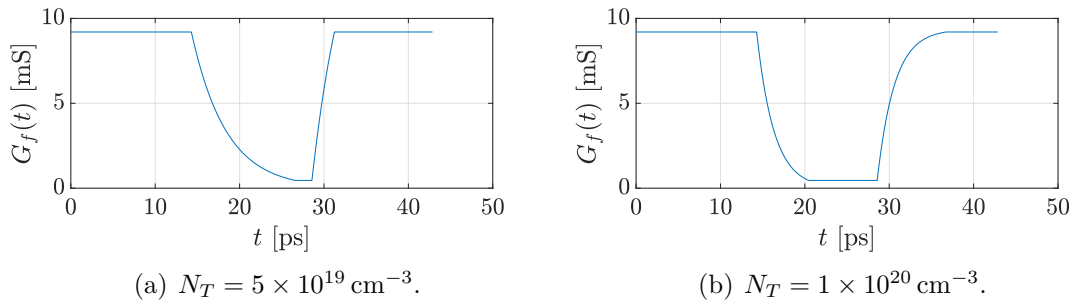
Konduktansvariationerna för fotokonduktorn,  $G_f(t)$ , med  $N_T = 0 \text{ cm}^{-3}$  och  $P_{in,max} = 55 \text{ mW}$  vid en datahastighet på 0,1 Mbit/s och 1 Mbit/s för bitmönstret 0 1 0 presenteras i figur 4.4 (a)-(b) nedan. Då datahastigheten är 0,1 Mbit/s varierar  $G_f(t)$  mellan ett högt värde på cirka 9 mS och ett lågt värde på cirka 0,5 mS. Vid en datahastigheten på 1 Mbit/s varierar  $G_f(t)$  mellan ett högt värde på cirka 9 mS och ett lågt värde på cirka 2 mS.

Konduktansvariationerna för fotokonduktorn med  $P_{in,max} = 7 \text{ kW}$ ,  $N_T = 5 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  och  $N_T = 1 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$  vid en datahastighet på 70 Gbit/s för bitmönstret 0 1 0 presenteras i figur 4.5 (a)-(b) nedan.

## 4. Resultat



**Figur 4.4:**  $G_f(t)$  då  $N_T = 0 \text{ cm}^{-3}$  för olika datahastigheter.

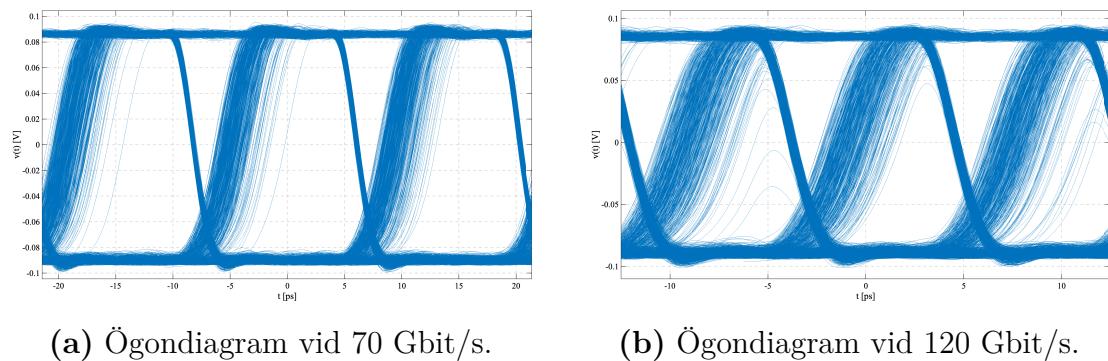


**Figur 4.5:**  $G_f(t)$  vid datahastigheten 70 Gbit/s för olika  $N_T$ .

Då  $N_T = 5 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  tar det för  $G_f(t)$  cirka 12 ns att nå sitt låga värde och cirka 3 ns att nå sitt höga värde. Då  $N_T = 1 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$  tar det för  $G_f(t)$  cirka 6 ns att nå sitt låga värde och cirka 8 ns att nå sitt höga värde.

### 4.2.1 Stegmodulering

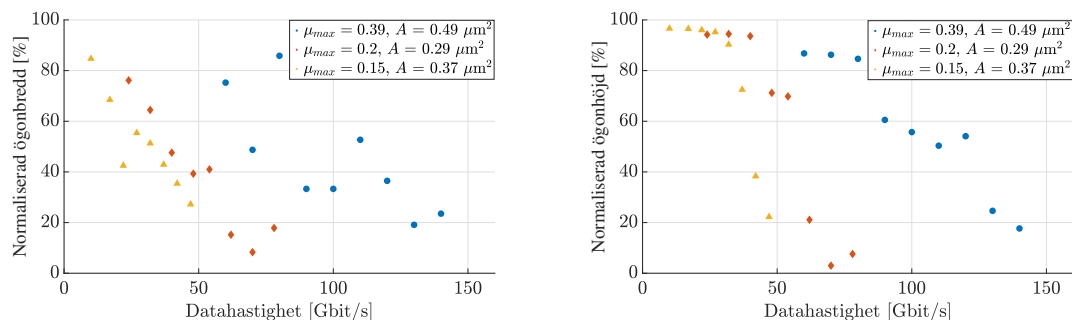
Figur 4.6 (a)-(b) presenterar ögonogrammen för den stegmodulerade RTD-oscillatorn vid en datahastighet på 70 Gbit/s respektive 120 Gbit/s.



**Figur 4.6:** Ögonogram vid olika datahastigheter.

Figur 4.6 (a) visar ett tydligt öppet öga vid 70 Gbit/s medan figur 4.6 (b) visar ett mer stängt öga vid 120 Gbit/s.

