



CHALMERS
UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



Slagtåligare längdskidstav för elitskidåkare

Kandidatarbete inom Tillämpad mekanik. TMEX02-16-17

CARL DANIELSSON
MARCUS JOHANSEN
ERIK LENNING
CAROLINE OLOFSSON

KANDIDATARBETE 2016:01

Slagtåligare längdskidstav för elitskidåkare

Kandidatarbete i Tillämpad mekanik

CARL DANIELSSON
MARCUS JOHANSEN
ERIK LENNING
CAROLINE OLOFSSON

Institutionen för Tillämpad mekanik
Avdelningen för Material- och beräkningsmekanik
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg, Sverige 2016

Slagtåligare längdskidstav för elitskidåkare
Kandidatarbete i Tillämpad mekanik
CARL DANIELSSON
MARCUS JOHANSEN
ERIK LENNING
CAROLINE OLOFSSON

© CARL DANIELSSON, MARCUS JOHANSEN, ERIK LENNING, CAROLINE
OLOFSSON, 2016.

Kandidatarbete 2016:01
ISSN 1654-4676
Institutionen för Tillämpad mekanik
Avdelningen för Material- och beräkningsmekanik
Chalmers Tekniska Högskola
SE-412 96 Göteborg
Sverige
Telefon: +46 (0)31 772 1000

Omslag:
Hel och bruten längdskidstav

Tryckeri/Institutionen för Tillämpad mekanik
Göteborg, Sverige 2016

Sammanfattning

För en elitlängdskidåkare är ett av det värsta scenarier under en tävling att en skidstav går av. En bruten stav grusar nästan med all säkerhet de chanser man annars har att lyckas. Att minska risken för stavbrott och i förlängningen öka chansen till en lyckad tävling är därför intressant för alla som jobbar med längdskidåkning.

Som en del i Chalmers idrottssatsning har detta arbete syftat till att designa en skidstav av kolfiberkompositmaterial med ökad tålighet mot slag i radiell led. Vidare har denna förbättring avsett att undvika märkbart försämrade egenskaper vad gäller böjstyvhet, masströghetsmoment och vikt gentemot de stavmodeller som används av elitskidåkare i dagsläget.

Via datorsimuleringar och praktiska tester har arbetet försökt generera skidstavskoncept med ökad slagåtlighet. De parametrar som studerats är fiberuppläggning, skidstavsgeometri och material. Inledningsvis skapades en referensstav med vilken nya koncept kunde jämföras. Referensen avser kunna representera de stavmodeller som elitskidåkare använder. För att kunna verifiera resultaten från simuleringarna testades intressanta koncept och referensen i praktiken.

Arbetet resulterade i ett skidstavskoncept som klarar av 80-85% mer radiell belastning än vad referensstaven klarar av. Böjstyvhet, masströghetsmoment och vikt har ökat med 60%, 1% respektive 2% jämfört med referensstaven.

Vidare optimering är nödvändig för att stavkonceptet ska kunna brukas i verkligheten. Dock kan slutsatsen dras att det är möjligt att markant öka slagåtligheten utan att göra märkbara avkall på böjstyvhet, masströghetsmoment och vikt. De mycket små ökningarna av masströghetsmoment och vikt anses vara så låga att de inte klassas som märkbara. Vidareutveckling hade kunnat göra dessa små avkall ännu mindre.

Nyckelord: längdskidåkning, elitidrott, skidstav, Chalmers Sport & Teknologi, kolfiberkomposit, fiberuppläggning, slagåtlighet, brottkriterium, matrix digestion, thermogravimetric analysis, optisk mikroskopi, svepelektromikroskopi, ANSYS Mechanical, ANSYS Composite PrepPost, trepunkts böjtest.

Abstract

One of the worst scenarios during professional cross-country competitions is failure of the ski pole. A broken pole will most certainly spoil any chances of success. Minimizing the risk of pole breakage and by extension increase the chance of successful competition is therefore interesting for everyone working with cross-country skiing.

As a part of Chalmers Sports & Technology, this project has intended to design a ski pole of carbon-fiber-reinforced polymer with increased resistance to impact in the radial direction. Furthermore this improvement has required to avoid significant compromising of bending stiffness, moment of inertia and weight compared to pole models used by professional cross-country skiers today.

With computer simulations and practical testing the project has attempted to generate concepts for ski poles with increased impact resistance. The parameters taken in account are fiber composite layup, ski pole geometry and materials. Initially a reference pole was created which was used to compare the new concepts. The reference is intended to represent the poles used by professional skiers. To verify the results from the computer simulations interesting concepts and the reference was practically tested.

The project resulted in a concept which is able to withstand 80-85% more radial load compared to what the reference is capable of. Bending stiffness, moment of inertia and weight has increased with 60%, 1% respectively 2% compared to the reference pole.

Further optimization is necessary for the concept to be used in reality. It can, however, be concluded that it is possible to increase the impact resistance remarkably without making significant compromises in regard of bending stiffness, moment of inertia and weight. The very small increases of moment of inertia and weight are considered to be so low that they do not classify as significant. Further development could possibly decrease these small compromises even more.

Keywords: cross country skiing, elite sport, ski pole, Chalmers Sports & Technology, carbon fiber composites, fiber composite layup, impact resistance, failure criterion, matrix digestion, thermogravimetric analysis, optical microscopy, scanning electron microscope, ANSYS Mechanical, ANSYS Composite PrepPost, three-point bending test.

Förord

Kandidatarbetet har skrivits på institutionen för Tillämpad Mekanik på Chalmers Tekniska Högskola och är det avslutande arbetet på vägen mot en kandidatexamen för studenter på Maskinteknik, Teknisk Fysik och Väg- & Vattenbyggnadsteknik.

Ett stort tack riktas först till Martin Fagerström som under hela arbetet gett feedback och handlett oss på vägen mot vårt resultat. Tack också till Leif Asp som med sin expertis gett många tips och rekommendationer som underlättat vårt arbete. Vi vill även rikta uppskattning till Johan Ahlström, Gunnar Westman, Yiming Yao, Kristina Karlsson och Esa Väänänen på Chalmers, utan er hade vi inte kunnat genomföra våra experimentella tester. Till sist vill vi tacka Andreas Karlsson på Skigo samt Tomas och Magnus Carlsson på Dala Sports Academy som gett oss möjlighet att genomföra detta arbetet.

Carl Danielsson, Marcus Johansen, Erik Lenning och Caroline Olofsson
Göteborg, Maj 2016

Innehåll

Figurer	xiii
Tabeller	xvii
1 Inledning	1
1.1 Syfte	2
1.2 Problemformulering	2
1.3 Avgränsningar	2
2 Teori	3
2.1 Fiberkompositer	3
2.2 Laminatteori	6
2.3 Brott vid enaxlig belastning	8
2.4 Hashins kriterium - brott vid flerdimensionell belastning	9
2.5 Slagskada	10
3 Metod	13
3.1 Experimentell analys av befintlig skidstav	13
3.1.1 Kemisk och termisk analys av massfraktion	13
3.1.2 Mikroskopianalys av fiberkaraktär och fiberuppläggning	14
3.2 Datoranalys	16
3.2.1 Simulering för böjtest och slagtest	17
3.2.2 Skapande av referensstav	20
3.2.3 Analys av förbättringsförslag	21
3.3 Experimentell analys av förbättringsalternativ	23
3.3.1 Tillverkning av stavprototyper	23
3.3.2 Trepunkts böjtest av stavprototyper	24
3.4 Konceptval	25
4 Resultat	27
4.1 Referensstav	27
4.1.1 Geometri	27
4.1.2 Fiberuppläggning	27
4.1.3 Material	29
4.2 Datoranalys	32
4.2.1 Axiell geometri	32
4.2.2 Radiell geometri	32

4.2.3	Fiberuppläggning	34
4.2.4	Urval	35
4.3	Tillverkning av stavprototyper och praktiskt test av dem	37
4.4	Slutgiltigt koncept	39
5	Diskussion	41
5.1	Arbetets inriktning	41
5.2	Inledande undersökande laborationer	42
5.3	Datoranalys	44
5.4	Praktiskt test av prototyper	45
5.5	Slutgiltigt koncept	46
5.6	Vidareutveckling	47
6	Slutsats	49
	Källförteckning	51
A	Materialberäkningar i MATLAB	I
B	Resultat från ANSYS Composite PrepPost	III
C	Tabeller över resultat från trepunkts böjtest	VII
D	Diagram över resultat från trepunkts böjtest	IX
E	Ritningar för referensstav och slutgiltigt koncept	XIII

Figurer

1.1	Skigos längdskidstav, Race 2.0.	2
2.1	Ett laminat med fyra kompositlager i olika riktningar.	4
2.2	Principskiss för kompositstyvhet som funktion av volymfraktion fiber. Rule of mixtures (ROM) och Inverse rule of mixtures (IROM).	5
2.3	Globala (x,y) och fiberorienterade (L,T) koordinataxlar där den senare har vridits med en vinkel θ kring den gemensamma z-axeln.	6
2.4	De fem elementära lastfallen för ett kompositlager.	9
2.5	Illustration av två olika responser vid slag på fiberkompositytor. Till vänster dynamiskt slag och till höger kvasistatiskt slag. <i>Referens</i> (R.Olsson 2000) © Copyrightinnehavare. Reprinted with permission.	10
2.6	Massa-fjädermodellen som motsvarar den kvasistatiska responsen vid slag mot en komposityta. <i>Referens</i> (R.Olsson 2000) © Copyrightinnehavare. Reprinted with permission.	11
3.1	(a) Skiss över snitt i skidstav för kemisk analys med tre prover i den cylindriska delen och tre prover i den konade delen samt (b) ett sådant prov nedsänkt i salpetersyra (HNO_3).	14
3.2	Skiss över de prover som togs ur skidstaven för att studeras med optiskt mikroskopi.	15
3.3	(a) Utrustningen Skigo använder sig av i sina böjtest och (b) en schematisk bild som förklarar maskinens delar. <i>Referens</i> (M. Swaren, M. Therell, A. Eriksson och H-C. Holmberg 2013) © Copyrightinnehavare. Reprinted with permission.	17
3.4	Bild från ANSYS Mechanical med de olika randvillkoren där (a) visar var randvillkoren är placerade, (b) hur randvillkoret "Remote Displacement" är definierat och (c) hur randvillkoret "Remote Displacement 2" är definierat.	18
3.5	Måttangivelser på handtag samt truga, som visar hur vi förskjutit våra randvillkor i ANSYS Mechanical.	19
3.6	Randvillkoren A och B i ändarna och belastning C för slagtestet på skidstaven i ANSYS Mechanical.	19
3.7	Ett resultat från brottanalys i ACP efter slagmodellering i ANSYS Mechanical. Röd färg indikerar var brott sker.	20
3.8	Flödesschema för arbetsprocessen för att analysera och generera förbättringsförslag med datorprogram.	22

3.9	Till vänster ett radiellt tvärsnitt och till höger ett axiellt tvärsnitt för en längdskidstav.	22
3.10	Konceptuell gestaltning av (a) axiella stavgeometrier med helt cylindrisk överst och helt konad underst samt (b) radiella stavgeometrier, cirkulär, elliptisk och triangulärt tvärsnitt.	23
3.11	Fyra av de tillverkade stavprototyperna som användes i ett trepunkts böjtest.	24
3.12	Stavprototyp som utsätts för ett trepunkts böjtest i testrigg.	25
4.1	Bilder från optisk mikroskopi med (a) översikt, (b) radiellt tvärsnitt, (c) in-zoomat radiellt tvärsnitt och (d) axiellt tvärsnitt. De mörka områdena är skidstaven och det vita är ingjutningen. Fibrer syns som prickar och ovaler i (c) och som linjer i (d).	28
4.2	Sågad skidstavsbiter där ett 45°-lager syns i form av fiber som ligger i vinkel mot stavens axiella riktning.	29
4.3	Resultat från termisk analys där vikten visas som en funktion av temperaturen mellan rumstemperatur och 800°C. Kring 400°C sjunker massan med 24,49%.	30
4.4	En enskild kolfiber fotograferad med SEM.	31
4.5	Beräknad utböjning med vår data jämfört med data från Skigos testrigg.	31
4.6	Förklaring till vilken sida som är spetsig respektive trubbig för ellipsen samt var lillaxeln och storaxeln är placerade.	33
4.7	Kraft som funktion av förskjutningen från trepunkts böjtest (a) referensstav, (b) fiberupplägningsförslag 4, (c) fiberupplägningsförslag 5, (d) fiberupplägningsförslag 6.	39
B.1	Grafisk presentation från ACP av säkerhetsfaktorn i olika element i referensstaven belastning, 115 N, från slagtest i ANSYS Mechanical.	III
B.2	Grafisk presentation från ACP av säkerhetsfaktorn i olika element i fiberupplägningsförslag 1 belastning, 115 N, från slagtest i ANSYS Mechanical.	IV
B.3	Grafisk presentation från ACP av säkerhetsfaktorn i olika element i fiberupplägningsförslag 2 belastning, 115 N, från slagtest i ANSYS Mechanical.	IV
B.4	Grafisk presentation från ACP av säkerhetsfaktorn i olika element i fiberupplägningsförslag 3 belastning, 115 N, från slagtest i ANSYS Mechanical.	V
B.5	Grafisk presentation från ACP av säkerhetsfaktorn i olika element i fiberupplägningsförslag 4 belastning, 115 N, från slagtest i ANSYS Mechanical.	V
B.6	Grafisk presentation från ACP av säkerhetsfaktorn i olika element i fiberupplägningsförslag 5 belastning, 115 N, från slagtest i ANSYS Mechanical.	VI
B.7	Grafisk presentation från ACP av säkerhetsfaktorn i olika element i fiberupplägningsförslag 6 belastning, 115 N, från slagtest i ANSYS Mechanical.	VI

D.1	Kraften som funktion av förskjutning för våra tre försök på referensstaven, (a) försök 1, (b) försök 2, (c) försök 3	IX
D.2	Kraften som funktion av förskjutning för våra tre försök på fiberuppläggningsförslag 4, (a) försök 1, (b) försök 2, (c) försök 3	X
D.3	Kraften som funktion av förskjutning för våra tre försök på fiberuppläggningsförslag 5, (a) försök 1, (b) försök 2, (c) försök 3	XI
D.4	Kraften som funktion av förskjutning för våra tre försök på fiberuppläggningsförslag 6, (a) försök 1, (b) försök 2, (c) försök 3	XII

Tabeller

4.1	Resultat från kemisk analys med massa före, efter, skillnaden och resulterande massandel fiber.	29
4.2	Materialdata för referensstav.	30
4.3	Utböjning, masströghetsmoment och vikt för de axiella geometrierna.	32
4.4	Slagtålighet och utböjning för de radiella geometrierna.	33
4.5	Fiberuppläggningsförslag 1-3 med riktning och lagertjocklek för varje lager.	34
4.6	Fiberuppläggningsförslag 4-6 med riktning och lagertjocklek för varje lager.	35
4.7	Slagtålighet och böjstyvhet för referensstaven (Ref) och fiberuppläggningsförslagen (F1-F6).	35
4.8	Pugh-matris för axiella geometrier med böjstyvhet och masströghetsmoment som lika viktade kriterier.	36
4.9	Pugh-matris för radiella geometrier med kriterierna slagttålighet och böjstyvhet viktade 1:2.	36
4.10	Pugh-matris för ett första urval av fiberuppläggning med kriterierna slagttålighet och böjstyvhet viktade 2:1.	36
4.11	Tillverkade fiberuppläggningar för referensstaven och fiberuppläggningsförslag 4.	37
4.12	Tillverkade fiberuppläggningar för fiberuppläggningsförslag 5 och 6.	37
4.13	Sammanställning av resultat från trepunkts böjtest.	38
4.14	Pugh-matris för de tillverkade stavprototyperna med olika fiberuppläggning med kriterierna maxkraft, slagttålighet och böjstyvhet viktade 1:2:1.	38
4.15	Fiberuppläggning för slutgiltigt koncept med riktning och tjocklek för varje individuellt lager.	40
4.16	Jämförelse av prestanda mellan datormodellerade referensstaven och datormodellerade slutgiltiga konceptet.	40
C.1	Tabell över resultat från trepunkt böjtest av referensstaven.	VII
C.2	Resultat från trepunkt böjtest av fiberuppläggningsförslag 4.	VII
C.3	Resultat från trepunkt böjtest av fiberuppläggningsförslag 5.	VII
C.4	Resultat från trepunkt böjtest av fiberuppläggningsförslag 6.	VIII

1

Inledning

För elitsatsande längdskidåkare så handlar sport mycket om resultat. Åkarna använder mer och mer extrema träningsmetoder, och gör allt för att optimera sin kapacitet [1]. Utöver träningsmetoder är utövarnas utrustning något som hela tiden utvecklas. Utvecklingen av utrustning är en betydande faktor till att idrottarna tillåts använda sina krafter mer optimalt och rekord fortsätter att slås [2].

I längdskidtävlingar är uthållighet grunden till framgång, samt att kroppens energi utnyttjas maximalt. Längdskidtavar utvecklas för att tillgodose en energisnål åkning, och utvecklingen har tagit oss från rena trästavar till dagens stavar av kolfiberförstärkt plast. Detta ger stavarna förbättrade egenskaper i termer av ökad böjstyvhet, samt minskad massa och minskat masströghetsmoment. Styvhet och masströghetsmomentet är de egenskaper som starkast påverkar hur lätt det är att staka och således hur mycket energi som går att spara. Stavarna går mot att vara lättare och styvare, men problematiken blir att risken för stavbrott ökar [3].

De senaste åren har flera stora längdskidtävlingar avgjorts efter att åkares skidstavar har gått av [4]. Även om stavarna är väldigt starka i sin längdriktning är de känsliga för slag och böjdeformation [5]. Chalmerssamarbetspartnern Dala Sports Academy som arbetar för att stärka forskning, teknisk utveckling och innovation inom idrott och hälsa vill, tillsammans med skidstavstillverkaren Skigo, undvika att ytterligare vinstchanser grusas av ett olyckligt stavbrott.

Dala Sports Academy, med stor kompetens inom längdskidforskning, är en innovations- och utvecklingsmiljö som bland annat stödjer företag i deras produktutveckling [6]. Skigo är tillverkare av utrustning till längdskidåkning, allt från valla till rullskidor och stavar. Några av Sveriges framstående längdskidåkare kör på utrustning från Skigo och det är deras stavar som kommer att vara utgångspunkten för arbetet [7]. Stavmodellen heter Race 2.0 och består av ett cylinderformat rör som smalnar av i en konad form i ena änden, se figur 1.1. På stavspetsen fästs truga och i andra änden fästs stavhandtaget.



Figur 1.1: Skigos längdskidstav, Race 2.0.

Det ligger alltså i både Skigos och Dala Sport Academys intresse att en skidstav som har mindre benägenhet till brott tas fram. De vill veta om det går att minimera risk för stavbrott samtidigt som stavens vikt, masströghetsmoment och böjstyvhet bibehålls.

1.1 Syfte

Arbetets syfte är att ta fram ett koncept för en skidstav som är mindre brottkänslig än Race 2.0, utan att ge märkbart avkall på vikt, masströghet och böjstyvhet.

1.2 Problemformulering

Skigo har idag en specifik tävlingsstav som de benämner Race 2.0, som enligt dem är mycket lätt och styv med hög brottstyrka [8]. Det är denna stav som är utgångspunkten i arbetet och för att kunna förbättra den behövs information om hur staven är uppbyggd.

Samtidigt som vi ska konstruera en stav som är mindre benägen för brott måste fortfarande de andra goda egenskaperna som den ursprungliga skidstaven har bevaras. Sammanfattningsvis syftar rapporten till att besvara följande frågor.

- Hur ser dagens stav ut, med hänsyn till geometri, fiberuppläggning samt fiber- och matrismaterial?
- Hur kan staven konstrueras för att minimera risk för brott?
- Hur säkerställs att stavens vikt, masströghet och böjstyvhet inte försämras då staven görs mindre brottkänslig?

1.3 Avgränsningar

Den enda materialklass som vi kommer att fokusera på i detta arbete är kolfiberkompositmaterial, då denna klass antas ha överlägsna egenskaper i sammanhanget gentemot andra material. För att ännu mer begränsa arbetets omfattning används endast en av Skigos stavmodeller som referens. Den stavmodell som används är Race 2.0. Vi ska även anpassa designen av stavkonceptet efter Skigos tillverkningsmetoder. Ingen hänsyn kommer tas till handtag eller truga.

2

Teori

I detta kapitel förklaras grunderna i fiberkompositmekanik för enskilda lager och samverkande lager. Vidare formuleras teori för brottmekanik hos fiberkompositer.

2.1 Fiberkompositer

I *Komposithandboken - Polymerbaserade fiberkompositer* kan man bland annat läsa om grunderna hos fiberkompositer. Fiberkompositer är material bestående av fiberarmerade polymerer, där fibrerna kan utgöras av olika material, men oftast används glas, kol eller aramid. Plasten eller polymererna som fibrerna ligger inbäddade i benämns matris. När det talas om fiberkompositer brukar matrisen i de flesta fall vara någon form av epoxi eller polyester. Fiberkompositmaterial karaktäriseras av hög styvhet och styrka i förhållande till sin vikt och att det finns stora möjligheter att variera materialparametrar i stor utsträckning. Den stora variationen härstammar från att man kan styra materialegenskaperna genom att välja i vilken riktning fibrerna ska ligga och av vilka material fiber och matris ska bestå. Detta gör att fiberkompositer kan användas inom många olika områden och användningen sker i dagsläget i allt från flygplan till sporttillbehör.[9]

I *Lecture notes: Composite Mechanics* redogör Fagerström för förhållandet mellan andel fibrer och matris. Rörande kompositens uppbyggnad talas det ofta om vikt- och volymandel, även kallat mass- och volymfraktion, med vilket menas hur mycket av kompositen som är fiber respektive matris. Viktandelen fiber W_f och matris W_m fastslås genom enkla experiment, medan volymandelen fiber V_f och matris V_m oftast beräknas utifrån viktandelen med hjälp av densitet för fiber ρ_f , matris ρ_m och totala kompositen ρ_c :

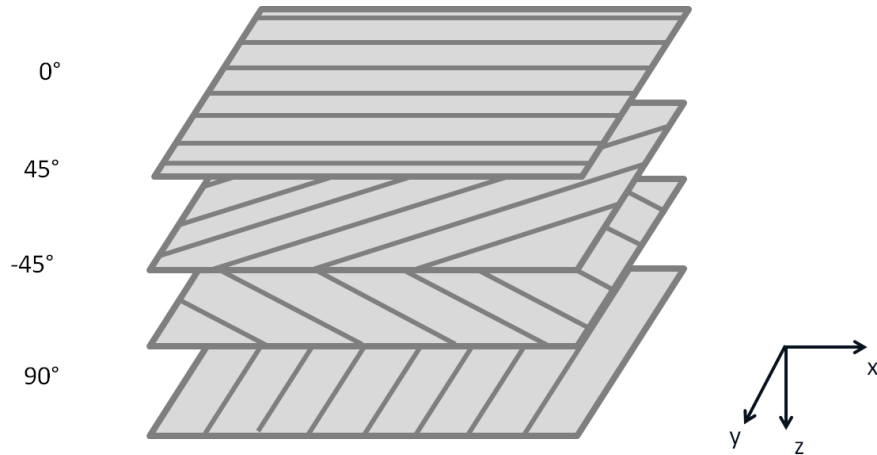
$$V_f = \frac{\rho_c}{\rho_f} W_f, \quad (2.1)$$

$$V_m = \frac{\rho_c}{\rho_m} W_m. \quad (2.2)$$

I de flesta beräkningar som utförs är det volymandelen som används.[10]

Vidare förklarar Fagerström hur uppbyggnaden av fiberkompositer typiskt ser ut. Fiberkompositer byggs upp som laminat genom att flera lager läggs ihop för att få en slutlig struktur. En principbild för hur laminat läggs ihop kan ses i figur 2.1. Varje sådant lager består av matris och fibrer. En uppbyggnad där alla fibrer i samma

lager ligger åt samma håll kallas enkelriktad. Detta är en väldigt vanligt förekommande typ, men det finns också material där fibrerna vävs samman och bildar en fiberväv. När lager läggs ihop till ett laminat orienteras lagren i olika riktningar för att få önskade materialegenskaper. Efter att en referensriktning bestämts, oftast i den primära lastriktningen, benämns varje lager enligt vilken vinkel fiberriktningen skiljer sig från referensriktningen. Typiskt läggs lager i 0, 90 och ± 45 grader. [10]



Figur 2.1: Ett laminat med fyra kompositlager i olika riktningar.

