



Ingenjörsmässig utvärdering av ridunderlag

Utveckling av mätutrustning för objektiv mätning och analys av egenskaper hos ridunderlag

Kandidatarbete vid institutionen för fysik

Linnéa Frykberg, Agnes Gustafsson, Tess Rimarcuk,
Johan Svanstedt, Ellen Westberg, Emma Ödman

Ingenjörsmässig utvärdering av ridunderlag
Utveckling av mätutrustning för objektiv mätning och analys av egenskaper hos
ridunderlag

©Linnea Frykberg, Agnes Gustafsson, Tess Rimarcuk, Johan Svanstedt, Ellen West-
berg, Emma Ödman, 2024.

Handledare: Magnus Karlsteen, Institutionen för fysik.

Examinator: Magnus Hörnqvist Colliander

Kandidatuppstats 2024 TIFX11-VT24-13

Institutionen för fysik

Chalmers tekniska högskola

Göteborg

Omslag: “Horses hooves are seen during a race at Goodwood racecourse on July 27, 2011
in Chichester, England“ av Alan Crowhurst. Hämtad från [https://quest-eb-com.
eu1.proxy.openathens.net](https://quest-eb-com.eu1.proxy.openathens.net)

Typsatt i L^AT_EX

Göteborg, Sverige 2024

Chalmers Tekniska Högskola

Kandidatarbete - TIFX11-VT24-13

Ingenjörsmässig utvärdering av ridunderlag

*Utveckling av mätutrustning för objektiv mätning och analys av
egenskaper hos ridunderlag*

Författare

Linnea Frykberg (linneifr)
Agnes Gustafsson (agnesgus)
Tess Rimarcuk (rimarcuk)
Johan Svanstedt (johsvans)
Ellen Westberg (ellwes)
Emma Ödman (emmaod)

Handledare

Magnus Karlsteen

28 maj 2024

Sammanfattning

Ridsporten är präglad av åsikter, i många fall är det ryttarens känsla som bestämmer vad ett bra eller dåligt underlag är. Syftet med detta kandidatarbete är att, ur ett ingenjörsmässigt perspektiv, objektivt bestämma några egenskaper för ridunderlag i ett försök att få ridsporten att röra sig mot en gemensam standard. Arbetets huvuddel har varit att utforma en mätutrustning för att bestämma den uppåtgående och nedåtgående fjäderkonstanten samt dämpningskonstanten β för ridunderlag. En kortare litteraturstudie har också utförts för att kartlägga befintlig forskning inom ridsporten och luckor i den. Mätutrustningen bestod av en triaxial accelerometer, *Adafruit ADXL375*, samt en enkortsdator *Raspberry Pi Pico W* inbäddad i ett klot på ungefär 15,5 kg. Klotet hängdes upp på ett metallrör mellan två stativ med hjälp av en elektromagnet och släpptes från tre olika höjder fyra gånger på fem utvalda platser. Mätutrustningen testades på Falsterbo Horse Shows största gräs bana samt deras gräs bana avsedd för framridning. Vid 13 av 20 fall gav resultatet en nedåtgående fjäderkonstant på $k_{\text{ner}} \approx 80,0 \pm 8,9 \text{ kN/m}$ vid släpp från en höjd på 1,5 m. Den uppåtgående fjäderkonstanten hade däremot inte en lika tydlig trend utan hade istället positiva värden mellan $k_{\text{upp}} = 48 \text{ kN/m}$ och 325 kN/m. Endast en dämpningskonstant erhöles och denna beräknades till $\beta = 221 \text{ kg/s}$. Mätutrustningen som togs fram under arbetet är en god första prototyp, men det finns förbättringsmöjligheter och fortsatt forskning att göra då den utvunna datan i nuläget är för inkonsekvent för att dra entydliga slutsatser. Utvecklingsområden för mätutrustningen innefattar bland annat utbyte av befintlig accelerometer till en med högre mätfrekvens och konstruktion av ett filter för att minimera brus.

Abstract

The equestrian sport is driven by opinions, in many cases it is the rider's sentiment that determines what a good or bad equestrian surface is. The purpose of this bachelor's thesis is to, from an engineering point of view, objectively classify some of the characteristics of equestrian surfaces in an attempt to drive the equestrian sport toward a common standard. The main part of this thesis has been to design a measurement equipment to determine the upward and downward spring constant as well as the damping constant β for equestrian surfaces. A brief literature review has also been conducted to map existing research within equestrian sports and identify gaps in it. The measurement equipment consisted of a triaxial accelerometer, *Adafruit ADXL375*, as well as a single board computer *Raspberry Pi Pico W* embedded in a concrete ball weighing approximately 15,5 kg. The ball was suspended from a metal pipe with the help of an electromagnet fixed between two stands and was released from three different heights four times at five different places. The measurement equipment was tested on Falsterbo Horse Show's largest equestrian grass arena as well as their grass arena intended for warm-up. In 13 out of 20 cases the result was a downward spring constant of approximately $k_{\text{down}} \approx 80,0 \pm 8,9$ kN/m when released from a height of 1,5 m. The upwards spring constant did not, however, have as clear of a trend, and instead had positive values ranging from $k_{\text{up}} = 48$ kN/m and $k_{\text{up}} = 325$ kN/m. Only one damping constant was obtained and had a value of $\beta = 221$ kg/s. The measurement equipment that was developed during this thesis is a good first prototype, but there are opportunities for improvement and further research to be done since the extracted data is too inconsistent to draw unambiguous conclusions. Areas of improvement include replacing the existing accelerometer with one with a higher measurement frequency and constructing a filter to minimize noise.

Förord

Våren 2024 utfördes kandidatarbetet *Ingenjörsmässig utvärdering av ridunderlag* vid institutionen för fysik på Chalmers tekniska högskola. Arbetet har haft till syfte att skapa en vetenskaplig metod för att mäta och identifiera gräsridbanors egenskaper.

Inledningsvis vill vi ägna ett stort tack till vår handledare Magnus Karlsteen som funnits där genom hela projektet. Under dessa månader har ditt stöd och engagemang hjälpt oss framåt och hållit oss motiverade. Vi uppskattar att du alltid tagit dig tid för oss och svarat snabbt oavsett fråga.

Utöver vår handledare vill vi också tacka Stig Persson som gjort det möjligt för oss att testa vår utrustning på en av Sveriges finaste gräsridbanor. Det har varit mycket uppskattat och en viktig del av projektet.

Vi vill även tacka Ljud- och Bildgruppen, LoB, från Chalmers Studentkår för all utlåning av utrustning.

Slutligen vill vi även rikta ett tack till Linn Ivarsson Falkenby och Sofia Zetterdahl som initierat detta projekt.

Innehåll

1	Inledning	1
1.1	Bakgrund och problembeskrivning	1
1.2	Syfte	2
1.3	Avgränsningar	2
2	Teori	3
2.1	Ridbanans struktur och egenskaper	3
2.2	Hästens interaktion med underlaget	4
2.3	Tidigare forskning	4
2.4	Luftmotstånd	5
2.5	Fjäderkraft och dämpning	6
2.6	Samhälleliga och etiska aspekter	8
3	Metod	9
3.1	Litteratur	9
3.2	Design och konstruktion	9
3.2.1	Klotet	10
3.2.2	Teknisk design	11
3.2.3	Uppställning	12
3.3	Luftmotstånd	14
3.4	Fjäderkraft och dämpning	15
3.5	Mätningar och datahantering	17
3.5.1	Mätningar	17
3.5.2	Datahantering	18
3.6	Användning av AI	20
4	Resultat	21
4.1	Fjäderkraft och dämpning	21
4.2	Luftmotstånd	25
5	Diskussion	27
5.1	Luftmotstånd	27
5.2	Resultat av mätningar	27
5.3	Felanalys	29
5.4	Fortsatt forskning	30
6	Slutsats	31
A	Guide för gjutning	
B	CircuitPythonkod från Raspberry Pi:n	

- C Pythonkod Eulers metod
- D Pythonkod för datahantering
- E Pythonkod för beräkningar
- F Positionsgrafer för olika mätplatser

1 Inledning

En stor del av hästens träning och tävling sker på ridbanor. Det är därför viktigt att ridunderlaget är enhetligt och jämnt för att hästen ska kunna utföra specifika rörelser eller övningar. Det finns viss mätutrustning som kan säkerställa enhetligheten av en ridbana, men dessa används i regel endast till större tävlingar och forskningsprojekt. Det finns därför ett behov av lättillgänglig mätutrustning och gemensamma standarder inom ridsporten.

1.1 Bakgrund och problembeskrivning

Ridunderlagets egenskaper beskrivs inom ridindustrin i termer av ythårdhet, dämpning, elasticitet, grepp och enhetlighet [1]. På grund av bristen på vetenskapliga metoder för att mäta dessa egenskaper försvåras bedömningen av hur underlag påverkar hästens hälsa. Den mätutrustning som i dagsläget existerar är endast tillgänglig i ett begränsat antal exemplar och används av ett fåtal personer [1], [2]. Ett aktuellt användningsområde är att kontrollera ridunderlag vid internationella tävlingar, där Tessa Woolf [3] skriver för *Premier Equestrian* att *Fédération Équestre Internationale* (internationella ridsportsförbundet) har utvecklat en standard för ridunderlag som ska upprätthållas under deras tävlingar. För att göra detta använder de sig av *Orono Biomechanical Surface Tester* (OBST), en mätutrustning som emulerar hovens belastning på underlaget och transporteras med hjälp av en bil. Forskningsprojekt är ett annat område där mätutrustning för undersökning av underlag används, till exempel har Graydon m.fl. [4] försökt hitta alternativ mätutrustning till OBST för att bedöma underlag för terrängritt då terrängbanan inte alltid är framkomlig med bil. Det är viktigt att den tillgängliga mätutrustningen kan användas i dessa syften, men det finns också ett behov för övriga anläggningsägare att kunna mäta och utvärdera underlaget på sina ridbanor. I de flesta fall bedöms kvaliteten på underlaget utifrån ryttarens upplevelse, vilket kan leda till att hästens prestationsförmåga prioriteras utan hänsyn till dess hållbarhet.

Utöver ridunderlagets inverkan på hästens hälsa är det även av stor vikt att hästen arbetas i balans och med en korrekt form. En av de vanligaste diagnoserna vid skada för häst är hälta, vilket till viss del beror på upprepad träning på slitsamt underlag [5]. Fibersand är ett exempel på ett populärt underlag som kan bli påfrestande för hästens ben i längden, då det är ett material med hög friktion som kan slita vid landning och avstamp [5].

Det är alltså inte bara svårt att objektivet utvärdera ett underlags egenskaper, utan det är även okänt vilket underlag som är det bästa för hästen. Det sistnämnda är troligtvis individuellt – till exempel kan en tyngre häst behöva ett mer elastiskt underlag än en ponny – men det saknas riktlinjer gällande ridunderlagets fysikaliska egenskaper att utgå ifrån. Ett vanligt förekommande underlag för ridbanor är gräs, vilket också är en del av hästens naturliga habitat. Att mäta och kvantifiera utvalda egenskaper hos gräsridbanor kan därav bidra till ett påbörjat arbete mot att utveckla en gemensam

standard för ridunderlag som inte bara är tillgänglig på internationella tävlingar, utan även lokala ridanläggningar.

1.2 Syfte

Syftet med detta kandidatarbete är att utveckla en mätutrustning som kan användas för att med fysikaliska mått kvantifiera och jämföra ridunderlag. Ett mål i projektet är att genomföra mätningar på gräsridbanor för att bestämma de uppåtgående och nedåtgående fjäderkonstanterna, k_{upp} respektive k_{ner} , samt dämpningskonstanten β . Det övergripande målet för detta kandidatarbete är att vara en del av att driva ridsporten mot att tillämpa gemensamma tekniska standarder för ridunderlag.

1.3 Avgränsningar

Utav de fem egenskaperna som används för att beskriva ridunderlag väljs elasticitet och dämpning att studeras. Detta eftersom att dessa egenskaper är genomförbara att undersöka inom omfattningen för kandidatarbetet, samt att de är lätta att knyta till fjäderkraften och dämpningskonstanten. Eftersom att fokuset ligger i att skapa en användbar mätutrustning har mer komplexa rörelser avfärdats. Mätutrustningen mäter alltså enbart vertikalt och belastar endast underlaget i en riktning. Detta skiljer sig från belastningen hästars hovar utför, se avsnitt 2.2, där de både har en vertikal belastningsfas men även en glidfas. Utöver detta begränsas mätområdet till en gräsridbana, eftersom att huvudfokus under kandidatarbetet är att utveckla en första prototyp till mätutrustning och inte jämföra resultat.

2 Teori

Det är av betydelse att ha en grundläggande förståelse för hur underlag generellt är uppbyggda och hur strukturen på banan påverkar dess egenskaper. För att förstå sambandet mellan dessa och de fysikaliska egenskaperna krävs en kännedom av de senare. Det är dessutom viktigt att ha en grundläggande bild av hur hoven interagerar med ridbanan och hur underlaget på ridbanan påverkar hästen.

2.1 Ridbanans struktur och egenskaper

En central komponent inom träning och tävling med hästar är de ridbanor som används. För att förstå hur en ridbana påverkar hästens extremiteter är det väsentligt att analysera ridbanans uppbyggnad och struktur.

Gemensamt för de flesta ridbanor, oavsett material, är att de består av tre lager: ytlager, mellanlager och grundlager [6]. De tre lagren har olika syften, där grundlagret är en stabil bas som säkerställer att en konstant jämnhet bibehålls. Mellanlagret har en bärande, stabiliserande och utjämnande funktion. Hur dessa egenskaper erhålls varierar. Det översta lagret, ytlagret, har funktionen att förse hästen med en jämn och stabil yta att röra sig på, det är också detta lager som förser hoven med grepp. Beroende på hur de tre lagren konstrueras kan ridbanan få olika karaktär och inom ridindustrin används begreppet *funktionella egenskaper* för att beskriva underlaget [1]. De fem funktionella egenskaperna är ythårdhet, dämpning, elasticitet, grepp och enhetlighet. Ythårdhet används för att beskriva hur löst eller fast ytlagret är. Denna egenskap beskriver hur mycket hästens hov kan röra sig både neråt och framåt i underlaget efter att hoven har landat. Dämpning relateras till hur mycket underlaget kan absorbera och dämpa stötar som uppstår när hästen belastar underlaget. Till skillnad från ythårdheten beror dämpningen på alla ridbanans lager medans ythårdheten endast beror på ytlagret. Elasticitet skildrar underlagets förmåga att svara vid belastning genom att ge tillbaka energi uppåt. Grepp eller friktion beskriver hur mycket hästens hov kan glida vid isättning. Enhetlighet beskriver hur egenskaperna varierar över banan.

De fem funktionella egenskaperna hos en ridbana är direkt relaterade till dess materialsammansättning, användning och underhåll [1]. En av de viktigaste faktorerna är bevattningen då fukthalten har en stor påverkan på underlagets egenskaper. För mellanlagret, där mycket av ridbanans dämpade effekt finns, är förekommande material makadam, sand eller gummi. Valet av material för ytlager varierar mycket beroende på olika faktorer [6]. Exempel på denna typ av faktorer är budget, klimat och krav på prestanda.

Tidigare var gräs ett mycket vanligt underlag vid ridbanor, men de senaste åren har dess utsträckning minskat och gräs har successivt ersatts av andra syntetiska material då dessa inte är lika väderberoende [2]. Gräsridbanor betraktas som fördelaktiga för hästens extremiteter då det är ett naturligt förekommande underlag. Fördelarna med gräs är att hoven vid isättning sjunker ner i ytan och att rötterna hjälper till att dämpa

stöten som uppstår [7]. Dessutom är gräs självläkande, de rötter som går sönder växer tillbaka.

2.2 Hästens interaktion med underlaget

Hästens rörelse över en ridbana är en komplex interaktion mellan dess hovar och ridbanans underlag. Varje steg innefattar flera viktiga moment, och hur dessa utförs är avgörande för hästens balans och prestanda. Ett steg definieras som perioden från det att hoven sätts i marken tills dess att den har lyfts och satts i igen [1]. Den tid då hoven är lyft, och alltså inte är i kontakt med marken, kallas för svävningssfasen. Då hoven är i kontakt med marken är steget i den fas som kallas understödsfasen. Genom understödsfasen interagerar hoven med underlaget på ett par olika sätt, därför delas momentet upp i tre delmoment. Första delmomentet är hovlandningen och uppbrömsningen, här påverkas hoven främst av underlagets grepp och ythårdhet. Det andra momentet är belastningsfasen där hoven upplever maximal tyngd från den kraft som hästens kroppsvikt utövar på hovarna. Delmomentet avslutas med att hästen tar spjörn mot underlaget för att trycka sig framåt. Slutligen kommer det sista delmomentet som är överrullningen, hovens bakre del släpper först kontakten med underlaget innan hoven slutligen rullar över tådelen och en ny svävningssfas inleds.

Det är viktigt att ridunderlag har en lämplig nivå av alla egenskaper. Om greppet är för lågt blir underlaget halt, och risken finns att hästen skadar sig, men en för hög friktion är inte heller gynnsamt då stöten i hästens ben blir kraftig och detta kan också leda till skador. Underlag som gör att hästen springer snabbare eller hoppar högre bidrar generellt till ökad ansträngning på hästens ben och ökar skaderisken [1]. Ett exempel på detta är under OS 2004, då tre hästar fick akuta senskador som följd av tävlingsbanans underlag [8]. Skaderisken är en av motivationerna till att bedriva forskning för att bedöma underlags egenskaper.