Figur 4.7 (a)-(b) visar hur ögats höjd och bredd varierar som en funktion av datahastighet för de tre dioderna presenterade i figur 3.4.



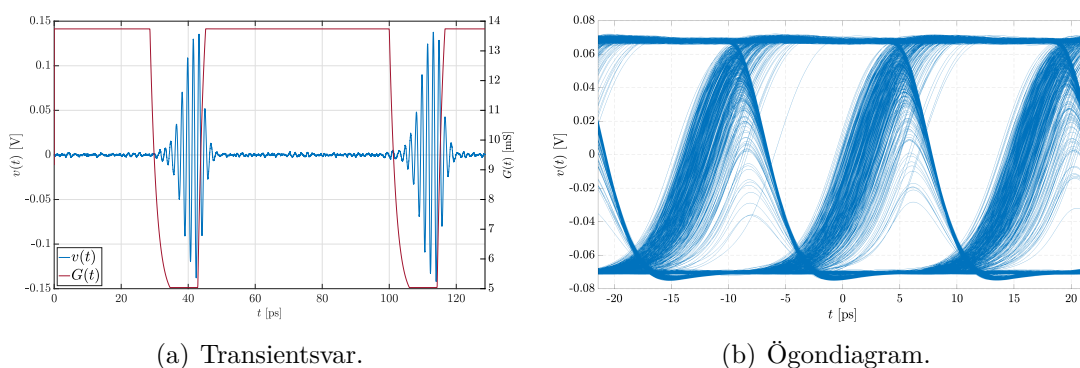
(a) Ögonbredd vid olika datahastigheter (b) Ögonhöjd vid olika datahastigheter för de tre angivna dioderna.

**Figur 4.7:** Ögonbredd och ögonhöjd vid olika datahastigheter för de tre angivna dioderna.

Inspektion av figur 4.7 (a)-(b) visar att när datahastigheten ökar, minskar både ögonbredd och ögonhöjd, trots att systemet är nästintill idealt.

## 4.2.2 Modulation med fotokonduktor

Figur 4.8 (a) visar transientsvaret för den modulerade RTD-oscillatorn vid en datahastighet på 70 Gbit/s där  $G(t)$  är fotokonduktorns konduktansvariationer vid en fälldensitet  $N_{T_2} = 1 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$  vilken inkluderar lastkonduktansen  $G_L$ . Figur 4.8 (b) visar ett ögonendiagram för en 6000 bitars insignal med samma systemparametrar som i figur 4.8 (a).



(a) Transientsvar.

(b) Ögonendiagram.

**Figur 4.8:** Transientsvar för RTD-oscillator överlagrad med systemets konduktansvariationer vid 70 Gbit/s för  $R_{s,d} = 10 \Omega$ , samt ögonendiagram för en slumpad bitsekvens på 6000 bitar.

Ur figur 4.8 (b) syns att systemet presterar sämre vid 70 Gbit/s, jämfört med det nära till ideala ögonendiagrammet i figur 4.6.

# 5

## Diskussion

Följande avsnitt inleds med en separat diskussion av RTD-oscillatorn och fotokonduktorn, där respektive komponent behandlas var för sig utifrån de givna frågeställningarna. Därefter behandlas systemets respons vid amplitudmodulering, först i form av ett stegsvar och avslutningsvis med hjälp av fotokonduktorn.

### 5.1 RTD-oscillatorn

Oscillationsvillkoren för  $G_L$  och  $R_{s,d}$  i ekvation (3.7) tillsammans med figur 4.2 (b), demonstrerar att ifall  $R_{s,d}$  är för stor så kommer systemet inte kunna oscillera. Detta beror på att systemets effektiva resistans inte blir negativ, varpå förlusterna är för stora för att kunna bibehålla stadig oscillation. Utöver  $R_{s,d}$  styr även lastkonduktansen  $G_L$  kretsens förmåga att oscillera, där det observeras att ett för högt  $G_L$  effektivt kortsluter kretsen varpå oscillationerna snabbt avtar.

De frekvensskift som observerades i 4.2 (a)-(b) är viktiga att ta i beaktning vid dimensionering av RTD-oscillatorer. Detta då oscillationsfrekvensen inte bör hamna utanför de atmosfäriska fönsterna för att säkerställa låg dämpning. Figur 4.2 (a) visar att systemet resonerar med udda övertoner, dock dämpade med ungefär 60 dB jämfört med oscillationsfrekvensen. För att kompensera för frekvensskiftet kan lastinduktansen istället väljas enligt ekvation (3.7), snarare än att använda egenresonansfrekvensvillkoret i (3.4).

Den snabbt minskande 63 %-tidskonstanten för RTD-oscillatorn indikerar att en ökad olinjäritet resulterar i ett snabbare stegsvar, vilket sker på bekostnad av en längre periodtid, se figur 4.3. Parametern  $\mu$  beror på  $\alpha$ , vilket i sin tur bestäms av  $\Delta I$  och  $\Delta V$ . Samtidigt är  $\mu$  också beroende av kapacitansen  $C_d$ , som bestämmer lastinduktansen  $L$  för att uppfylla egenresonansfrekvensen  $\omega_0$ . Eftersom stegsvarens dynamik påverkar modulationshastigheten, är det av intresse att vidare undersöka hur dessa parametrar samverkar och påverkar systemet, då  $\alpha$ ,  $C_d$  och  $L$  är kopplade till varandra.