Fagerström skriver också om hur egenskaperna för fiber och matris påverkar lager. Då ett lager består av olika material, dvs. fiber och matris, återfinns olika materiaalkonstanter. För att kunna räkna på materialets styvhet i olika riktningar måste totala elasticitetsmodulen med bidrag från både fiber E_f och matris E_m i efterfrågad riktning beräknas. Om linjär elasticitet antas gälla i både fiber och matris kan den longitudinella elasticitetsmodulen E_L , elasticitetsmodulen i fiberriktningen, beräknas enligt:

$$E_L = E_f V_f + E_m V_m, \quad (2.3)$$

vilket kallas *rule of mixtures*. För den transversella elasticitetsmodulen E_T , elasticitetsmodulen rätvinkligt mot fiberriktningen, används *inverse rule of mixture*, vilken skrivs:

$$\frac{1}{E_T} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m}, \quad (2.4)$$

men den anses kunna ge en dålig uppskattning och underskatta den transversella styvheten då spänningen i matris och fiber i verkligheten inte är densamma. Halpin och Tsai skapade en semiempirisk ekvation för att göra mer korrekta uppskattningar. Denna ekvation formuleras på följande vis:

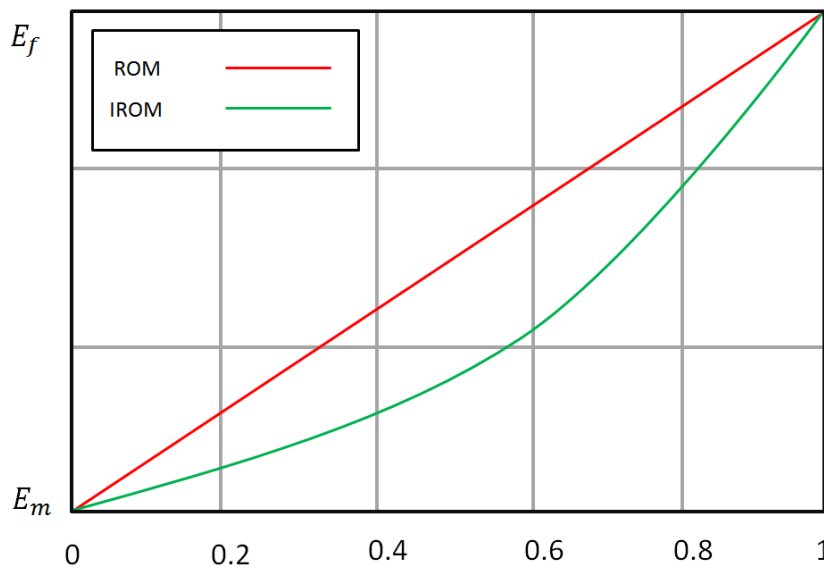
$$\frac{E_T}{E_m} = \frac{1 + \xi \eta V_f}{1 - \eta V_f}, \quad \eta = \frac{(E_f/E_m) - 1}{(E_f/E_m) + \xi}, \quad (2.5)$$

där ξ är ett mått på armeringen och beror på fibergeometrin. De två följande specialfallen av Halpin-Tsai ger inverse rule of mixture och rule of mixture:

$$\xi = 0 : E_T = \frac{1}{\frac{V_m}{E_m} + \frac{V_f}{E_f}}, \quad (2.6)$$

$$\xi = \infty : E_T = V_m E_m + V_f E_f. \quad (2.7)$$

Det ska tas i beaktande att de två specialfallen fungerar som övre och undre gräns för kompositens styvhet. Övre och undre gräns kan ses i figur 2.2. Parametern ξ visar sig alltså fungera som en kurvanpassare, då den verkliga styvheten ligger någonstans mellan de två specialfallen. För cirkulära tvärsnitt menar Halpin och Tsai att $\xi = 2$.



Figur 2.2: Principskiss för kompositstyvhet som funktion av volymfraktion fiber. Rule of mixtures (ROM) och Inverse rule of mixtures (IROM).

Skjuvmodulen i planet fås på liknande sätt som den transversella elasticitesmodulen:

$$G_{LT} = \frac{1}{V_f/G_f + V_m/G_m}, \quad (2.8)$$

där G_f och G_m fås via antagande om isotropt materialbeteende hos fibrer och matris av:

$$G_f = \frac{E_f}{2(1 + \nu_f)} \quad (2.9)$$

och

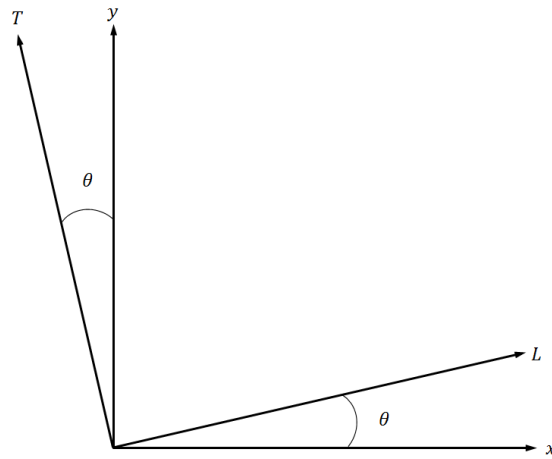
$$G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)}. \quad (2.10)$$

Här är ν Poissons tal.[10]

2.2 Laminatteori

I *Analysis and Performance of Fiber Composites* beskriver Agarwal, Broutman och Chandrashekhara hur ett laminat av lager med olika fiberriktning samspelar, det vill säga laminatteori. Nedan återges grunderna i laminatteori med de notationer Agarwal, Broutman och Chandrashekhara använder.[11]

Vid beräkning av egenskaper för lager med fiberriktning annan än referensriktningen är det viktigt att kunna omvandla mellan fiberorienterade koordinater i longitudinell och transversell riktning till globala koordinater x och y , se figur 2.3. Omvandlingen görs med en transformationsmatris, som helt enkelt översätter exempelvis en spännings bidrag i longitudinell riktning till bidraget i x -riktningen och bidraget i transversell riktning till bidraget i y -riktningen.



Figur 2.3: Globala (x,y) och fiberorienterade (L,T) koordinataxlar där den senare har vridits med en vinkel θ kring den gemensamma z-axeln.

För att omvandla drag- respektive skjuvspänningarna, σ och τ , mellan fiberorienterade koordinater och globala koordinater används transformationsmatrisen $\mathbf{T}_1$ på följande sätt:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_1 \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (2.11)$$

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

där θ är vinkeln från vilken fibrerna avviker från referensriktningen. Samma princip gäller när det kommer till töjningar, men då omvandlas istället längdförändringen ϵ och vinkelförändringen γ med hjälp av matrisen $\mathbf{T}_2$:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_L \\ \epsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_2 \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (2.13)$$

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ -2 \sin \theta \cos \theta & 2 \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

För omvandling mellan töjning och spänning i plant spänningstillstånd används följande matris $\mathbf{Q}$ där ekvationerna kommer från en sammansättning av olika en-dimensionella lastfall. Materialkonstanterna $\nu_L T$, $\nu_T L$ och G_{LT} är Poissons tal i longitudinell och transversell riktning respektive skjuvmodulen i planet.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{Bmatrix} = \mathbf{Q} \begin{Bmatrix} \epsilon_L \\ \epsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{Bmatrix}, \quad (2.15)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \frac{E_L}{1-\nu_{LT}\nu_{TL}} & \frac{\nu_{TL}E_L}{1-\nu_{LT}\nu_{TL}} & 0 \\ \frac{\nu_{LT}E_T}{1-\nu_{LT}\nu_{TL}} & \frac{E_T}{1-\nu_{LT}\nu_{TL}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{LT} \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

För att få förhållandet mellan spänning och töjning i de globala koordinaterna x och y så används en sammansättning av $\mathbf{T}_1$, $\mathbf{T}_2$ och $\mathbf{Q}$ enligt följande:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \overline{\mathbf{Q}} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (2.17)$$

$$\overline{\mathbf{Q}} = \mathbf{T}_1^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{T}_2. \quad (2.18)$$

För att beräkna kraften $\mathbf{N}$ per längdenhet, som laminatet belastas med, så integreras spänningen över höjden h på lagren och summeras:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k dz \quad (2.19)$$

Detta kan sedan skrivas om så att det är töjningarna som används och töjningen kan i sin tur skrivas om så att den beror av medelytans töjning ϵ^0 och medelytans krökning κ . Ekvationen kan sedan skrivas om så att den beror av matriserna $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$:

$$\mathbf{N} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \overline{\mathbf{Q}}_k \left\{ \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \right\} dz = \mathbf{A} \epsilon^0 + \mathbf{B} \kappa \quad (2.20)$$

Där matris $\mathbf{A}$ blir följande:

$$\mathbf{A} = \left[\sum_{k=1}^n \overline{\mathbf{Q}}_k (h_k - h_{k-1}) \right] \quad (2.21)$$

och matris $\mathbf{B}$:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2} \left[\sum_{k=1}^n \overline{\mathbf{Q}}_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \right] \quad (2.22)$$

Momentet $\mathbf{M}$ per längdenhet, som laminatet belastas med kan räknas ut genom en formel som tas fram på ett liknande sätt som krafterna och den ekvationen beror av samma matris $\mathbf{A}$ som krafterna och matrisen $\mathbf{D}$:

$$\mathbf{M} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \mathbf{B}\epsilon^0 + \mathbf{D}\kappa \quad (2.23)$$

där böjmatrisen $\mathbf{D}$ kan skrivas:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{3} \left[\sum_{k=1}^n \overline{\mathbf{Q}}_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \right] \quad (2.24)$$

Detta kan sedan sammankopplas i en formel:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix} \quad (2.25)$$

2.3 Brott vid enaxlig belastning

I *Lecture notes: Composite Mechanics* diskuterar Fagerström brottmekanik hos fiberkompositer [10]. För fiberkompositer är små brott inuti materialet av stort intresse. Dessa mikrobrott uppkommer långt innan materialförändringar på en makroskala kan observeras och artar sig på huvudsakligen fyra olika sätt. Brott kan ske tvärs en fiber, i matrisen genom mikrosprickor, mellan fibrer och matris kallat separation och när lager lokalt släpper från varandra kallat delaminering.

Brottmoderna kan bildas som följd av något av fem elementära lastfall som ses i figur 2.4. Longitudinell dragspänning, longitudinell tryckspänning, transversell dragspänning, transversell tryckspänning och slutligen skjuvspänning. I första fallet med longitudinell dragspänning är det fibern som står för kompositens hållfasthet, vilket ger spröda brott när fibern går av. Det är alltså här fiberns egenskaper och fiberandelen styr. Den andra typen av lastfall är longitudinell tryckspänning och där sker brott på grund av att lager släpper från varandra eller att kompositen abrupt veckas, kallat fiberkinking. För detta fall är det inte fibrerna utan främst matrisens styvhet och delvis matrisens styrka som styr.

I de två fallen med transversell spänning så är det matrisen som går sönder vid brott. Vid dragspänning uppstår brottet utmed fibrerna då det blir spänningskoncentrationer i kanterna på dessa. Tryckspänning ger att brottet sker i matrisen, men med riktigt hög belastning så kan kompositen kapas rakt igenom både matris och fiber. Även för skjuvspänningen sker brott på grund av att matrisen är för svag. Nedan följer de två enklaste brottkriterierna. Maxspännings- och maxtöjningskriteriet. Båda följer principen att spänning respektive töjning inte får överstiga maximalt tillåtet värde med index U .

Maxspänningskriteriet:

$$-\sigma_{LU}^- < \sigma_L < \sigma_{LU}^+ \quad (2.26)$$

$$-\sigma_{TU}^- < \sigma_T < \sigma_{TU}^+ \quad (2.27)$$

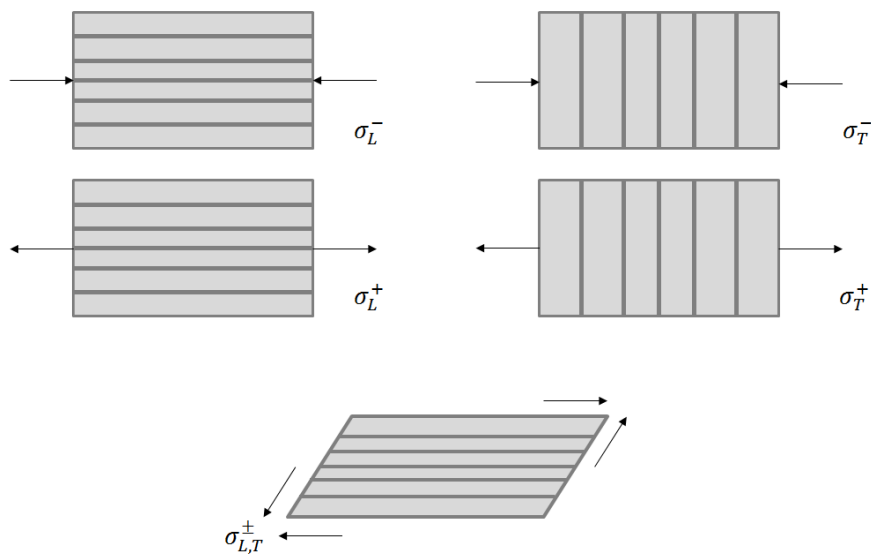
$$|\tau_{LT}| < \tau_{LTU} \quad (2.28)$$

Maxtöjningsskriteriet:

$$-\epsilon_{LU}^- < \epsilon_L < \epsilon_{LU}^+ \quad (2.29)$$

$$-\epsilon_{TU}^- < \epsilon_T < \epsilon_{TU}^+ \quad (2.30)$$

$$|\gamma_{LT}| < \gamma_{LTU} \quad (2.31)$$



Figur 2.4: De fem elementära lastfallen för ett kompositlager.

2.4 Hashins kriterium - brott vid flerdimensionell belastning

Det finns ett antal brottkriterium som försöker förklara brott för ett lager utsatt för belastning i flera riktningar. Hashin skapade en samling ekvationer för att kunna behandla flera spänningskomponenter. Fagerström redogör för detta kriterium, som försöker förutse brott med hänsyn till fyra brottmoder:

Dragbrott i fiberriktning:

$$\left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{LU}^+}\right)^2 + \alpha\left(\frac{\tau_{LT}}{\tau_{LTU}^+}\right)^2 < 1, \sigma_L > 0 \quad (2.32)$$

Tryckbrott i fiberriktning:

$$\left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{LU}^-}\right)^2 < 1, \sigma_L < 0 \quad (2.33)$$

Dragbrott i tvärriktning:

$$\left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{TU}^+}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{LT}}{\tau_{LTU}^+}\right)^2 < 1 \quad (2.34)$$

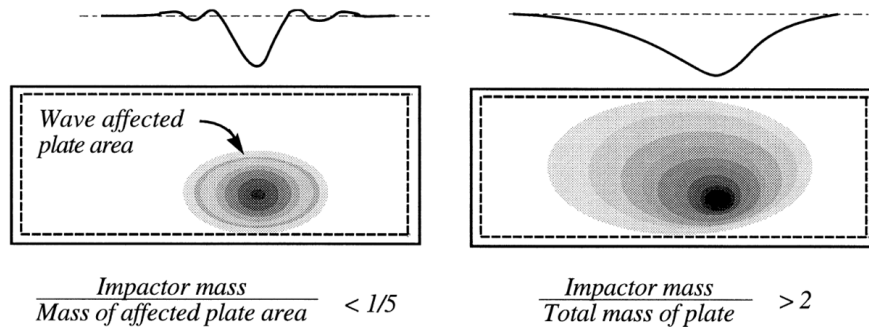
Tryckbrott i tvärriktning:

$$\left(\frac{\sigma_T}{2\tau_{LTU}^-}\right)^2 + \left(\left(\frac{\sigma_{TU}^-}{2\tau_{LTU}^-}\right)^2 - 1\right)\frac{\sigma_T}{\sigma_T^- U} + \left(\frac{\tau_{LT}}{\tau_{LTU}^-}\right)^2 < 1 \quad (2.35)$$

Här är α en parameter från experimentell data och τ_{LTU} är skjuvning ut ur planet. [10]

2.5 Slagskada

Att slag mot en fiberkomposit kan ha förödande effekt på kompositens styvhet och styrka är ingen hemlighet. Dock kan ett slags konsekvenser gestalta sig på olika vis. I sin rapport redogör Olsson för hur slagtid och massa påverkar hur ett slag på komposit kan modelleras [12]. Vid slag på en fiberkomposityta uppstår en elastisk vågutbredning som fortplantar sig från slagets centrum. Vågen gör givetvis slaganalyser mer komplicerade. Det har dock visat sig att vågutbredningen i vissa fall kan försummas och materialets respons blir mer eller mindre oberoende av den dynamiska effekten, på det viset att relationen mellan utböjning och last ser ut som vid statiskt lastfall. Denna vågeffekt kan ses i figur 2.5 tagen från Olssons rapport.



Figur 2.5: Illustration av två olika responser vid slag på fiberkompositytor. Till vänster dynamiskt slag och till höger kvasistatiskt slag. *Referens* (R.Olsson 2000) © Copyrightinnehavare. Reprinted with permission.

Det kvasistatiska specialfallet uppstår då slagtiden är mycket längre än periodtiden då fiberkompositplattan svänger med sin grundfrekvens. Responsen i ett sådant fall, menar Olsson, kan modelleras upp som en massa-fjädersmodell likt figur 2.6. Modellen beror på massan M hos slagkroppen, kontaktstyvheten k_α , skjuvstyvheten k_s , böjstyvheten k_b och membranstyvheten k_m . Om linjäritet antas kan belastningen och utböjningen beskrivas av en halv sinusvåg och slagtiden är då:

$$t_{imp} = \pi \sqrt{\frac{M}{k_\Sigma}} \geq \pi \sqrt{\frac{M}{k_{mbs}}} \quad (2.36)$$

där k_Σ är linjäriserad styvhet för fjädersystemet och k_{mbs} är linjäriserad styvhet för kompositplattan. Med linjäriserad styvhet menas att styvheten varierar linjärt

enligt:

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta x}, \quad (2.37)$$

då F är kraft och x är förskjutning. Halvperioden av den första vibrationsvågen ges av:

$$t_1 = \pi \sqrt{\frac{M_p^*}{k_{mbs}}} \quad (2.38)$$

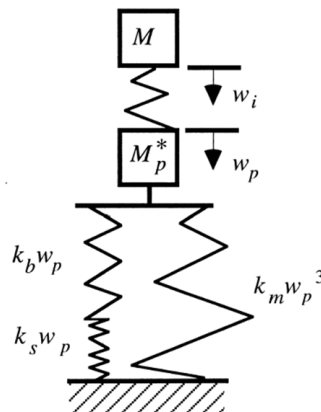
där M_p^* är massan hos kompositplattan. Som sagt ges kvasistatisk respons då slagtiden är mycket längre än grundfrekvensens vibrationsperiod för kompositplattan, alltså:

$$t_{imp}/t_1 \gg 1 \quad (2.39)$$

genom att kombinera ekv. (2.36) och (2.38) kan följande villkor skrivas:

$$M/M_p^* \gg 1 \Leftrightarrow M/M_p^* \gg 1/4 \quad (2.40)$$

eftersom $M_p^* \leq M_p/4$, vilket betyder att kvasistatisk respons uppkommer när massan hos slagkroppen är större än kompositplattans massa. Vidare visar det sig att $M/M_p \geq 2$ är ett tillräckligt villkor för kvasistatisk respons. [12]



Figur 2.6: Massa-fjädermodellen som motsvarar den kvasistatiska responsen vid slag mot en komposityta. *Referens* (R.Olsson 2000) © Copyrightinnehavare. Reprinted with permission.

3

Metod

Kapitlet beskriver metodiken vi använt oss av genom arbetet. Det börjar med experimentella metoder för analys av den befintliga staven, för att få fram dagens fiberuppläggning och olika materialdata. Sedan beskrivs hur vi byggt upp en referensmodell av dagens stav i en datoranalys, samt hur nya koncept på stavar tagits fram genom olika tester. Efter att nya koncept tagits fram tillverkades några av dem för att kunna testas. Det utfördes dessutom fysiska tester på de tillverkade stavarna vilka jämfördes med de tester vi tidigare skapat i datoranalysen. Genom relativa analyser på resultat från både fysiska tester och datoranalys togs till sist ett koncept fram.

3.1 Experimentell analys av befintlig skidstav

Med mål att skapa en modell av den befintliga skidstaven, Race 2.0, genomförde vi laborativa tester. För att bestämma dess volymfraktion av fiber och matris, bestämma hur dess fiberuppläggning ser ut samt att avgöra vilken typ av fibrer som förekommer i staven gjordes olika experiment: kemisk analys, termisk analys, optisk mikroskopi och svepelektronmikroskopi.

Kemisk och termisk analys gav oss massfraktion som genom beräkningar kunde översättas till volymfraktion. Den optiska mikroskopin visade fiberuppläggningar och lagrens tjocklek, svepelektronmikroskopin visade tjocklek på fiber.

3.1.1 Kemisk och termisk analys av massfraktion

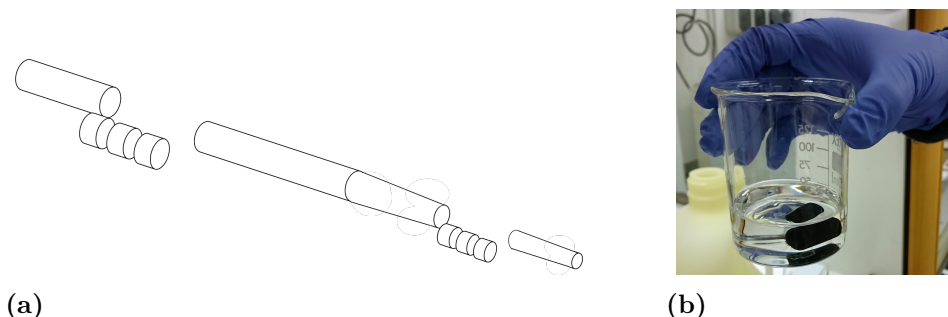
Volymfraktionen fiber är en materialegenskap som är viktig att veta för att kunna uppskatta hållfastheten hos en fiberkomposit. Det är svårt att mäta volymfraktionen, men genom att ta reda på massfraktionen går det att beräkna volymfraktion om densiteten är känd, se ekvation (2.1) och (2.2). Massfraktionen bestämdes med hjälp av en kemisk och en termisk analys:

Kemisk analys

Den kemiska analysen som användes kallas *Matrix Digestion*, namnet kommer från att man löser upp kompositens matris. Vi utgick från en standardiserad metod som beskrivs som *Procedure A; Matrix Digestion using nitric acid* av ASTM International [13] där man använder Salpetersyra (HNO_3) som reaktant. Salpetersyrans kraftiga oxiderande egenskaper [14] gör att matrismaterialet, som antogs vara epoxi, löstes

upp.