2.3 Tidigare forskning

Tidigare forskning inom området har resulterat i ett antal mätutrustningar som idag kan användas för att undersöka egenskaper hos ridunderlag [9]. Orono Biomechanical Surface Tester (OBST), utvecklad av Professor Mick Peterson från University of Main, är en mekanisk hov som används för att simulera och mäta hovens interaktion med marken [9]. För att återskapa denna interaktion genomför OBST både vertikala mätningar och mätningar från en vinkel [1]. OBST mäter underlagets egenskaper på en skala mellan noll och fem, denna skala har däremot inga tydliga referensramar [10]. De egenskaper som mäts är ytfasthet, dämpning, elasticitet, grepp och enhetlighet.

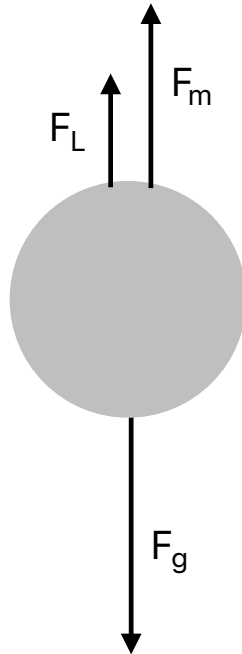
En annan mätutrustning som tidigare utvecklats är Vienna Surface Tester (VST) [11]. Denna mätutrustning är utvecklad av Christian Peham och Johannes Peter Schramel från Veterinärmedizinische Universität Wien. Utrustningen kan användas för att bestämma de elastiska egenskaperna hos underlag. Till skillnad från den mekaniska ho-

ven är denna mätutrustning inte designad för att simulera interaktionen mellan hov och underlag utan består av ett klot med två accelerometrar som släpps från önskad höjd [11]. Denna höjd kan varieras och alla släpp är därför inte likadana. Alla dessa mätningar görs vertikalt och underlagets horisontella egenskaper mäts inte.

Vienna Surface Tester och Orono Biomechanical Surface Tester användes i studien *The Development of a Standardized Protocol for Quantifying Equestrian Eventing Cross-Country Ground* för att undersöka en terrängbana [4]. Denna studie syftade till att skapa ett standardiserat protokoll för utvärdering av underlag avsedda för terrängritt. I studien mättes olika terrängbanor med bland annat OBST, VST och fuktmätare. Dessa resultat jämfördes även med ryttares åsikter om banans egenskaper. Studien visade att resultat från OBST överensstämmer med kombinerade resultat från VST och fuktmätare. Studien visade även att resultaten från VST överensstämde med ryttarnas åsikter om underlaget.

2.4 Luftmotstånd

Ett fallande objekt i luft påverkas av tre krafter: tyngdkraft, lyftkraft och formmotstånd [12]. Alla dessa krafter är viktiga att ta hänsyn till vid beräkning av hastighet eller färdsträcka av en fallande kropp eftersom både lyftkraften och formmotståndet bromsar upp objektet, se figur 1 nedan. Ibland är de bromsande krafterna så små att de kan försummas vid vidare beräkningar.



Figur 1: Krafter på fallande kropp där F_g är tyngdkraften, F_L är lyftkraften och F_m är formmotståndet.

När fallhastigheten är tillräckligt hög och hastigheten blir tillräckligt stor nås kraftjämvikt [12]. Detta innebär att krafterna nedåt kommer att vara lika stora som krafterna uppåt och därför faller objektet med konstant hastighet. Denna hastighet kallas fria fallhastigheten.

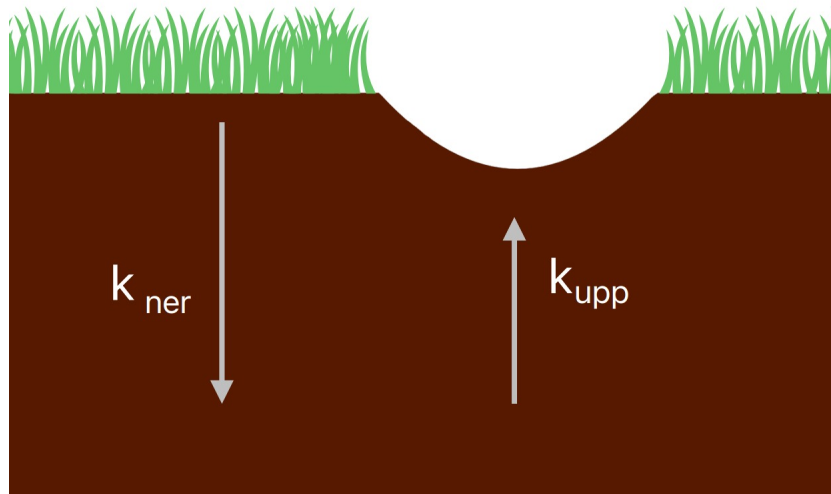
I de fall då den fria fallhastigheten inte hunnit uppnås är hastigheten och accelerationen beroende av varandra. Eulers metod är ett sätt att numeriskt beräkna värden på hastigheten vid valda tidpunkter [13]. Denna metod är en iterativ process som beräknar approximativa lösningar på differentialekvationer. Processen börjar i begynnelsevillkoren för ekvationen och beräknar sedan stegvis värden för ekvationen med hjälp av Taylorapproximationer.

2.5 Fjäderkraft och dämpning

En av de fem funktionella egenskaperna hos ridunderlag är elasticitet [1]. Elasticitet beskriver korrelationen mellan belastning och deformation [14]. I elasticitetsmodulen kan materialets beteende studeras och olika stadier betraktas. Det första stadiet är den elastiska fasen, denna beter sig linjärt och återgår till sin ursprungliga form när spänningen släpps [15]. Vid en viss spänning nås materialets sträckgräns och övergår

därefter till ett plastiskt beteende, när spänningen avtar kommer materialet inte att återgå till sin ursprungliga form. Ofta bestäms elasticitetsmodulen med dragprovsvärd [14], detta kräver dock ett sammanhängande material och kan därför vara svårt att utföra på markprover. Istället bestäms elasticitetsmodulen hos underlag med hjälp av tryck- och skjuvmoduler, dessa bestäms genom jordprover som utsätts för skjuv- samt triaxialförsök [16]. Då enhetlighet är viktigt hos ridbanor är det sällan populärt att ta stora prover från dessa. Ett alternativt sätt att studera underlagets svar på belastning är genom fjäderkraft, denna ger ett mått likt underlagets elasticitet men tar inte hänsyn till sträckgräns eller plasticitet.

Fjäderkraften är den kraft som uppstår när en fjäder, eller något annat material, trycks ihop eller dras isär [17]. Sträckan där fjäderkraften verkar kommer vara den sträcka där materialet svarar elastiskt, det vill säga återgår till jämviktsläget. I vissa fall kan jämviktsläget ändras vilket sker då underlaget nått sin sträckgräns och övergått till ett plastiskt beteende. Då kommer materialet inte att återgå utan lämna en deformation efter sig. Denna ändring av beteende gör att det kommer finnas två olika fjäderkonstanter, en nedåtriktad och en uppåtriktad, se figur 2.



Figur 2: Visualisering av den sträcka fjäderkonstanterna, k_{upp} och k_{ner} , verkar då ett klot faller till marken. k_{upp} är kortare eftersom marken till viss del deformerats och verkningssträckan blir mindre.

Ett objekt som faller till marken kommer inte att infinna sig i vila direkt efter landning. Objektet kommer istället att infinna sig i en periodisk rörelse och röra sig upp och ner kring en jämviktspunkt. Denna rörelse beror av en dämpningskonstant och fenomenet kallas oscillation.

2.6 Samhälleliga och etiska aspekter

I Sverige finns nästan 400 000 hästar [18] och att forska efter vilka underlag som främjar hästars hälsa kan därför göra skillnad för många individer och främja djurrätten. Projektet kan bidra till att utveckla kunskapen och förståelsen kring de underlag som används inom hästsport. Det långsiktiga syftet är att hitta vilka ridunderlag som främjar hästars hållbarhet. Genom att öka kunskapen möjliggör det för större utrymme att ställa krav inom sporten, på såväl elit- som hobbynivå. Sådana krav kan även bidra till en minskning av underlagsrelaterade skador hos hästar. Vidare ger ett förbättrat underlag hästen ökade möjligheter att bibehålla god balans och därmed minska antalet fall inom sporten. Resultatet från detta projekt syftar inte till att inskränka eller nedvärdera andra människors autonomi och integritet utan endast till att påbörja vägen mot en ökad förståelse kring ridunderlag. Varje individ har själv rätten att bestämma om de vill lita på den metod som utvecklats och om den ger relevanta resultat. På samma sätt som människors kunskap inte är fulländad, är inte heller denna mätmetod felfri, gemensamt är däremot att båda sidor vill hästarnas bästa.

Risken med detta projekt är att det i framtiden kan uppstå etiska problem. Genom utvecklad mätmetod och ytterligare forskning, se avsnitt 5.4, kan det optimala ridunderlaget finnas. En möjlighet är att denna typ av underlag inte finns tillgängligt ännu utan kan komma att forskas fram. Det finns ett stort kommersiellt intresse inom området för ridbaneunderlag då hästsporten är en mångmiljardindustri där stora investeringar också kan ge rejäl avkastning. Risken som uppstår med skapandet av detta ridunderlag är att fokus kan flyttas från hästars välmående till att istället fokusera på prestation. Ridunderlag som gör att hästar till exempel kan hoppa högre eller svänga snabbare skadar hästarna [1], vilket inskränker djurrätten.

Genom att utföra mätningar med teknik ämnad att simulera hovens interaktion med underlaget elimineras behovet av att använda hästar i studien, vilket är positivt då eventuell mätutrustning kan innebära ett stressmoment för hästarna. Däremot påverkar det resultatet då substitutionen kan innebära att vissa viktiga faktorer förbises.

3 Metod

Processen för att utveckla mätutrustningen bestod av flera steg. Till en början genomfördes en kortare litteraturstudie för att kartlägga befintlig forskning och luckor i denna. Efter det utvecklades samt konstruerades mätutrustningens ingående komponenter och tekniska design. När mätutrustningen var färdigställd utfördes mätningar på Falsterbo Horse Shows två gräsridbanor för att testa mätutrustningen. Beräkningar av hastigheten med hjälp av Eulers metod gjordes, vilka låg till grund när fjäderkonstanterna och dämpningskonstanten bestämdes med insamlad data.

3.1 Litteratur

Inledningsvis genomfördes en litteraturstudie med syftet att sammanställa teori om underlag som används vid ridning, samt kartläggande av den problematik som finns. Tidigt i litteraturstudien användes främst information tillhandahållen av *Svenska ridsportförbundet* och internationella ridsportsförbundet (FEI). Ytterligare källor som användes var bland annat *Sveriges lantbruksuniversitet* (SLU) tillsammans med andra utländska universitet vilka bedriver forskning inom området ridsport. De källor som utforskades gav tillsammans en tydlig bild av vilka områden där forskning saknas. Områdena som identifierades utforskades närmare genom sökningar i Google Scholar och liknande databaser. Då relevant information funnits kunde ett av problemområdena väljas ut för vidare studie.

Då de initiala undersökningarna avslutats utvidgades studien till att också undersöka vilka metoder som i nuläget används för att mäta egenskaper hos en yta. Syftet med denna fas var att ta reda på vad som existerar på marknaden samt erhålla kunskap om vilka parametrar som är viktiga då egenskaperna hos en yta mäts. Den främsta källan, då mätmetoder avsedda för ridbanor undersöktes, var det internationella ridsportförbundet.

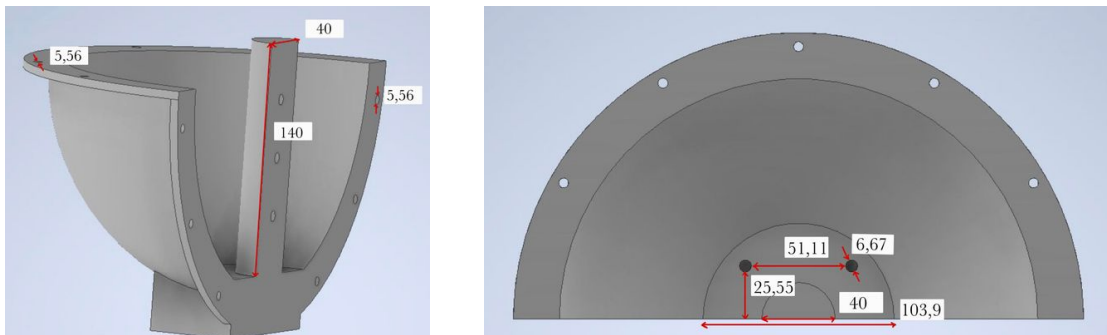
Efter det att en omfattande studie av existerande tekniska lösningar genomförts, ändrades fokus på litteraturstudien till konstruktion av ny mätutrustning. I likhet med tidigare stadier av undersökningen studerades produktblad för relevant teknik, bland annat sensorer. Parallellt togs förslag på fysikaliska ekvationer för att beräkna underlags egenskaper fram. Utöver detta undersöktes potentiella material att tillverka mätutrustningen av.

3.2 Design och konstruktion

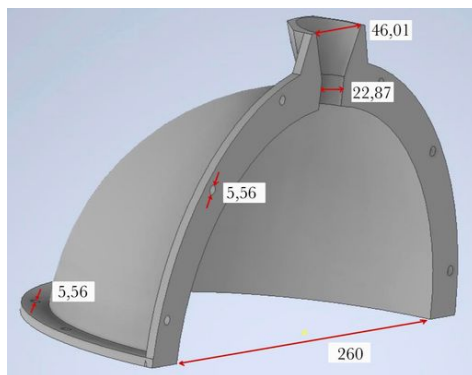
Mätutrustningen bestod av flera delar. Klotet med tillhörande magnet och den tekniska designen utvecklades separat och monterades därefter ihop till den slutgiltiga uppställningen.

3.2.1 Klotet

För att gjuta klotet designades en fyrdelad form i programmet *Autodesk Inventor Professional 2024*, se figur 3 och 4. Designen 3D-printades i 90% skala där hål för skruvar och mätutrustning anpassats innan utskrift.

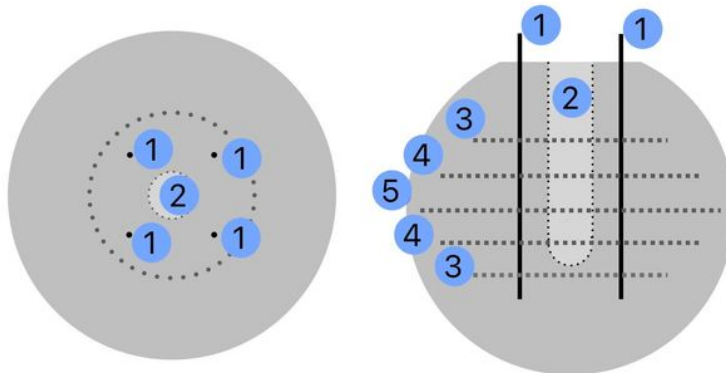


Figur 3: Design av botten delen för formen sett från sidan och ovanifrån. Enheten på dimensionerna ges i millimeter. Hålen i botten används för att få in gängstänger och de i sidorna för att skruva ihop de olika formdelarna.



Figur 4: Design av toppdelen för formen sett från sidan. Enheten på dimensionerna ges i millimeter.

Vinterbetong från Weber användes för att fylla formen, och för att stärka ytterligare armerades klotet med armeringsnät i rutstorlek $5 \times 5 \text{ mm}^2$. Fyra fastgjutna gängstänger i storlek M6 användes för att fästa magneten i uppställningen, se avsnitt 3.2.3. Längden på gängstängerna var 200 mm och användes, tillsammans med armeringsnäten, för att stärka klotets hållfasthet. Gängstänger och armeringsnäten placerades ungefärligt enligt figur 5.



Figur 5: Ovansida (vänster) och tvärsnitt (höger) av betongklotet där siffrorna benämner:

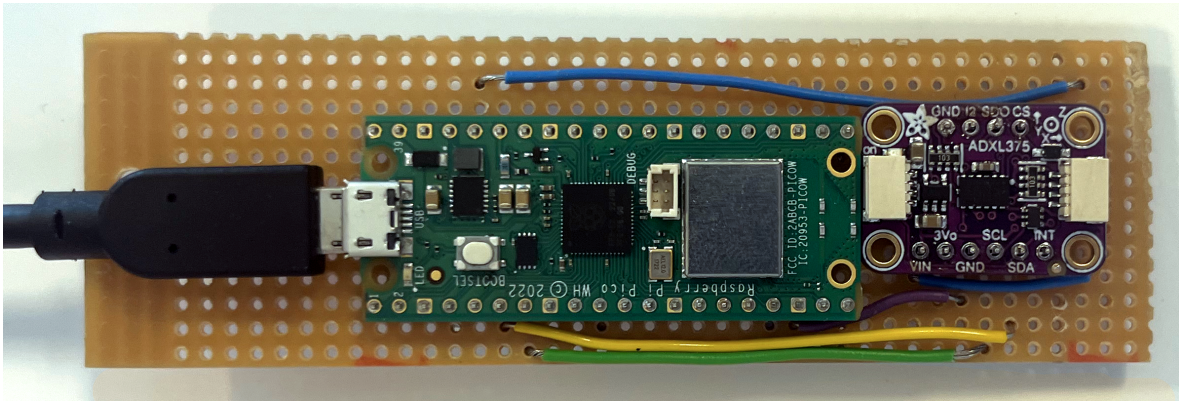
1. Gångstänger 2. Tomrum 3. Armeringsnät $d = 190$ mm 4. Armeringsnät $d = 220$ mm 5. Armeringsnät $d = 250$ mm

Formen monterades och fylldes med betong, för betongblandning samt monterings- och gjutningssteg, se appendix A. Efter fem dygn avlägsnades klotet för att tillåtas härda i ytterligare 14 dagar. Det färdiga klotet hade en diameter på 234 mm och tomrummet med plats för det tekniska en diameter på 36 mm.

