



Institutionen för Vattenbyggnad
Chalmers Tekniska Högskola

Department of Hydraulics
Chalmers University of Technology

Jämförelse mellan DAGVL-DIFF,
EXTRAN och S11S vid simulering
av ledningssystem

Stefan Isaksson

Peter Toremark

Examensarbete nr
1985:5

Göteborg 1985

Adress: Institutionen för Vattenbyggnad
Chalmers Tekniska Högskola
412 96 Göteborg

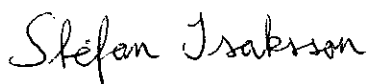
Telefon: 031/81 01 00

FÖRORD

Detta examensarbete, som utförts vid Institutionen för Vattenbyggnad, Chalmers Tekniska Högskola, omfattar jämförelse mellan tre datormodeller, S11S, EXTRAN och DAGVL-DIFF, för beräkning av flödesförlopp i ledningssystem.

Som handledare har professor Anders Sjöberg medverkat. Vi vill också tacka Eva Ingemansson, Henriette Melin och all övrig personal på institutionen som varit oss till stor hjälp.

Göteborg 1985



Stefan Isaksson



Peter Toremark

Innehåll

1	INLEDNING	1
2	LEDNINGSNÄTMODELLEN DAGVL-DIFF	2
2.1	Kontinuitets- och rörelsemängdsekvation för icke-stationär, svagt föränderlig strömning med fri vattenyta	2
2.2	Strömning i helt fylld sektion	4
2.3	Friktionslutningen S_f	5
2.4	Numerisk lösning av rörelseekvationerna	7
2.5	Tryckförluster och randvillkor i ledningsbrunn	10
2.6	Tillrinning till ledningssystemet	12
2.6.1	Basflöde	12
2.6.2	I tiden varierande tillrinning	12
3	LEDNINGSNÄTMODELLERNA S11S OCH EXTRAN	13
3.1	S11S	13
3.2	EXTRAN	13
4	BESKRIVNING AV FÄLTEXPERIMENTEN	14
4.1	Öresunds ledningssystem	14
4.2	Ledningskaraktistika	17
4.3	Utförande	20
4.3.1	Experiment 801120	22
4.3.2	Experiment 810910	22
5	JÄMFÖRELSE MELLAN BERÄKNADE OCH UPPMÄTTA VATTENSTÄND OCH FLÖDEN	23
5.1	Kalibrering av DAGVL-DIFF	23
5.2	Diskussion av beräkningsresultat	25
5.2.1	Experiment 801120	25
5.2.2	Experiment 810910	33
6	TEORETISKA EXPERIMENT	37
6.1	Experiment utförda på Öresunds ledningssystem	37
6.1.1	Experiment med delvis fylld ledning	37
6.1.2	Experiment med fylld ledning	37
6.2	Experiment utfört på lång rak ledning utan brunnar ..	38
7	SLUTSATSER	41
8	REFERENSER	43

1 INLEDNING

Vid dimensionering av dagvattenledningar brukar man i allmänhet använda sig av 2-års regnet. Men det sättet att dimensionera säger ingenting om hur ledningsnätet fungerar när vattnet dämmer i ledningarna p.g.a. överbelastning. Tack vare utvecklingen inom datortekniken har det blivit möjligt, inte minst ekonomiskt, att experimentera med olika matematiska modeller som mer eller mindre approximativt beskriver vad som händer vid dämning. Sådana datorprogram är viktiga då man med hjälp av dessa kan komma till rätta med problem som bräddning i kombinerade ledningssystem och översvämningar. Inte minst med tanke på de allt mer ökande miljövårdskraven och på de stora kostnader det kan bli vid utbyggnad och restaurering av dagvattensystem.

Vi har här jämfört datorprogrammet DAGVL-DIFF med två andra program: S11S och EXTRAN. Jämförelsen avser hur väl de olika programmen kan simulera de verkliga förhållandena vid överbelastning av ett ledningssystem. Till grund för den här rapporten ligger en dansk undersökning redovisad av Per Jacobsen (1983). Där jämfördes S11S och EXTRAN med fullskaleexperiment på ett verkligt ledningsnät. En noggrann analys gjordes med hjälp av S11S medan man med EXTRAN valde ut några experiment. En stor del av beräkningsarbetet utgjordes av kalibrering (val av Mannings tal) av ledningsförlusterna i ledningssystemet.

2 LEDNINGSNÄTMODELLEN DAGVL-DIFF

2.1 Kontinuitets- och rörelsemängdsekvation för icke-stationär, svagt föränderlig strömning med fri vattenyta

Kontinuitetsekvationen (2.1) och rörelsemängdsekvationen (2.2) beskriver det icke-stationära flödesförloppet.

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad \text{eller} \quad \frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial y}{\partial x} = gA(S_b - S_f) \quad (2.2)$$

där S_f = den s.k. friktionslutningen, se kap. 2.3.