Sex prover från Race 2.0, användes i experimentet, tre prover från den undre delen av staven och tre prover från den övre, se figur 3.1a. Proverna bestod av ett tvärsnitt med en längd på 2 cm. Först vägdes proverna och sänktes sedan ner i varsin bägare bestående av 70% salpetersyra, se figur 3.1b. Bägarna placerades i ett 70°C varmt vattenbad i fem timmar innan de togs upp. Efter fem timmar hade matrismaterialet lösts upp och kvar fanns enbart fiber som silades av och lufttorkade i 24 h. Genom att mäta vikten före den kemiska analysen och sedan mäta vikten på fibern efter den kemiska analysen erhålls massfraktionen.



Figur 3.1: (a) Skiss över snitt i skidstav för kemisk analys med tre prover i den cylindriska delen och tre prover i den konade delen samt (b) ett sådant prov nedsänkt i salpetersyra (HNO_3).

Termisk analys

Massfraktionen kan även tas fram med en termisk analys, som även den går ut på att skilja fiber från matris. För att skilja dem åt använder den termiska analysen värme. Den metod som användes kallas för TGA, *Thermogravimetric Analysis*, och går ut på att massan för ett prov mäts vid olika temperaturer. Då en viss temperatur nås kommer massan att minska när ett ämne förångas eller brinner upp och det går således att dra slutsatser för vilket ämne som försvunnit och vilket som finns kvar. Avdunstar till exempel 20% av massan vid 100°C kan slutsatsen att 20% av provet är vatten dras [15].

Till skillnad från den kemiska analysen, där vi använde hela stavbitar, användes vid TGA enbart stoft från uppsågningen av staven. Stoftet värmdes sedan gradvis upp till 800°C, samtidigt som massan kontinuerligt vägdes under hela processen. Genom att jämföra vikten på provet innan TGA med vikten på provet efter gick det att beräkna massfraktionen.

3.1.2 Mikroskopianalys av fiberkaraktär och fiberuppläggning

För att ta reda på fiberuppläggning, fibertjocklek och lagertjocklek har olika mikroskopianalyser använts. En optisk mikroskopi och en svepelektronmikroskopi. Skillnaden mellan dem är att svepelektronmikroskopi detekterar elektroner då en smal

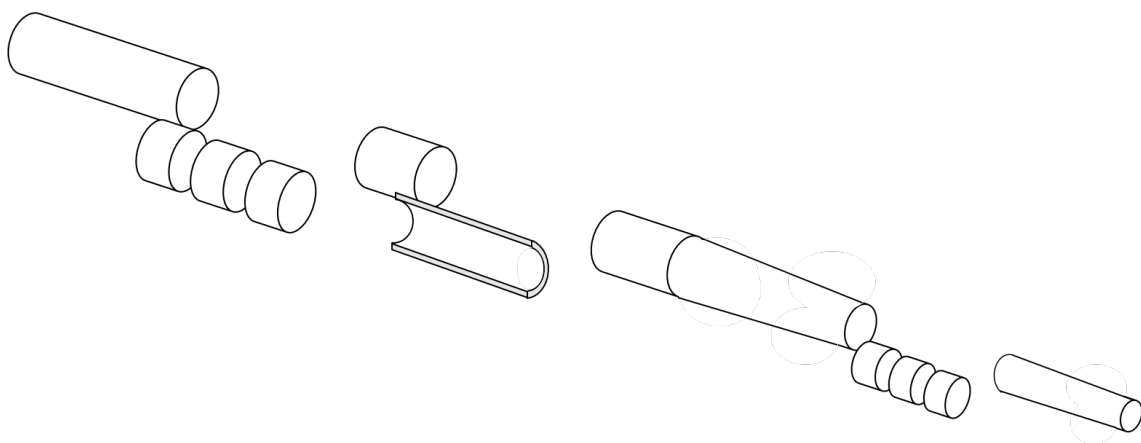
elektronstråle sveper över ett prov och mäter höjdprofiler medan optisk mikroskopi detekterar fotoner, som är det vi känner som ljus [16]. Att detektera elektroner ger möjlighet till större förstoring och används därför för att studera enskilda fiber, medan den optiska mikroskopin används för att studera strukturer [17].

Optisk mikroskopi

För att kunna avgöra vilken fiberuppläggning som används i Race 2.0 användes optisk mikroskopi, som är ett enkelt sätt att se skillnader i färg på en platt yta. Det är viktigt att ytan som ska studeras är helt plan, då optiskt mikroskopi har ett kort skärpedjup, vilket innebär att det är ett kort djup på de områden som är i fokus samtidigt. Den maximala förstoringen för ett optiskt mikroskop är ungefär 100 gånger [17], vilket räcker för att kunna se fiberuppläggning.

Det optiska mikroskopet kräver som nämnt att ytan som studeras ska vara helt plan, därför var det nödvändigt att förbereda proverna innan de kunde studeras. Skidstaven sågades upp i tre olika snitt för att vi skulle kunna studera fiberuppläggningen från olika riktningar. Den sågades i ett axiellt samt ett radiellt tvärsnitt i den övre delen av staven samt ett radiellt tvärsnitt i stavens undre del, se figur 3.2. Proverna göts sedan in i en akrylplast, *DuroCit-3*, som är en kallgjutningsprodukt [18]. Proverna härdade över natten innan undersidan polerades så att snittytorna på proverna blev synliga. Poleringen gjordes i steg där grovheten på slippappret minskade successivt och avslutades med ett polermedel innehållande diamanter.

Då provet polerats började det studeras i det optiska mikroskopet. De tre olika tvärsnitten studerades, först i en översiktsbild där hela provet syntes, för att sedan förstora bilden maximalt för att kunna se fiberuppläggningen. Kopplat till mikroskopet var även programvaran *AxioVision* som även gav oss tjockleken på fiberkompositlagren. Lagertjocklekarna mättes på flera olika ställen för att få en större statistisk säkerhet på resultatet.



Figur 3.2: Skiss över de prover som togs ur skidstaven för att studeras med optiskt mikroskopi.

Svepelektronmikroskopi

Svepelektronmikroskopi, förkortat SEM, detekterar till skillnad från traditionell

mikroskopi elektroner istället för fotoner, det vill säga ljus. Fördelarna med detta är att det ger en betydligt större förstoring och längre skärpedjup än de optiska instrumenten samt att det är enkelt att förbereda prov [17]. En nackdel är att det inte genereras en "bild" i samma mening som med ett optiskt mikroskop, utan det skapas istället en höjdprofil av provet, vilken gör att det är svårt att studera föremål som är väldigt släta. Detta gör det lämpligt att använda SEM för att studera fibrer. Själva bilden i ett SEM byggs upp genom att svepa över ett prov med en smal elektronstråle och hur elektronerna sprids av provet detekteras [16], därav namnet.

Svepelektronmikroskopin kräver att provet måste vara ledande för att elektronerna ska bygga upp en laddning på provets yta. Proven var i vårt fall två brottytor, och även om kolfibern i kompositen kan antas leda ström så leder inte plasten ström, så innan vi kunde göra svepelektronmikroskopin behövde proven bearbetas. För att få proven ledande använde vi en metod som kallas *Sputtering*, vilken går ut på att provet täcks med en tunn beläggning av guld [17]. Det är viktigt att beläggningen är tillräckligt tjock för att leda bort elektronerna, men samtidigt så tunn att detaljer på provets yta inte döljs.

Med svepelektronmikroskopet kunde vi se mer förstörade bilder av staven än med det optiska mikroskopet. Detta gjorde att vi kunde se kolfiberns diameter, som avgör vilken kvalitet kompositen besitter.

3.2 Datoranalys

Efter de experimentella testerna fanns tillräckligt med information kring den befintliga skidstaven Race 2.0 för att skapa en virtuell modell av den. Den virtuella modellen benämns som referensmodell och samtidigt som vi skapade referensmodellen skapades även modeller på förbättringsförslag. De modeller vi skapade var inledningsvis bara geometrier, som vi sedan byggde på i simuleringsprogram med materialdata och materialstruktur.

De virtuella geometrierna skapades i CATIA V5, *Computer Aided Threedimensional Interactive Application Version 5*. CATIA V5 är ett datorprogram för datorstödd konstruktion även kallat ett CAD-program, där förkortningen CAD kommer från engelskans *Computer-aided design*.

Dessa CAD-modeller användes sedan i simuleringsprogrammet ANSYS Mechanical. ANSYS Mechanical är ett analysverktyg som använder FEM, *finita elementmetoden*, för analys av solida strukturer. Finita elementmetoden innebär enkelt beskrivet att differentialekvationer för små delement av en större detalj löses med hjälp av datorer och att dessa lösningar sedan sammanfattas för att beskriva ett mer komplext lastfall. ANSYS Mechanical är ett program som genererar finita element och sedan stöder materialmodeller och ekvationslösare för ett brett spektrum av mekaniska konstruktionsproblem.

CAD-modellerna som vi skapade var endast skal utan materialdata när de exporte-

rades till ANSYS Mechanical. För ANSYS Mechanical finns tillägget ACP, som står för *ANSYS Composite PrepPost*, vilket bland annat tillåter användaren att virtuellt skapa ett fiberkompositmaterial och välja dess tjocklek, fiberriktningar och antal lager. ACP användes för att ge geometriskalen en godstjocklek och ett material.

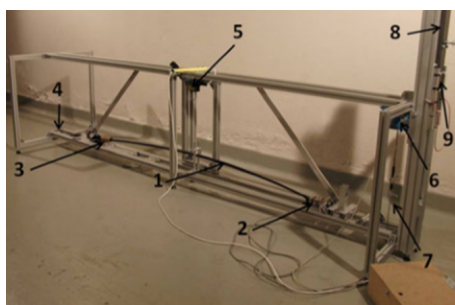
Med hjälp av randvillkor kunde vi modellera ett böjtest och ett slagtest i ANSYS Mechanical. Testerna gjordes på olika geometrier skapade i CATIA V5 och olika fiberuppläggningar skapade i ACP. Informationen från testerna använde vi sedan för att generera och analysera våra förbättringsförslag.

3.2.1 Simulering för böjtest och slagtest

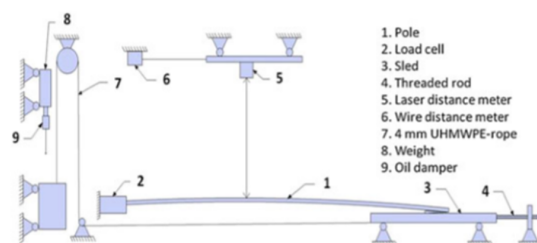
Vi använde två olika test i ANSYS Mechanical för att kunna jämföra förbättringsförslag med referensstaven. Det var ett böjtest och ett slagtest. Böjtestet inspirerades av och försökte efterlikna det praktiska böjtest Skigo utför på sina skidstavar, och motivet var att jämföra böjstyvheten. Slagtestet i sin tur gjordes för att efterlikna skadeverkan då två skidstavar slår mot varandra och jämföra hur olika lageruppläggningar och geometrier påverkar slagförmågan.

Böjtest

För att testa skidstavarnas böjstyvhet använder Skigo en testmetod som har tagits fram på Vintersportcentrum i Östersund, se figur 3.3. Testet går ut på att stavspetsen är infäst som en kulle och staven belastas axiellt genom att handtaget trycks nedåt mot spetsen. Sedan mäts den maximala utböjningen, så att förhållandet mellan belastning och utböjning kan ses. I testet används hela staven inklusive handtag och truga, vilket är plastbiten med metallspets längst ner på staven som ger fäste i snön.[19]



(a)



(b)

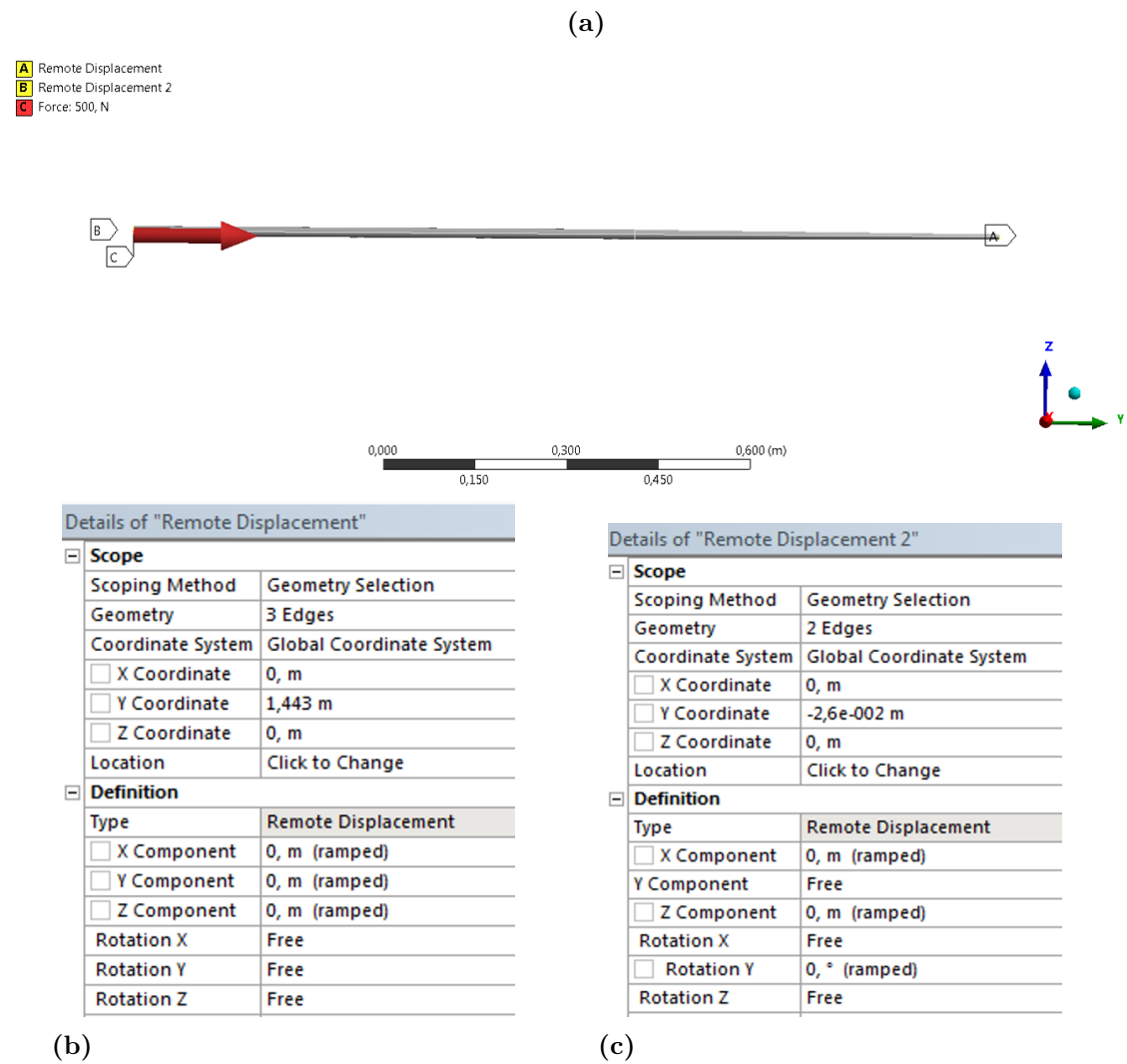
Figur 3.3: (a) Utrustningen Skigo använder sig av i sina böjtest och (b) en schematisk bild som förklarar maskinens delar. *Referens* (M. Swaren, M. Therell, A. Eriksson och H-C. Holmberg 2013) © Copyrightinnehavare. Reprinted with permission.

För att återskapa Skigos praktiska test i ANSYS Mechanical var vi först tvungna att skapa en CAD-modell som efterliknade Race 2.0. Modellen vi skapade var ett skal, utan tjocklek eller materialdata som hade samma geometri som Race 2.0. Geometrin hade vi fått från Skigo, och sedan även kompletterat med egna undersökningar av

3. Metod

godstjockleken.

Efter att CAD-modellen var skapad importerades den till ANSYS Mechanical, där den fick materialdata och tjocklek. Där sattes först den axiella riktningen på referensstaven som y-led, och sedan gavs randvillkor att stavspetsen ska vara låst i x-, y- och z-led, se figur 3.4 (b), men att rotation tillåts precis som i Skigos böjtest. Där handtaget sitter gavs randvillkor som förhindrade rörelse i x- och z-led, samt rotation kring y-axeln, men rörelse i y-led samt rotation kring x- och z-axeln tilläts, se figur 3.4 (c). Uppe vid handtaget sattes en konstant kraft som trycker ihop staven, detta tryck ska efterlikna det tryck som blir då en skidåkare stakar. Då CAD-modellen som användes endast var kolfiberröret utan trugan och handtaget, kompenserades längden på röret genom att förskjuta randvillkoren i axiell led 26 mm vid handtaget och 26 mm vid trugan, se figur 3.5. Genom att sätta en konstant kraft vid handtaget och mäta utböjningen fås ett mått på böjstyvheten.



Figur 3.4: Bild från ANSYS Mechanical med de olika randvillkoren där (a) visar var randvillkoren är placerade, (b) hur randvillkoret "Remote Displacement" är definierat och (c) hur randvillkoret "Remote Displacement 2" är definierat.

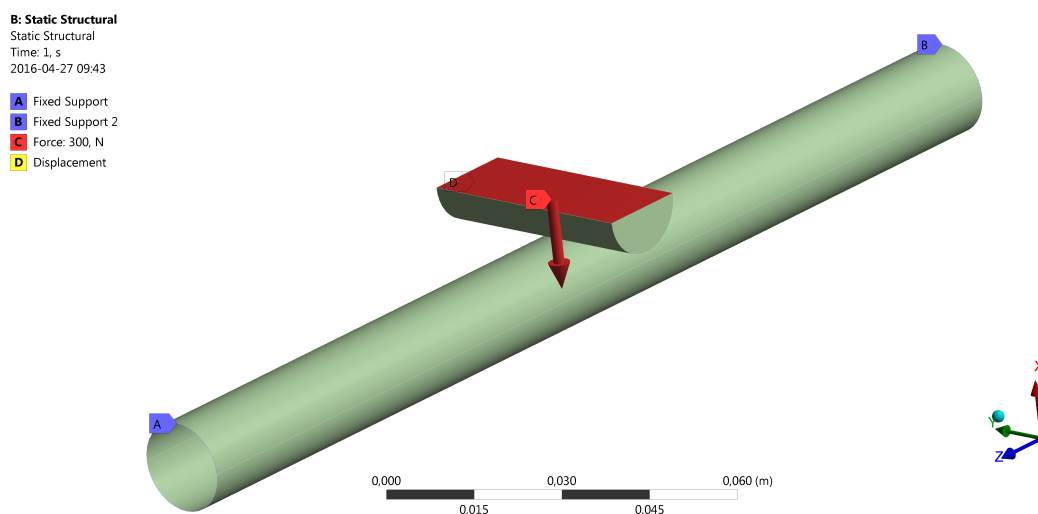


Figur 3.5: Måttangivelser på handtag samt truga, som visar hur vi förskjutit våra randvillkor i ANSYS Mechanical.

Slagtest

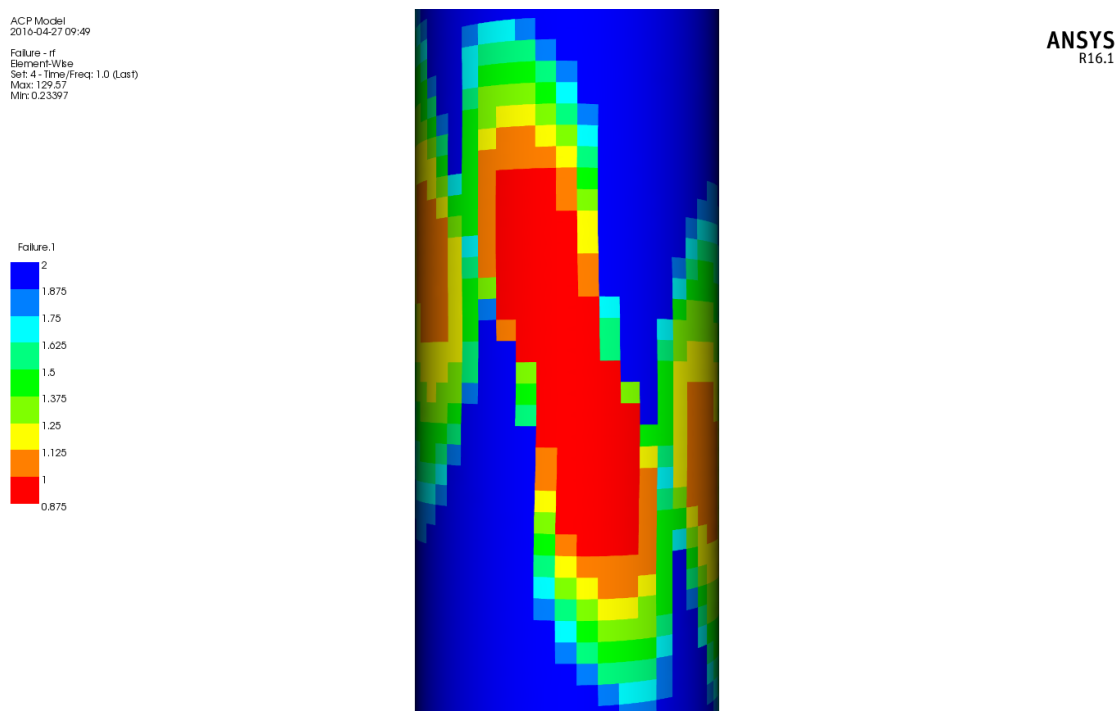
För att simulera ett slag i sidan på staven gjorde vi antaganden baserade på teorin, beskriven i teorikapitlet, om att slagtid och massa påverkar hur ett slag på kompositter kan modelleras. Då två stavar slår mot varandra blir kontaktytan liten. Vi antog att den tänkta kompositytan som utsätts för slaget också blir liten och man kan tänka sig att stavytan i ett litet område är platt med försumbar krökning. Massan av det lilla platta området har då mångfalt lägre massa än den inkommande slagkroppen, det vill säga $M/M_p \geq 2$. Dessa antaganden gjorde att vi kunde använda principen om att ett dynamiskt slag kan förenklas och ses som en kvasistatisk belastning.