3.2.2 Teknisk design

För att erhålla mätdata användes en Adafruit ADXL375 accelerometer tillsammans med datorn Raspberry Pi Pico W. Accelerometern användes för att kunna detektera när, och med vilken kraft, klotet slog i marken. Raspberry Pi Pico W användes för att kunna spara och behandla resultatet.

Komponenterna löddes fast på ett stripboard och anslöts till varandra med hjälp av kopplingstråd, se figur 6. För kopplingen följdes instruktionerna i databladet för Adafruit ADXL375 och dokumentationen för Raspberry Pi Pico W [19][20]. 3,3 V utgången (stift 36) på Raspberry Pi Pico W kopplades till Adafruit ADXL375 V_{in} för att ge ström. *serial data line* (SDA) och *serial clock line* (SCA) kopplades mellan utgångarna på accelerometern och Raspberry Pi stift 6 respektive 7 för att kunna skicka värden med dataöverföringsprotokollet I²C. Sedan kopplades jord på accelerometern till jord på Raspberry Pi.

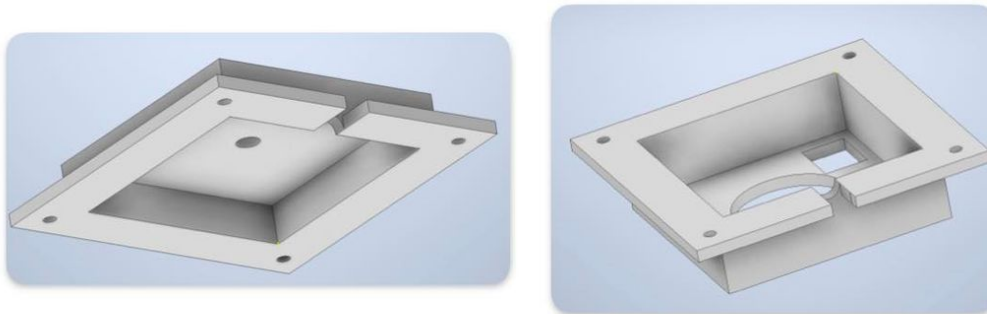


Figur 6: Mätutrustning inuti klotet – en Adafruit ADXL375 kopplad till Raspberry Pi Pico W. **Blå kopplingstråd:** Strömtillförsel med 3,3 V utgång till V_{in} . **Lila kopplingstråd:** jord till jord. **Gul kopplingstråd:** SDA till SDA för överföring av mätdata. **Grön kopplingstråd:** SCL till SCL för överföring av mätdata.

För att läsa mätdata från accelerometern användes programmeringsspråket *CircuitPython*. Koden är bifogad i appendix B och utformades i enlighet med guiden för accelerometern på Adafruits hemsida [19]. Mätvärdena för accelerationen var tredimensionella och varje mätning innehöll 800 punkter med 0,01 s intervall. Till varje mätning sparades även datum och tid.

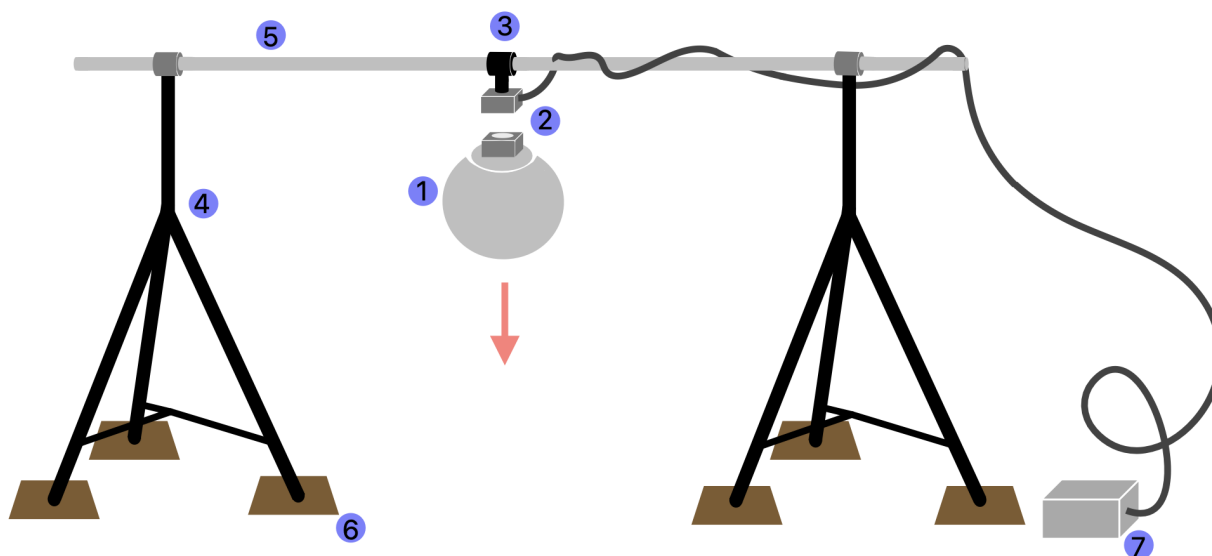
3.2.3 Uppställning

Uppställningen bestod av två höj- och sänkbara stativ som kunde vevas upp till en maxhöjd av 3,75 m. Mellan stativen fästes ett stålrör på cirka 1 m och i mitten av stålröret fästes en elektromagnet med hjälp av en *Doughty Atom Clamp* och en 3D-printad form. Formen gjordes med hjälp av programmet *Autodesk Inventor Professional 2024*, se figur 7.



Figur 7: Design av 3D-printad magnethållare för att fästa elektromagneten på stålröret. Dimensionerna är anpassade efter en elektromagnet tillverkad av företaget *RS PRO* med RS-artikelnnummer: 774-8184.

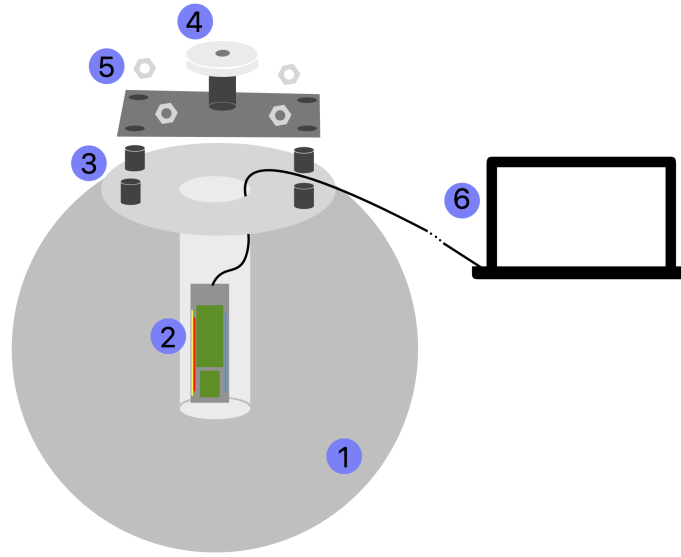
Elektromagneten var av typen dörrmagnet och blev magnetiserande då den kopplades till ström. Detta gjorde att upphängning och släpp av klotet kunde styras med ett 24V batteri. En del av magneten var fastskruvad i betongklotet med hjälp av en ankarskiva som följde med vid släpp av klotet. En skiss på den experimentella uppställningen visas i figur 8.



Figur 8: Den experimentella uppställningen, dock ej i skala, där siffrorna benämner följande:

1. Betongklot
2. Elektromagnet med tillhörande ankarskiva
3. Fäste för elektromagnet
4. Stativ (maxhöjd 3,75 m)
5. Stålrör
6. Plywoodskivor
7. 24-Volts batteri.

Betongklotet hade ett cylinderformat hål som innehöll en stripboard med fastlödda komponenter, se avsnitt 3.2.2. Komponenterna fick sin ström från en dator via en Micro-USB till USB-C kabel enligt figur 9. Det var även denna kabel som användes för dataöverföring och kommunikation med Raspberry Pi:n.



Figur 9: Betongklotet i detalj där siffrorna benämner följande:

1. Betongklot **2.** Stripboard med accelerometern och Raspberry pi **3.** Gängstänger **4.** Ankarskiva till elektromagneten **5.** Muttrar **6.** Dator för datainsamling. Figuren är inte i skala.

Utöver den utrustning som benämns i figur 8 och 9 användes ett vattenpass och en måttstock för att säkerställa att varje mätning började likadant.

3.3 Luftmotstånd

För att kontrollera att de bromsande krafterna på klotet var små, beräknades luftmotståndets påverkan. I figur 1 syns krafterna tyngdkraft, F_g , lyftkraft, F_L , samt formotstånd, F_m [12]. Dessa krafter beräknas enligt,

$$F_g = V_s \cdot \rho_s \cdot g \quad (1)$$

$$F_L = V_s \cdot \rho_f \cdot g \quad (2)$$

$$F_m = C_D \cdot A_p \cdot \frac{\rho_f \cdot v^2}{2} \quad (3)$$

där V_s är sfärens volym, ρ_s är sfärens densitet, g är gravitationen, ρ_f är fluidens, i detta

fall luftens, densitet, C_D är formmotståndskoefficienten, A_P är sfärens tvärsnittsarea och v är sfärens hastighet.

Gravitationskonstanten som användes vid beräkningar är $g = 9,815 \text{ m s}^{-2}$ vilket är den uppmätta gravitationskonstanten i Smygehuk [21]. Denna valdes eftersom Smygehuk ligger geografiskt nära mätningplatsen Falsterbo. Luftens densitet som användes var $\rho_f = 1,261 \text{ kg m}^{-3}$ vilket är den ungefärliga densiteten vid temperaturen 280 K [22]. Formmotståndskoefficienten som användes antogs vara $C_D = 0.47$ [23].

Med hjälp av ekvation (1), (2) och (3) kunde en kraftbalansen

$$F_m + F_L = F_g \implies C_D \cdot A_p \cdot \frac{\rho_f \cdot v_\infty^2}{2} + V_s \cdot \rho_f \cdot g = V_s \cdot \rho_s \cdot g \quad (4)$$

ställas upp. Hastigheten vid kraftbalans kallas fria fallhastigheten, v_∞ , och kan brytas ut ur ekvationen (4) enligt,

$$v_\infty = \sqrt{\frac{4 \cdot (\rho_s - \rho_f) \cdot g \cdot d}{3 \cdot \rho_f \cdot C_D}}.$$

För släpp av objekt vid låga höjder når inte objektets hastighet den fria fallhastigheten. I detta arbete användes istället Eulers metod för att beräkna hastigheten vid bestämda tidpunkter. För att göra detta startade processen då hastigheten var lika med noll. Därefter användes tyngdaccelerationen för att beräkna första stegets sluthastighet. Denna hastighet sattes sedan in i ekvationerna för luftmotstånd, ekvation (1), (2) och (3) och en ny acceleration beräknades. Den nya accelerationen användes sedan för att efter ett lika stort tidsintervall beräkna en ny hastighet. Denna process upprepades tills den önskade fallhöjden uppnåtts. Processen implementerades i Python, se appendix C för fullständig kod.

Den beräknade hastigheten via Eulers metod jämfördes sedan med det ideala fallet där samtliga motståndskrafter försumrades. En beräkning gjordes för mätningarna då klotet släpptes från 1,5 m, denna släpphöjd var den som användes vid framtagandet av de sökta konstanterna. Den ideala hastigheten v beräknades

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

där h är höjden klotet släpptes från. Om de två hastigheterna skiljde sig mindre än 1% antogs luftmotståndet vara försumbart.

3.4 Fjäderkraft och dämpning

Fjäderkraften beräknades enligt Hookes lag,

$$F_S = -k\Delta x$$

där k är fjäderkonstanten och Δx är sträckan från jämviktsläget. Med antagandet att luftmotståndet kunde försummas fanns bara en ytterligare kraft, tyngdkraften. Fjäderkonstanten gick då att räkna ut med hjälp av Newtons andra lag enligt ekvationerna (5) och (6). Jämviktsekvationen som ställs upp är

$$m \cdot a = m \cdot g - k\Delta x \quad (5)$$

varvid k bryts ut enligt

$$k = \frac{m \cdot g - m \cdot a}{\Delta x}. \quad (6)$$

I dessa ekvationer motsvarar Δx sträckan där fjäderkraften verkar och beräknades genom dubbelintegration av accelerationen, detta gjordes enligt avsnitt 3.5.2. För den nedåtgående fjäderkonstanten motsvarade denna sträcka avståndet mellan marknivån och det initiala inträngningsdjupet medan det för den uppåtgående fjäderkonstanten motsvarade sträckan från det initiala inträngningsdjupet till den deformerade marknivån, se figur 2.

Ekvationen för en avtagande sinusfunktion är

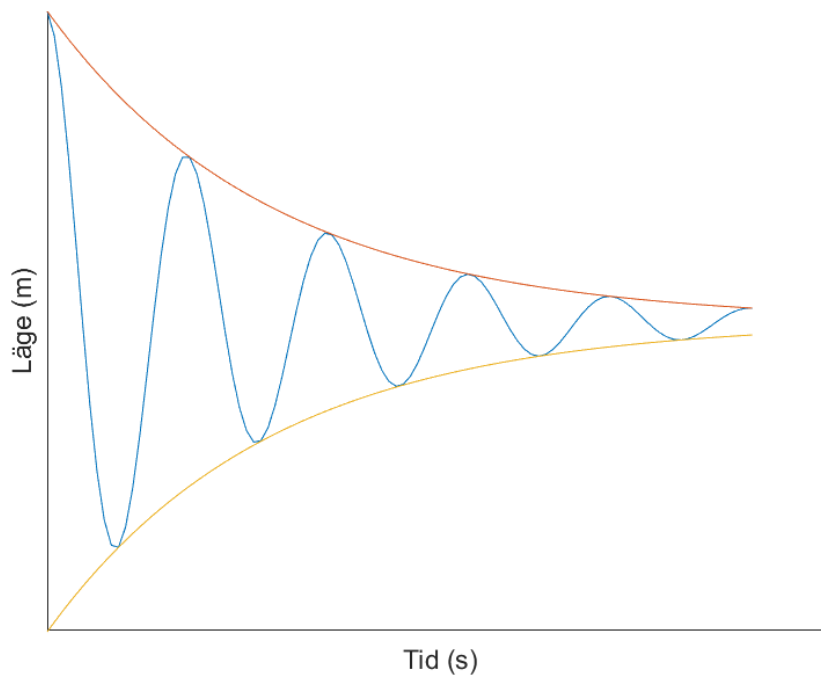
$$x(t) = A \cdot e^{-\frac{\beta}{2m} \cdot t} \cdot \sin(\omega t + \phi) + x_\infty$$

där A är amplituden, β är dämpningskonstanten, m är massan i kilogram, t är tiden i sekunder, ω är vinkelhastigheten, ϕ är fasvinkeln och x_∞ motsvarar klotets slutposition. Sträcka-tid-diagrammet för det släppta klotet bör följa denna form då det oscillerar när det når marken. Genom att studera den oscillerande rörelsen utvanns information om dämpningskonstanten β [24].

För att bryta ut dämpningskonstanten skapades ytterligare två grafer, en graf som tangerade den oscillerande lägesgrafens maximipunkter och en som tangerade dess minimipunkter. Dessa bör följa formen av $x(t)$ enligt

$$x(t) = \pm A \cdot e^{-\frac{\beta}{2m} \cdot t} + x_\infty. \quad (7)$$

Utseende ska då följa grafen i figur 10, som visar hur maximi- och minimipunkterna tangeras.



Figur 10: Sträcka-tid graf för den oscillerande rörelsen som bör uppstå då klotet faller i marken samt tangerande grafer för estimering av dämpningskonstant.

3.5 Mätningar och datahantering

Testmätningar genomfördes på Falsterbo Horse Shows gräsbanor. Vid varje mätning utfördes en extra brusmätning för att korrigera datainsamlingen. Efter ytterligare granskning, korrigering vid behov och verifiering av framtagna vektorer beräknades de önskade konstanterna.

3.5.1 Mätningar

När samtliga komponenter av mätutrustningen hade monterats genomfördes mätningar på två gräsbanor tillhörande Falsterbo Horse Show. I figur 11 syns de positioner där mätningarna utfördes. Fyra mätplatser tillhörde den internationella arenan och en plats tillhörde ridbanan avsedd för framridning. Dessa platser valdes enligt två principer, platser som utsatts för större mängd belastning eller platser som inte gjort det. Plats 1 är ingångsväg för samtliga fordon till banan på Falsterbo Horse Show och plats 3 är avstamp före vattengrav. Plats 2,4 och 5 är slumpvist utvalda punkter som inte utsatts för någon extra belastning. Totalt utfördes 9 mätningar per punkt fördelade på tre olika höjder mätta från klotets botten: 138cm, 150cm och en tredje höjd som varierade mellan 221cm till 331cm. Höjderna korrigerades genom subtraktion av avståndet mellan klotets lägsta punkt och utrustningens högsta punkt, motsvarande 39 cm, vilket gjordes för att kunna genomföra korrekta beräkningar. Samtliga mätningar genomfördes den 23 april år 2024.