### 5.2 Fotokonduktorn

Baserat på resultaten presenterade i figur 4.4 kan slutsatsen dras om det är lämpligt att använda en fotokonduktor utan fällor för att amplitudmodulera en bärvåg med

oscillationsfrekvensen 0,6 THz. Som kan ses i figur 4.4 (a) är konduktansvariationerna vid en datahastighet på 0,1 Mbit/s tillräckliga för att föra RTD-oscillatorn in och ut ur oscillation. Vid en datahastighet på 1 Mbit/s, vilket också visas i figur 4.4 (b), är konduktansvariationerna däremot inte längre tillräckligt stora, och amplitudmodulation är inte längre möjlig. Det observeras även en mycket snabbare stigtid än falltid. Således är det falltiden, eller mer specifikt rekombinationen av överskottsladdningsbärare, som utgör den begränsande faktorn. För att uppnå högre datahastigheter behöver därmed fotokonduktorn förorenas med fällor för att ytterligare rekombinationsprocesser ska medverka till rekombinationen av laddningsbärare.

Fotokonduktorns dynamik då den är förorenad med fällor presenteras i figur 4.5 vilken ger tydliga svar på fällornas inverkan. Som kan ses förbättrar fällorna rekombinationshastigheten avsevärt jämfört med då fotokonduktorn inte är förorenad. Datahastigheter på upp till minst 70 Gbit/s kan uppnås. Genom att ytterligare förorena fotokonduktorn skulle ännu högre datahastigheter kunna uppnås, se figur 4.5 (b). Samtidigt är föroreningsdensiteten,  $N_T$ , mycket hög, vilket leder till andra effekter, som att resistiviteten ökar när mobiliteten hos halvledarmaterialet minskar.

Eftersom rekombinationstiden är kort vid förekomsten av fällor behöver generationen av överskottsladdningsbärare ökas för att uppnå de önskade konduktansnivåerna. För att övervinna rekombinationen måste den inmatade effekten  $P_{in}$  vara tillräckligt hög, vilket resulterade i 7 kW. Denna effekt skulle inte bara ha förstört fotokonduktorns dynamik, eftersom halvledare får ett intrinsiskt beteende vid ökande temperatur, utan även lett till att fotokonduktorn skulle ha skadats. För att minska ineffekten hade modulationshastigheten kunnat minskas. En mindre geometri för fotokonduktorn hade även varit intressant att undersöka för att se hur detta påverkar effekten.

### 5.3 Stegmodulering

Granskning av figur 4.6 visar att det uppstår en viss tidsfördröjning när systemet övergår från hög konduktans (logisk nolla) till låg konduktans (logisk etta). Detta trots att konduktansen varierar med ett steg och att serieresistansen är försummad. När datahastigheten ökar syns att både bredden och höjden i ögonogrammet minskar. Jittret som framgår i figuren tros härröra från de stokastiska egenskaperna hos det termiska bruset. Att inte helt stänga av systemet hade möjligen kunnat minska jittret och öka systemprestanda, men detta kräver vidare undersökning. Att både bredd- och ögonhöjd minskar vid ökande datahastigheter indikerar att en RTD-baserad oscillator besitter en inbyggd begränsning vid amplitudmodulering, trots att modellen antar nära till ideala förhållanden.

### 5.4 Modulation med fotokonduktor

Inspektion av figur 4.8 (a) visar att förändringar i konduktansen, där konduktanserna är valda så att systemet växlar in och ur oscillationsvillkoret, ger upphov till amplitudmodulering. Således visar detta att kretskonfigurationen, presenterad i

figur 3.3, är lämpad för att konstruera ett sändarsystem.

## 5.5 Framtida arbete

Modellen för tunnlingsströmmen genom RTD:n, vilken ges av ekv. (2.1) är ett exempel på en möjlig förbättring av RTD-modellen. Modellen är en empirisk passning till experimentell data och tar inte hänsyn till de fysikaliska fenomen som ligger till grund för RTD:ns IV-karakteristik. Att implementera en modell som tar hänsyn till dessa fysikaliska fenomen skulle styrka simulationernas och resultatens trovärdighet. Även kapacitansen i modellen visad i figur 2.4 är en förenkling då den egentligen också är en funktion av spänningen  $v_d$  [43, s. 142], vilket skulle behöva modelleras för att trovärdigt fånga RTD:ns dynamik.

Ett fysikaliskt fenomen som skulle behöva tas i beaktning för en mer verklighetstrogen modell av fotokonduktorn är reflektion av fotoner då de träffar fotokonduktorns yta [37, s. 628]. Reflektion av fotoner skulle kunna introduceras i ekv. (2.11) genom att multiplicera  $g_{op}$  med faktorn  $1 - R'$  där  $R'$  är andelen fotoner som reflekteras. Det skulle innebära att generationshastigheten minskar vilket ger en långsammare fotokonduktor. Dock är det rekombinationshastigheten, och inte generationshastigheten, som är den begränsande faktorn och det är därför inte säkert att en reflektion av fotoner skulle påverka fotokonduktorns hastighet negativt. För att erhålla samma generationshastighet som innan kan exempelvis  $P_{in}$  ökas. Ett annat alternativ skulle kunna vara att behandla fotokonduktorn med en antireflekerande beläggning [44, s. 79] vilken då skulle minska  $R'$ .

Ytterligare en förbättring av fotokonduktormodellen skulle kunna vara att inkludera ett rumsberoende för överskottsladdningsbärarna. Ekv. (2.11) ger överskottsladdningsbärare som är uniformt fördelade i fotokonduktorns volym. En mer verklighetstrogen modell skulle resultera i en större koncentration av överskottsladdningsbärare nära fotokonduktorns yta, och en mindre koncentration längre ned i fotokonduktorn. En sådan modell skulle även kunna innefatta en diffusion av överskottsladdningsbärare i fotokonduktorn.