För att modellera detta användes inte hela staven utan bara en bit då målet med detta numeriska test endast var att kunna jämföra olika lageruppläggningar och inte axiella geometrier. Biten som modellerades var 200 mm lång. För att skapa en slagkropp modellerade vi upp en halv och kompakt cylinder och la den med den rundade sidan mot stavbiten och belastade sedan den plana sidan, se figur 3.6.



Figur 3.6: Randvillkoren A och B i ändarna och belastning C för slagtestet på skidstaven i ANSYS Mechanical.

Slagtåligheten mättes sedan genom att notera vilken maximal kraft ett prov klarar av innan brott sker. Med ACP kan man se säkerhetsfaktorn, RF , som definierar marginalen mot brott. Belastningen multiplicerat med RF är lika med den kritiska belastningen. Detta betyder att om $RF \leq 1$, så sker brott. I ACP ges en grafisk bild av RF i olika områden av den belastade detaljen, se figur 3.7. Det som mättes var alltså den kritiska belastningen. Som nämns i teorikapitlet finns många typer av kriterier som försöker förklara brott och många av dessa kriterier kan användas i ACP. Vi valde att använda maxspänningskriteriet, maxtöjningskriteriet och Hashins kriterium, för att de två förstnämnda är grundläggande för många andra kriterier och Hashins kriterium tar i beaktande belastning i tvärriktningen.



Figur 3.7: Ett resultat från brottanalys i ACP efter slagmodellering i ANSYS Mechanical. Röd färg indikerar var brott sker.

3.2.2 Skapande av referensstav

Med hjälp av CATIA V5 och ANYS Mechanical skapade vi en referensmodell av Race 2.0; en referensstav. Referensstaven är uppbyggd utifrån de experimentella tester som gjorts på Skigos Race 2.0.

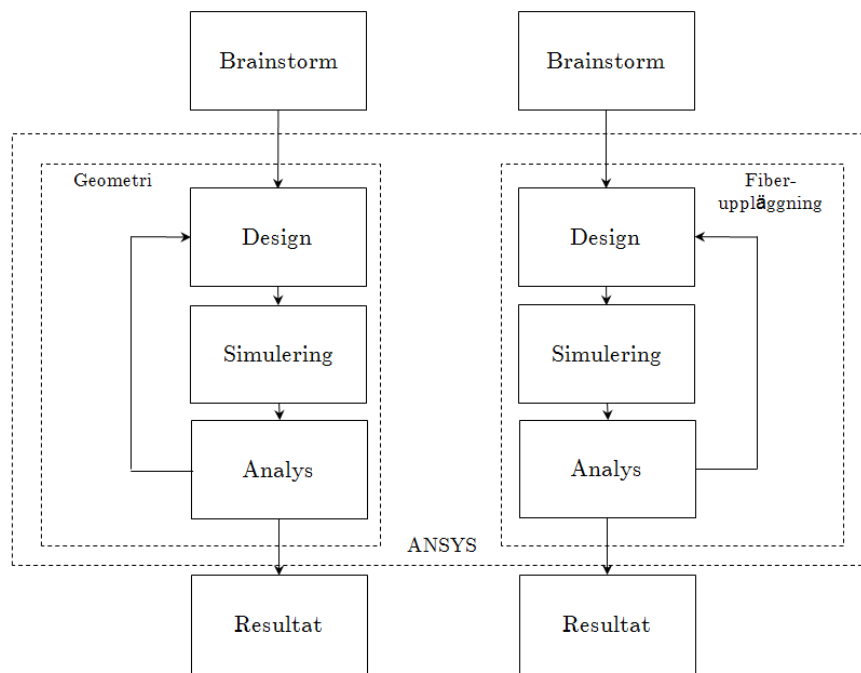
Utifrån Skigos information kring geometrin på Race 2.0 och egna mätningar skapades en CAD-modell, som till en början enbart bestod av ett skal utan någon materialdata. För att kunna applicera ett kompositmaterial på stavskalet fördes CAD-modellen över till ANSYS Mechanical och tillägget ACP. Med hjälp av den optiska mikroskopin hade vi tagit reda på skidstavens fiberuppläggning och med denna kunskap gav vi skalet dess godstjocklek och fiberuppläggning i ACP.

För att kunna bygga upp en referensmodell som efterliknade dagens stav behövdes flera olika materialdata. Från den termiska samt kemiska analysen fick vi viktfraktionen, men flera andra data var okända. Transversella och longitudinella elasticitetsmoduler, samt skjuvmodulen kan tas fram med hjälp av ekvationerna (2.3)-(2.10), men då krävs att man vet elasticitetsmodulen för fiber och matris samt Poissons tal och densiteten hos fiberkompositen. Vi hade inte all den informationen och saknade praktisk möjlighet att ta reda på alla parametrar. Detta problem kunde vi komma runt genom att använda vårt simulerade böjtest tillsammans med data från Skigos praktiska böjtest. Tanken var att förändra materialdatan för att få samma utböjning i vår datormodell som i Skigos böjtest vid samma belastning. Så genom en iterativ process där elasticitetsmodulerna och skjuvmodulen varierades enligt ekvationerna (2.3)-(2.10) och belastningen alltid var densamma från test till test, så genererade vi en referens som gav godtagbart lik respons som Skigos praktiska test. För att korta ner tiden för itereringen försökte vi finna så rimliga startgissningar som möjligt. Dessa gissningar gjordes utifrån tabulerad data [9].

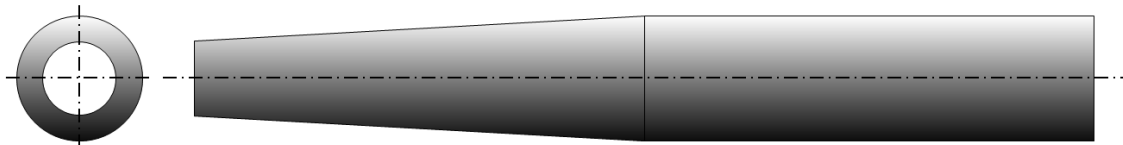
3.2.3 Analys av förbättringsförslag

Med referensstaven klar kunde en konceptgenerering av förbättringsförslag ta sin början. Inledningsvis identifierades de delar som skulle bli mål för möjlig förbättring. Övergripande är dessa delar: geometri, fiberuppläggning och materialval. Som man kan se i flödesschemat i figur 3.8, fokuserade vi huvudsakligen på geometri och fiberuppläggning. Då det befintliga kolfibermaterialvalet med största sannolikhet är av lägre kvalitet och därför lätt skulle kunna förbättras, genom att välja en fiber med till exempel bättre styvhet, la vi mest tid på att optimera de två mer komplexa delarna: geometri och fiberuppläggning. Dessa två delar bearbetades först parallellt. På så sätt fick vi lättare en förståelse för vad förändring av de olika parametrarna gav för effekt. De två olika bearbetningarna följde samma process, först brainstorming för att generera idéer att kunna jobba med, sen applicerades idéerna i ANSYS Mechanical och slutligen analyserades simuleringsresultaten. Efter detta kombinerades fiberuppläggningar med geometrier och materialval togs in i processen för att skapa helhetskoncept där styvhet, vikt och masströghetsmoment studerades.

Vad gäller förbättringsförslag för geometri bestämde vi oss för att studera två aspekter av geometrin: det axiella tvärsnittet och det radiella tvärsnittet, se figur 3.9. Dessa två undersöktes separat genom att simulera böjtest och slagtest i ANSYS Mechanical för först olika typer av axiella geometrier och sedan olika typer av radiella geometrier. I ANSYS Mechanical beräknade vi även massa för de olika geometrierna och i CATIA V5 beräknade vi masströghetsmomentet.



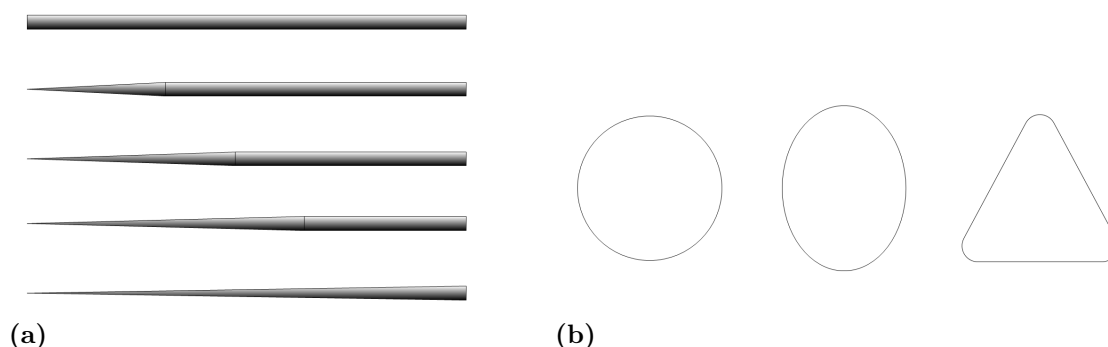
Figur 3.8: Flödesschema för arbetsprocessen för att analysera och generera förbättringsförslag med datorprogram.



Figur 3.9: Till vänster ett radiellt tvärsnitt och till höger ett axiellt tvärsnitt för en längdskidstav.

Den axiella geometrin betraktades kunna ha två extremfall. Det ena fallet betyder att hela staven är en cylinder med konstant diameter. Fall två innebär att staven konas hela vägen från topp till botten, det vill säga en konstant minskande diameter. Genom att förskjuta positionen där staven övergår från cylinder- till konformad kan de två extremfallen erhållas, samtidigt som ett kontinuerligt spann av geometrier däremellan, se figur 3.10a.

De olika typerna av radiella geometrier vi studerade var tre stycken. Den första var cirkulär, vilket vi antar är den vanligast förekommande typen i skidstavar. De två andra typerna var elliptisk och triangulär geometri, se 3.10b.



Figur 3.10: Konceptuell gestaltning av (a) axiella stavgeometrier med helt cylindrisk överst och helt konad underst samt (b) radiella stavgeometrier, cirkulär, elliptisk och triangulärt tvärsnitt.

Fiberuppläggningarna undersöktes också med hjälp av de simulerade böj- och slagtesten. Då den primära belastningsriktningen för en skidstav är axiell, längs med staven, så kommer denna riktning i fortsättningen kallas 0° -riktningen. Vidare blir då radiell riktning kallad 90° -riktningen. Fiberuppläggningar med enkom lager med fibrer i 0° -riktningen testades, men även fiberuppläggningar med flera lager i 45° -, -45° - eller 90° -riktningen testades också. Resultatet analyserades och styrkor samt svagheter med den testade fiberuppläggningsen noterades. Svagheter sorterades bort så gott det gick och styrkorna bevarades. För att inledningsvis kunna göra en relativ analys mellan de olika uppläggningarna lät vi alla alternativ ha samma godstjocklek, 1,04 mm. Godstjockleken var konstant genom hela staven. Antalet lager varierades mellan åtta och tio stycken och tjockleken för dessa enskilda lager var för enkelhets skull 0,065 mm eller 0,13 mm. Det vi var intresserade av var vilken uppläggningssekvens som gav störst slagtlighet.

3.3 Experimentell analys av förbättringsalternativ

Genom att analysera förbättringsförslagen kom vi fram till fyra olika fiberuppläggningar som skickades till tillverkning, och efter tillverkning utfördes ett praktiskt test på dem som liknar slagtestet från datorsimuleringen.

3.3.1 Tillverkning av stavprototyper

Efter att ha kommit fram till förbättringsförslag som ska tillverkas började vi leta efter ett företag som kunde hjälpa oss. Vi anlät slutligen JPC Composit, och de tillverkade 16 kompositstavar, med fyra olika fiberuppläggningar. De tillverkades genom tejplindning. Tillverkningen skedde i mindre skala, där våra stavprototyper tillverkades 150 mm långa, med en innerdiameter på 14 mm och godstjocklek på 1,5 mm, se figur 3.11.



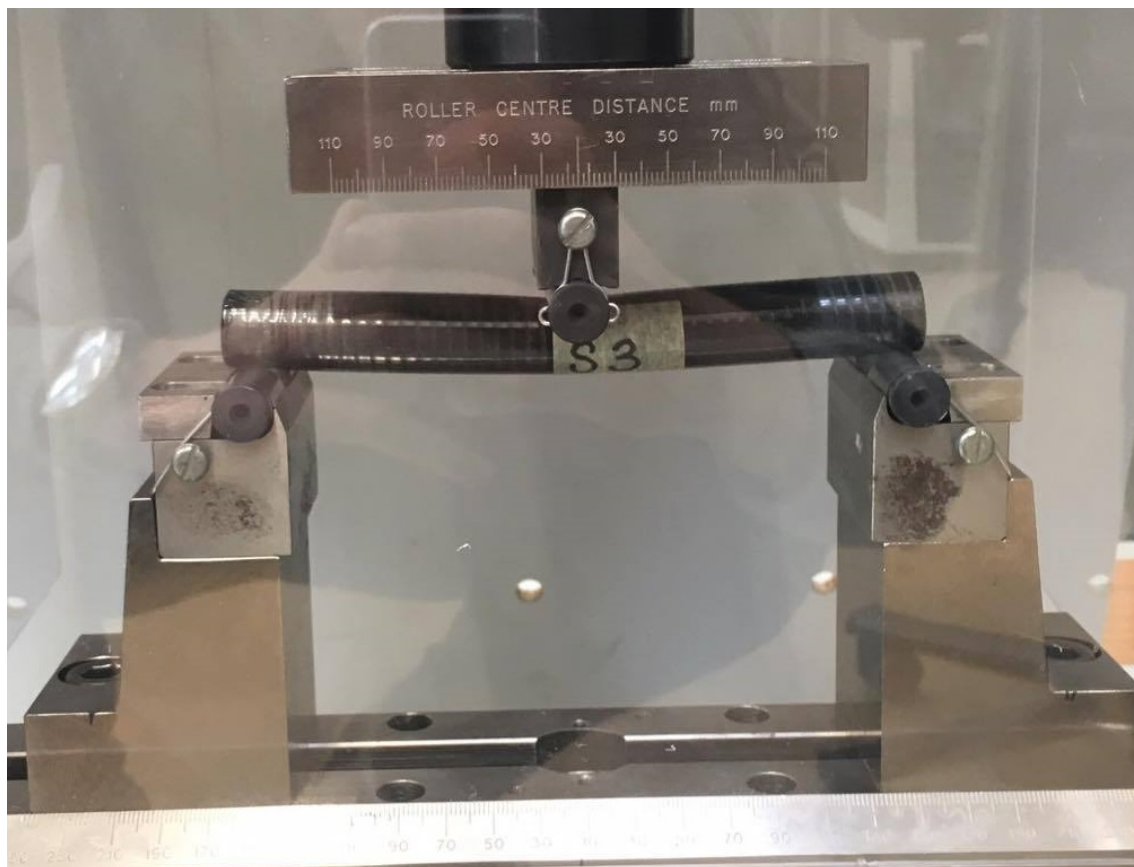
Figur 3.11: Fyra av de tillverkade stavprototyperna som användes i ett trepunkts böjtest.

3.3.2 Trepunkts böjtest av stavprototyper

För att kolla slagtlighet på de fyra stavar vi tillverkat gjordes ett trepunkts böjtest enligt *ASTM D7264 - Standard Test Method for Flexural Properties of Polymer Matrix Composite Materials* kombinerat med *ASTM D790 - Standard Test Methods for Flexural Properties of Unreinforced and Reinforced Plastics and Electrical Insulating Materials*. Metoderna går ut på att belasta en fritt upplagd stav med en punktlast mitt på staven, se figur 3.12. Anledningen till att de två metoder kombinerats är att det inte finns något standardmetod för trepunkts böjtest på cylindriska kolfiberkompositrör. Denna metod kan jämföras med det slagtest som gjordes i ANSYS Mechanical.

Genom en förutbestämd belastningshastighet på 1 mm/min belastas stavprototypen med en kraft på stavens mittpunkt, kraften mäts tillsammans med förskjutningen [20]. Genom att mäta dessa två faktorer samtidigt ges ett diagram på kraften som funktion av förskjutningen [21]. Sedan analyserades diagramen för att se vilka krafter som leder till brott samt för att se hur snabbt brott uppkommer.

Vi gjorde testet på fyra olika fiberuppläggningar, där varje fiberuppläggning testades tre gånger för att minska felmarginalen. Stavarna som användes var de stavar vi tillverkade som var 150 mm långa, med en innerdiameter på 14 mm och en godstjocklek på 1,5 mm och lades upp på upplag med ett centrumavstånd på 130 mm



Figur 3.12: Stavprototyp som utsätts för ett trepunkts böjtest i testrigg.

3.4 Konceptval

Med en referensstav och förbättringsförslag analyserade med såväl datoranalys som praktiska tester hade vi tillräckligt med data för att kunna starta en urvalsprocess. Vi använde Pugh-matriser, en metod för att på ett så objektivt och systematiskt sätt som möjligt välja den bästa av flera möjliga lösningar på ett problem, för att avgöra ett bästa förbättringsförslag för de tre kategorierna: axiell geometri, radiell geometri och fiberuppläggning. För de axiella geometrierna jämförde vi referensen och tre förbättringsförslag, de radiella jämfördes med referensen och två förbättringsförslag och för fiberuppläggningsen jämfördes referensen och sex förbättringsförslag. Varje Pugh-matris genererade en rangordning bland referens och förbättringsförslagen. Utifrån denna rangordning bestämde vi oss för ett slutgiltigt koncept som vi ansåg vara vår bästa lösning för att minska risken för stavbrott och samtidigt ha litet avkall på böjstyvhet, massa och masströghetsmoment gentemot referensstaven.

4

Resultat

Kapitlet presenterar hur vår skapade referensstav ser ut och är uppbyggd, hur förbättringsförslagen och referensen svarade mot de tester vi utsatte dem för samt hur de olika förbättringsförslagen stod sig gentemot varandra och referensen.

4.1 Referensstav

Efter experimentell och datorstödd analys har vi kommit fram till hur vår referensstav ser ut. Resultaten, som delas in i geometri, fiberuppläggning och material beskrivs nedan.

4.1.1 Geometri

Stavens axiella geometri erhöll vi från Skigo. Längden på själva fiberkompositröret för en 150 cm-stav är 1417 mm utan truga och handtag. 600 mm från stavspetsen börjar staven smalna av linjärt. Största ytterdiametern är 16 mm och minsta 7,8 mm. Godstjockleken har uppskattats till 0,98 mm, utifrån bilderna som togs fram genom mikroskopin. Vi såg även att godstjockleken inte är konstant genom hela staven, ungefär 60 mm från spetsen börjar den minska och är vid skidspetsen 0,4 mm. Observera att denna variation av godstjocklek inte har tagits någon hänsyn i skapandet av referensen. En ritning över staven finns att se i bilaga E.

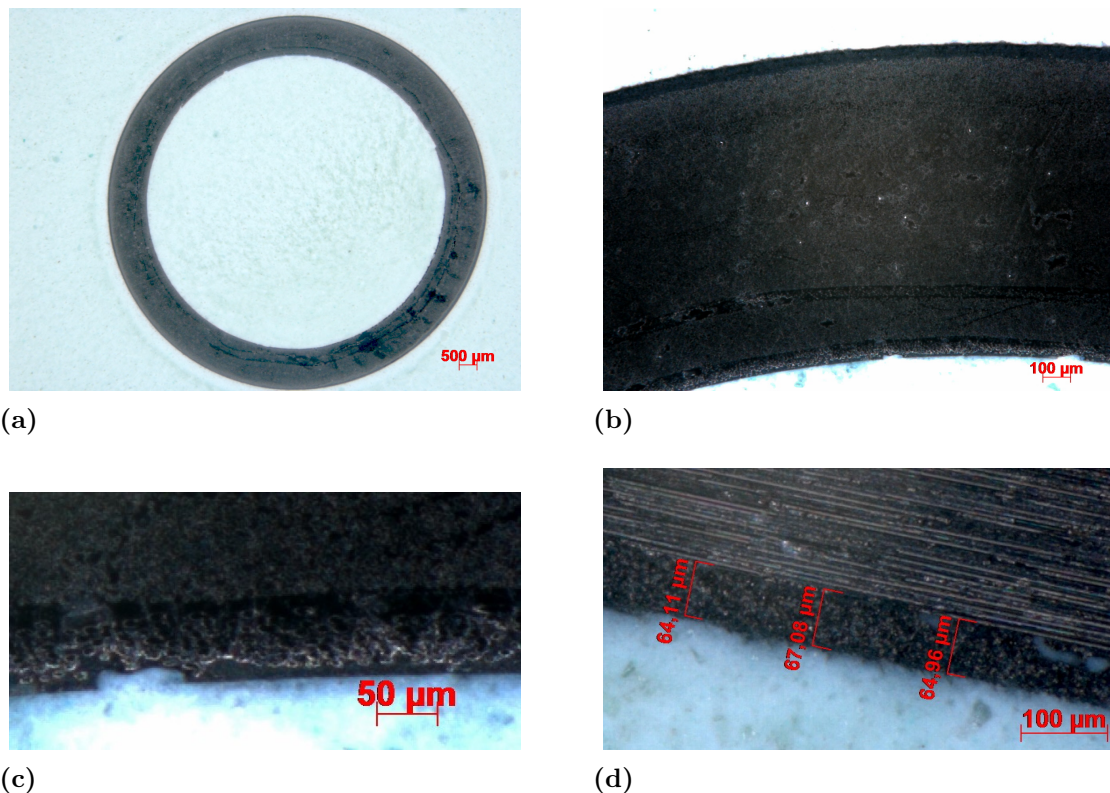
4.1.2 Fiberuppläggning

Med hjälp av den optiska mikroskopin kunde lageruppläggningsen identifieras. I figur 4.1 kan man se fyra tvärsnitt av Race 2.0 tagna med ett optiskt mikroskop. I figurerna (b), (c) och (d) ser vi att huvuddelen av fibrerna ligger i 0°-riktningen. Som prickar i (b) och (c) och som långa streck längs med staven i (d). Längst ner på bilderna, vilket motsvarar insidan av staven och ses bäst i (c), kan vi se antydning av ellipsformade prickar. Detta pekar mot att det inre lagret har fibrer i annan riktning än längs med staven eller vinkelrätt mot denna. På grund av att det i industrin framförallt används 0°, ± 45°- och 90°-riktningar kan man anta att det är fiber i 45°-riktningen. Att det främst är fiber i 0°-riktning och ett tunt lager innerst i 45°-riktning kan bekräftas av att i det radiella tvärsnittet (c) syns nästan bara prickar, fiber i 0°-riktningen, men längs innerranden syns ellipser, 45°-riktning. Att det innerst ligger fibrer i en annan riktning än 0° styrks också av att när stavarna sågades upp kunde fiber i ungefär 45°-riktning observeras enligt figur 4.2.

4. Resultat

Vi kunde också uppskatta hur tjocka lagren var genom att mäta i bilderna. Ett medeltal av avstånden togs och 0°-lagren bestämdes till ca 0,13 mm och det innersta 45°-lagret till 0,065 mm.

Ytterst identifierar vi även en tejp som kan ses överst i (b). Observera att denna tejp inte tagits någon hänsyn i skapandet av referensstaven. Tejpen mättes ha en tjocklek av cirka 54,5 μm . Lagren med fiber i 0°-riktningen uppskattades vara sju stycken och var för sig ha en tjocklek av 0,13 mm. Det innersta lagret i 45°-riktningen mättes till att ha en tjocklek på cirka 0,07 mm.