Figur 11: De fem positioner som användes som mätpunkter [25]

1. Infart för maskiner **2.** Slumpmässigt utvald punkt **3.** Avsprångspunkt för vattengrav
4. Slumpmässigt utvald punkt **5.** Mätpunkt på framridningen

Samtliga mätningar genomfördes enligt följande steg:

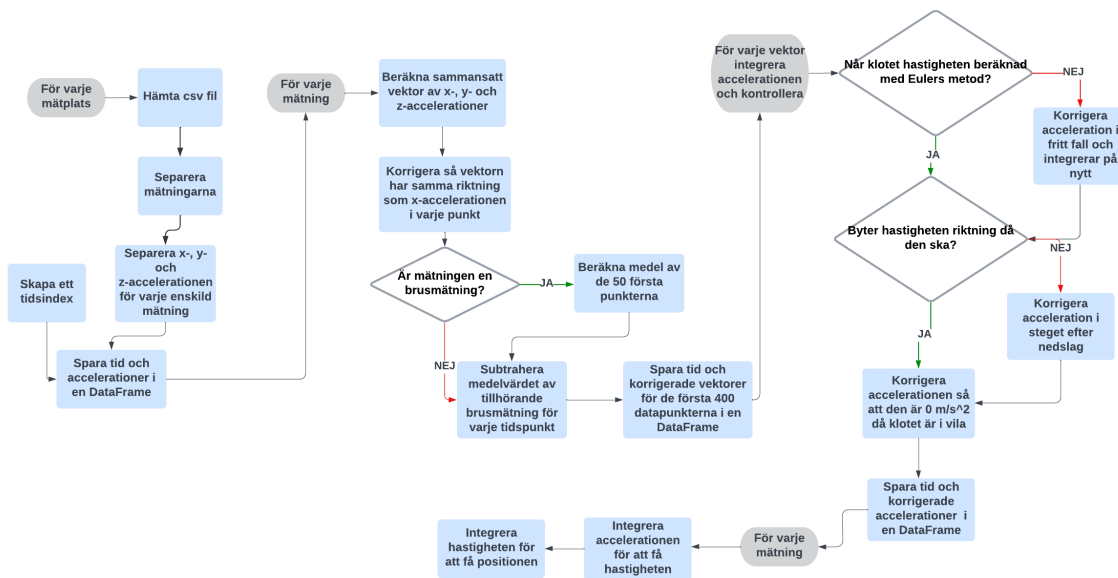
1. Slå på elektromagneten.
2. Fäst klotet i stålröret på stativet med hjälp av elektromagneten.
3. Justera höjden på stativet.
4. Säkerställ kontakt mellan accelerometer och dator.
5. Genomför en referensmätning då klotet är i vila, spara data.
6. Starta ny mätning och slå av elektromagneten.
7. Låt klotet falla fritt och avvakta tills mätningen är klar, spara data.

Mellan varje mätning justerades placeringen av mätutrustningen med minst 10cm, detta gjordes mot bakgrunden att underlaget till viss del deformeras av tidigare mätning.

3.5.2 Datahantering

Uppmätta datapunkter krävde behandling för att utvinna de sökta fjäderkonstanterna och dämpningskonstanten. Enbart data från mätningen på höjden 150 cm användes under dataanalysen, se appendix D för Pythonkod. I figur 12 beskrivs processen i sin hel-

het från mätdata till korrigerade accelerationer, hastigheter och positioner. Under den första delen av processen separerades mätdata så att x -, y - och z -värden för varje enskild mätning erhöles en egen kolumn. Detta gjordes för både samtliga referensmätningar och mätningar vid fall. Därefter användes dessa värden för att beräkna accelerationsvektorn i vertikal riktning för klotet, här gjordes antagandet att klotet enbart rörde sig vertikalt. Referensmätningen som genomfördes vid mätningar enligt avsnitt 3.5.1 användes sedan som brusmätning för att korrigera mätningarna vid fall. Därefter kontrollerades varje enskild vektor och korrigerades vid behov, denna korrigering innebar att tidpunkten där klotet var i kontakt med marken, och alltså upplevde maximal acceleration, förlängdes. Sedan integrerades accelerationen en gång för erhållande av hastigheten. Denna jämfördes mot den beräknade hastigheten genom Eulers metod för att säkerställa att den uppmätta accelerationen under klotets falltid motsvarade tyngdaccelerationen. Då dessa inte stämde överens korrigerades accelerationen i vissa tidssteg till g , tills dess att hastigheten som uppnåddes precis innan stöten var densamma, eller mycket nära, den hastighet som beräknades med Eulers metod. Sedan kontrollerades att accelerationen var noll då klotet befann sig i vila, om inte korrigerades detta. Då samtliga korrigeringar slutförts integrerades den korrigerade accelerationen en gång för erhållande av hastigheten och därefter en gång till för erhållande av positionen och önskade grafer konstruerades.



Figur 12: Processen enligt vilken mätdata hanterades och korrigerades.

De framtagna positions- och accelerationsgraferna användes för att få fram de värden som var relevanta vid beräkning av fjäderkonstanterna och dämpningskonstanten.

För detta följdes nedanstående tillvägagångssätt:

- Inträngningsdjupet Δx för k_{ner} : lokaliserades genom beräkning av avståndet mellan första minimipunkten och marknivån.
- Inträngningsdjupet Δx för k_{upp} : lokaliserades genom beräkning av avståndet mellan första minimipunkten och nivån där klotet stabiliserades efter fallet.
- Maximala accelerationen a_{max} : lokaliserades genom identifiering av den maximala accelerationen för det första inträngningsdjupet.
- Nivån där klotet stabiliserades x_{∞} (enbart för plats 4 mätning 1) : lokaliserades genom identifiering av positionen för den slutgiltiga marknivån.
- Samtliga minimipunkter (enbart för plats 4 mätning 1) : lokaliserades genom identifiering av positionskurvas minimipunkter.

Inträngningsdjupet och de maximala accelerationerna sattes in i ekvation (6) för utvinning av fjäderkonstanterna. För erhållning av dämpningskonstanten sattes x_{∞} i ekvation (7) och kurvan anpassades därefter till positionsgrafens utvunna minimipunkter. Se kod för detta i appendix E.

3.6 Användning av AI

Under projektets gång har AI-verktyget *ChatGPT* funnits med som bollplank för att granska idéer och tankar innan dessa studerats vidare. ChatGPT användes också för att hitta synonymer under skrivandet av rapporten samt för att översätta fraser under litteraturstudien. Det användes även som ett stöd under programmeringsfaserna genom att generera exempel på hur specifika kodsekvenser kunde skrivas, samt för undersökning av vart i koden eventuella fel uppstod.

4 Resultat

Huvudsyftet med projektet var att få fram en första prototyp på mätutrustning för ridunderlag. Detta mål nåddes och mätningar på huvudbanan och framridningsbanan på Falsterbo Horse Show utfördes.

Resultatet blev mätuppställningen vilken visas i figur 13a. De ingående komponenterna som syns i figuren är två stativ placerade på plywoodskivor, ett stålrör med en elektromagnet monterad i en magnethållare och klotet. En närbild på klotets undersida, som kommer i kontakt med marken vid nedslag, visas i figur 13b. Där framgår det att klotet har viss oregelbundenhet i formen. Vid förflyttning av uppställningen i figur 13a krävdes minst tre personers samarbete.



(a) Mätuppställningen på huvudridbanan på Falsterbo Horse Show.



(b) Närbild på färdigställt klot som användes vid mätningar.

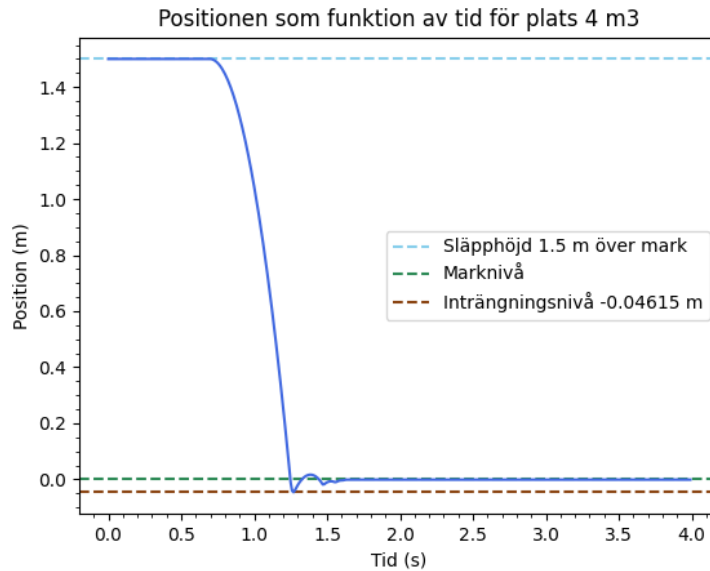
Den tekniska utrustningen som användes för att få fram mätvärden på accelerationen är gömda inuti klotet. Resultaten från dessa mätningarna och hur de relaterar till fjäderkraften, dämpningen och luftmotståndet diskuteras nedan.

4.1 Fjäderkraft och dämpning

För att få fram fjäderkraft och dämpning användes positionen som funktion av tid, vilken togs fram genom dubbelintegration av accelerationen enligt avsnitt 3.5.2 med hjälp av koden i appendix C. För detta användes resultatet från mätningarna som finns att hämta från *Dropbox*, sorterat efter plats och höjd till metallröret bollen hängde i [26]. Alla mätvärden är angivna i m/s^2 .

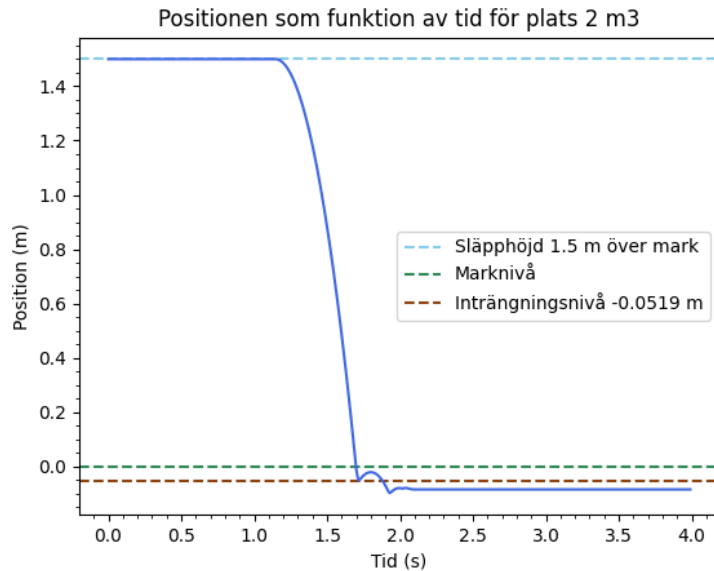
I figur 14 visas resultat av den tredje mätningen på plats fyra på Falsterbo Horse Show. Här visas släpphöjden, marknivå samt inträngningsdjupet i marken. Vart respektive plats är belägen redovisas i figur 11. I följande grafer är marknivån definierad som

1,5 m under släpphöjden och inträngningsnivån skillnaden mellan marknivån och första minimipunkten för positionen.



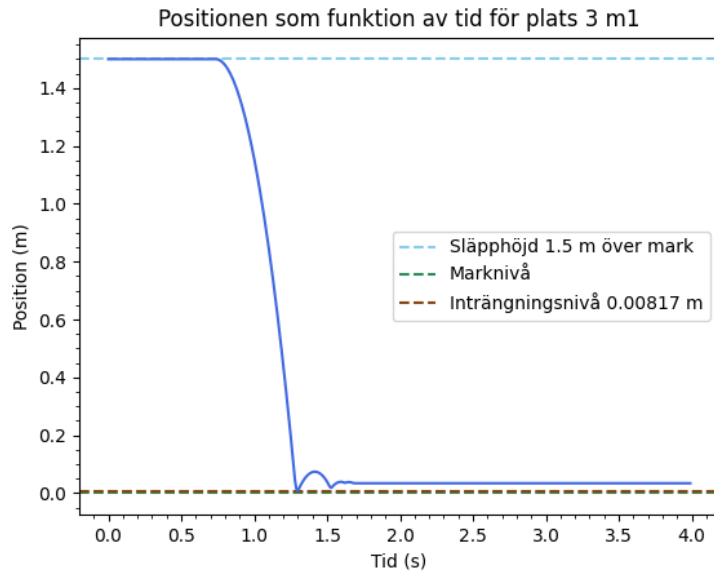
Figur 14: Klotets position som funktion av tid beräknat genom dubbel integrering av accelerationen vid plats 4, mätning 3.

Denna mätning gav ett inträngningsdjup på 46,1 mm för en släpphöjd på 1,5 m. Tredje mätningen på plats två gav istället ett initialt inträngningsdjup på 51,9 mm för samma släpphöjd, se figur 15. Däremot fortsätter positionen under inträngningsnivån till skillnad från mätningen på plats fyra i figur 14, där positionskurvan planar av mot marknivå.



Figur 15: Klotets position som funktion av tid beräknat genom dubbel integrering av accelerationen vid plats 2, mätning 3.

Vid första mätningen på plats tre gav det beräknade inträngningsdjupet fel tecken (se figur 16), vilket tyder på att klotet aldrig trängde ner i marken. Plats tre var däremot avsprångspunkt för vattengraven på Falsterbo Horse Show, och vid mätningen upplevdes underlaget ojämnt. Lägsta punkten för klotet blev 8,17 mm över marken och även stabiliseringen av kurvan sker över marknivå.



Figur 16: Klotets position som funktion av tid beräknat genom dubbel integrering av accelerationen vid plats 3, mätning 1.

De två första graferna, figur 14 och figur 15, är exempel på typiska positionskurvor för mätningarna som gjorde på Falsterbo Horse Show. Den sista grafen, figur 16, var den enda med en positiv inträngningsnivå. Resterande grafer återfinns i appendix F.

Från dessa grafer och övrig data given av accelerometern kan den uppåtgående och nedåtgående fjäderkonstanten samt dämpningskonstanten β räknas ut. De är beräknade enligt metodavsnitt 3.5.2 och i tabellerna 1 och 2 illustreras fjäderkonstanterna för samtliga mätplatser. Här används mätvärden från släpphöjden 1,5 m.

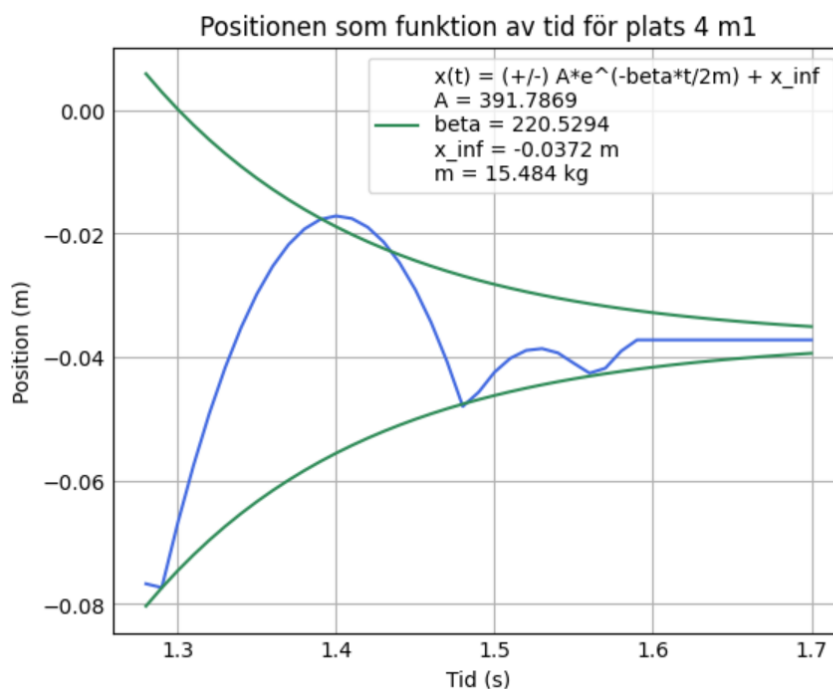
Tabell 1: k_{ner} angivet i [N/m], släpphöjd $h = 1,5$ m.

	Plats 1	Plats 2	Plats 3	Plats 4	Plats 5
Mätning 1	85 236	76 212	-471 532	49 939	38 407
Mätning 2	57 697	87 186	81 117	81 835	81 132
Mätning 3	81 304	75 399	-4 698	85 382	69 065
Mätning 4	-101	81 119	82 326	38 855	81 098

Tabell 2: k_{upp} angivet i [N/m], släpphöjd $h = 1,5$ m.

	Plats 1	Plats 2	Plats 3	Plats 4	Plats 5
Mätning 1	-57 200	-45 683	148 536	96 315	-119235
Mätning 2	135 894	-180 164	239 354	-612 503	240 430
Mätning 3	-82 444	-141 411	32 5 181	87 574	-147 755
Mätning 4	-27	250 063	48 121	-51 883	613 644

I figur 17 visas dämpningskurvan på formen given i ekvation 7. Utifrån den avläses att dämpningskonstanten för mätning 1 på plats 4 är $\beta = 220,5$ kg/s. Amplituden fås till $A = 391,8$ m.



Figur 17: Den blåa kurvan visar position för klotet på plats 4, mätning 1 då klotet oscillerade vid marknivå. De gröna kurvorna visar anpassningen efter grafens minimipunkter med hjälp av ekvation 7. Värdet för ingående variabler redovisas i figuren.

4.2 Luftmotstånd

Pythonkoden given i appendix C grundad i Eulers metod i avsnitt 3.3 beräknade den teoretiska hastigheten vid ett släpp på 1,5 m till $v_{\text{euler}} = 5,3912$ m/s.

Den ideala hastigheten för samma fall beräknad med hjälp av energiprincipen gav istället en hastighet på $v_{\text{ideal}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 5,4264$ m/s.

Luftmotståndets påverkan på hastigheten beräknades genom jämförelse av de båda metoderna till

$$\frac{v_{\text{ideal}} - v_{\text{euler}}}{v_{\text{euler}}} = \frac{5,4264 - 5,3912}{5,3912} = 0,653\%.$$

Luftmotståndet kan alltså försummas och ovanstående beräkningar gäller enligt avsnitt 3.4.