Ett annat exempel på område för framtida arbete är det sammansatta systemets utformning. Det sammansatta systemet som har undersökts är ett system som har som grundinställning att skicka ut en logisk etta. Ur energianvändningsperspektiv är inte det särskilt effektivt då det inte är säkert att sändaren alltid kommer ha data att skicka. Ett möjligt alternativ skulle därför vara att placera fotokonduktorn i serie med RTD-oscillatorn efter förspänningen. På så sätt skulle det sammansatta systemets grundinställning vara en logisk nolla och endast då fotokonduktorn belyses skulle ström nå fram till RTD-oscillatorn och en logisk etta erhållas. Det är dock inte säkert att det sammansatta systemet kommer fungera på det sättet utan vidare efterforskningar krävs.

Mer noggrann modellering av omkringliggande kretsar för att förstå hur systemet skulle fungera i en integrerad krets hade behövts. Detta för att kunna förstå och minimera bland annat oönskade oscillationer.

# 6

## Slutsats

RTD-oscillatorn uppvisar, till följd av sin olinjära natur, förmågan att växla mellan ett oscillerande och ett icke-oscillerande tillstånd, en egenskap som lämpar sig väl för amplitudmodulering. Systemets förmåga att oscillera beror på lastkonduktansen  $G_L$  och serieresistansen  $R_{s,tot}$ , där modulation fördelaktligen kan utföras genom att variera  $G_L$  sådant att systemet går in och ur oscillation. Särskilt noteras det att systemets stigtid verkar ha en undre gräns relativt till egenresonansvinkelfrekvensen,  $\tau \approx 6,5/\omega_0$  vilket sätter den övre gränsen för datahastighet vid amplitudmodulation. Denna undre gräns för  $\tau$  uppnås vid hög olinjäritet, cirka  $\mu/\omega_0 > 3$ . Samtidigt observeras för hög olinjäritet att oscillationsfrekvensen  $f$  minskar, vilket skulle kunna kompenseras för genom att minska lastinduktansen  $L$ .

En fotokonduktor tillverkad i InP utan fällor uppvisar tillräckligt stora konduktansvariationer för att möjliggöra amplitudmodulering, men begränsas av en låg datahastighet. Variationerna i konduktans styrs främst av rekombinationstiden snarare än generationstiden. Ett alternativ för att förbättra hastigheten är att förorena fotokonduktorn med fällor, vilket kan möjliggöra dynamik i pikosekundskalan, men det medför orealistiska ineffekter i simuleringarna som vidare behöver undersökas.

Genom att sätta fotokonduktorn parallellt med RTD-oscillatorn erhålls en realiserbar krets som möjliggör amplitudmodulation. En stegmodulerad RTD-oscillator uppvisar en inbyggd begränsning, även under nästan ideala förhållanden. Som figur 4.7 och 4.6 visar minskar ögonöppningen med ökande datahastighet, vilket sätter ett tak för modulationshastigheten. Ett exakt tak kan inte fastställas teoretiskt, men i detta arbete uppnåddes 70 Gbit/s innan signalen försämrades avsevärt. Det bör noteras att ögonogrammen präglades av betydande jitter till följd av det slumpmässiga bruset som användes för att bibehålla minimal amplitud. Vid icke-stegformad modulation uppstår motsvarande begränsningar, men modulationshastigheten påverkas redan vid lägre datahastigheter. Detta överensstämmer med förväntningarna, då serieresistanserna introducerar ytterligare förluster vilket sänker systemets prestanda samt att fotokonduktorns dynamik får en stor inverkan på systemets totala dynamik.

# Litteratur

- [1] H-J. Song och T. Nagatsuma, "Present and Future of Terahertz Communications," *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, vol. 1, nr. 1, ss. 256-263, Sep. 2011, DOI: 10.1109/TTHZ.2011.2159552.
- [2] S. Cherry, "Edholm's law of bandwidth," *IEEE spectrum*, vol. 41, nr. 7, ss. 58-60, Jul. 2004, DOI: 10.1109/MSPEC.2004.1309810.
- [3] W. Jiang m. fl., "Terahertz Communications and Sensing for 6G and Beyond: A Comprehensive Review," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 26, nr. 4, ss. 2326-2381, 2024, DOI: 10.1109/COMST.2024.3385908.
- [4] T. Kürner och S. Priebe, "Towards THz Communications - Status in Research, Standardization and Regulation," *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 35, ss. 53-62, 2014, DOI: 10.1007/s10762-013-0014-3.
- [5] Q. Jing, D. Liu och J. Tong, "Study on the Scattering Effect of Terahertz Waves in Near-Surface Atmosphere," *IEEE Access*, vol. 6, ss. 49007-49018, Aug. 2018, DOI: 10.1109/ACCESS.2018.2864102.
- [6] H. Tataria m. fl., "6G Wireless Systems: Vision, Requirements, Challenges, Insights, and Opportunities," *Proceedings of the IEEE*, vol. 109, nr. 7, ss. 1166-1199, Jul. 2021, DOI: 10.1109/JPROC.2021.3061701.
- [7] D. Cimbri, J. Wang, A. Al-Khalidi och E. Wasige, "Resonant Tunneling Diodes High-Speed Terahertz Wireless Communications - A Review," *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, vol. 12, nr. 3, ss. 226-244, Maj 2022, DOI: 10.1109/TTHZ.2022.3142965.
- [8] V. K. Chinni m. fl., "Single-channel 100 Gbit/s transmission using III-V UTC-PDs for future IEEE 802.15.3d wireless links in the 300 GHz band," *Electronics Letters*, vol. 54, nr. 10, ss. 638-640, Maj 2018, DOI: 10.1049/el.2018.0905.
- [9] J. Stake, A. Malko, T. Bryllert och J. Vukusic, "Status and Prospects of High-Power Heterostructure Barrier Varactor Frequency Multipliers," *Proceedings of the IEEE*, vol. 105, nr. 6, ss. 1008-1019, Jan 2017, DOI: 10.1109/JPROC.2016.2646761.
- [10] I. Mehdi, J. V. Siles, C. Lee och E. Schlecht, "THz Diode Technology: Status, Prospects, and Applications," *Proceedings of the IEEE*, vol. 105, nr. 6, ss. 990-1007, Jan. 2017, DOI: 10.1109/JPROC.2017.2650235.