Figur 4.1: Bilder från optisk mikroskopi med (a) översikt, (b) radiellt tvärsnitt, (c) in-zoomat radiellt tvärsnitt och (d) axiellt tvärsnitt. De mörka områdena är skidstaven och det vita är ingjutningen. Fibrer syns som prickar och ovaler i (c) och som linjer i (d).



Figur 4.2: Sågad skidstavsbit där ett 45°-lager syns i form av fiber som ligger i vinkel mot stavens axiella riktning.

4.1.3 Material

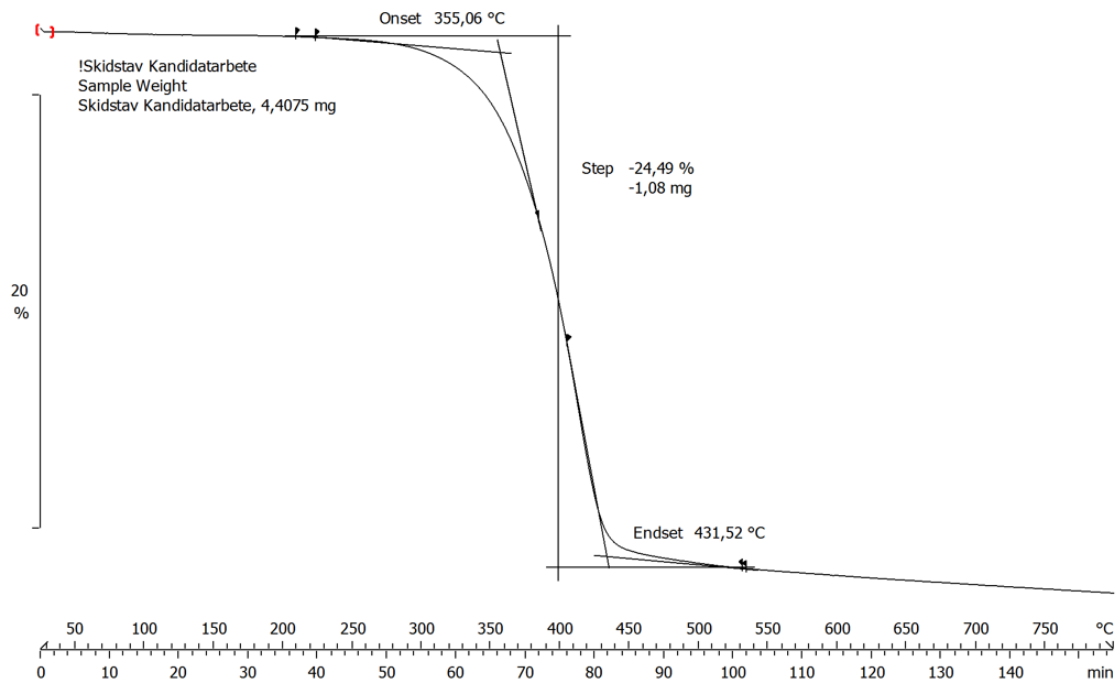
I tabell 4.1 presenteras den erhållna datan från den kemiska analysen prov för prov och i figur 4.3 kan man se en graf som visar hur massan varierade med temperatur och tid i den termiska analysen. Mellan 355°C och 430°C sjunker massan med 1,08 mg vilket motsvarar 24,49% . Med hjälp av typiska värden på densiteten för fiber och matris [9] kunde volymfraktionen beräknas enligt (2.1) och (2.2). Uppskattade densiteter och uträkningar kan studeras i bilaga A.

Vid den kemiska analysen noterades att proverna inte var totalt upplösta - ett sammanhängande band av fiber fanns kvar. Detta diskuteras i kapitel 5 men tros vara anledningen till att de olika metoderna gav olika resultat. I tabell 4.1 kan man också observera att den beräknade andelen fiber i den cylindriska delen är lite högre än i den konade delen.

Tabell 4.1: Resultat från kemisk analys med massa före, efter, skillnaden och resulterande massandel fiber.

	Före	Efter	Skillnad	Massandel Fiber
Prov	massa [g]	massa [g]	Δm [g]	[%]
1	1,0394	0,7789	0,2605	74,94
2	1,1866	0,9262	0,2604	78,05
3	1,0899	0,8501	0,2398	78,00
	Medelvärde cylindrisk del			77,00
4	0,9601	0,7338	0,2263	76,43
5	0,9184	0,7143	0,2041	77,78
6	0,912	0,7235	0,1885	79,33
	Medelvärde konformad del			77,85
	Medelvärde totalt			77,42

4. Resultat

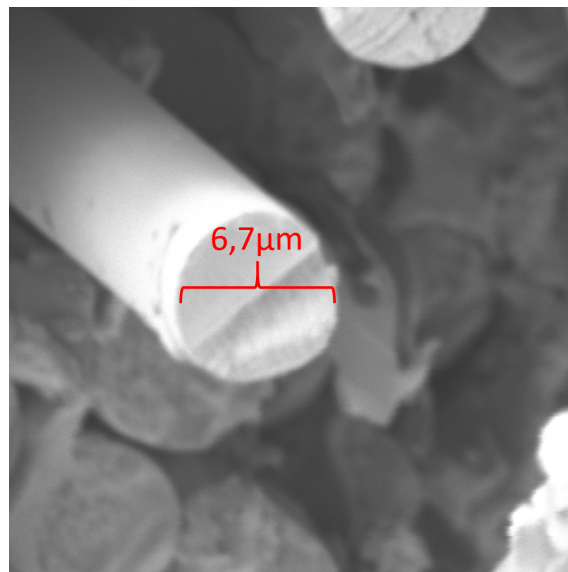


Figur 4.3: Resultat från termisk analys där vikten visas som en funktion av temperaturen mellan rumstemperatur och 800°C. Kring 400°C sjunker massan med 24,49%.

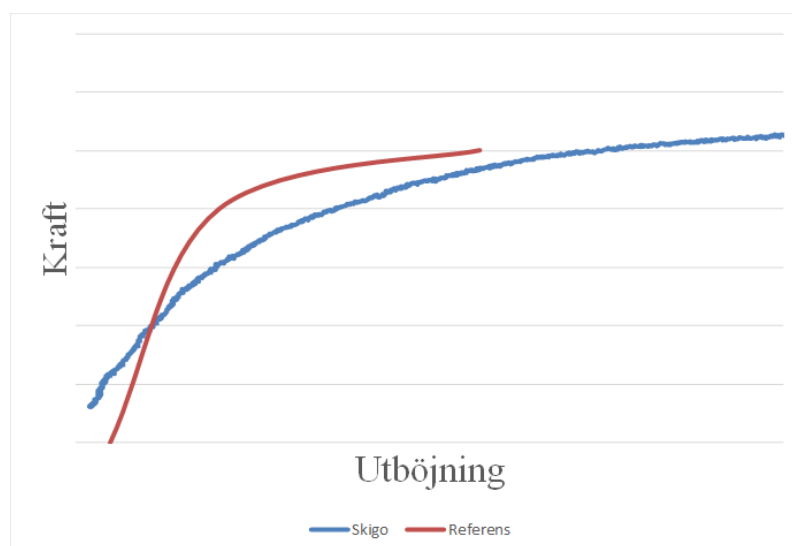
Tabell 4.2: Materialdata för referensstav.

Materialdata								
E_f	E_m	ρ_f	ρ_m	ν_f	ν_m	E_L	E_T	G_{LT}
199GPa	3GPa	1800kg/m ³	1300kg/m ³	0,25	0,32	137GPa	20GPa	5,6GPa

Fiberdiameter mättes med SEM-metoden till 6,7 μm , se figur 4.4, och övriga materialdata kom från datoranalysen, se tabell 4.2. Materialdatan som genererades med hjälp av datoranalysen räknades ut med ekvationerna (2.1)-(2.10), uträkningarna går att se i bilaga A. Uträkningarna utgick från en viktandel på 75%, värden från tabeller i Dambergs bok [9] och data från Skigos böjtest. 75% har valts då den termiska analysen ligger nära detta värde och om det dras ifrån 2 procentenheter från den kemiska analysen för den oupplösta delen så kommer även det resultatet nära 75%. I figur 4.5 går det att se hur utböjningen blir i vår simulering med referensen och framtaget material jämfört med datan vi fått från Skigo. I denna figur går det att se att vår referens är styvare än den verkliga staven, vilket betyder att det måste läggas på mer kraft på referensen för att få samma utböjning som den verkliga staven.



Figur 4.4: En enskild kolfiber fotograferad med SEM.



Figur 4.5: Beräknad utböjning med vår data jämfört med data från Skigos testrigg.

4.2 Datoranalys

Från CATIA V5 och ANSYS Mechanical har vi registrerat värden för hur referensen och förbättringsförslagen reagerar på böj- och slagtest samt vilken massa och vilket masströghetsmoment de har.

4.2.1 Axiell geometri

Nedan ses förklaring av de olika förbättringsförslagen som rör axiell geometri och en tabell för förbättringsförslagens prestanda, se tabell 4.3. De kriterier som vi har valt att analysera för den axiella geometrin är böjstyvhet, masströghetsmoment och vikt. Dessa kriterier har valts då de påverkas mycket av förändring i den axiella geometrin och är viktiga egenskaper för en längdskidstav. Slagtålighet har här inte tagits med då vi anser att variation av axiell geometri inte har lika markant inverkan på slagtåligheten.

Helkonad

Istället för som hos referensen där endast en bit av staven är konformad bygger detta förslag på att hela staven är konad. Största och minsta ytterdiametern är densamma som hos referensen.

Cylinder

Detta förbättringsförslag går ut på att inte ha någon konad del utan att staven är cylinderformad hela vägen. Diametern på cylindern är samma som referensens största diameter.

Inverterad referens

Förslaget som vi har valt att kalla inverterad referens går ut på att istället för att vara konad i 60 cm och då cylindrisk i 81,7 cm så är staven konad i 81,7 cm och cylindrisk i 60 cm. Den konade delen ligger fortfarande i den nedre delen av staven. Största och minsta ytterdiametern är densamma som hos referensen.

Tabell 4.3: Utböjning, masströghetsmoment och vikt för de axiella geometrierna.

Axiell geometri				
Kriterium	Referens	Helkonad	Cylinder	Inverterad ref
Utböjning 400N [mm]	6,5	33,7	3,1	32,3
Masströghetsmoment [kgm^2]	0,095	0,085	0,119	0,092
Vikt [g]	105,83	88,25	118,66	101,05

Som går att se i tabell 4.3 så är det endast cylinderformen som ger en bättre böjstyvhet mot referensen. Cylindern är däremot den enda av stavarna som ökar i vikt och tröghetsmoment. Den helkonade staven är den som har lägst vikt och masströghetsmoment vilket är positivt, däremot så har den sämre böjstyvhet vilket är negativt.

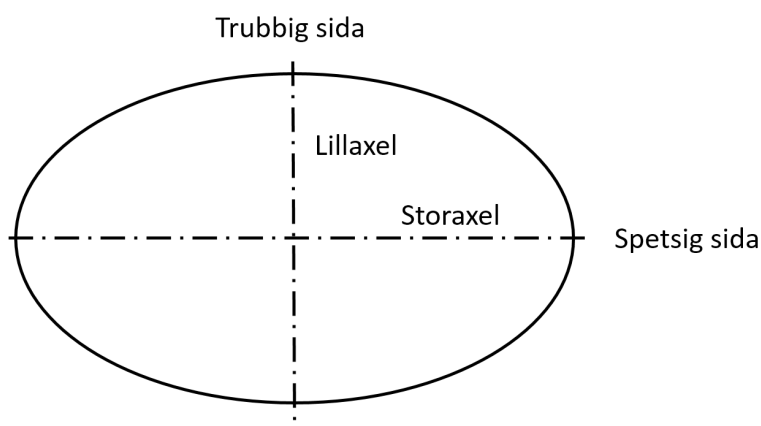
4.2.2 Radiell geometri

Nedan ses förklaring av de olika förbättringsförslagen som rör radiell geometri och tabeller för förbättringsförslagen som rör prestanda, se tabell 4.4. De kriterier som

har valts för den radiella geometrin är slagtlighet och böjstyvhet. För radiell till skillnad från axiell geometri har inte vikt och masströghetsmoment tagits med då dessa inte påverkas nämnvärt av radiell geometri. Anledningen till att det i vissa celler finns två värden, till exempel 53/52, är att responsen mättes i två olika riktningar.

Elliptisk

Geometrin är elliptisk. Stavens axiella form är i detta förbättringsförslag samma som referensen. Måtten på det elliptiska tvärsnittet har valts så att staven får samma omkrets som referensstaven. Måtten vid handtaget är 18 mm för storaxeln och 14 mm för lillaxeln. Vid stavspetsen följer samma proportioner, det vill säga 9 mm respektive 7 mm. Vidare kommer det elliptiska tvärsnittets sidor kallas trubbig och spetsig, se figur 4.6. Geometrins respons noterade för både spetsig och trubbig sida och detta redovisas i tabeller som (spetsig/trubbig).



Figur 4.6: Förklaring till vilken sida som är spetsig respektive trubbig för ellipsen samt var lillaxeln och storaxeln är placerade.

Triangulärt

Geometrin är formad som en liksidig triangel med rundade spetsar. Stavens axiella form är i detta förbättringsförslag samma som referensen. Tvärsnittets omkrets är densamma som i referensen. Vid handtaget är triangelns sida 16,5 mm lång och avrundningarna har radien 2,5 mm. Nere vid stavspetsen är triangelns sida 8,1 mm lång och avrundningen är av radie 1 mm. I tabell 4.4 finns resultatet från testerna på de radiella geometrierna. På samma sätt som för den elliptiska geometrin testades det triangulära tvärsnittet i två riktningar.

Tabell 4.4: Slagtlighet och utböjning för de radiella geometrierna.

Radiell geometri			
Kriterium	Referens	Ellips	Triangulär
Slagtlighet [N]	55	53/52	80/(N/A)
Utböjning 400N [mm]	6,5	1,9/16,3	(N/A)/(N/A)

I tabell 4.4 saknas värden där det istället står (N/A) vilket betyder att lösningarna inte har konvergerat och detta betyder att det inte finns någon exakt lösning vilket skapar osäkerhet kring hur staven kommer att reagera vid belastning. I resultaten går det att se att det endast är den spetsiga sidan på det elliptiska tvärsnittet som ger högre böjstyvhet än referensen. Slagtåligheten för den elliptiska geometrin är däremot ungefär samma som referensen, medan den triangulära har högre slagtålighet än referensen.

4.2.3 Fiberuppläggning

Förbättringsförslagen med avseende på fiberuppläggning som har tagits fram är sex stycken och återfinns i tabell 4.5 och 4.6. I tabell 4.7 ses fiberuppläggningsförslagets resultat från böjtest och slagtest. Dessa två kriterier har valts för att det är de vi anser är viktigast när fiberuppläggningsundersökningen undersöks.

Tabell 4.5: Fiberuppläggningsförslag 1-3 med riktning och lagertjocklek för varje lager.

Lager	Förslag 1		Förslag 2		Förslag 3	
	Riktning [°]	Tjocklek [mm]	Riktning [°]	Tjocklek [mm]	Riktning [°]	Tjocklek [mm]
Ytterst 1	0	0,13	0	0,13	0	0,13
2	0	0,13	0	0,13	0	0,13
3	0	0,13	45	0,13	-45	0,13
4	0	0,13	90	0,13	0	0,13
5	0	0,13	-45	0,13	0	0,13
6	0	0,13	0	0,13	45	0,13
7	0	0,13	0	0,13	0	0,13
8	0	0,13	0	0,13	0	0,13
9						
Innerst 10						
Tjocklek	1,04		1,04		1,04	

Tabell 4.6: Fiberupplägningsförslag 4-6 med riktning och lagertjocklek för varje lager.

Lager	Förslag 4		Förslag 5		Förslag 6	
	Riktning [°]	Tjocklek [mm]	Riktning [°]	Tjocklek [mm]	Riktning [°]	Tjocklek [mm]
Ytterst 1	45	0,065	0	0,13	45	0,065
2	-45	0,065	0	0,13	0	0,13
3	0	0,13	0	0,13	0	0,13
4	0	0,13	45	0,065	0	0,13
5	0	0,13	-45	0,065	-45	0,065
6	0	0,13	0	0,13	0	0,13
7	0	0,13	0	0,13	0	0,13
8	0	0,13	0	0,13	0	0,13
9	45	0,065	45	0,065	45	0,065
Innerst 10	-45	0,065	-45	0,065	-45	0,065
Tjocklek	1,04		1,04		1,04	

Tabell 4.7: Slagtålighet och böjstyvhet för referensstaven (Ref) och fiberupplägningsförslagen (F1-F6).

Fiberuppläggning							
Kriterium	Ref	F1	F2	F3	F4	F5	F6
Slagtålighet [N]	55	32	33	42	112	92	110
Utböjning 400N [mm]	6,5	5,9	31,3	11,3	11,3	10,0	10,6

I tabell 4.7 går det att se resultatet från testerna på de olika fiberuppläggningarna och från detta går det att se att alla utom F1 har sämre böjstyvhet än vad referensen har. En skillnad mellan referensen och de övriga förslagen är att alla förslagen är 0,06 mm tjockare än referensen. Slagtåligheten för F4, F5 och F6 ökar jämfört med referensen, medan den minskar för övriga. I bilaga B ses grafiska presentationer för säkerhetsfaktorn efter simulerade slagtest för de sex fiberupplägningsförslagen och referensstaven. I alla tester sker första brottet i yttersta lagret och brottkriteriet som uppfylls är Hashins kriterium.

4.2.4 Urval

Med datoranalysens resultat sammanställda genererades en rangordning för förbättringsförslagen med hjälp av Pugh-matriser, som ses nedan. Ett förslag kan få som bäst tre stycken "+" och som sämst tre stycken "-". Ingen viktning gjordes i tabell 4.8 som visar axiell geometri. I tabell 4.9 som visar radiell geometri viktades böjstyvheten högre än slagtålighet, då geometriförändringen avser att kompensera för de nya fiberuppläggningarnas sämre böjstyvhet. Pugh-matrisen för fiberuppläggningarna ses i tabell 4.10 där viktningen visar att fiberuppläggningens viktigaste uppgift är att öka slagtåligheten.

4. Resultat

I tabell 4.8 går det att se att för den axiella geometrin så är det referensgeometrin som får högst poäng och därför är det förslag som väljs. För den radiella geometrin i tabell 4.9 så är det ellipsen i spetsriktning som får högst poäng medan triangulärt tvärsnitt får lägst. För det triangulära är det data som saknas i resultatet då det ej konvergerar till en lösning och dessa har då fått tre stycken ”-” då detta anses vara väldigt negativt. Det förslag som blir valt till det slutgiltiga konceptet för den radiella geometrin är elliptiskt med spetsen i färdriktningen. För fiberuppläggningsen så skulle några förslag väljas ut för att tillverkas och efter tabell 4.10 togs förslag F1, F2 och F3 bort och de som blev kvar var de vi valde att tillverka.

Tabell 4.8: Pugh-matris för axiella geometrier med böjstyvhet och masströghetsmoment som lika viktade kriterier.

Axiell geometri					
Kriterium	Viktning	Referens	Helkonad	Cylinder	Inverterad ref
Böjstyvhet	1	0	- - -	+	- - -
Masströghetsmoment	1	0	++	- -	+
Summa		0	-1	-1	-2
Rangordning		1	2	2	3

Tabell 4.9: Pugh-matris för radiella geometrier med kriterierna slagtlåghet och böjstyvhet viktade 1:2.

Radiell geometri				
Kriterium	Viktning	Cirkulär	Ellips	Triangulär
Slagtlåghet	1	0	-	++/- - -
Böjstyvhet	2	0	++/- -	- - -
Summa		0	3/-5	-4/-9
Rangordning		2	1/4	3/5

Tabell 4.10: Pugh-matris för ett första urval av fiberuppläggning med kriterierna slagtlåghet och böjstyvhet viktade 2:1.

Fiberuppläggning								
Kriterium	Viktning	Ref	F1	F2	F3	F4	F5	F6
Slagtlåghet	2	0	- -	- -	-	+++	++	+++
Böjstyvhet	1	0	+	- - -	-	-	-	-
Summa		0	-3	-7	-3	5	5	5
Rangordning		2	3	4	3	1	1	1

4.3 Tillverkning av stavprototyper och praktiskt test av dem

Efter urvalet av tre olika fiberuppläggningsförslag, tillverkades fyra stycken 150 mm långa stavprototyper av var fiberuppläggning tillsammans med fyra stycken referensstavar. Fiberuppläggningsförslagen på referensstaven (Ref) samt fiberuppläggningsförslag 4-6 (F4-F6) syns i tabell 4.11 och 4.12. Resultatet från tillverkningen var att förbättringsförslag 4 (F4) hade en tunnare godstjocklek än övriga förbättringsalternativ, vilket innebar att testerna på denna prototyp var svåra att jämföra med de andra prototyperna.

Tabell 4.11: Tillverkade fiberuppläggningar för referensstaven och fiberuppläggningsförslag 4.

Lager	Ref		F4	
	Riktning [°]	Tjocklek [mm]	Riktning [°]	Tjocklek [mm]
Ytterst 1	0	0,15	45	0,15
2	0	0,15	-45	0,15
3	0	0,15	0	0,15
4	0	0,15	0	0,15
5	0	0,15	0	0,15
6	0	0,15	0	0,15
7	0	0,15	0	0,15
8	0	0,15	0	0,15
9	0	0,15	45	0,15
Innerst 10	-45	0,15	-45	0,15
Tjocklek	1,5		1,5	

Tabell 4.12: Tillverkade fiberuppläggningar för fiberuppläggningsförslag 5 och 6.

Lager	F5		F6	
	Riktning [°]	Tjocklek [mm]	Riktning [°]	Tjocklek [mm]
Ytterst 1	0	0,15	45	0,15
2	0	0,15	0	0,15
3	0	0,15	0	0,15
4	45	0,15	0	0,15
5	-45	0,15	-45	0,15
6	0	0,15	0	0,15
7	0	0,15	0	0,15
8	0	0,15	0	0,15
9	45	0,15	45	0,15
Innerst 10	-45	0,15	-45	0,15
Tjocklek	1,5		1,5	

Efter att tillverkningen av stavprototyperna var klar testades de praktiskt i ett trepunkts böjtest. Resultatet från detta test visade att referensstaven klarade en lägre maxkraft än fiberuppläggningsförslag 5 och 6, medan fiberuppläggningsförslag 4 klarade lägst kraft. På varje prototyp gjordes tre likadana tester, se bilaga C, och utifrån resultaten från de tre testerna beräknades ett medelvärde som redovisas i tabell 4.13. De olika resultat som redovisas är maximal kraft, utböjning vid den maximala kraften samt kraft vid en specifik utböjning. Kraften vid den specifika utböjningen mättes för att lätt kunna jämföra krafterna.

Resultatet från böjtestet redovisas även i ett diagram, med kraften som funktion av förskjutningen, se bilaga D, och en sammanställning av resultaten i figur 4.7. I sammanställningen syns skillnad i hur egenskaperna förändras efter att prototyperna nått sin maxkraft, där referensstaven (Ref) snabbt förlorar en stor del av sin kraft medan förbättringsalternativen, som har fler lager i 45°-riktningen behåller sin förmåga att ta emot kraft på ett annat sätt.