5 Diskussion

För att dra slutsatser baserat på resultatet av kandidatarbete är det nödvändigt att utförligt diskutera mätutrustningens prestanda. Den skapade mätutrustningen fungerade vid samtliga mätningar. Utformningen hade flera fördelar, det gick smidigt att ändra höjden, elektromagnetens ankare kunde röra på sig så klotet alltid hängde rakt ner och klotets tyngd var lagom. Klotet vägde tillräckligt mycket för att kunna utvinna intressanta mätpunkter men också tillräckligt lite för att det skulle vara smidigt att hantera. Utrustningen är portabel och enkel att sätta ihop, dock väger vissa delar såsom stativ och klot en del och det krävs minst två personer för att flytta utrustningen när den är ihopsatt. Överföringen av data gick smidigt med micro-USB-sladden, denna användes istället för WiFi-funktionen eftersom dataöverföringshastigheten från Raspberry Pi:n var för långsam. Plywoodskivorna som användes under stativen för att skapa stabilitet var överflödiga och användes inte vid sista mätningen då de blev hala efter regn. Magnetens stängdes av genom att manuellt dra av sladdarna kopplade till batteriet, detta var en kritisk punkt under mätningen då klotet kunde släppas vid fel tillfällen om kontakten mellan sladdar och batteriet inte var tillräcklig.

5.1 Luftmotstånd

Eulers metod har använts vid flertalet tillfällen genom arbetets gång, dels vid beräkningen av luftmotståndet och dels vid datahanteringen. Resultatet i avsnitt 4.2 visar att luftmotståndet var litet och kunde därför försummas. Detta antagande har sannolikt inte påverkat de senare beräkningarna utan underlättat projektet. De framtagna fjäderkonsterna är därför, med avseende på luftmotståndet, nära korrekta. Hastigheten som beräknats med hänsyn taget till luftmotstånd har i datahanteringen använts för att korrigera den uppmätta hastigheten så att denna överensstämmer med den beräknade hastigheten, se avsnitt 3.5.2. Detta i sin tur har gjort att de framtagna konstanterna k_{upp} , k_{ner} och β är närmare det verkliga värdet än de skulle varit utan denna korrigering.

5.2 Resultat av mätningar

Samtliga resultat som tas upp och diskuteras är kopplade till mätningar där klotet släpptes från höjden 150cm. Detta gjordes för att de mätningarna gav tydligast resultat. Mätningarna genomfördes sent i april månad nära deadline, detta för att ge gräset tid att växa till sig. Det gjorde att tiden för datahantering blev mycket begränsad och då detta är en tidskrävande process fattades beslutet att enbart göra beräkningar på en höjd för k_{ner} och k_{upp} samt endast analysera en mätning för framtagandet av β . Det hade varit önskvärt att analysera samtliga mätningar.

För plats 1 mätning 4 avviker värdena stort från övriga, genom inspektion av datapunkter framkom det att detta beror på felaktigt märkta datakolumner och därför försummas denna mätning.

Vid beräkningar av fjäderkonstanterna blir flertalet värden negativa, detta gäller både k_{ner} och k_{upp} . Det är allmänt känt att fjäderkonstanten alltid är positiv, och det är därför motsägelsefullt att vissa framtagna konstanter är negativa. Detta är en tydlig indikation på att utrustningen behöver utvecklas.

Exempel på när k_{ner} är negativ kan ses i figur 16, denna visar exempel på när mätutrustningen missat mätning under inträngning. Avsaknaden av mätpunkter under marknivå medför ett positivt värde på Δx och därtill ett negativt värde på fjäderkonstanten. Anledningen till missade mätpunkter under inträngningen är den låga mätfrekvens, 100 Hz, på accelerometern som använts. Ytterligare en möjlig anledning är de antaganden och uppskattningar som gjorts under databehandlingen. Det är till exempel inte säkert att de korrigeringar som gjorts varit tillräckliga för att komma upp i rätt hastighet. Därmed är det inte säkert att rätt position uppnås samtidigt som dubbel integration alltid medför fel.

För k_{upp} kan negativa fjäderkonstanter bero på både underlag och mätutrustning, detta är troligtvis anledningen till varför en större andel av värdena för k_{upp} än för k_{ner} är negativa. Den uppåtgående fjäderkonstanten är framtagen med hjälp av sträckan mellan två okända punkter, till skillnad från den nedåtgående fjäderkonstanten där marknivån är känd. Dubbelintegrationen som använts vid framtagande av de okända punkterna har därför sannolikt påverkat k_{upp} mer än k_{ner} , därför erhåller sannolikt k_{upp} större felmarginaler än k_{ner} . Dessutom är k_{upp} känsligare för missade mätvärden då denna verkar över en kortare sträcka och därmed kortare tid. En av anledningarna till att negativa fjäderkonstanter för k_{upp} erhålls i resultatet kan vara definitionen av jämviktsläget. Om underlagets elasticitet är så låg att det vid varje studs når sin sträckgräns resulterar det i en deformation som blir djupare för varje landning som går. Jämviktsläget blir vid låg elasticitet lägre för varje studs eftersom den deformerade marknivån blir djupare för varje studs och då är x_{∞} inte konstant. Då den slutgiltiga marknivån ligger lägre än det första inträngningsdjupet för beräknat k_{upp} blir Δx positiv vid användandet av x_{∞} motsvarande slutnivån och därav erhålls negativa fjäderkonstanter.

För k_{ner} hamnar många av värdena kring $80,0 \pm 8,9 \text{ kN/m}$, detta tyder på att det kan vara här det verkliga värdet ligger. Det skulle också kunna tyda på att accelerationskorrigeringarna stämmer för det fria fallet. Eftersom hastigheten klotet borde uppnå i det initiala fria fallet beräknas med numeriska metoder blir det enklare att säkerställa att positionen vid den initiala kontakten stämmer, jämfört med att validera modellen som helhet. Korrigeringen för efterföljande svängningar, vilka accelerometern eventuellt delvis missar, utgör en svårighet då ingen annan metod för beräkning av dessa använts. Därför minskar sannolikheten för att dämpningskonstanten är korrekt.

Dämpningen beräknades med hjälp av minimipunkterna då det fanns fler tydliga minimipunkter än maximipunkter, resultatet ses i figur 17. Kurvanpassningen följer minimipunkterna bra, men det är en viss avvikelse till maximipunkterna. Denna avvikelse tros bero på att klotet inte oscillerar enligt en sinusfunktion likt figur 10 och att mätfrekvensen kan ha gjort att de verkliga maximipunkterna missats. Som tidi-

gare nämnts har korrigering och behandling av mätpunkterna gjorts, detta även för erhållning av den graf som använts vid utvinning av dämpningskonstanten β , se figur 17, detta medför en viss osäkerhet.

5.3 Felanalys

Kandidatarbetet innehåller en del felkällor. En av de största är den relativt låga mätfrekvensen hos accelerometern på 100 Hz. Den låga mätfrekvensen kan ha resulterat i att viktiga mätvärden missats och därmed påverkat resterande mätresultat. Till exempel är både uträknandet av fjäderkonstanterna och dämpningskonstanten beroende på positionen, och om den uppmätta accelerationen inte stämmer fortplantar sig felet genom dubbelintegrationen i datahanteringen.

En annan utmärkande felkälla är mätningen av sträckan mellan marknivå och släpphöjden. Vid höjdmätningarna användes en tumstock för att se till att stativen var på samma höjd innan varje första mätning på respektive plats, men vid förflyttning av stativen för att påbörja ny mätning säkerställdes aldrig starthöjden. Ett sätt att förbättra detta hade varit att använda och anteckna resultatet av en lasermätare innan varje mätning initierades för att ta hänsyn till eventuella höjdskillnader.

Hur datahanteringen utfördes kan också ligga till grund för osäkra mätresultat. Till exempel användes dubbelintegration av accelerationen för att bestämma klotets position vilket, som tidigare nämnt, kan leda till fortplantning av mätfel. Dessa mätfel kan bero på brus från accelerometern, vilka hade till viss del kunnat undvikas med hjälp av ett lågpassfilter.

Ytterligare faktorer som kan påverka mätresultaten är tidpunkten för mätningen samt klotets form. Gräsridbanor används som mest under sommarsäsongen och mätningarna utfördes sent i april. Detta resulterar i att de framtagna värdena för banans egenskaper med stor sannolikhet inte är desamma som under högsäsong. Faktorer som ändras är till exempel banans fukthalt samt längd på gräs och rötter. Klotets form blev inte heller helt enligt en sfär, se figur 13b, vilket påverkar trovärdigheten i samtliga beräkningar då formmotståndskoefficienten som använts är specifikt för en sfär och därför något lägre än den verkliga koefficienten i detta fall. Dessutom gör den ojämna formen att klotet ibland tappar vid landning. När den sammansatta vektorn av x -, y - och z -accelerationen beräknas enligt avsnitt 3.5.2 ger denna tippning ett utfall som rörelse nedåt när den egentligen sker i sidleds. Detta leder till att den nedåtgående accelerationen som beräknas blir större än den verkliga.

Det är viktigt att ha i åtanke att mätmetoden som använts i detta projekt inte stämmer överens med den verkliga situationen i hästens stegcykel. En häst har sina hovar i olika lägen i belastningsfasen beroende på gångart, steglängd, rörelse, vikt och individ. Därav blir de fjäderkonstanter som beräknats i detta projekt inte nödvändigtvis likadana som de hästen upplever. Vid beräkningar av fjäderkonstanterna har endast den uppmätta maximala accelerationen använts då ytterligare mätpunkter kring denna saknas, vilket

leder till att det endast är den maximala fjäderkraften som beräknats.

Det bör tas i beaktande att huvudmålet med detta kandidatarbete är att utforma en första prototyp på mätutrustning vilken gjordes. Avsnittet om felanalys är därför främst för att underlätta fortsatt forskning och utveckling av mätutrustningen.

5.4 Fortsatt forskning

Projektet har stor utvecklingspotential, både i form av befintlig metod men även ytterligare forskning. För framtida projekt kan datahanteringen utvecklas så att grafer för fjäderkonstanten beroende av tid skapas. Det vore också fördelaktigt att utveckla metoden så att alla fem funktionella egenskaperna hos ridunderlag behandlas. Det sistnämnda kan göras genom mätning av friktion, längd på glidfas och studerande av vilka krafter som absorberas samt en elasticitets-modul med markprover. För att veta hur hästar påverkas av olika typer av underlag, inte bara gräsridbanor, kan salivprover användas. Genom att mäta biomarkörer som indikerar ökad inflammationshalt i salivet bör det bli identifierbart vilken typ av underlag som är den mest skonsamma för hästen. Med mätutrustningen blir det sedan undersökt vilka egenskaper detta besitter. För att kunna dra slutsatser krävs mätningar och salivprover på flertalet banor. Mätningar på samma typ av banor krävs för att skapa ett medelvärde för den typen av underlag. Mätningar på olika typer av banor krävs för att undersöka vilken typ av underlag som är mest skonsam för hästen. Falsterbo Horse Show har ett rykte av att vara en av de mest välskötta gräsbanorna i Sverige är därför en bra bana att jämföra med.

Mätutrustningen kan utvecklas på flera sätt. En accelerometer med högre mätfrekvens bör användas samt ett filter för att minimera brus konstrueras. En lasermätare vore ett bättre alternativ till tumstocken för att erhålla säkrare resultat. Ytterligare kan metoden göras mer komfortabel genom att koppla en strömbrytare till batteriet samt integrera ett vattenpass på stålröret som håller upp klotet. Det finns även utvecklingspotential för användandet av wirelessfunktionen hos Raspberry Pi Pico W.

Klotet kan utvecklas genom att byta till ett material med högre densitet, till exempel järn. Detta medför högre krafter som kan verka på underlaget, men för att nå de samma krafter som hästar utövar krävs att mätutrustningen utvecklas ytterligare. Klotet behöver också accelereras vid släpp – alternativt släppas från orimligt hög höjd – vilket gör att luftmotståndet då inte kan försummas. Mätning vid denna storleksordning av krafter är av intresse eftersom underlag beter sig olika beroende på vilken spänning som applicerats och svarar därefter med en kraft som troligtvis inte beter sig linjärt som fjäderkraften.

6 Slutsats

Syftet med projektet var att utveckla en mätutrustning som kan användas för att med fysikaliska mått undersöka och jämföra ridunderlagsegenskaper. Målsättningen är att detta arbete kan bli en del i att driva ridsporten mot gemensamma tekniska standarder för ridunderlag. De egenskaper som kvantifierades var fjäderkraften i både uppåt och nedåtgående riktning, samt dämpningskonstanten.

Mätutrustningen gick ut på att ett betongklot innehållande en triaxial accelerometer släpptes från en ställning med hjälp av en elektromagnet från olika höjder. Datan från accelerometern formaterades till csv-filer för att sedan sättas in i programmeringskoden som utvann de sökta konstanterna.

Metoden som skapades fungerar men har brister, främst i form av låg mätfrekvens hos accelerometern som användes. Ett resultat av detta är att vissa mätningar gav upphov till negativa fjäderkonstanter, något som är fysikaliskt omöjligt. Därtill borde de konstanter som uppmätts vid samma plats varit relativt nära i värde då ridbanan som undersöktes upplevs vara enhetlig. Mot denna bakgrund är det inte sannolikt att fjäderkonstanterna på samma plats varierar i de spann som de gör. Den nedåtgående fjäderkonstanten erhöll sitt största spann på plats 4, där varierade denna mellan de positivt uppmätta värdena i spannet 39 kN/m till 85 kN/m. Intressant är att flera mätningar av den nedåtgående fjäderkonstanten, 13 av 20, ger värden på denna kring $80 \pm 8,9$ kN/m. Detta skulle kunna vara en indikation på att den verkliga nedåtgående fjäderkonstanten har ett värde kring detta. Den uppåtgående fjäderkonstanten erhöll sitt största spann på plats 3, där varierade denna mellan de positivt uppmätta värdena i spannet 48 kN/m till 325 kN/m. Denna visade inget samband mellan de olika värdena. Dämpningskonstanten beräknades till 220,5 kg/s, denna för den första mätningen vid plats 4. Eftersom tiden endast räckte till beräkningen av en dämpningskonstant är det svårt att dra en slutsats gällande denna, det som går att säga är att underlaget beter sig som förväntat och att klotet oscillerar vid landning.

Slutsatsen som kan dras från denna rapport är att utrustningen som framställts är en god första prototyp av en framtida mätutrustning. Det finns en stor utvecklingspotential och mycket forskning att göra. Exakta värden på de framtagna konstanterna k_{upp} , k_{ner} och β bör ses som ett jämförelsetal, men inte som specifika tabellvärden då datan är för inkonsekvent för att kunna dra några entydiga slutsatser.

Referenser

- [1] E. Hernlund och C. Lönnell, *Ridunderlag - En guide*. Sverige: Svenska ridsportförbundet, 2015. [Online]. Tillgänglig: https://ridsport.se/download/18.3e6906271839716024b61e/1664707674434/ridunderlag_2015_lr.pdf, Hämtad: 2024-01-22.
- [2] S. Hobbs m. fl., *Equine Surfaces White Paper*. 2014. [Online]. Tillgänglig: https://www.researchgate.net/publication/261135115_Equine_Surfaces_White_Paper, Hämtad: 2024-04-30.
- [3] T. Woolf. "Equestrian Surface Testing at the FEI World Championships", *Premier Equestrian*. (sept. 2022), [Online]. Tillgänglig: <https://premierequestrian.com/equestrian-surface-testing-at-the-fei-world-championships/> (hämtad: 2024-02-06).
- [4] R. Graydon m. fl., "The Development of a Standardized Protocol for Quantifying Equestrian Eventing Cross-Country Ground", *Biomechanics*, årg. 3, s. 343–361, aug. 2023. DOI: 10.3390/biomechanics3030029.
- [5] Agria djurförsäkring. "Hästens fem vanligaste diagnoser står bakom 60 procent av skadorna". (2015), [Online]. Tillgänglig: <https://www.agria.se/hast/artiklar/sjukdomar-och-skador/hastens-fem-vanligaste-diagnoser-star-bakom-60-procent-av-skadorna/> (hämtad: 2024-03-27).
- [6] Agria djurförsäkring. "Att anlägga en ridbana". (2021), [Online]. Tillgänglig: <https://www.agria.se/hast/artiklar/om-hast/att-anlagga-en-ridbana/> (hämtad: 2024-04-11).
- [7] M. Blanco, F. Rado och M. Peterson, "Warm Season Turfgrass Equine Sports Surfaces: An Experimental Comparison of the Independence of Simple Measurements Used for Surface Characterization", *Animals*, årg. 13, s. 811, febr. 2023. DOI: 10.3390/ani13050811.
- [8] SLU. "Nu kan hopphästens interaktion med underlaget mätas". (2016), [Online]. Tillgänglig: <https://www.slu.se/ew-nyheter/2016/5/nu-kan-hopphastens-interaktion-med-underlaget-matas> (hämtad: 2024-04-05).
- [9] Research and Consultancy in Equine Surfaces, "Development of the OBST - the first in the UK". [Online]. Tillgänglig: <https://racesresearch.org/projects/project/development-of-the-obst-the-first-in-the-uk/> (hämtad: 2024-02-06).
- [10] R. Hansson. "Mekaniska hoven ska göra banorna skonsamma", *Travronden*. (maj 2017), [Online]. Tillgänglig: <https://www.travronden.se/travsport/allmant/a/mekaniska-hoven-ska-gora-banorna-skonsamma> (hämtad: 2024-02-29).
- [11] "Vorrichtung zur Bestimmung der elastischen Eigenschaften von Oberflächen und Böden und Verfahren zum Betrieb der Vorrichtung", av. C. Peham och J. P. Schramel. (2015, 16 januari). 15000097.4. [Online]. Tillgänglig: <https://data.epo.org/publication-server/rest/v1.0/publication-dates/20160720/patents/EP3045890NWA1/document.html>.
- [12] P. Carlsson, privat kommunikation, nov. 2022.