- 
- [11] M. Asada och S. Suzuki, "Room-Temperature Oscillation of Resonant Tunneling Diodes close to 2 THz and Their Functions for Various Applications," *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 37, ss. 1185-1198, 2016, DOI: 10.1007/s10762-016-0321-6.
- [12] A. Al-Khalidi m. fl., "Resonant Tunneling Diode Terahertz Sources With up to 1 mW Output Power in the J-Band," *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, vol. 10, nr. 2, ss. 150-157, Mar. 2020, DOI: 10.1109/TT-HZ.2019.2959210.
- [13] K. Hinata, M. Shiraishi, S. Suzuki och M. Asada, "High power THz oscillators with offset-fed slot antenna and high current density resonant tunneling diodes," i *2009 34th International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, Busan, South Korea, 2009, ss. 1-2. [Online]. DOI: 10.1109/I-CIMW.2009.5324671, Hämtad: 2025-05-12.
- [14] K. Lee, J. Park, J. Lee och K. Yang, "Optically controlled low-power on-off mode resonant tunneling oscillator with a heterojunction phototransistor switch," *Optics Letters*, vol. 40, nr. 6, ss. 1022-1025, 2015, DOI: 10.1364/OL.40.001022.
- [15] W. Zhang m. fl., "Optical Characteristics Analysis of Resonant Tunneling Diode Photodiode Based Oscillators," i *2018 IEEE 87th Vehicular Technology Conference (VTC Spring)*, Porto, Portugal, 2018, ss. 1-6. [Online]. DOI: 10.1109/VTCSpring.2018.8417889, Hämtad: 2025-05-12.
- [16] P. Blomberg, J. Vukusic, V. Drakinskiy och J. Stake, "On-wafer characterisation of resonant-tunnelling diodes up to 1.1 THz," i *2023 48th International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz)*, Montreal, QC, Canada, 2023, ss. 1-2. [Online]. DOI: 10.1109/IRMMW-THz57677.2023.10299370, Hämtad: 2025-05-12.
- [17] B. Forouzan, *Data Communications and Networking*. 5. uppl., New York, NY, USA: McGraw-Hill Education, 2013.
- [18] L. L. Chang, L. Esaki och R. Tsu, "Resonant tunneling in semiconductor double barriers," *Applied Physics Letters*, vol. 24, nr. 12, ss. 593-595, 1974, DOI: 10.1063/1.1655067.
- [19] R. Tsu och L. Esaki, "Tunneling in a finite superlattice," *Applied Physics Letters*, vol. 22, nr. 11, ss. 562-564, 1973, DOI: 10.1063/1.1654509.
- [20] E. Burstein och S. Lundqvist, *Tunneling Phenomena in Solids: Lectures presented at the 1967/NATO Advanced Study Institute at Risö, Denmark*. New York, NY, USA: Springer, 2012. [Online]. DOI: 10.1007/978-1-4684-1752-4, Hämtad: 2025-05-11.
- [21] S. M. Sze och M. K. Lee, *Semiconductor Devices: Physics and Technology*. 3. uppl., New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [22] W. F. Chow, *Principles of Tunnel Diode Circuits*. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 1964.
- [23] H. K. Khalil, *Nonlinear systems*. 3. uppl., Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 2002.

- [24] S. H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering*. 2. uppl., Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2018.
- [25] A. Suárez och R. Quéré, *Stability Analysis of Nonlinear Microwave Circuits*. Norwood, MA, USA: Artech House, 2003. [Online]. Tillgänglig: <https://ebookcentral.proquest.com/lib/chalmers/detail.action?docID=227604>, Hämtad: 2025-05-12.
- [26] E. Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics*. 10. uppl., Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2011.
- [27] B. van der Pol, "A theory of the amplitude of free and forced triode vibrations," *Radio Review (London)*, vol. 1, ss. 701-710 och 754-762, 1920.
- [28] A. Liénard, "Etude des oscillations entretenues," *Revue Generale de l'Electricite*, vol. 23, ss. 901-902, 1928.
- [29] M. Tsatsos, "Theoretical and Numerical Study of the Van der Pol equation," avhandling, Department of Physics, Aristotle University of Thessaloniki, Thessaloniki, Grekland, 2006. [Online]. DOI: 10.48550/arXiv.0803.1658.
- [30] S. Prasad, H. Schumacher och A. Gopinath, *High-Speed Electronics and Optoelectronics Devices and Circuits: Devices and Circuits*. Cambridge, Storbritannien: Cambridge University Press, 2012. [Online]. DOI: 10.1017/CBO9780511-626517, Hämtad: 2025-05-12.
- [31] D. K. Schroder, "Carrier lifetimes in silicon," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 44, nr. 1, ss. 160-170, Jan. 1997, DOI: 10.1109/16.554806.
- [32] D. K. Schroder, *Semiconductor Material and Device Characterization*. 3. uppl., Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2006.
- [33] Ioffe Institute, "InP - Indium Phosphide," 2025. [Online]. Tillgänglig: <https://www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond/InP/bandstr.html> (hämtad: 2025-05-11).
- [34] I. Tsimberova, Y. Rosenwalks och M. Molotskii, "Minority carriers recombination in *n*-InP single crystals," *Journal of Applied Physics*, vol. 93, ss. 9797-9802, 2003, DOI: 10.1063/1.1573738.
- [35] G. Augustine, A. Rohatgi och N. M. Jokerst, "Base doping optimization for radiation-hard Si, GaAs, and InP solar cells," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 39, nr. 10, Okt. 1992, DOI: 10.1109/16.158814.
- [36] *High Speed Infrared Emitting Diode, 850 nm, Surface Emitter Technology*, Malvern, PA, USA: Vishay Semiconductors, 2013. [Online]. Tillgänglig <https://docs.rs-online.com/c923/0900766b8172271d.pdf>, Hämtad: 2025-05-13.
- [37] D. A. Neamen, *Semiconductor Physics and Devices: Basic Principles*. 4. uppl., New York, NY, USA: McGraw-Hill Education, 2012.
- [38] C. Kim och A. Brandli, "High-Frequency High-Power Operation of Tunnel Diodes," *IRE Transactions on Circuit Theory*, vol. 8, nr. 4, ss. 416-425, Dec. 1961, DOI: 10.1109/TCT.1961.1086849.