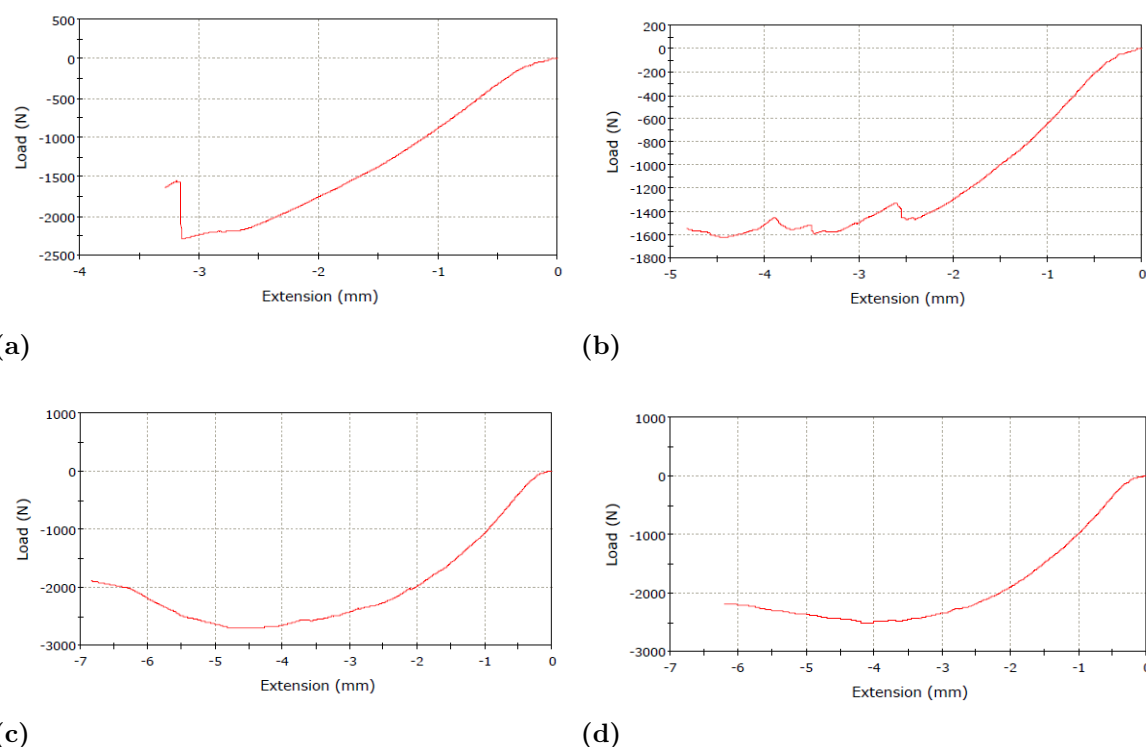
Tabell 4.13: Sammanställning av resultat från trepunkts böjtest.

	Ref	F4	F5	F6
Maxkraft [N]	2226	1645	2681	2463
Utböjning vid maxkraft [mm]	3,21	3,91	4,24	4,29
Utböjning vid belastning på 1000 N [mm]	1,12	1,42	0,97	1,1

Alla resultat från trepunkts böjtestet samt datoranalysen har sammanställts i en pugh-matris för att få fram det förslag som var bäst, se tabell 4.14. För att välja ett slutgiltigt koncept utifrån resultaten på förbättringsalternativen har vi använt oss av kriterierna; maxkraft från praktiskt test, slagtlighet från datoranalys och böjstyvhet från datoranalys. Viktningen som har valts är att slagtlighet från datoranalysen rankas högre än de andra två. Detta har valts då tillverkningen kan ha gett defekter och lagertjockleken kan variera mellan de olika tillverkade prototyperna, vilket gör att datoranalysen ses som ett säkrare kriterium. Pugh-matrisen visar att fiberuppläggningsförslag 6 är det förslag som vi rangordnar högst. Den visar även att fiberuppläggningsförslag 4 var det enda förslag som hade en lägre maxkraft än referensen. Alla fiberuppläggningsförslagen har lägre böjstyvhet och högre slagtlighet än referensen.

Tabell 4.14: Pugh-matris för de tillverkade stavprototyperna med olika fiberuppläggning med kriterierna maxkraft, slagtlighet och böjstyvhet viktade 1:2:1.

Fiberuppläggning för prototyper					
Kriterium	Viktning	Ref	F4	F5	F6
Maxkraft	1	0	- -	++	+
Slagtlighet datoranalys	2	0	+++	++	+++
Böjstyvhet datoranalys	1	0	-	-	-
Summa		0	3	5	6
Rangordning		4	3	2	1



Figur 4.7: Kraft som funktion av förskjutningen från trepunkts böjtest (a) referensstav, (b) fiberupplägningsförslag 4, (c) fiberupplägningsförslag 5, (d) fiberupplägningsförslag 6.

4.4 Slutgiltigt koncept

Utifrån Pugh-matriserna har ett slutligt koncept för en hel stav tagits fram, och hur den står sig mot referensen ses i tabell 4.16. Observera att data i tabell 4.16 är från ANSYS Mechanical och CATIA V5. Konceptet har en axiell geometri som är densamma som för referensen, den radiella geometrin är elliptisk och fiberuppläggningen följer fiberupplägningsförslag 6, se tabell 4.15. Ritning för det slutgiltiga konceptet finns i bilaga E

Tabell 4.15: Fiberuppläggning för slutgiltigt koncept med riktning och tjocklek för varje individuellt lager.

Lager	Slutgiltigt koncept	
	Riktning [°]	Tjocklek [mm]
Ytterst 1	45	0,07
2	0	0,12
3	0	0,12
4	0	0,12
5	-45	0,07
6	0	0,12
7	0	0,12
8	0	0,12
9	45	0,07
Innerst 10	-45	0,07
Tjocklek	1,00	

Tabell 4.16: Jämförelse av prestanda mellan datormodellerade referensstaven och datormodellerade slutgiltiga konceptet.

Slutgiltigt koncept och referens			
Kriterium	Referens	Slutgiltigt koncept	% av referensens prestanda
Utböjning [mm]	6,5	2,6	40
Slagtålighet [N]	55	99/102	180/185
Masströghetsmoment [kgm^2]	0,095	0,096	101
Vikt [g]	106,83	108,78	102

5

Diskussion

Nedan kommer arbetets resultat, tillvägagångssätt och osäkerhet diskuteras. Inledningsvis behandlas hur arbetets inriktning har förändrats och sedan resoneras vi kring metoderna och deras resultat. Vi diskuterar slutligen arbetets slutgiltiga koncept och vidareutveckling av detta.

5.1 Arbetets inriktning

Följande text beskriver hur och varför arbetets inriktning har förändrats från den initiala till den slutgiltiga. Övergripande kan sägas att informationsbrist gjorde att arbetets omfattning förändrades.

Ursprungligen var målet med arbetet att skapa ett koncept för en skidstav med minskad risk för brott. Under arbetets gång har detta mål omvandlats till att skapa ett koncept för en skidstav som är mer slagtålig. "Minskad risk för brott" är en mycket vidare formulering än vad "slagtålig" är. Anledningen till denna förändring var att vi ursprungligen trodde att vi skulle få materialdata för Race 2.0 av Skigo. Dock uteblev denna information, vilket resulterade i att arbetet fick ta en annan riktning då tidsbrist annars hade blivit ett problem.

I riskanalysen i vår planeringsrapport [22] hade vi förutsett att risken för ofullständig data kring staven var stor. Vi hade dock inte räknat med att Skigo varken kunde ge någon som helst information om vare sig materialdata eller fiberuppläggning. Konsekvensen blev att vi var tvungna att undersöka den befintliga staven grundligt. Den tid som gick åt till att bestämma vilka experimentella tester som skulle användas och att sedan utföra dessa och slutligen analysera testernas resultat hade vi ursprungligen velat utnyttja till att studera olika typer av brott på skidstavar. Som nämndes tidigare begränsade vi arbetets omfång, vilket betydde att vi istället, utifrån resonemang inom gruppen, kom fram till på vilket sätt en stav möjligt kan belastas så brott uppstår. Detta betyder att vi inte har gjort någon studie på hur och var stavbrott i realiteten sker.

Vidare hade vi även planerat att avgränsa arbetet efter de tillverkningsmetoder som Skigo använder. Information hur tillverkning metoderna ser ut uteblev och vi bortsåg då från den avgränsningen.

5.2 Inledande undersökande laborationer

I avsnittet nedan diskuteras de laborativa metoder och resultat som inledningsvis användes för att undersöka vilken fiberuppläggning och fiberfraktion Skigos stav Race 2.0 hade. Sammanfattningsvis kan det konstateras att de metoder som användes gav resultat som alla pekar i samma riktning. Med tanke på den statistiska säkerhet som finns kan resultaten anses ge en bra bild av stavens uppbyggnad och egenskaper.

När bilderna från det optiska mikroskopet skulle analyseras började vi titta på det radiella tvärsnittet, till exempel 4.1 (b). På grund av att fibrerna nästan enkom låg i 0°-riktningen var det väldigt svårt att urskilja några fibrer alls. När sedan det axiella tvärsnittet studerades 4.1 (b) blev det dock tydligare att metoden fungerade eftersom vi kunde se långa streck, vilket borde vara kolfibrer.

Vi hade vid uppsågningsen av staven observerat att det verkade finnas fibrer i ett 45°-lager innerst i staven vilket gjorde att vi fokuserade på att bekräfta detta i mikroskopet. Detta var dock inte helt lätt eftersom mikroskopet hade en begränsad upplösning samtidigt som ytan på provet visade tecken på skador. Skadorna syntes i form av långa urgröpningsar tvärs över tvärsnitte, som kan ha kommit från när staven sågades upp eller när proven polerades, men det kan också ha funnits där sedan tidigare. Dessutom visade bilderna att provytorna hade en mängd porer. Dessa syns som mörka partier i figur 4.1 (b). Skador och en mängd porer har en negativ påverkan på stavens egenskaper och gör att staven lättare kan gå sönder. Om vår kunskap kring sågning och polering av kolfibermaterial hade varit djupare hade vi redan idag kunnat avgöra hurvida det var vi som åsamkade proven dessa skador eller om de fanns där sedan tidigare.

På grund av att det var svårt att urskilja de enskilda fibrerna var det också problematiskt att se skillnad på lager med samma orientering vilka låg bredvid varandra. Vi kunde dock urskilja mörkare partier med samma krökning som stavens in- och utsida vilket vi antog var gränsen mellan lagerna. Sju gånger tjockleken för ett lager sammanföll med tjockleken vi med mikroskop mätte att 0°-lagerna i staven hade tillsammans. Detta ger oss en viss säkerhet om att tjockleken är korrekt. Eftersom optiskt mikroskop är relativt lätthanterligt att använda samt att vi har fått hjälp av mer erfarna personer att använda instrumentet och tolka resultaten kändes det säkert att utgå från resultaten kring fiberuppläggning och lagertjocklek när vi jobbade vidare.

Fibertjockleken mättes med en avancerad metod som ändå ger enkla resultat. Det finns osäkerheter i resultatet i och med att ett äldre instrument användes, men resultatet är rimligt när det jämförs med kända fiberdiametrar. Det mikroskop vi använde hade en äldre dator kopplad till sig utan möjlighet att mäta fibertjockleken digitalt. Istället fick vi skriva ut en bild på fibrerna, i en känd skala. Genom att sedan mäta fiberns diameter med linjal, kunde diameter med hjälp av skalan beräknas. Dessutom har bilden ett visst djup vilket gör att det är svårt att veta på

vilket djup skalan gäller eller tvärtom på vilket djup detaljen ligger. Dessutom var fiberns ändyta inte helt vinkelrät mot "kameran", se figur 4.4. Detta gör att fibern uppskattas ha diametern $7\ \mu\text{m}$ vilket sammanfaller väl med till exempel diametern på Torays kolfiber T700 [23] som är en populär fiber använd inom många områden. Men T700 är en äldre produkt och det finns idag bättre fibrer med bland annat högre brottgräns såsom Torays T1000 [24]. Dessa fibrer har en mindre diameter, till exempel T1000 har en diameter på $5\ \mu\text{m}$ vilket vi skulle ha sett i SEM.

Massfraktionen bestämdes med hjälp av två metoder som oberoende av varandra gav väldigt lika resultat. Eftersom vi själva gjorde alla steg i den kemiska analysen och ingen av oss är vana vid laboratoriemiljö finns det en större osäkerhet här än i den termiska. Detta vägdes upp med att ett större antal prov undersöktes och ett medelvärde beräknades. Dessutom handledes vi av en person med mycket erfarenhet. När proverna togs upp ur saltpeterssyran satt en del fibrer fortfarande ihop som ett band vilket nämdes i resultatet, avsnitt 4.1.3. Detta tror vi är ett tecken på att allt matrismaterial inte har lösts upp. Då finns en del av matrismaterialet fortfarande kvar på fibrerna och det vi väger kommer att ha högre massa än fibrerna har och därmed en högre massfraktion. Detta styrks av att den termiska analysen gav en lägre andel fiber än den kemiska.

Den termiska analysens tillvägagångssätt har vi däremot inte lika stor insikt i. Ett prov lämnades för analys och vi fick tillbaka resultatet. Enligt den metod vi använde bestod provet för den termiska analysen av stoft från sågspån som tillkommit då vi sågat staven. Det finns där en osäkerhet att det stoft vi använde har exakt samma fördelning fiber och matris som staven i sin helhet. Detta tror vi dock är osannolikt eftersom sågspån från många olika delar av en skidstav samlades in. Själva metoden (TGA) är till stor del automatiserad och har en noggrannhet på 0,01% vilket gör att om provet är representativt för staven har vi också ett väldigt exakt resultat. Vi har dock bara analyserat ett prov vilket i sig innebär en större osäkerhet. Dessutom säger TGA-analysen bara att det i temperaturintervallet 350°C till 430°C försvinner 24,5 mg, se avsnitt 4.1.3. Huruvida detta är matrismaterialet i staven vet vi inte men det bedöms högst sannolikt att en epoxi skulle brinna upp redan under 800°C vilket innebär att det är just det som har hänt mellan 350°C och 430°C . Sammantaget har vi från två individuella metoder fått två resultat som ligger mycket nära varandra.

Det finns fler egenskaper och parametrar som kan studeras i en kolfiberkomposit men vi begränsade oss till fiberuppläggning och volymfraktion. Fiberuppläggningsen valdes eftersom det är en egenskap som vi var intresserade av att förändra och volymfraktionen eftersom detta gav förutsättningar att uppskatta många andra egenskaper för skidstaven. Vi har inte studerat fibrerna och matrismaterialets individuella egenskaper eftersom vi bedömde att det inte rymdes i arbetet om vi skulle behålla dess ursprungliga riktning.

5.3 Datoranalys

Följande avsnitt kommer att behandla diskussionen kring de simuleringar som har utförts och hur väl dessa återspeglar verkligheten. Det vi har konstaterat är att de simuleringar vi gör inte helt återspeglar verkligheten, men då vi gör relativa jämförelser kan vi dra slutsatser om inbördes rangordningen mellan referens och förslag.

Vi hade kunnat nyttja tiden som vi la på simuleringar effektivare. ANSYS Mechanical är inte ett datorprogram som vi är utbildade i vilket gjorde att det tog tid för oss att få alla simuleringar korrekta. För att skapa simuleringarna så har vi testat oss fram och lärt under tiden. Ytterligare en anledning till att det tog tid att skapa simuleringarna var att vi angrep problemen på ett för avancerat sätt vilket gjorde att vi fick börja om ett antal gånger. Inläring av ett nytt program tar tid. Tid som möjligen hade kunnat fokuseras på andra aspekter av arbetet.

Utböjningen för det verkliga böjtestet av Race 2.0 är större än vad vi lyckats åstadkomma för referensstaven i ANSYS Mechanical. Detta beror förmodligen på de förenklingar vi gjort i simuleringarna. Rätt randvillkor är något som är väldigt avgörande för resultatet. Att formulera rätt randvillkor för böjtestet har varit förenat med en del osäkerhet. Hur randvillkoren vid ändarna av staven ser ut var tydligt då det är väl dokumenterat hur testet utförs. Att tillämpa dessa randvillkor krävde däremot en del arbete för att göras rätt. Det som medfört störst osäkerhet är placering av angreppspunkten för kraften i böjtestet. Att den simulerade kraften eventuellt inte ligger rätt placerad skapar osäkerhet kring om testet till fullo återspeglar den verkliga belastningen. Däremot anser vi att kraften har en godtagbar placering. Ytterligare en anledning till att den simulerade utböjningen inte blir lika stor som i verkligheten är att vi bortsett från den varierande godstjockleken. Skapandet av en modell med ojämn godstjocklek är betydligt mer komplicerat än jämn godstjocklek. Med mer material i referensen blir denna styvare än Race 2.0. Hur som helst är simuleringarna inte avsedd att ge exakta värden för verkliga böjstyvheter, utan då vi gör relativa jämförelser så får vi genom detta test ett mått på den relativa böjstyvheten. Materialet för staven som har använts i datoranalysen är även det en felkälla som gör det svårt att jämföra simuleringen med det verkliga böjtestet. Sättet som vi har genererat materialet på är inte helt optimalt och gör att materialet förmodligen inte stämmer helt överens med verkligheten vilket gör att resultaten i sin tur inte heller överensstämmer med verkligheten. Ett sätt som vi hade kunnat använda för att generera mer exakt materialdata hade varit att utföra ett praktiskt dragtest. Ett praktiskt dragtest hade däremot inte varit helt enkelt att utföra då proverna som brukar användas är solida cylindrar och det enda materialet vi har att tillgå är en rund ihållig stav.

På samma sätt som för böjtestet uppkommer osäkerhet kring hur realistiskt slagtestet egentligen är på grund av de förenklingar vi gjort. Olikt böjtestet har slagtestet ingen förebild. Detta gör att hela testets relevans kan ifrågasättas, men vi påstår att testet visar den relativa slagståligheten då alla förslag och referensen utsatts för samma test. Vidare har testerna varit statiska belastningar som enligt teorin, se

avsnitt 2.5, kan representera ett dynamiskt slag. Detta genererar också en osäkerhet då risken finns att teorin inte är tillämpbar på cylindrar. Även här lutar vi oss mot det faktum att testerna är till för jämförelse och inte att exakt beskriva verkligheten. För att korta ner simuleringstiden har vi valt att använda en del av en stav istället för en hel. Då vi antar att påverkan från slagen i verkligheten är koncentrerade i det området där slaget sker och inte påverkar resterande stav känner vi att det är motiverat att endast använda en kort bit. Randvillkoren vi har använt för slagtestet är att de båda kanterna på rörbiten är fast infästa i de båda kanterna. Dessa randvillkor har vi använt för att vi enligt ovan antar att påverkan av slaget är koncentrerat till slagytan så att infästningen inte påverkar resultatet och utböjningen är liten. Ännu en osäkerhet är att vi inte vet vilken kraft som ett eventuellt slag sker med under skidtävlingar. Därför är det möjligt att maximala kraften exempelvis är 80 N och då är det onödigt med en skidstav som klarar 100 N. Slagtestet riskerar alltså att i förlängningen generera ett koncept som är överdimensionerat, men då arbetets syfte är att öka slagttåligheten tycker vi att det är en godtagbar risk.

I resultatet för fiberuppläggningarna kan se att ett 45° -lager och ett -45° -lager inerst ger markant ökning av slagttåligheten. Dessutom är ett 45° -lager ytterst också viktigt för att öka slagttåligheten i just det yttersta lagret som utsätts för mest påfrestning. Datoranalysen visar att det är det yttersta lagret som det sker brott i först.

5.4 Praktiskt test av prototyper

Detta avsnitt förklarar vår tillverkning av prototypstavar och resultatet från trepunkts böjtestet av dem. Komplikationer som uppstått diskuteras, resultat tolkas och vad som kunnat göras för att optimera resultatet av testerna analyseras.

För att testa resultaten från datoranalysen i ett praktiskt test tillverkades prototyper av de förbättringsalternativ som vi tagit fram samt referensstaven. Metoden som användes för att tillverka dem var tejplindning. Detta är antagligen inte den metod som Skigo använt, vilket gör att tillverkningen av våra prototyper inte helt efterliknar Skigos stavar. Trots det är resultatet från testerna relevant då vi gjort relativa tester, där vi jämför resultatet från böjtestet av de olika fiberuppläggningarna med varandra. Nackdelen med tejplindning som tillverkningsmetod är att det är komplicerat att lägga kompositlager som ligger i 45° -riktningen. Tillverkaren av våra stavar hade problem med detta men uppgav senare att de löst problemet. Det finns därför en osäkerhet kring resultatet av testerna då vi inte kunnat bekräfta hur nära 45° -riktningen våra lager ligger.

Böjtestet vi utförde på förbättringsförslag 4 nådde inte alls upp till de resultat gällande maximal kraft eller utböjning som vi förväntat. Anledningen till detta var förmodligen att godstjockleken på det förbättringsförslaget blivit tunnare jämfört med de andra stavprototyperna. Vi kunde med blotta ögat se att det inte hade samma tjocklek som övriga tillverkade alternativ. Inom arbetets gränser har vi inte

hunnit studera vad som orsakat att förbättringsalternativ 4 blivit tunnare eller hur det påverkat utfallet av böjtestet. Troligen är det ett tillverkningsfel och därför är resultatet inte helt trovärdigt. På övriga prover kunde vi inte se någon skillnad i godstjocklek, och det går därför bra att dra slutsatser från de resultaten.

Ytterligare ett bekymmer med resultatet från det praktiska testet är att metoden vi följde var framtagen för rektangulära tvärsnitt. Metod för tester på cirkulära tvärsnitt av kompositmaterial som är beprövade finns ännu inte. Detta gav inget problem i själva utförandet av laborationen, men försvårade analysen av resultatet. Det gick inte att använda de ekvationer som är praxis i samband med metoden eftersom tvärsnittet vi använt inte var rektangulärt. Därför har ingen böjstyvhets beräknats, utan vi har jämfört resultaten av dess maximala kraft samt utböjning vid specifik kraft från de praktiska testen relativt varandra.

Då resultatet från förbättringsalternativ 4 inte var pålitligt valde vi istället att koncentrera oss på resultatet från förbättringsalternativ 5 och 6. Där syns att de klarar en högre maxkraft än referensstaven och att de vid referensstavens maximala utböjning klarar en högre kraft än den referensstaven hade. Ur diagrammen över kraft som en funktion av förskjutningen kan man också se att alla förbättringsalternativ behåller sina egenskaper efter att ha nått sin maximala kraft, medan referensstaven förlorar en stor del av sin förmåga att ta upp krafter efter brott, se figur 4.7. Detta innebär att även om staven utsätts för ett skadande slag så kommer mer av dess egenskaper bestå för förbättringsalternativ 5 och 6 än för referensstaven. Det leder till att en åkare som kör med något av förbättringsalternativen som stav och får ett skadande slag ändå kan fortsätta åka utan att staven går av.