- [13] U. M. Ascher och L. Petzold, *Computer Methods for Ordinary Differential Equations and Differential-Algebraic Equations*. USA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1998.
- [14] E. Järsvall, “Laboration Mekaniska egenskaper”, opublicerad.
- [15] Metallkompetens, “1.1 Hållfasthet”. [Online]. Tillgänglig: <https://metallkompetens.se/handbok/laglegerade-stal/egenskaper/hallfasthet/> (hämtad: 2024-04-24).
- [16] R. Larsson, *Jords egenskaper*, 5. uppl. Linköping, Sverige, 2008. [Online]. Tillgänglig: <https://www.sgi.se/globalassets/publikationer/info/pdf/sgi-i1.pdf>, Hämtad: 2024-04-24.
- [17] L. Fraenkel, D. Gottfridsson och U. Jonasson, *Impuls Fysik 1*. Malmö, Sverige: Gleerups Utbildning AB, 2011.
- [18] Y. Olsson. “Hästar och anläggningar med häst 2016. Resultat från intermittent undersökning”, Jordbruksverket. (febr. 2017), [Online]. Tillgänglig: <https://jordbruksverket.se/om-jordbruksverket/jordbruksverkets-officiella-statistik/jordbruksverkets-statistikrapporter/statistik/2020-09-04-hastar-och-anlaggningar-med-hast-2016.-resultat-fran-intermittent-undersokning> (hämtad: 2024-05-02).
- [19] *Adafruit ADXL375*, New York, USA: Adafruit Industries, 2024. [Online]. Tillgänglig: <https://cdn-learn.adafruit.com/downloads/pdf/adafruit-adxl375.pdf> (hämtad: 2024-03-15).
- [20] *Raspberry Pi Pico and Pico W*, 2024. [Online]. Tillgänglig: https://datasheets.raspberrypi.com/picow/pico-w-datasheet.pdf?_gl=1*161jzy*_ga*0TI0Mzk2NTUuMTcxNTE4MTk20Q..*_ga_22FD70LWDS*MTcxNTE4MTk20S4xLjAuMTcxNTE4MTk3Ni4wL (hämtad: 2024-03-15).
- [21] Lantmäteriet, “Tyngdkraften”. [Online]. Tillgänglig: <https://www.lantmateriet.se/sv/geodata/gps-geodesi-och-swepos/Referenssystem/Tyngdkraftssystem/Tyngdkraften/> (hämtad: 2024-04-25).
- [22] D. G. Foster, G. L. Rorrer och J. R. Welty, *Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer*. 6. uppl., Singapore, Singapore: Wiley, 2015.
- [23] NASA, “Shape Effects on Drag”. [Online]. Tillgänglig: <https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/shape-effects-on-drag-2/> (hämtad: 2024-05-02).
- [24] LibreTexts Physics, “8.3: Damping and Resonance”. [Online]. Tillgänglig: https://phys.libretexts.org/Courses/University_of_California_Davis/UCD%3A_Physics_9HA_Classical_Mechanics/8%3A_Small_Oscillations/8.3%3A_Damping_and_Resonance?fbclid=IwZXh0bgNhZWOCMTAAAR3gjxy7_1VuV1Dtso3WDNzf0SQs62J6EKI-15j0eGs19xnJ3MuWe3W4UpQ_aem_AcR1kcRghFRcBFCv564xnhYzyq151SUW5XNwAAcgVJZC3UgYhb21AhFGWZPPm7yq8sZQvTMWydV-3 (hämtad: 2024-04-24).
- [25] Google Maps, “Områdeskarta Falsterbo Horse Show”. [Online]. Tillgänglig: <https://www.google.com/maps/@55.3990011,12.8574261,360m/data=!3m1!1e3?authuser=0&entry=ttu> (hämtad: 2024-05-05).
- [26] “Mätdata - ingenjörsmässigt utvärderat underlag”. Dropbox. (maj 2024), [Online]. Tillgänglig: <https://www.dropbox.com/scl/fo/rhwyczcs126ayascroo5d/>

ADeiKT096e1vsj2xfQgeL_w?rlkey=zghag3kbkhioioqyv7hbnomtz&st=rcscqns1&d1=0.

A Guide för gjutning

Förberedelser

- Skära till hönsnätet till cirklar med cirkulära hål (minsta $d = 40$ mm) i centrum. Positioner av armeringsnät på gängstång är - 60 mm, -30 mm, 0 mm, + 30 mm och + 60 mm mätt från centrum på sfären.
- Kapa gängstång i fyra delar á 200 mm.
- Sätt i delarna av gängstången och mät ut vart näten ska sitta, justera eventuellt dimensionerna på näten efter behov.

Att tänka på i samband med gjutning

- Smörj in alla ytor innan materialet hälls i.
- Det behöver komma in luft i formen, lös genom att sätta brickor eller pluggar mellan formens delar.
- Det kommer att rinna ut genom lufthålen. Förbered för detta genom att täcka arbetsytor.
- Under den första timmen kommer nytt material behöva fyllas på för att ersätta det som rinner ut genom luft spalterna. Under hela denna tiden ska det röras om i betongen.
- Trä på armeringsnäten efter hand, placeringarna markeras på förhand.

Betong blandning : 1 kg pulver + 0,1 kg vatten → ca 0,5 liter betong

1. Mät upp önskad mängd pulver i hink 1.
2. Mät upp mängden vatten som stämmer med massan pulver i hink 2.
3. Vinkla hink 2 och häll i lite pulver åt gången under omrörning.
4. När allt pulver är iblandat rör då i minst 3 min för spackel och minst 5 minuter för betong.
 - (a) Om spackel används ska det sedan vila i 30 sek och sedan röras om i 30 sek till.
 - (b) Betongen ska ej vila, rör om i betongen under tiden formen fylls så den håller sig i bra skick.
5. Häll i formen, undvik luft genom att skaka/lätt slå på formen då spacklet/betongen hälls i.
 - (a) Efter hand som materialet fylls på, placera armeringsnäten på respektive plats.

Montering och gjutning

1. Skruva ihop de två bottendelarna.
2. För in gängstängerna genom hålen i botten.
3. Vaxa ytorna med bilvax.
4. Blanda betongen enligt ovan.
5. Växla mellan att fylla betong och lägga armeringsnät enligt markeringar i figur 5 tills bottendelen av klotet är fyllt. Skaka formen manuellt under tiden för att säkerställa jämn fördelning och minimera mängd luftbubblor i betongen.
6. Fäst ena toppdelen och för in brickor för att skapa luftspalter. Montera resterande armeringsnät.
7. Luta formen och fyll med betong.
8. Montera sista toppdelen och fyll med betong genom den övre tratten.

B CircuitPythonkod från Raspberry Pi:n

```
1 import time
2 import board
3 import storage
4 import busio
5 import adafruit_adxl37x
6
7
8 # initialize i2c and accelerometer
9 i2c = busio.I2C(board.GP5, board.GP4)
10 accelerometer = adafruit_adxl37x.ADXL375(i2c)
11
12 # initialize variables
13 data_acc = []
14
15 # time format for txt data
16 current_time = time.localtime()
17
18 day = current_time.tm_mday
19 month = current_time.tm_mon
20 year = current_time.tm_year
21 hour = current_time.tm_hour
22 minute = current_time.tm_min
23
24 # Print the formatted time as string (HH:MM)
25 time_str = (
26     str(day) + "/" + str(month) + "/" + str(year) + " " + str(hour) + ":" +
27     ↪ str(minute)
28 )
29 print("Mätning den " + time_str)
30 # loop for 8 seconds
31 for x in range(800):
32     data_acc.append(accelerometer.acceleration)
33     print("%f %f %f" % data_acc[x])
34     time.sleep(0.01)
```

C Pythonkod Eulers metod

```
1 import math
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 def euler_method(initial_velocity, time_step, num_steps, slapp_hojd):
5     velocity = initial_velocity
6     time = 0
7     mass = 15.484 # Klotets massa, inklusive magnet (kg)
8     distance = 0 # Startposition (m)
9     diameter = 0.234 # Klotets diameter (m)
10    rho = 1.261 # Luftens densitet vid 280 K (kg/m^3)
11    V_s = (diameter**3 * math.pi) / 6 # Klotets volym (m^3)
12    drag_coefficient = 0.47 # Formmotståndskoefficient
13    g = 9.815220 # Gravitationskonstant Smygehuk (m/s^2)
14    A_p = (math.pi * diameter**2) / 4 # Projecerad area (m^2)
15    F_L = V_s * rho * g # Lyftkraft (N)
16    F_g = mass * g # Tyngdkraft (N)
17    F_m = (drag_coefficient * A_p * rho) / 2
18    # Formmotstånd, saknar hasigheten^2 (N*s^2 / m^2)
19
20    velocities = [] # Lista med hastigheter
21    times = [] # Lista med tidpunkter
22
23    for _ in range(num_steps):
24        acceleration = (F_g - F_m * velocity**2 - F_L) / mass
25        # Acceleration med luftmotstånd (m/s^2)
26        velocity += acceleration * time_step # Beräkna hastighet
27        time += time_step # Beräkna tid
28        distance += velocity * time_step # Beräkna avstånd
29
30        velocities.append(velocity) # Lägg till i listan med hastigheter
31        times.append(time) # Lägg till i listan med tider
32        if distance > slapp_hojd: # Avsluta då avstånd större än släpphöjd
33            break
34    return velocities, times
35
36 initial_velocity = 0 # Starthastighet för klotet (m/s)
37 time_step = 0.01 # Tidssteg (s)
38 num_steps = 100000 # Antal steg
39 slapp_hojd=1.5 # (m)
40
```

```
41 velocities, times = euler_method(initial_velocity, time_step, num_steps,slapp_hojd)
42 # Eulers metod
43
44 print(f"Final velocity: {velocities[-1]} m/s")
45
46 # Plotta hastigheten som funktion av tiden
47 plt.plot(times, velocities)
48 plt.xlabel('Tid (s)')
49 plt.ylabel('Hastighet (m/s)')
50 plt.title('Hastighet som funktion av tid')
51 plt.show()
```

D Pythonkod för datahantering

```
1 import pandas as pd
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 from scipy.integrate import simps
5 from scipy import integrate
6 import os
7 from scipy.optimize import curve_fit
8
9 # Variabler
10
11 samplingsfrekvens = 0.01 # ms
12 g = 9.815
13 m = 15.484
14
15 # Funktion som tar in filvägen, öppnar filen och läser in datan,
16 # därefter skapas en kolumn för tidsstegen och sen delas mätningarna upp i
  ↪ kolumner.
17 # Dessa kolumner delas därefter upp ytterliggare så x, y och z acceleration för
  ↪ varsin kolumn
18
19 def transformera_data(fil, samplingsfrekvens): # Skicka med en filsökväg i str
  ↪ format
20     df = pd.read_csv(fil) # Läser in datan
21     df_new = pd.DataFrame()
22
23     antal_rader = len(df['t1;m1;t2;m2;t3;m3;t4;m4;b'])
24     tid_sec = list(np.arange(0, antal_rader * samplingsfrekvens, samplingsfrekvens))
25
26     df_new = pd.DataFrame()
27     df_new['tid'] = tid_sec
28
29     df[['t1', 'm1', 't2', 'm2', 't3', 'm3', 't4', 'm4', 'b']] =
  ↪ df['t1;m1;t2;m2;t3;m3;t4;m4;b'].str.split(';', expand=True)
30     # Delar upp i rätt rubriker
31
32     df.drop(['t1;m1;t2;m2;t3;m3;t4;m4;b'], axis=1, inplace=True) # Tar bort den
  ↪ kolumnen med ALL data
33
34     for kolumn in df.columns:
35         x, y, z = [], [], []
```

```

36     for rad in df[kolumn]:
37         x.append(float(rad.split()[0]))
38         y.append(float(rad.split()[1]))
39         z.append(float(rad.split()[2]))
40     df_new[f'{kolumn}_x'] = x
41     df_new[f'{kolumn}_y'] = y
42     df_new[f'{kolumn}_z'] = z
43
44     return df_new
45
46 # Funktion som beräknar den resulterande vektorn av x-, y- och z-accelerationen för
47 ↪ samtliga mätningar
48 def absolutbelopp(df):
49     df_new = pd.DataFrame()
50     rep = int(float(len(df.columns)-1) / 3)
51
52     for i in range(rep):
53         ix, iy, iz = i*3 + 1, i*3 + 2, i*3 + 3
54         absolut = []
55         for n in range(len(df[df.columns[ix]])):
56             x, y, z = df[df.columns[ix]][n], df[df.columns[iy]][n], df[df.columns[iz]][n]
57             absolut.append(np.sqrt(x[n]**2+y[n]**2+z[n]**2))
58
59         if i % 2 == 0:
60             df_new[f'{i+1}(t)'] = absolut
61         else:
62             df_new[f'{i+1}(m)'] = absolut
63
64     return df_new
65
66 # Funktion som loopar igenom den resulterande vektorn av mätningarna och korrigerar
67 ↪ så att accelerationen
68 # har rätt tecken i rätt punkt, för detta används den ursprungliga x-accelerationen.
69 def byt_tecken(df_x,df_a):
70     namn = df_a.columns
71     namn_x = df_x.columns
72
73     df_new = pd.DataFrame()
74
75     for n in range(len(namn)):
76         j = n*3 + 1

```

```

77     values = []
78
79     for i in range(len(df_a[namn[n]])):
80
81         if df_x[namn_x[j]][i] < 0:
82             values.append(df_a[namn[n]][i]*-1)
83         else:
84             values.append(df_a[namn[n]][i])
85
86     df_new[namn[n]] = values
87
88     return df_new
89
90 # Funktion som korrigerar för de avvikelser som finns i datan, tar de första 50
91 ↪ punkterna i brusmätningarna
92 # och beräknar ett medel av dem som dras av för varje punkt i de faktiska
93 ↪ mätningarna.
94
95 def hitta_medel(df_a):
96     df_new = pd.DataFrame()
97
98     tid = [round(i * 0.01,3) for i in range(800)]
99     df_new['tid'] = tid
100
101     medel = []
102     i = 0
103     kolumnerna = df_a.columns
104
105     for n in range(len(kolumnerna)):
106         if i == 50:
107             break
108         else:
109             if n%2 == 0:
110                 medel.append((sum(df_a[kolumnerna[n]]/len(df_a[kolumnerna[n]])))
111
112             else:
113                 pass
114
115     i = 0
116     for n in range(int(len(kolumnerna))):
117         if n%2 != 0:
118             values = [medel[i] for j in range(800)]
119             i += 1

```

```

118         corrected = []
119         listi = df_a[kolumnerna[n]]
120         for m in range(len(listi)):
121             corrected.append(listi[m]-values[m])
122
123         df_new[f'm{i}'] = corrected
124
125     return df_new
126
127     # Tar bort de sista 400 datapunkterna där det är känt att klotet är i vila
128
129     def trimma_data(df):
130         df_new = df.iloc[:-400, :]
131         return df_new
132
133     # Funktion för att beräkna hastighet genom att integrera accelerationen
134
135     def hastighet(df, dt=0.01):
136
137         df_new = pd.DataFrame()
138         df_new['tid'] = df['tid']
139
140         for col in df.columns[1:]:
141             #print(col)
142             acceleration=df[col].values
143             velocity=np.cumsum(acceleration)*dt
144             df_new[f'{col}']=velocity
145         return df_new
146
147     # Funktion för att beräkna position genom att integrera hastigheten
148
149     def position(df, dt=0.01):
150
151         df_new = pd.DataFrame()
152         df_new['tid'] = df['tid']
153
154         for col in df.columns[1:]:
155             velocity=df[col].values
156             distance=np.cumsum(velocity)*dt
157             df_new[f'{col}']=distance
158
159         return df_new
160