- [39] C. Runge, "Ueber die numerische Auflösung von Differentialgleichungen," *Mathematische Annalen*, vol. 46, ss. 167-178, 1895, DOI: 10.1007/BF01446807.
- [40] W. Kutta, "Beitrag zur näherungsweise Integration totaler Differentialgleichungen," *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, vol. 46, ss. 435-453, 1901.
- [41] J. C. Butcher, "Coefficients for the study of Runge-Kutta integration processes," *Journal of the Australian Mathematical Society*, vol. 3, nr. 2, ss. 185-201, Maj. 1963, DOI: 10.1017/S1446788700027932.
- [42] ChatGPT-4o (version april 2025), OpenAI, 2022. [Large Language Model]. <https://chatgpt.com/share/681a0604-ecc8-8008-b92e-5a574f0819fd>.
- [43] H. Mizuta och T. Tanoue, *The Physics and Applications of Resonant Tunneling Diodes*, Cambridge, Storbritannien: Cambridge University Press, 1995.
- [44] R. Simons, *Optical Control of Microwave Devices*. Norwood, MA, USA: Artech House, 1990.

# A

## Analytisk approximation till Van der Pol ekvationen

Den icke återkopplade Van der Pol ekvationen

$$\ddot{v} - \mu [1 - \gamma v^2] \dot{v} + \omega_0^2 v = 0 \quad (\text{A.1})$$

kan analytiskt approximeras med two-timing-metoden beskriven i [24]. Metoden innebär att det transienta förloppet antas ske i en tidskala som är betydligt långsammare än oscillationernas periodtid. För svag olinjäritet ( $\mu/\omega_0 \ll 1$ ) antas att oscillationerna sker i tidsskalan  $\tau = t$  medan det transienta förloppet sker i tidsskalan  $T = \mu t/\omega_0$  där  $\tau$  och  $T$  antas vara oberoende variabler av varandra. Låt vidare beteckna  $\mu' = \mu/\omega_0$ .

Fortsatt antar metoden att lösningen till (A.1) kan uttryckas som en serieutveckling i olinjäritetsparametern  $\mu'$  enligt

$$v(t, \mu') = v_0(\tau, T) + \mu' v_1(\tau, T) + \dots + \mu'^n v_n(\tau, T) \quad (\text{A.2})$$

För en första ordningens approximation fås att

$$v(t, \mu') = v_0(\tau, T) + \mu' v_1(\tau, T) + O(\mu'^2) \quad (\text{A.3})$$

där det återstår att bestämma funktionerna  $v_0(\tau, T)$  och  $v_1(\tau, T)$ . Substitution av ekvation (A.3) i (A.1) ger

$$\partial_{\tau\tau} v_0 + \omega_0^2 v_0 + \mu' (\partial_{\tau\tau} v_1 + 2\partial_{T\tau} v_0 - \partial_{\tau} v_0 + \gamma v_0^2 \partial_{\tau} v_0 + \omega_0^2 v_1) + O(\mu'^2) = 0 \quad (\text{A.4})$$

där  $\partial_{T\tau}$  är kort notation för operatorn  $\frac{\partial^2}{\partial T \partial \tau}$ , samma gäller andra kombinationer av  $\tau$  och  $T$ . Genom att samla termer enligt ordning av  $\mu'$  fås två differentialekvationer för att bestämma  $v_0$  och  $v_1$

$$\partial_{\tau\tau} v_0 + \omega_0^2 v_0 = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$\partial_{\tau\tau} v_1 + \omega_0^2 v_1 = -2\partial_{T\tau} v_0 - (\gamma v_0^2 - 1) \partial_{\tau} v_0. \quad (\text{A.6})$$

Lösningen till ekvation (A.5) är

$$v_0 = r(T) \cos(\omega_0 \tau + \phi(T)) \quad (\text{A.7})$$

där  $r(T)$  och  $\phi(T)$  är amplituden och fasförskjutningen av vågen, bägge beroende av det transienta förloppet. Genom att substituera in (A.7) i ekvation (A.6) fås följande uttryck

$$\partial_{\tau\tau} v_1 + \omega_0^2 v_1 = (2\omega_0 r' - r\omega_0 + \frac{\gamma\omega_0}{4} r^3) + 2\omega_0 r \phi' \sin(\omega_0 \tau + \phi) + \gamma\omega_0 r^2 \sin(3(\omega_0 \tau + \phi)) \quad (\text{A.8})$$

där  $r'$  och  $\phi'$  betecknar derivatan av  $r$  och  $\phi$  med avseende på  $T$ . För att lösningen ska ha en fysikalisk tolkning så måste termerna proportionella mot  $\sin(\omega_0 T + \phi)$  och  $\cos(\omega_0 T + \phi)$  vara noll, detta för att undvika resonanta termer vilka växer mot oändligheten. Detta villkor ger följande differentialekvationer