Detta böjtest visar hur staven reagerar på en kraft som sakta ökar över en lång tid. I verkligheten sker ett skadande slag på en stav under en kort tid, och med en hög kraft. Relevansen från dessa tester kan därför ifrågasättas, och fler tester hade helst behövt göras för att kunna dra helt korrekta slutsatser, men som vi nämnt i teorin, kan ett dynamiskt slag kan omvandlas till ett statiskt lastfall, och därför kan vi använda resultatet från böjtestet. Det var tänkt att vi även skulle utföra ett radiellt trycktest, men då tillverkningen inte blev klar som planerat hann vi inte utföra det. Ett radiellt trycktest hade gett en bättre bild av slagtoligheten då kompositlagren hade tryckts ihop och inte utsatts för böjning. Det hade även varit bra att göra ett rent slagtest för att testa slagsegheten. Trots att varken ett radiellt trycktest eller slagtest utförts syns det genom maxkraft och diagram att slagtoligheten ökar på våra fiberupplägningsförslag.

5.5 Slutgiltigt koncept

I nedanstående avsnitt kommer det slutgiltiga konceptet på skidstav och hur detta valdes att diskuteras. Det som skapar högst osäkerhet i det slutgiltiga konceptet är geometrin och då framförallt böjstyvhetsen då staven böjs ut i riktningen av ellipsens trubbiga sida, se figur 4.6, och detta borde undersökas vidare.

För att välja ett koncept så har vi använt Pugh-matriser som urvalsmetod, där kriterier viktas. Viktningen har gjorts utifrån vad vi ansett lämpligt vilket således speglar resultat. Vi har i viktningarna försökt vara tydliga och motiverat dem, men det skulle troligen gå att hitta andra argument än dem vi använt. Anledningen till att vi använde oss av Pugh-matriser är att resultatet är enkelt att utvärdera.

I det slutgiltiga konceptet har vi en radiell geometri som är elliptisk, då det är den geometrin som ger högst böjstyvhet. Det är dock enbart i den spetsiga sidan som böjstyvheten ökar, i den trubbiga sidan sjunker böjstyvheten. En skidåkare använder främst kraften i åkriktningen, och det ser i ANSYS ut som att den elliptiska geometrin ger en styvare känsla. Detta är dock inte testat rent praktiskt då vi inte kunnat tillverka prototypstaven med olika geometrier. För att undersöka hur den elliptiska staven påverkar böjstyvheten hade det varit fördelaktigt att göra ett test i fullskala. Vikten och masströghetsmomenten ökar med 2% respektive 1% då formen ändras till elliptisk, men det är en så liten ökning att vi anser den försumbar. Genom att optimera den elliptiska geometrin skulle denna procentuella ökning troligen kunna elimineras.

Utöver att den radiella geometrin görs elliptisk förändrar vi fiberuppläggningsen. Den elliptiska staven klarar då slag nästan lika bra på bägge sidor och ger en ökning i slagåtlighet på ca 80% jämfört med den ursprungliga referensstaven. Genom att kombinera en förändring på den radiella geometrin samt att ändra fiberuppläggningsen fås således ett koncept som klarar slag betydligt bättre men som fortfarande är lika styv som innan.

En förbättringsmöjlighet vi inte har undersökt är att byta ut dagens kolfibermaterial, till ett kolfibermaterial med en annan fiber. Orsaken till att detta inte gjorts är att det saknades mycket information om dagens material, vilket gjorde det svårt att veta vilka egenskaper som kunde förbättras genom att byta fiber. Att undersöka alternativa material skulle vara intressant och om ett styvare material skulle väljas skulle det vara ett sätt att kompensera för minskningen av antalet 0°-lager.

5.6 Vidareutveckling

Även om vi har kommit fram till ett koncept för en slagåtligare skidstav är det endast ett koncept och det finns en rad olika områden där vidareutveckling, vidare optimering och studier är önskvärda.

Som nämnades i avsnitt 5.1 hade vi velat utföra en studie på hur brott egentligen sker i en längdskidstav. En studie som svarar på frågan vad som under tävling ger upphov till stavbrott hade varit ytterst användbar i ett fortsatt arbete. Denna information hade sedan kunnat omvandlas till mer verklighetsförankrade modeller. Till skillnad från vår modell, slagtestet, skulle en ännu mer vetenskapligt understödd modell beskriva vilka storlekar på belastningar som rimligtvis kan uppkomma under en längdskidtävling. Det finns en risk att det stavkoncept vi har kommit fram till tål betydligt högre slagbelastningar än vad som egentligen krävs. Risken för över-

dimensionering är därför stor. Vi har fokuserat på att göra en så slagtålig stav som möjligt, men vid eventuell vidareutveckling hade en rimlig inriktning varit optimering med avsikt att inte överdimensionera.

Den största osäkerheten med det valda konceptet är den elliptiska formen. Praktiska tester för att se i vilken riktning utböjningen egentligen sker är en nödvändig vidare studie, som möjligen kan leda till att elliptisk geometri förkastas. Proportionerna för ellipsen kan också optimeras för att få tillräcklig styvhet i den primära böjriktningen, utan att böjstyvheten skiljer sig allt för mycket i andra riktningar.

Det som framför allt hade varit viktigt för vidareutveckling hade varit exakt kunskap om materialdata och tillverkning av Race 2.0. Utifrån detta hade sedan möjlighet till materialförbättringar kunnat göras. Nya material är något vi inte nämnvärt fokuserat på, men nya material skulle kunna ha en stor inverkan på stavens prestanda. Med kännedom om tillverkning och möjlighet till tillverkning av en hel konceptstav hade man kunnat skapa en prototyp av det nya konceptet och testa detta i Skigos testrigg för böjtest och sedan verifiera de slutsatser man dragit. Det är dessutom viktigt att den tillverkningsprocess som används skapar en låg mängd porer och skador i stavarna och det hade varit önskvärt att studera detta vidare med tanke på de skador som mikroskopin visade, för att se om detta är orsaken till att skidstavarna går sönder. Utöver att testa konceptstaven i böjtestsmaskinen borde den såklart även testas i sin tänkta tillämpningsmiljö, det vill säga i skidspåret, för att man ska kunna studera oförutsedda effekter och fenomen.

6

Slutsats

Från arbetets resultat drar vi slutsatsen att slagttåligheten hos Race 2.0, som har hög andel fiber längs med staven, kan ökas markant med annan typ av fiberuppläggning där fiberriktningar i $\pm 45^\circ$ -riktningarna är mer frekvent förekommande. Dock ska det tas i beaktande att enkom förändring av fiberuppläggning inte leder till både bibehållen böjstyvhet och ökad slagttålighet. Den minskade böjstyvheten kan stävas med annan stavgeometri eller annat fiber- och matrismaterial. Ytterligare kan vi konstatera att det är viktigt att som företag ha kunskap om sin produkt för att underlätta för vidareutveckling.

Utifrån de slutsatser som vi har dragit så rekommenderar vi först och främst att Skigo inhämtar mer data om sin produkt för att i framtiden enklare kunna utveckla sina stavmodeller. Vidare menar vi att om en slagttåligare skidstav med hög böjstyvhet, lågt masströghetsmoment och låg vikt efterfrågas bör den efterlikna arbetets slutgiltiga koncept.

Källförteckning

- [1] Jacob Hård, *Det är otroligt vad kroppen tål – om man inte känner efter*; Sveriges Television, 2015:
<http://www.svt.se/sport/vintersport/det-ar-otroligt-vad-kroppen-tal-om-man-inte-kanner-efter/> [2016-05-12].
- [2] Mike Jenkis, *Materials in Sport*; Woodhead Publishing, 2003.
- [3] Tomas Carlsson, *Mail: "Chalmers Skidstavskandidatarbete"*; Dala Sports Academy, [2016-04-09]
- [4] David Hjorter, *Stavbrott hindrade Halfvarsson*; Sveriges Radio, 2015:
<http://sverigesradio.se/sida/gruppsida.aspx?programid=3277&grupp=9111&artikel=6099675> [2016-04-11].
- [5] Martin Fagerström och Leif Asp, *Minskad risk för stavbrott för våra svenska elitskidåkare*; Institutionen för Tillämpad Mekanik, Chalmers Tekniska Högskola, 2015.
- [6] Dala Sport Academy, *Verksamhet*; 2015:
<http://www.dalasportsacademy.se/verksamhet-31072702>, [2016-04-11].
- [7] Skigo, *Sponsrade åkare*; 2011:
<http://www.skigo.se/Sponsrade-Akare.aspx>, [2016-04-11].
- [8] Skigo, *Produkt Katalog: Stavar och stavtillbehör [30]*; 2015:
<http://www.skigo.se/upload/general/documents/no-13-korr-tryck-spread-small.pdf>, [2016-04-11].
- [9] Håkan Damberg, *Komposithanboken: polymerbaserade fiberkompositer*; Industrilitteratur AB, 2001.
- [10] Martin Fagerström, *Lecture notes: Composite Mechanics*; 2016.
- [11] Bhagwan D. Agarwal, Lawrence J. Broutman, och K. Chandrashekhara, *Analysis and performance of fiber composites*; John Wiley & Sons, 2006.
- [12] Robin Olsson, *Composites: Part A, 31:879-887: Mass criterion for wave controlled impact response of composite plates*; 2000.
- [13] ASTM Volume 15.03 Space Simulation; Aerospace and Aircraft; Composite Materials, - *ASTM D3171: Constituent Content of Composite Materials*; 1999 (2004).
- [14] Nationalencyklopedin: *Salpetersyra*.
<http://www.ne.se/uppslagsverk/encyklopedi/lång/salpetersyra>, [hämtad 2016-04-07]
- [15] A.W.Coats & J.P.Redfern, *Analyst Vol 88: Thermogravimetric analysis*; 1963.
<http://pubs.rsc.org/en/Content/ArticleLanding/1963/AN/an9638800906#!divAbstract>, [2016-05-12].

- [16] Mats Halvarsson och Anna Jansson, *F9 Elektronmikroskopi*; Institutionen för Teknisk fysik, Chalmers tekniska högskola, 1991 & 2012.
<https://pingpong.chalmers.se/courseId/6221/node.do?id=2719255&ts=1449135274934&u=-230564950>, [2016-03-31]
- [17] Emile S. Greenhalgh, *Methodology and tools for failure analysis of polymer composit: Failure Analysis and Fractography of Polymer Composites*; Cambridge UK, Woodhead Publishing Limited, 2009.
- [18] Struers: *DuroCit-3*; 2016.
http://www.struers.de/default.asp?top_id=0&main_id=0&doc_id=1462&admin_language=2, [2016-04-07].
- [19] Mikael Swaren, Mikael Therell, Anders Eriksson och Hans-Christer Holmberg, *Sports Engineering 16:255-264: Testing method for objective evaluation of cross-country ski poles*; 2013.
- [20] ASTM Volume 15.03 Space Simulation; Aerospace and Aircraft; Composite Materials, -*ASTM D7264: Standard Test Method for Flexural Properties of Polymer Matrix Composite Materials*; 2016.
- [21] ASTM Volume 15.03 Space Simulation; Aerospace and Aircraft; Composite Materials, - *ASTM D790: Standard Test Methods for Flexural Properties of Unreinforced and Reinforced Plastics and Electrical Insulating Materials1*; 2016.
- [22] Carl Danielsson, Marcus Johansen, Erik Lenning och Caroline Olofsson, *Planeringsrapport - Minimering av stavbrott*; Institutionen för Tillämpad Mekanik, Chalmers Tekniska Högskola, 2016.
- [23] Torayca: *T700S Data sheet*. Technical data sheet No. CFA-005.
www.toraycfa.com/pdfs/T700SDataSheet.pdf, [2016-05-10].
- [24] Torayca: *T1000G Data sheet*. Technical data sheet No. CFA-008.
www.toraycfa.com/pdfs/T1000GDataSheet.pdf, [2016-05-10].

A

Materialberäkningar i MATLAB

MATLAB kod för beräkningar av materialdata.

```
%% Vanligt material Ef = 199e9
% Koncept 4 med r tt tjocklek Ef = 250e9
% Koncept 6 med r tt tjocklek Ef = 245e9
% Koncept 5 med r tt tjocklek Ef = 250e9

% Viktsfraktion
Wf = 0.7551;
Wm = 1-Wf;

% Densitet
rhof = 1.8e3;
rhom = 1.3e3;
rhoc = 1/((Wf/rhof)+(Wm/rhom));

% Volymfraktion
Vf = Wf*rhoc/rhof
Vm = Wm*rhoc/rhom

% E-modul
Ef = 199e9;
Em = 3e9;

vf = 0.25;
vm = 0.32;

% Skjuvmodul
Gf = Ef/(2*(1+vf));
Gm = Em/(2*(1+vm));

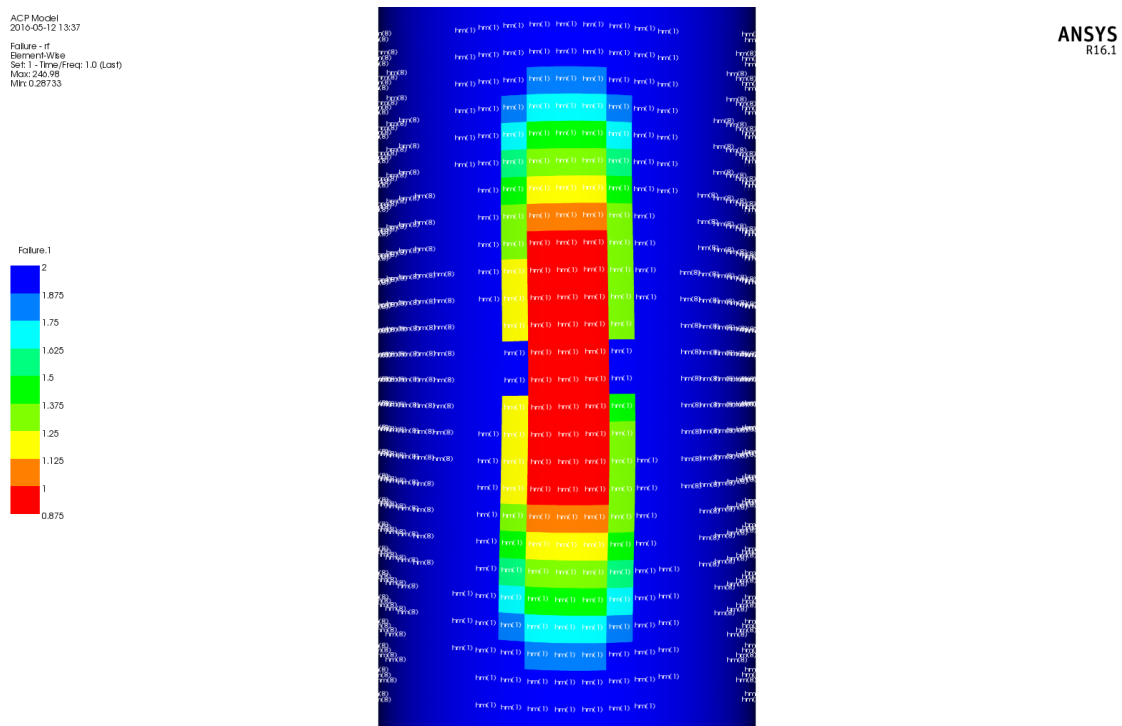
xsi = 2;
eta = ((Ef/Em)-1)/((Ef/Em)+xsi);
% Resultat
EL = Ef*Vf+Em*Vm;
ET = Em*((1+xsi*eta*Vf)/(1-eta*Vf));
% ET = 1/(Vm/Em+Vf/Ef)
```

```
% Skjuvmodul  
xsig = 1;  
etag = ((Gf/Gm)-1)/((Gf/Gm)+xsig);  
GLT = Gm*((1+xsig*etag*Vf)/(1-etag*Vf));
```

B

Resultat från ANSYS Composite PrepPost

Grafiska presentationer från ACP av säkerhetsfaktorn efter simulerat slagtest i ANSYS Mechanical för de sex fiberuppläggningsförslagen och referensstaven. Belastning i slagtestet är densamma för alla sju prover, 115 N.



Figur B.1: Grafisk presentation från ACP av säkerhetsfaktorn i olika element i referensstaven belastning, 115 N, från slagtest i ANSYS Mechanical.

B. Resultat från ANSYS Composite PrepPost

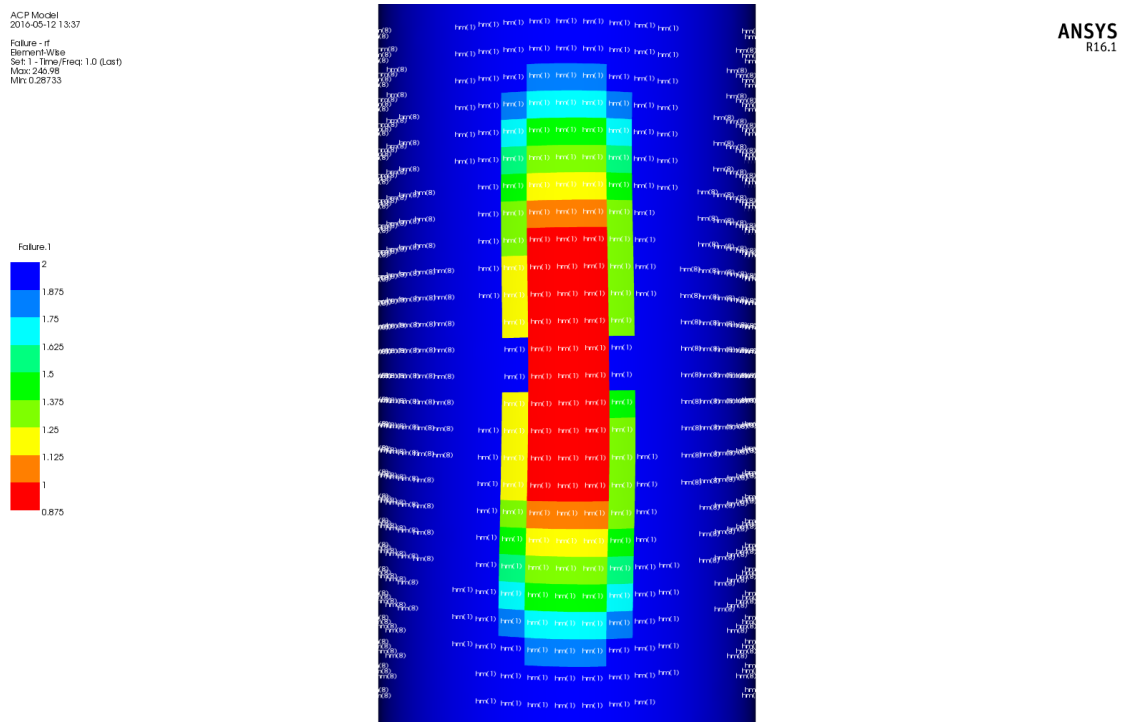


Figure B.2: Grafisk presentation från ACP av säkerhetsfaktorn i olika element i fiberuppläggningsförslag 1 belastning, 115 N, från slagtest i ANSYS Mechanical.

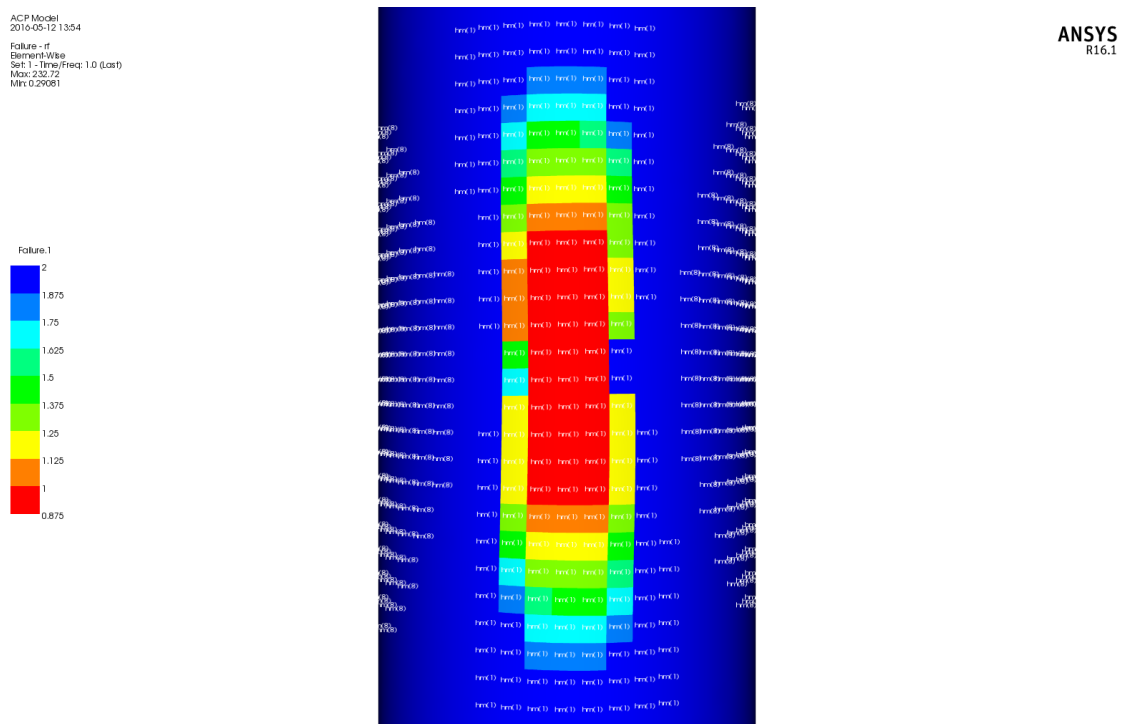
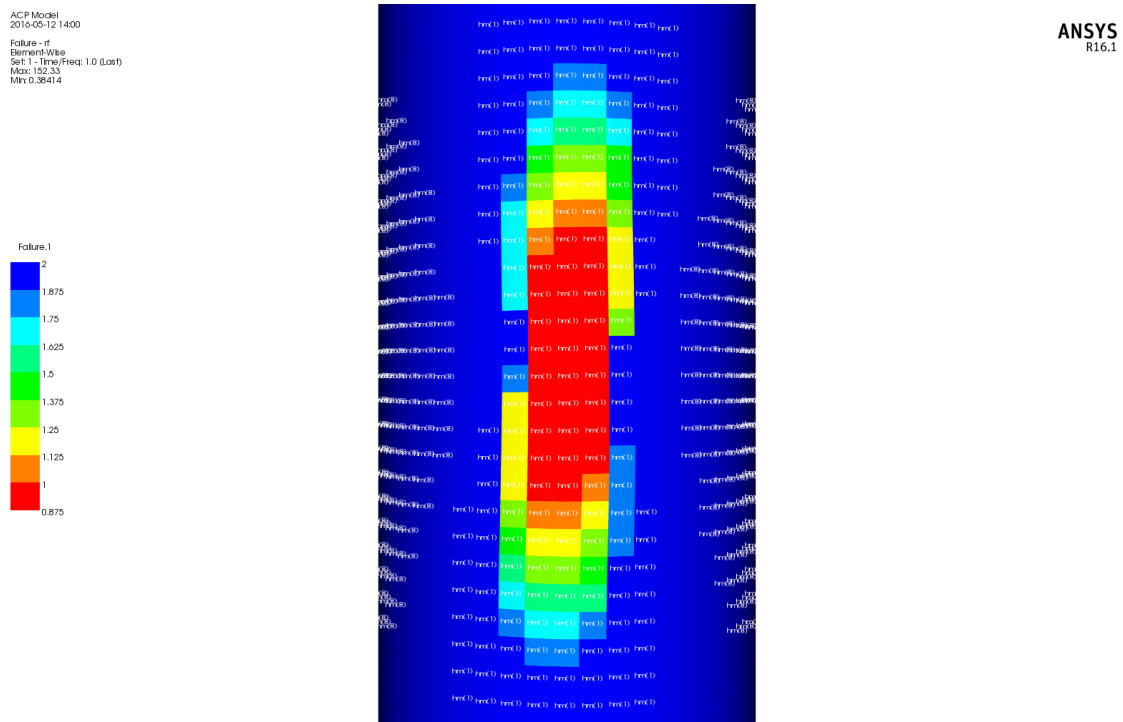
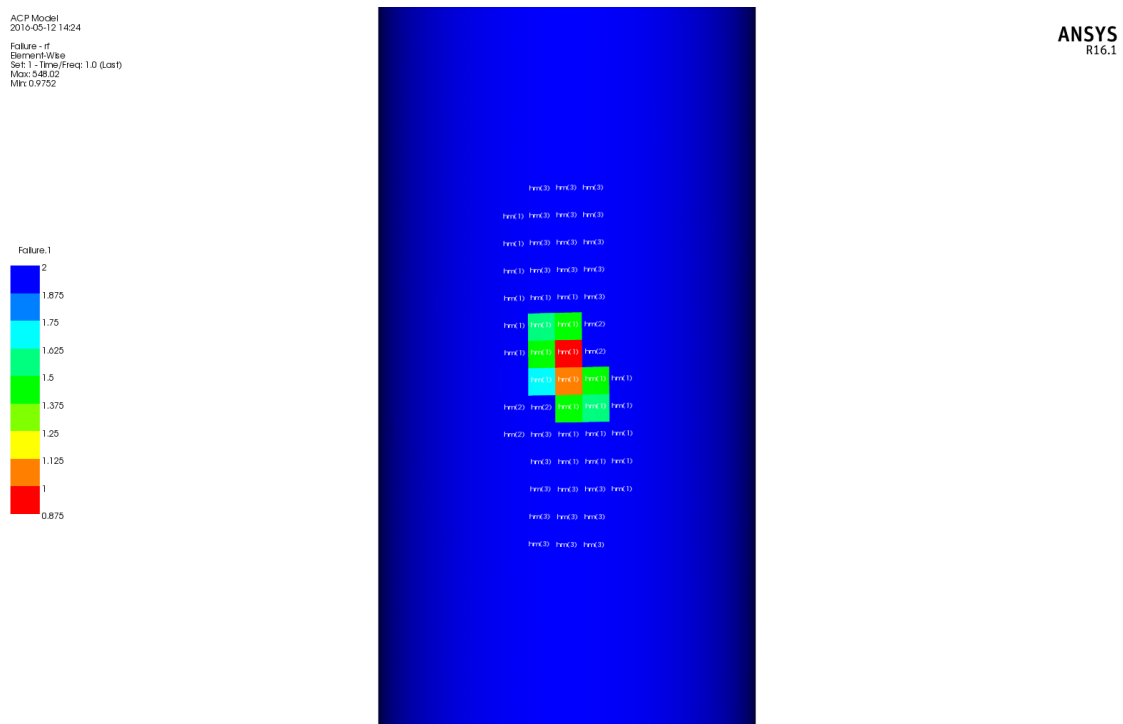