```

```
161 def reverse_sign(x):  
162     return -x
```

E Pythonkod för beräkningar

```
1 # Här följer beräkningar för fjäderkoefficienter
2 # De variabelnamn som används hämtas i tidigare kod.
3 # Skapar en ny df med inträgningsdjupet
4 df_x = pd.DataFrame()
5 df_x['Mätning'] = ['m1','m2','m3','m4']
6
7 i = 1
8 ind = 0
9 for p in [p1h_s,p2h_s,p3h_s,p4h_s,p5h_s]: # Mätpunkt x, sträcka (position)
10     xen = []
11     for namn in namnen:
12         x = (intr[ind]) # inträgningsdjupen, hittas manuellt från datan
13         xen.append(x)
14         ind+=1
15     df_x[f'Plats{i}']=xen
16     i += 1
17
18 # Skapar en ny df med avståndet mellan slutpositionen på klotet och första
19 ↪ inträgningsdjupet
20 df_x2 = pd.DataFrame()
21 df_x2['Mätning'] = ['m1','m2','m3','m4']
22 i = 1
23 ind = 0
24 for p in [p1h_s,p2h_s,p3h_s,p4h_s,p5h_s]:
25     xen = []
26     for namn in ['m1','m2','m3','m4']:
27         x = (intr[ind]-p[namn][200]) # Diff mellan inträgningsdjup och slutposition,
28         ↪ hittas manuellt från datan
29         xen.append(x)
30         ind+=1
31     df_x2[f'Plats{i}']=xen
32     i += 1
33
34 # Skapar en ny df med maximala accelerationerna
35 i = 1
36 df_Amax = pd.DataFrame()
37 df_Amax['Mätning'] = ['m1','m2','m3','m4']
38
39 for p in [p1h,p2h,p3h,p4h,p5h]:
40     ana = []
```

```

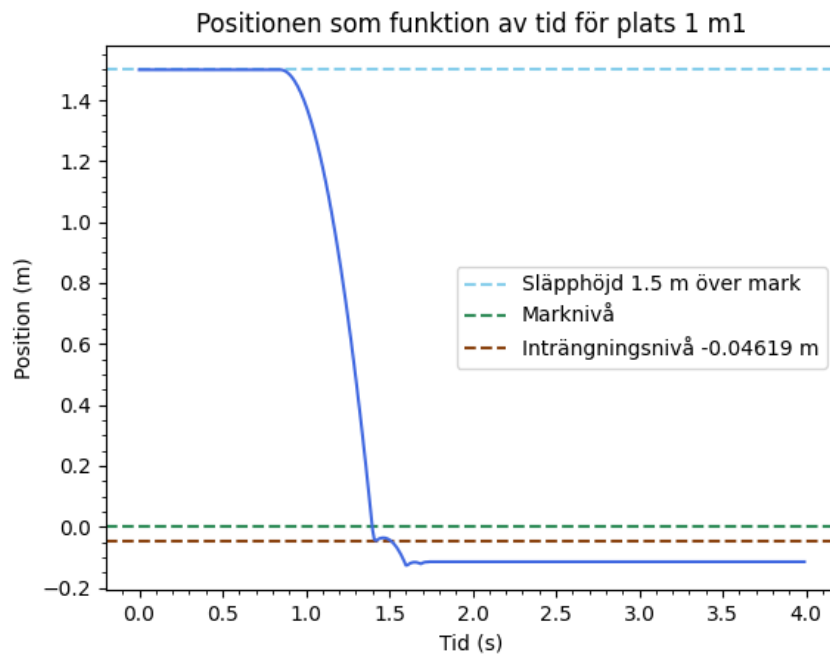
39     for namn in ['m1', 'm2', 'm3', 'm4']:
40         a = max(p[namn])
41         ana.append(a)
42         df_Amax[f'Plats{i}']=ana
43         i += 1
44
45 df_k_ner = pd.DataFrame()
46
47 for plats in range(1, 6): # Anta att du har kolumner från Plats1 till Plats5
48     df_k_ner[f'Plats{plats}'] = round((df_g[f'Plats{plats}'] * df_m[f'Plats{plats}']
49     ↪ - df_m[f'Plats{plats}']* df_Amax[f'Plats{plats}'])/df_x[f'Plats{plats}'],0)
50
51 df_k_upp = pd.DataFrame()
52
53 for plats in range(1, 6): # Anta att du har kolumner från Plats1 till Plats5
54     df_k_upp[f'Plats{plats}'] = round((df_g[f'Plats{plats}'] * df_m[f'Plats{plats}']
55     ↪ - df_m[f'Plats{plats}']* df_Amax[f'Plats{plats}'])/df_x2[f'Plats{plats}'],0)
56
57 # Här följer beräkningar för dämpning
58 # Skapar ett mindre subset av mätning 4
59 subset = p4h_s.iloc[128:171]
60
61 # Plockar ut en lista med tider för minpunkter för att använda till curve-fit
62 m1_n_tid = [1.29,1.48,1.56]
63 m1_n_val = [subset['m1'][129],subset['m1'][148],subset['m1'][156]]
64
65 # Definiera modellfunktionen med kända parametrar m och x0, två varianter för att
66 ↪ senare kunna plotta båda kurvorna
67 def model_function(t, A, beta):
68     m = 15.484 # massan
69     x0 = -0.03723933752 # slutpositionen
70     return -A * np.exp(- beta * t / (2 * m)) + x0
71
72 def model_function2(t, A, beta):
73     m = 15.484
74     x0 = -0.03723933752
75     return A * np.exp(- beta * t / (2 * m)) + x0
76
77 t2 = m1_n_tid # Tidpunkter
78 x2 = m1_n_val # Positioner

```

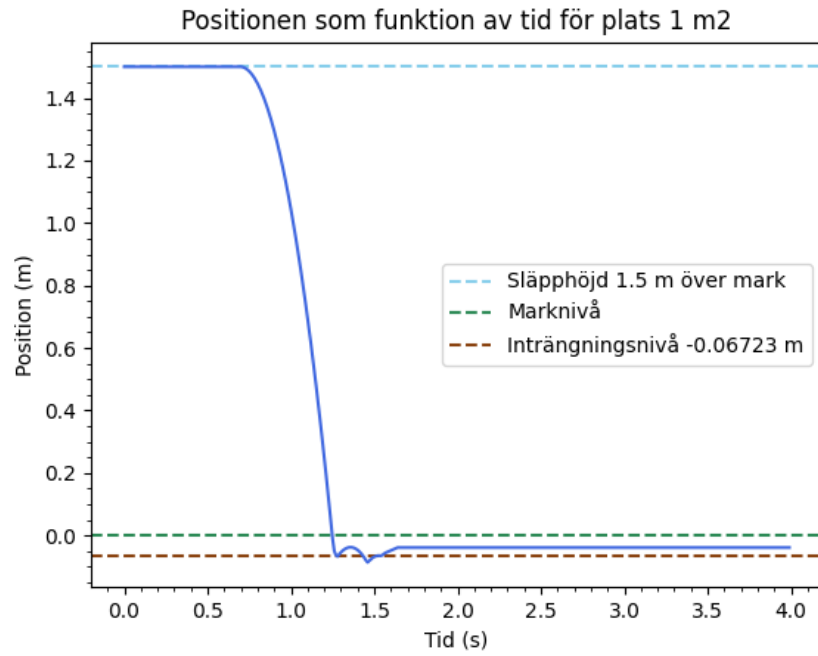
```
79 # Gissa för parametrarna (initiala värden)
80 initial_guess = (1, 0.1)
81
82
83 # Utför kurvanpassning med curve_fit
84 params, covariance = curve_fit(model_function, t2, x2, p0=initial_guess) # Data för
    ↪ minpunkter => model_function
85
86 # Extrahera de bästa passande parametrarna
87 A, beta = params
88
89 # Skriv ut de bästa passande parametrarna
90 print("Amplituden A:", A)
91 print("Dämpningskonstanten beta:", beta)
```

F Positionsgrafer för olika mätplatser

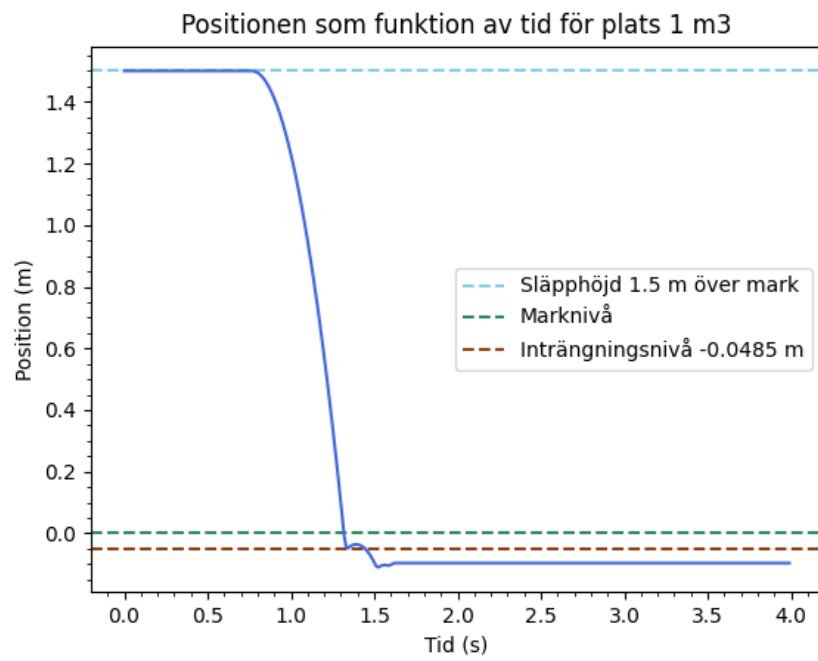
Graferna är plottade med hjälp av mätdata som kan hittas på Dropbox via [denna länken](#). På grund av att vissa mätningar blev inkompleta visas inte de graferna här. Alla grafer gäller för en släpphöjd på 1,5 m från klotets botten till marken, dataset 177 cm på de olika platserna.



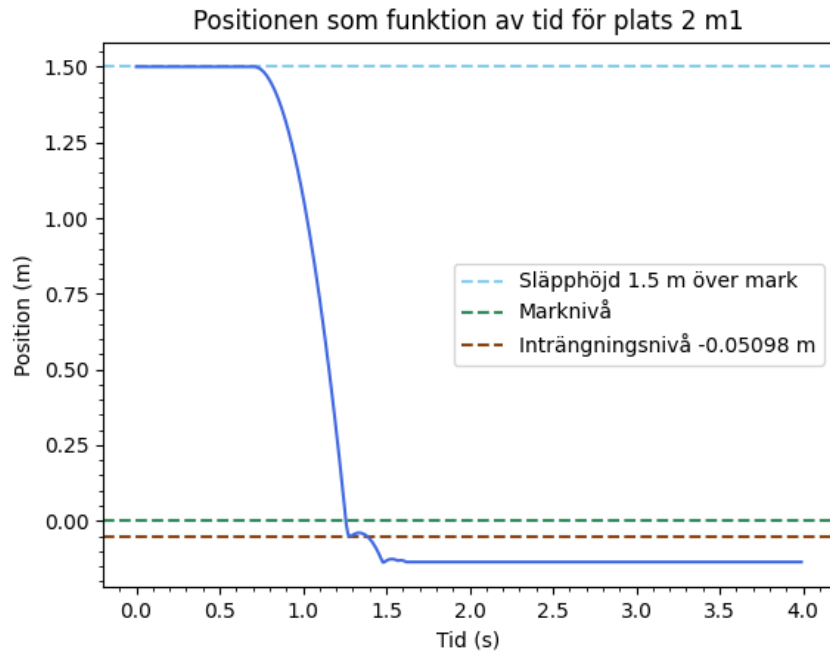
Figur 18: Klotets position som funktion av tid plats 1, mätning 1



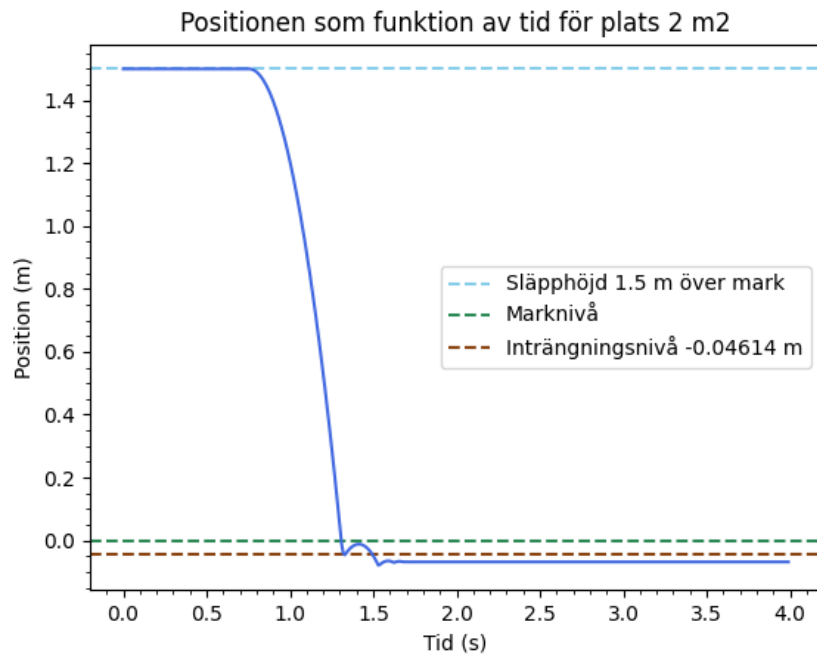
Figur 19: Klotets position som funktion av tid plats 1, mätning 2



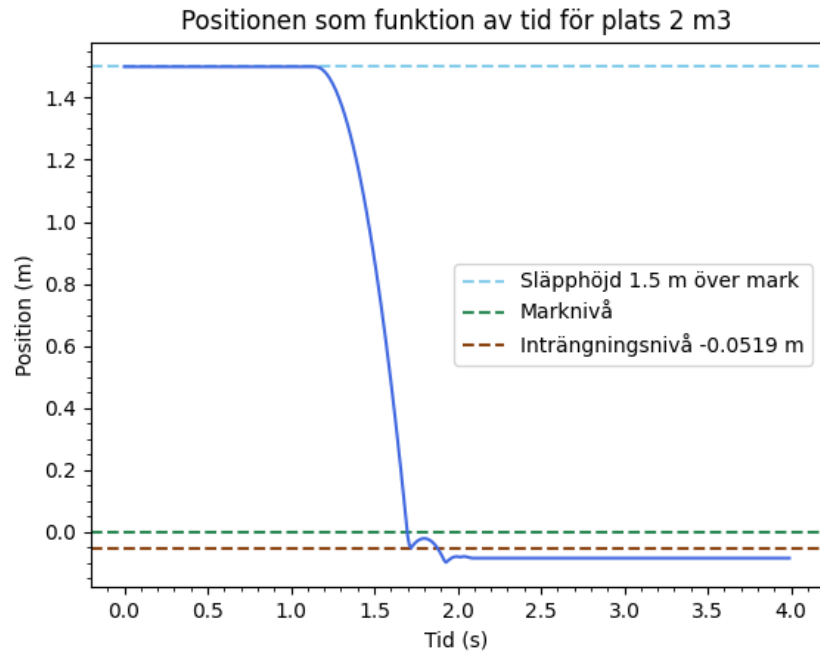
Figur 20: Klotets position som funktion av tid plats 1, mätning 3



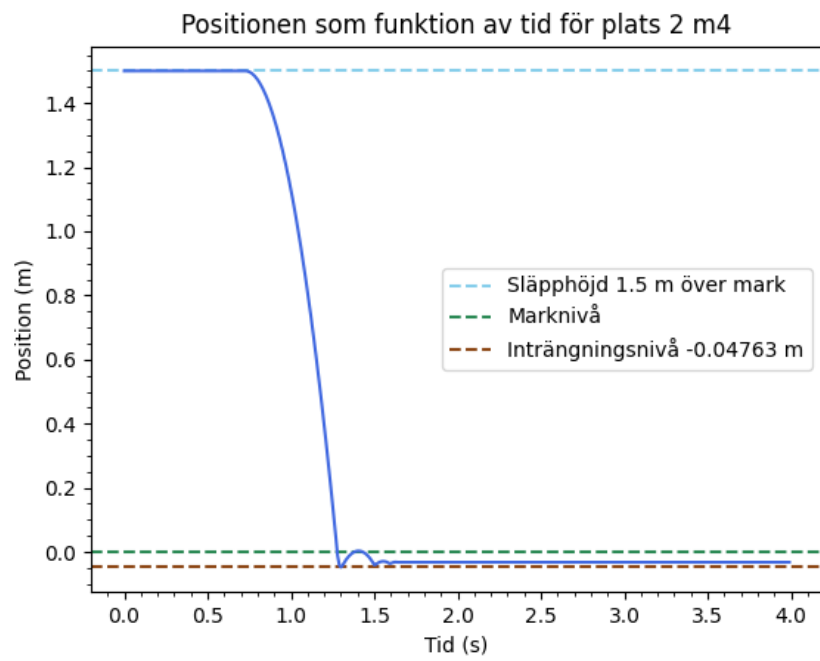
Figur 21: Klotets position som funktion av tid plats 2, mätning 1



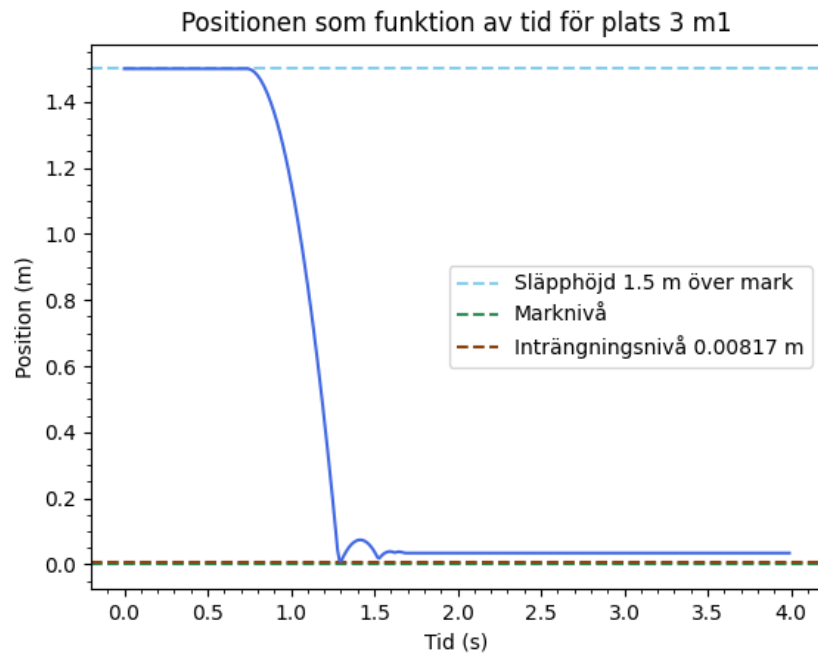
Figur 22: Klotets position som funktion av tid plats 2, mätning 2



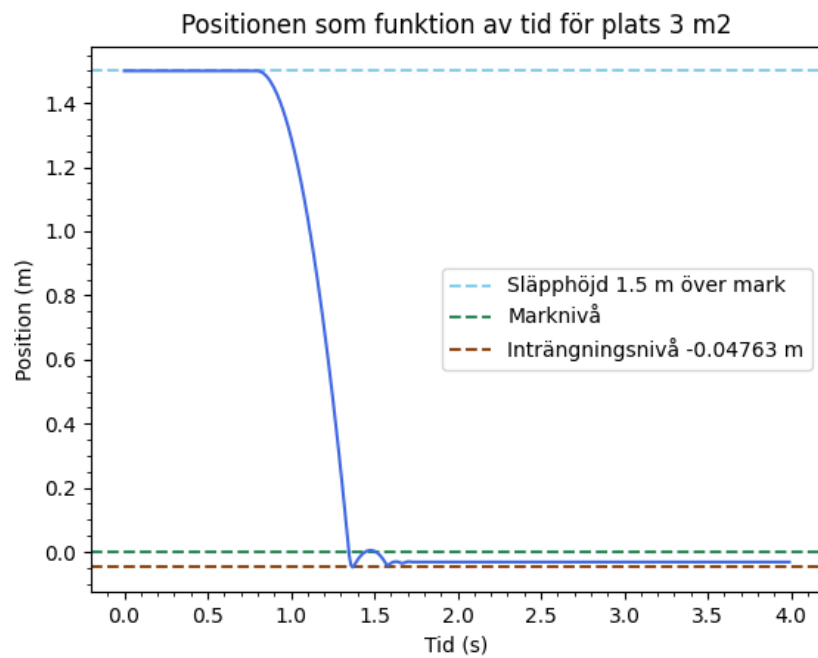
Figur 23: Klotets position som funktion av tid plats 2, mätning 3