$$2r' - r + \frac{\gamma}{4}r^3 = 0 \quad (\text{A.9})$$

$$2r\phi' = 0. \quad (\text{A.10})$$

Lösningen till ekvation (A.9) är

$$\frac{2\gamma^{-1/2}}{\sqrt{1 + Ce^{-\frac{\mu}{\omega_0}t}}} \quad (\text{A.11})$$

där varibelbytet  $T = \frac{\mu}{\omega_0}t$  har gjorts. Ur ekvation (A.11) kan det förstås att oscillationernas amplitud växer mot  $2\gamma^{-1/2}$  då  $t \rightarrow \infty$ . Då ekvation (A.10) måste gälla för att  $T$  och då  $r(T) \neq 0$  så måste fasförskjutningen  $\phi(T) = \phi_0$  vara en konstant. Konstanterna bestäms av systemets begynnelsevilkor enligt

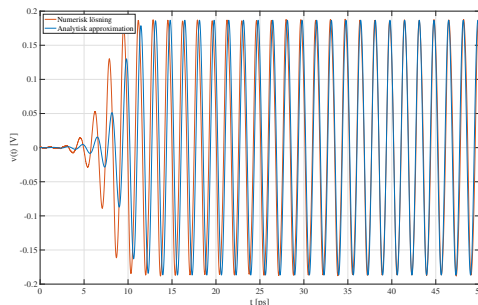
$$C = \frac{4/\gamma - (v_0^2 + \dot{v}_0^2)}{v_0^2 + \dot{v}_0^2} \quad (\text{A.12})$$

$$\phi_0 = \arctan\left(\frac{\dot{v}_0}{v_0}\right) \quad (\text{A.13})$$

där  $\dot{v}_0$  betecknar tidsderivatan av  $v_0$ . Sammanlagt fås en noll:te ordningens approximation till (A.1) enligt

$$v_0(t) = \frac{2\gamma^{-1/2}}{\sqrt{1 + \frac{4/\gamma - (v_0^2 + \dot{v}_0^2)}{v_0^2 + \dot{v}_0^2} e^{-\frac{\mu}{\omega_0}t}}} \cos\left(\omega_0 t + \arctan\left(\frac{\dot{v}_0}{v_0}\right)\right). \quad (\text{A.14})$$

Nedan i figur A.1 visas den analytiska approximationen tillsammans med en exakt numerisk lösning. Ur figuren kan det urskiljas att lösningen inte korrekt fångar syste-



**Figur A.1:** Analytisk approximation jämfört med numerisk lösning.

rets initiala transient, däremot verkar den analytiska och den numeriska lösningen överensstämma att amplituden växer till  $2\gamma^{-1/2}$ .

# B

## Runge-Kutta algoritmen

De geometriska metoderna för att studera dynamiska systemets beteende via analys av fasporträtt beskrivet i kapitel 2.3.1 och innebär att numeriska lösningar till systemet behöver erhållas. Den numeriska lösningen fås genom att först diskritisera de kontinuerliga modellerna, sedan implementera numeriska algoritmer för att approximera lösningen  $x(t) = x(mT_s) \equiv x[m]$  till ekvation (2.2) vid de diskreta tiderna  $t = mT_s$ , där  $T_s$  är samplingsintervallet och  $m$  är ett heltal,  $m \in \mathbb{Z}$ . Ofta implementeras *rekursiva* algoritmer, vanligt förekommande är algoritmer vilka bygger på dem beskrivna av Runge [39] och Kutta [40]. En explicit Runge-Kutta (RK) algoritim kan formuleras enligt

$$x[m+1] = x[m] + h \sum_{i=1}^s k_i b_i, \quad (\text{B.1})$$

där  $s$  är antalet etapper,  $h = T_s$  är tidssteget mellan två tillstånd,  $b_i$  är viktningskoefficienter sådana att  $\sum_{i=1}^s b_i = 1$  och  $k_i$  den  $i$ :te approximationen av derivatan kring  $x[m]$  given av

$$k_i = f(x[m] + c_i h \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} k_j), \quad (\text{B.2})$$

där koefficienterna  $a_{ij}$  definierar Runge-Kutta matrisen  $[a_{ij}]$  och koefficienterna  $c_i$  kallas för noder. Dessa parametrar angivs ofta i en Butcher tablå [41] enligt

$$\begin{array}{c|cccc} 0 & & & & \\ c_1 & a_{21} & & & \\ c_2 & a_{31} & a_{32} & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ c_s & a_{s1} & a_{s2} & \cdots & a_{s,s-1} \\ \hline & b_1 & b_2 & \cdots & b_s \end{array}$$

där de exkluderade koefficienterna är satta till noll.

På en högre nivå kan algoritmen förstås som att den vid varje tillstånd approximerar derivatan i punkten  $x[m]$ ,  $s$  gånger och sedan tar ett viktat medelvärde av dessa för att bättre kunna approximera nästa tillstånd enligt  $x[m+1] = x[m] + h\hat{x}[m]$ , där  $\hat{x}[m]$  betecknar det viktade medelvärdet av derivatan för tillståndet  $x[m]$ .