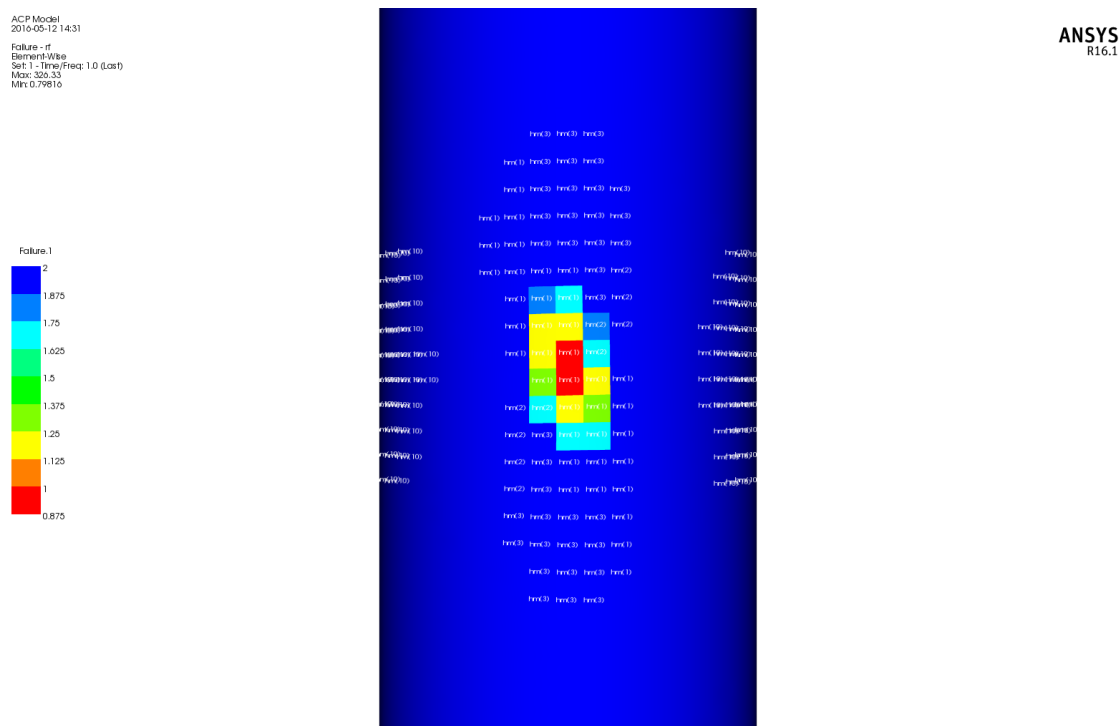
Figure B.3: Grafisk presentation från ACP av säkerhetsfaktorn i olika element i fiberuppläggningsförslag 2 belastning, 115 N, från slagtest i ANSYS Mechanical.



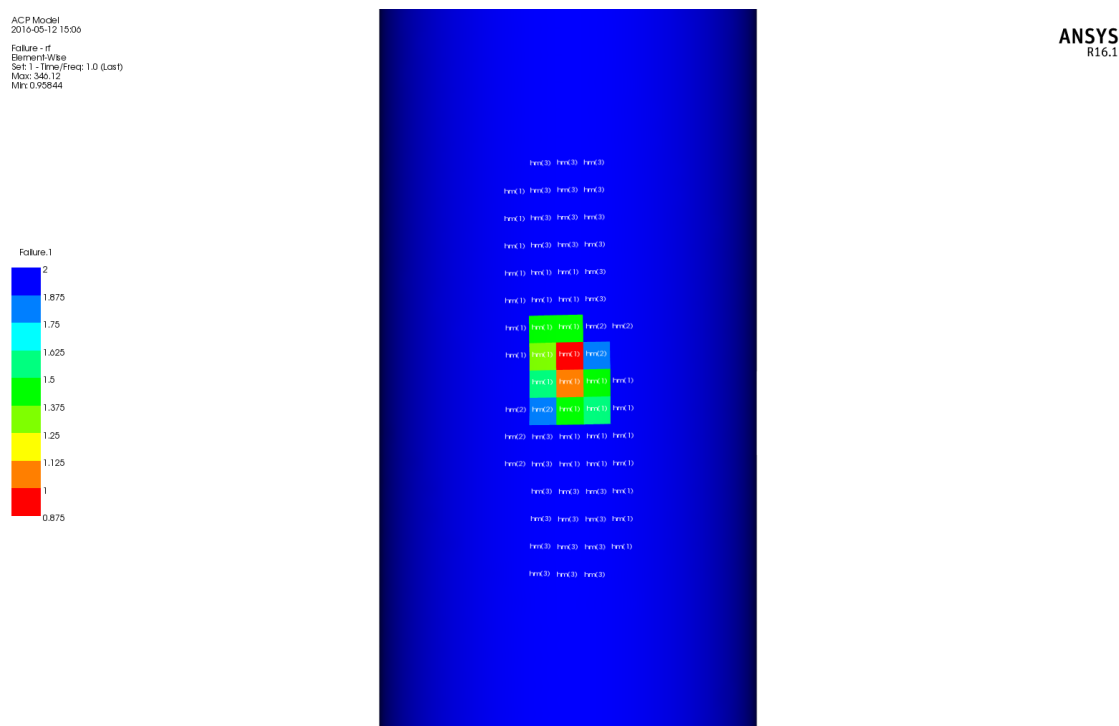
Figur B.4: Grafisk presentation från ACP av säkerhetsfaktorn i olika element i fiberupplägningsförslag 3 belastning, 115 N, från slagtest i ANSYS Mechanical.



Figur B.5: Grafisk presentation från ACP av säkerhetsfaktorn i olika element i fiberupplägningsförslag 4 belastning, 115 N, från slagtest i ANSYS Mechanical.



Figur B.6: Grafisk presentation från ACP av säkerhetsfaktorn i olika element i fiberuppläggningsförslag 5 belastning, 115 N, från slagtest i ANSYS Mechanical.



Figur B.7: Grafisk presentation från ACP av säkerhetsfaktorn i olika element i fiberuppläggningsförslag 6 belastning, 115 N, från slagtest i ANSYS Mechanical.

C

Tabeller över resultat från trepunkts böjtest

Alla resultat från trepunkts böjtestet i tabellform. Maximalkraft, utböjning vid maximalkraft samt utböjning vid en kraft på 1000N redovisas.

Tabell C.1: Tabell över resultat från trepunkt böjtest av referensstaven.

Referensstaven				
	1	2	3	Medel
Maxkraft	2271	2275	2294	2262
Utböjning vid maxkraft [mm]	3,39	3,1	3,15	3,21
Utböjning vid belastning på 1000N [mm]	1,2	1,07	1,11	1,12

Tabell C.2: Resultat från trepunkt böjtest av fiberupplägningsförslag 4.

fiberupplägningsförslag 4				
	1	2	3	Medel
Maxkraft	1580	1622	1735	1645
Utböjning vid maxkraft [mm]	3,6	4,4	3,71	3,91
Utböjning vid belastning på 1000N [mm]	1,36	1,5	1,4	1,42

Tabell C.3: Resultat från trepunkt böjtest av fiberupplägningsförslag 5.

fiberupplägningsförslag 5				
	1	2	3	Medel
Maxkraft	2702	2612	2731	2681
Utböjning vid maxkraft [mm]	4,54	4,03	4,15	4,24
Utböjning vid belastning på 1000N [mm]	0,94	0,91	1,09	0,98

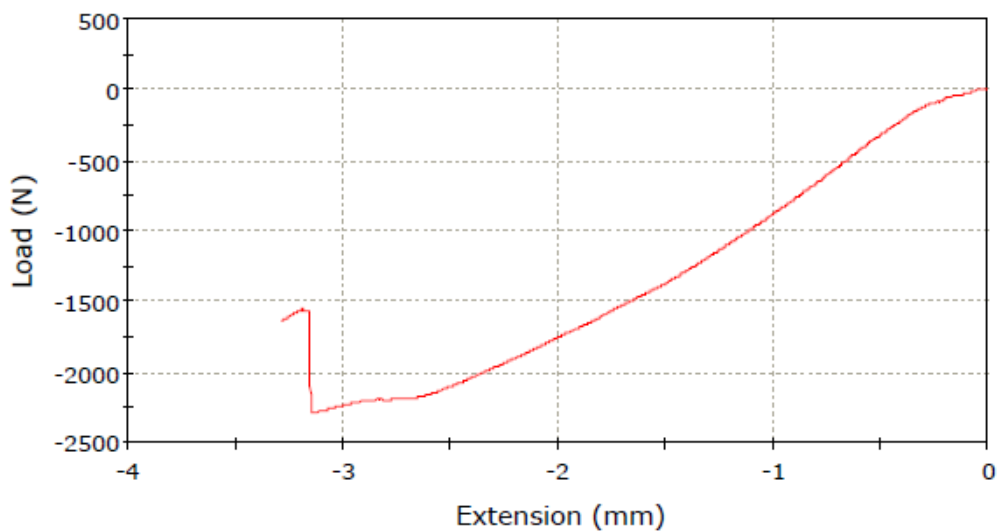
Tabell C.4: Resultat från trepunkt böjtest av fiberupplägningsförslag 6.

fiberupplägningsförslag 6				
	1	2	3	Medel
Maxkraft	2506	2364	2521	2463
Utböjning vid maxkraft [mm]	4,09	4,23	4,55	4,29
Utböjning vid belastning på 1000N [mm]	1,01	1,17	1,12	1,1

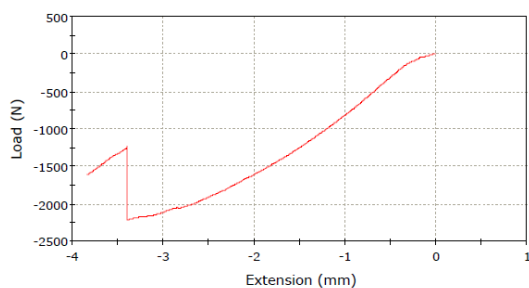
D

Diagram över resultat från trepunkts böjtest

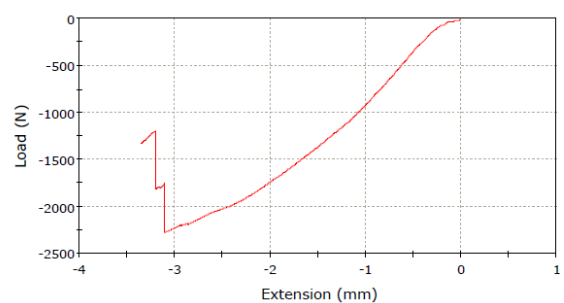
Resultat från trepunkts böjtest i diagramform, där kraften ritas som en funktion av förskjutningen.



(a)



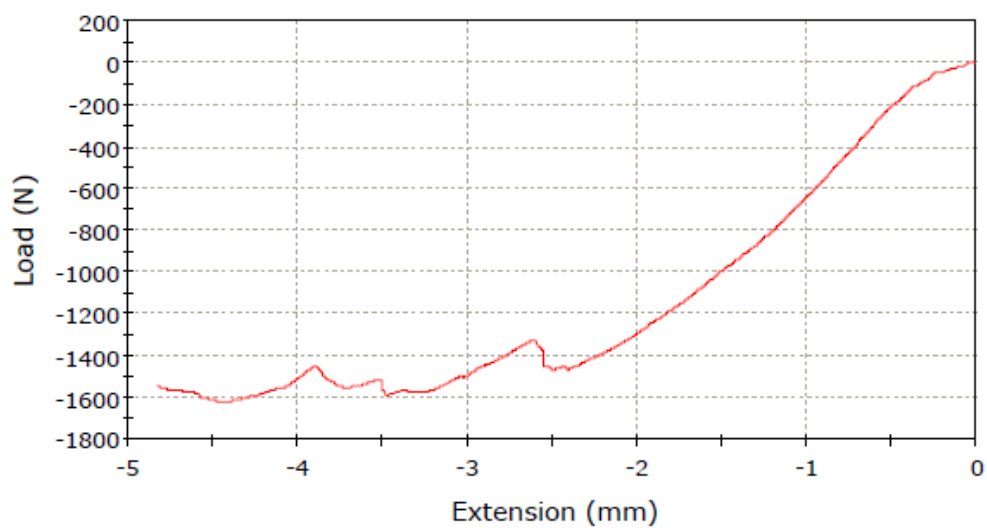
(b)



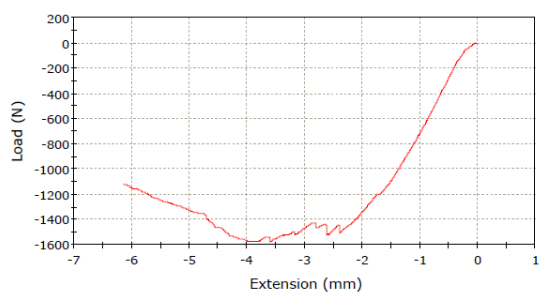
(c)

Figur D.1: Kraften som funktion av förskjutning för våra tre försök på referensstaven, (a) försök 1, (b) försök 2, (c) försök 3

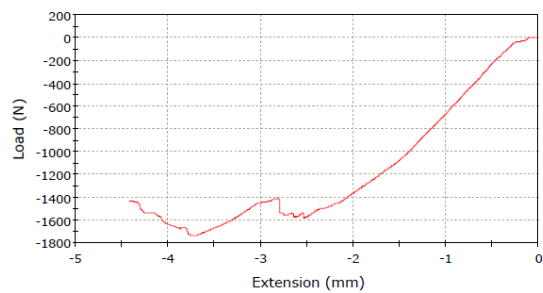
D. Diagram över resultat från trepunkts böjtest



(a)

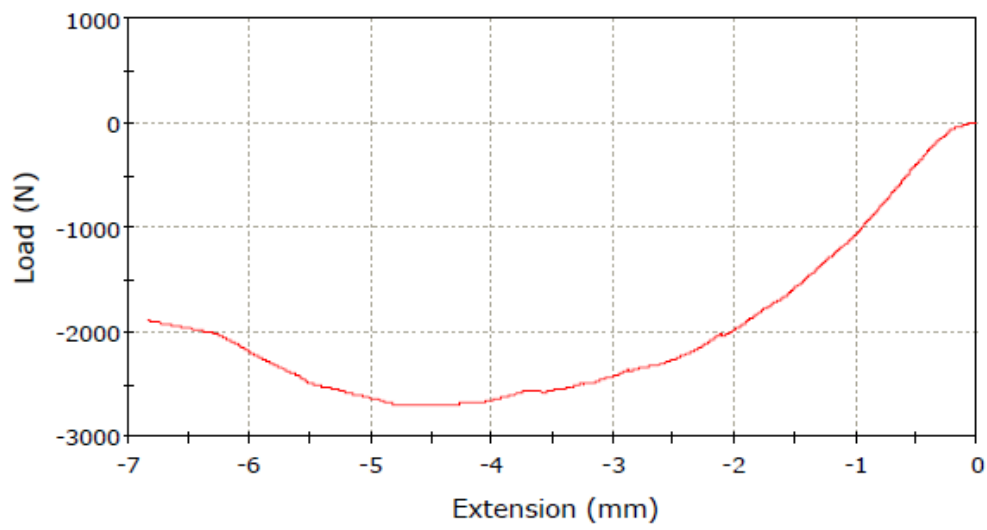


(b)

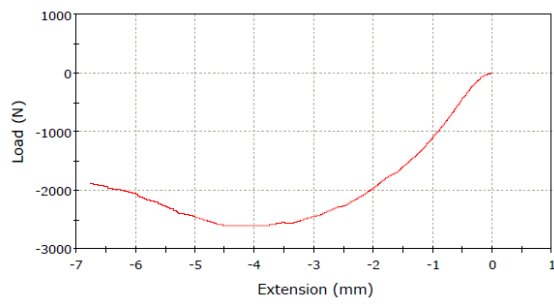


(c)

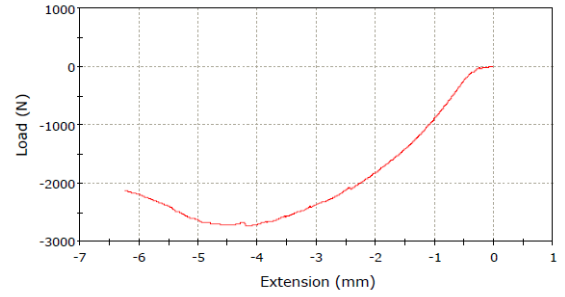
Figur D.2: Kraften som funktion av förskjutning för våra tre försök på fiberuppläggingsförslag 4, (a) försök 1, (b) försök 2, (c) försök 3



(a)



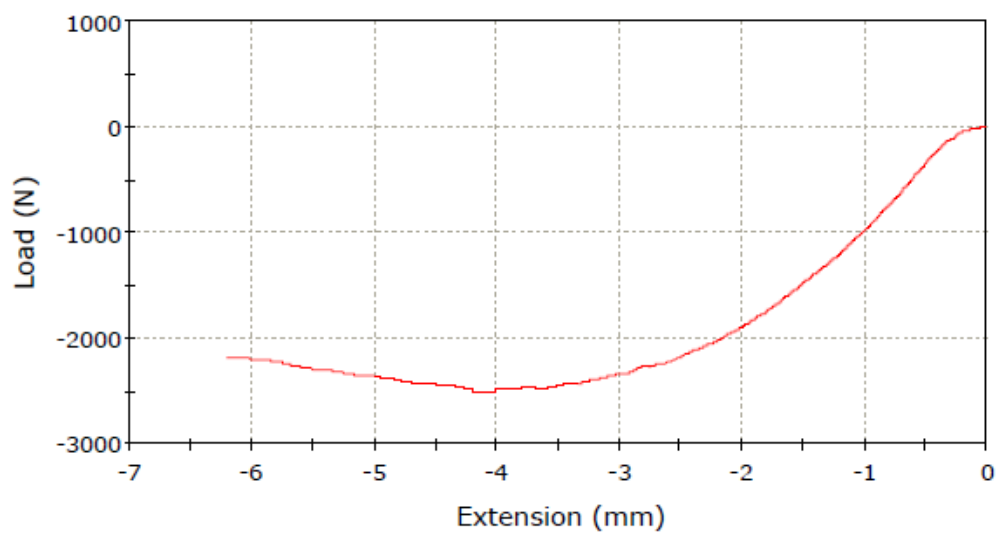
(b)



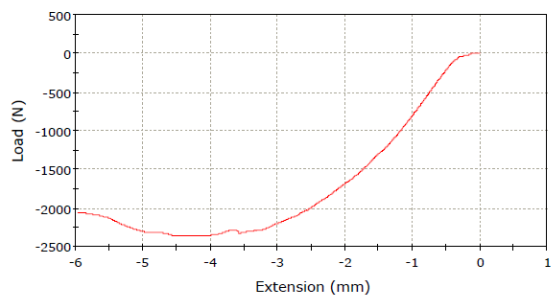
(c)

Figur D.3: Kraften som funktion av förskjutning för våra tre försök på fiberupp-lägningsförslag 5, (a) försök 1, (b) försök 2, (c) försök 3

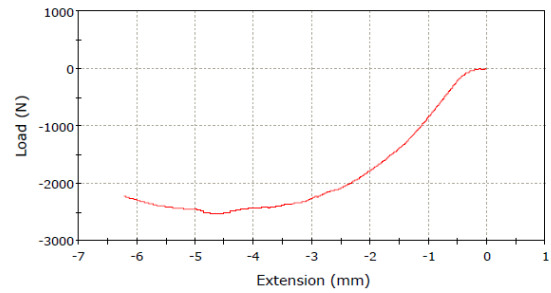
D. Diagram över resultat från trepunkts böjtest



(a)



(b)



(c)

Figur D.4: Kraften som funktion av förskjutning för våra tre försök på fiberupplägningsförslag 6, (a) försök 1, (b) försök 2, (c) försök 3

E

Ritningar för refernesstav och slutgiltigt koncept

Ritningar över först referensstaven och sen det slutgiltiga konceptet.