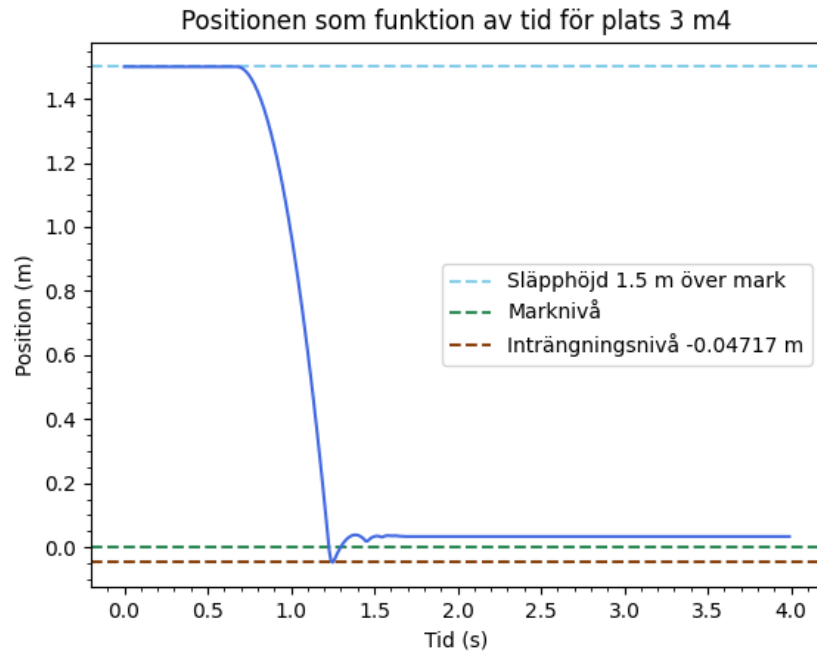
Figur 24: Klotets position som funktion av tid plats 2, mätning 4



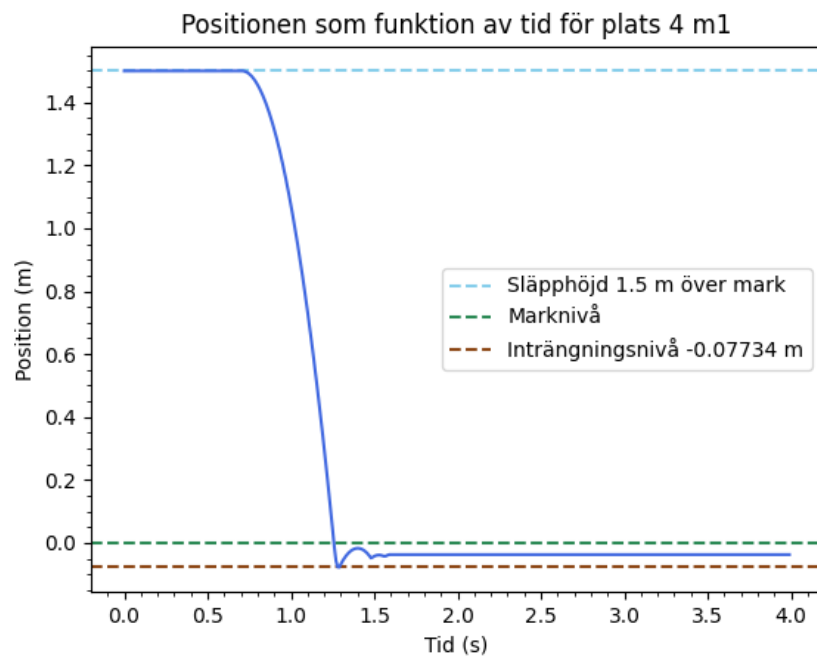
Figur 25: Klotets position som funktion av tid plats 3, mätning 1



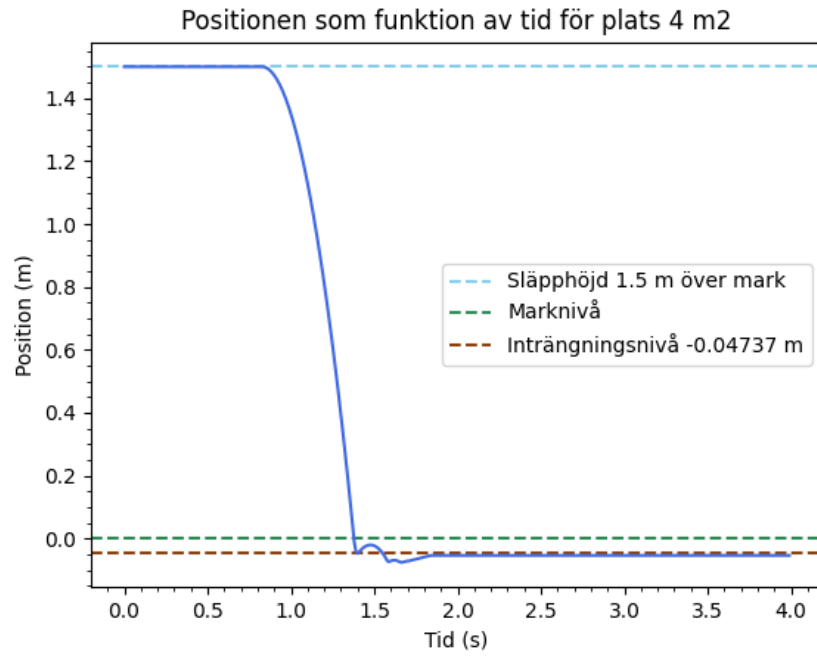
Figur 26: Klotets position som funktion av tid plats 3, mätning 2



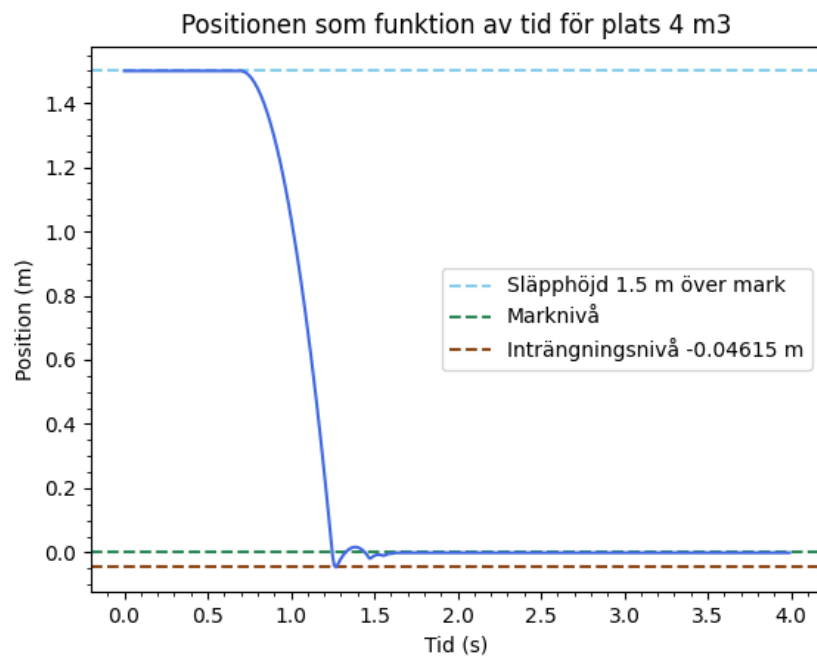
Figur 27: Klotets position som funktion av tid plats 3, mätning 4



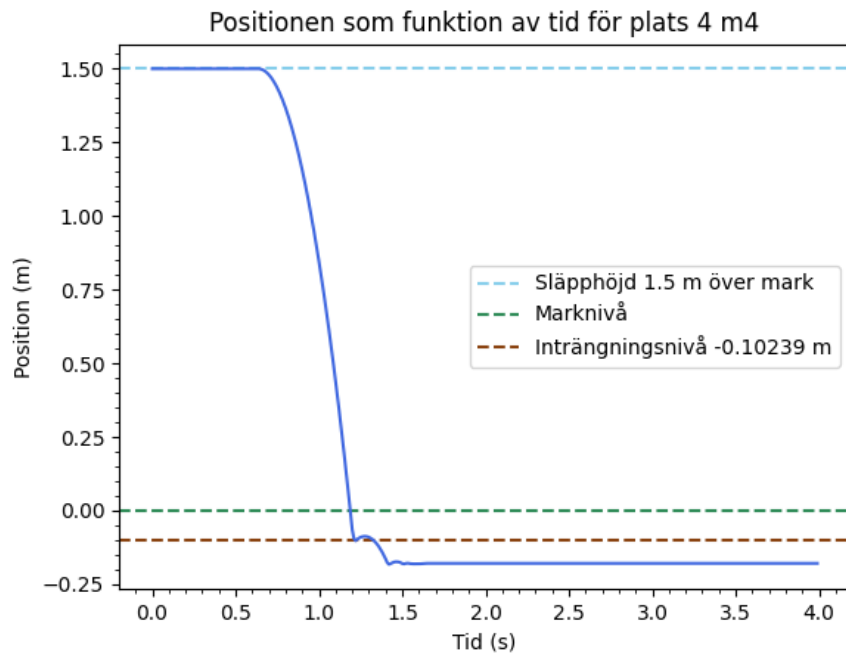
Figur 28: Klotets position som funktion av tid plats 4, mätning 1



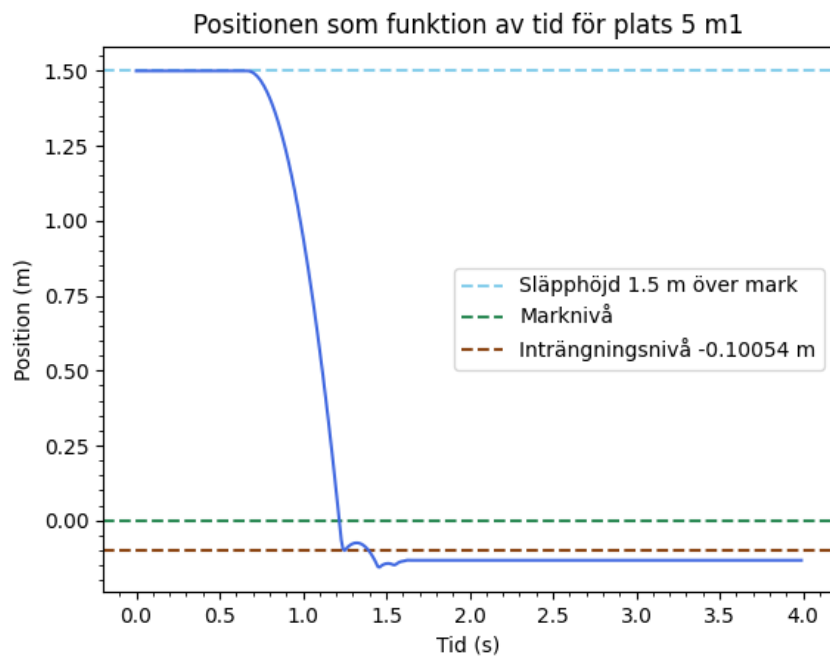
Figur 29: Klotets position som funktion av tid plats 4, mätning 2



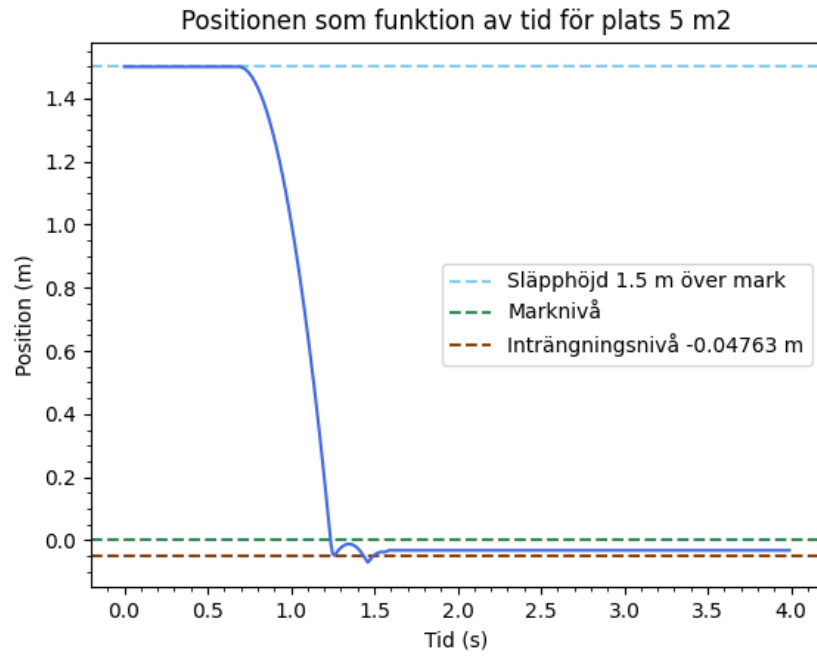
Figur 30: Klotets position som funktion av tid plats 4, mätning 3



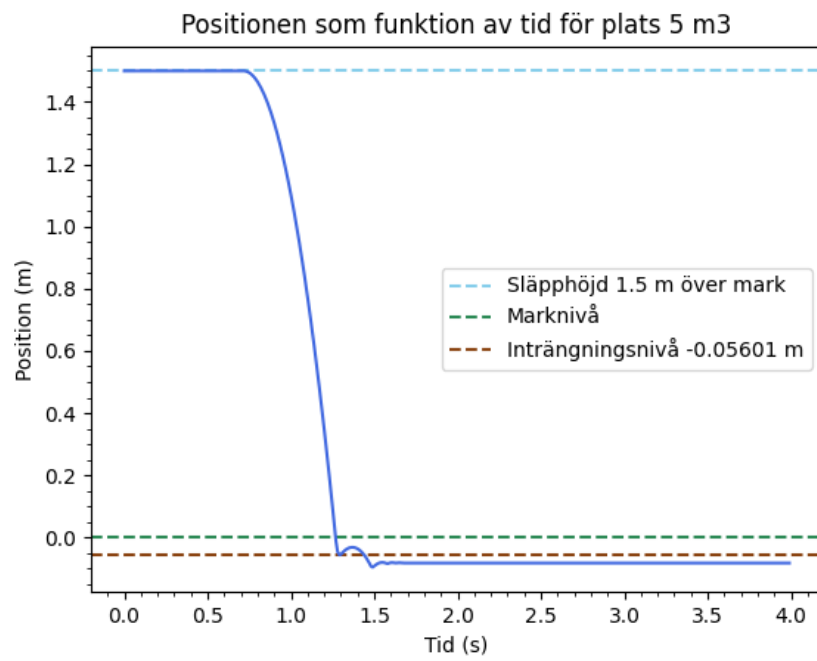
Figur 31: Klotets position som funktion av tid plats 4, mätning 4



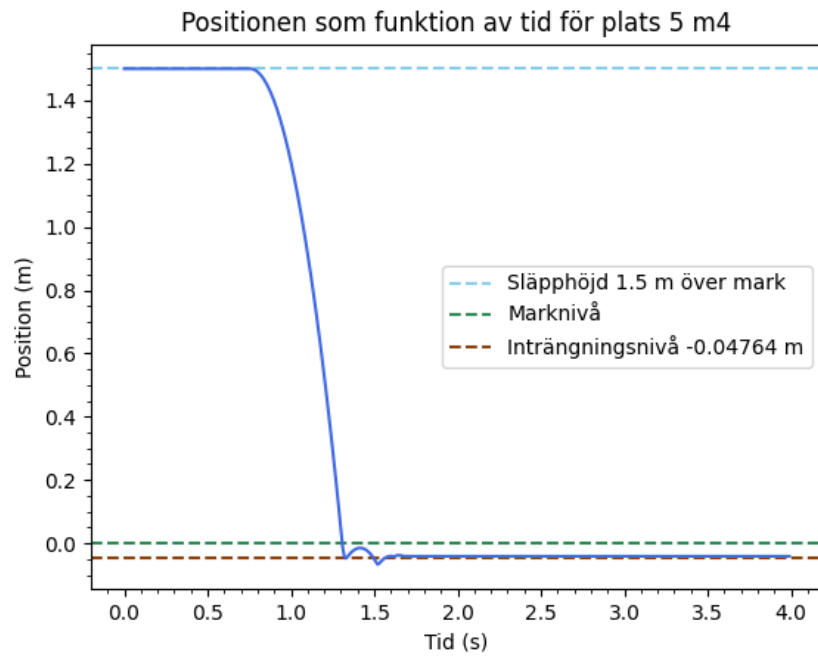
Figur 32: Klotets position som funktion av tid plats 5, mätning 1



Figur 33: Klotets position som funktion av tid plats 5, mätning 2



Figur 34: Klotets position som funktion av tid plats 5, mätning 3



Figur 35: Klotets position som funktion av tid plats 5, mätning 4

INSTITUTIONEN FÖR FYSIK
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

Göteborg, Sverige 2024
www.chalmers.se



CHALMERS