# C

## Fasporträttsanalys av den återkopplade Van der Pol ekvationen

För att få en djupare förståelse för RTD-oscillatorns dynamik, beskriven av

$$\ddot{v}_d - \mu [1 - \gamma v_d^2] \dot{v}_d + \omega_0^2 v_d = -\delta v_d^3 \quad (\text{C.1})$$

kan systemets fasporträtt analyseras. Detta genom att låta en parameter variera medan de andra hålls konstanta och sedan studera de isolerade parametrarnas inverkan på systemet. Då  $\omega_0$  bestämmer systemets egenresonansvinkelfrekvens, nära kopplat till systemets resonansfrekvens så undersöks endast hur parametrarna  $\mu$ ,  $\gamma$  och  $\delta$  påverkar systemets dynamik. Detta åsådakomms genom att normalisera systemet mot  $\omega_0$  med variabelbytet  $t' = \omega_0 t$  vilket resulterar i följande system

$$\ddot{v}_d - \frac{\mu}{\omega_0} [1 - \gamma v_d^2] \dot{v}_d + v_d = -\frac{\delta}{\omega_0^2} v_d^3. \quad (\text{C.2})$$

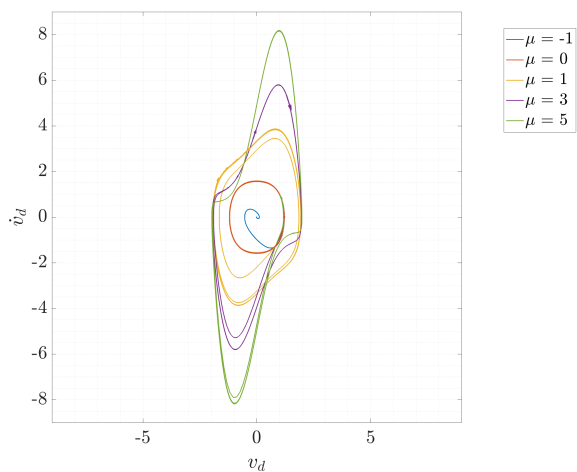
Låt omdefiniera  $\mu$  och  $\delta$  i ekvation (C.2) sådana att

$$\mu \equiv \frac{\mu}{\omega_0}, \quad \delta \equiv \frac{\delta}{\omega_0^2}. \quad (\text{C.3})$$

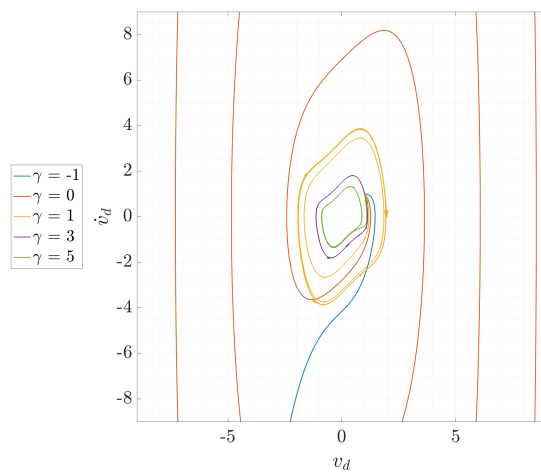
Nedan i figur C.1 visas hur systemets dynamik förändras då  $\mu$  varierar mellan  $[-1,5]$ . Ur figur C.1 kan det observeras att vågformen blir allt mer olinjär då  $\mu$  ökar samt att för  $\mu < 0$  uppnår systemet inte oscillation. Det kan också observeras att  $\mu$  inte påverkar oscillationernas amplitud.

Figur C.2 visar på samma vis fasporträtt där parametern  $\gamma$  varierar mellan  $[-1,5]$ . Ur figur C.2 observeras det att begränsad stadig oscillation kräver  $\gamma > 0$ , varpå  $\gamma$  agerar som en skalfaktor  $v_d$  och  $\dot{v}_d$ , alltså påverkar den både oscillationernas amplitud och frekvens.

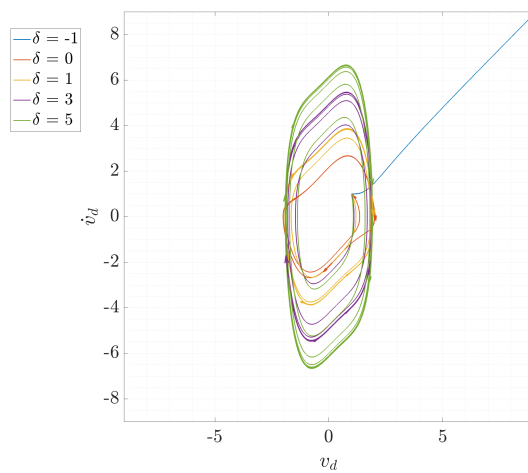
För att förstå hur återkopplings faktorn förändrar systemets dynamik jämfört med den icke återkopplade Van der Pol ekvationen genomfördes samma analys där  $\delta$  varierades mellan  $[-1,5]$ , vars fasporträtt presenteras i figur C.3. Ur figuren kan de observeras att systemet divergerar för  $\delta < 0$  vilket representerar en positiv återkoppling. För fallet  $\delta \geq 0$  så kan det urskiljas att  $\delta$  endast påverkar tidsderivatan av  $\dot{v}_d$ , inte  $v_d$ . Detta innebär att  $\delta$  påverkar systemets tidsdynamik men inte dess amplitud.



**Figur C.1:** Fasporträtt för olika  $\mu$ ,  $\gamma = \delta = 1$ ,  $(v_{d0}, \dot{v}_{d0}) = (1, 1)$ .



**Figur C.2:** Fasporträtt för olika  $\gamma$ ,  $\mu = \delta = 1$ ,  $(v_{d0}, \dot{v}_{d0}) = (1, 1)$ .



**Figur C.3:** Fasporträtt för olika  $\delta$ ,  $\gamma = \mu = 1$ ,  $(v_{d0}, \dot{v}_{d0}) = (1, 1)$ .

**INSTITUTIONEN FÖR MIKROTEKNOLOGI OCH NANOVETENSKAP**  
**CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA**

Göteborg, Sverige

[www.chalmers.se](http://www.chalmers.se)



**CHALMERS**