Vid likformig strömning är $S_f = S_b$ där S_b = bottenlutningen

Q = flödet

A = tvärsektionens area

x = längdparameter

t = tidsparameter

y = vattendjupet

M = Mannings tal

$R = A/P$ där P = våta perimetern

B = tvärsektionens bredd vid vattenytan

De fullständiga rörelseekvationerna (dynamisk våg-ekvationerna), ekv. (2.1) och ekv. (2.2), har visat sig väl beskriva strömningförlopp i kanaler och rörledningar (se t.ex Sjöberg (1984)). De har dock ingen generell analytisk lösning varför man måste utnyttja numerisk lösningsmetodik.

I de fall då vattensprång uppstår i en ledning får man i de flesta fall en ej kontrollerbar instabilitet i den numeriska lösningen. Denna sammanhänger med att differentialekvationerna i övergången från stråkande till strömmande tillstånd ej har någon entydig lösning. De fullständiga rörelseekvationerna kan alltså inte utnyttjas vid vattensprång. P.g.a. detta har man i DAGVL-DIFF använt de så kallade diffusiv våg-ekvationerna som man får genom att förenkla dynamisk våg-ekvationerna.

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0$$

(2.3)

$$\frac{\partial y}{\partial x} = S_b - S_f$$

Man kan visa (Sjöberg 1976) att om Froudes tal $Fr \ll 1$ så är:

$$\frac{\partial y}{\partial x} \gg \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} ; \quad \frac{\partial y}{\partial x} \gg \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial t} \quad (2.4)$$

Diffusiv våg-ekvationerna är således en bra approximation av de fullständiga rörelseekvationerna om $Fr \ll 1$. Man kan dessutom visa att de två försummade gradienttermerna är av samma storleksordning men att de har motsatt tecken. Diffusiv våg-ekvationerna borde därför kunna vara användbara även om villkoret $Fr \ll 1$ ej är uppfyllt.

Den stora fördelen med diffusiv våg-ekvationerna är att de eliminerar problemet med vattensprång. Ekv. (2.3) ger nämligen en kontinuerlig övergång från strömmande till stråkande tillstånd. Man får då ett volymfel (för mycket vatten magasineras i ledningen) men detta fel torde vara försumbart i de flesta fall. Diffusiv våg-ekvationerna kan alltså utnyttjas även för beräkning av dämnda flödesförlopp.

2.2 Strömning i helt fylld sektion

En analys av de fullständiga rörelseekvationerna för rörströmning (helt fylld sektion), där man vid härledningen tar hänsyn till vattnets och rörets elastiska deformationer ger våghastigheterna (se t.ex. Watters (1979))

$$\begin{aligned} C_+ &= V+a \\ C_- &= V-a \end{aligned} \quad (2.5)$$

där a är elastiska tryckvågens utbredningshastighet i röret. För betongrör gäller att $a = 500$ m/s. Detta kan tolkas så att en störning som införes i flödet kommer att breda ut sig i nedströms riktning med hastigheten C_+ och i uppströms riktning (mot flödesriktningen) med hastigheten C_- .

För dynamisk våg-ekvationerna erhålls på motsvarande sätt de karakteristiska våghastigheterna

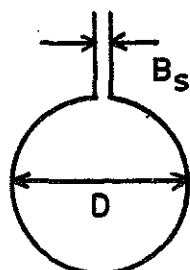
$$\begin{aligned} C_+ &= \sqrt{V + gA/B} \\ C_- &= \sqrt{V - gA/B} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Rörelseekvationerna vi utnyttjar för strömning i helt fylld sektion bör karakteriseras av våghastigheterna enligt ekv. (2.5) och ekv. (2.6). För att tillgodose detta villkor kan vi vid helt fylld sektion låta B i ekv. (2.6) anta ett sådant värde B_s att

$$\sqrt{\frac{gA_{\text{full}}}{B_s}} = a \quad B_s = \frac{gA_{\text{full}}}{a^2} \quad (2.7)$$

där B är sektionens bredd i vattenytan.

Vi kan då utnyttja rörelseekvationerna för kanalströmning även vid strömning i helt fylld sektion genom att införa en spalt i rörets hjässa enligt figur 2.1.



$$D = 0.700 \text{ m}$$

$$a = 500 \text{ m/s} \quad B_s = 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$a = 50 \text{ m/s} \quad B_s = 0.15 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$A_{\text{full}} = \frac{\pi D^2}{4}$$

Figur 2.1. Strömning i helt fylld sektion överförs till strömning med fri vattenyta genom införandet av en spalt i rörets hjässa.

Som framgår av de i figur 2.1 redovisade värdena blir spalten mycket smal även om vi väljer $a = 50$ m/s. En alltför smal spalt kan ge problem vid den numeriska lösningen. Vi är dock inte intresserade av att studera störningar med en utbredningshastighet på 500 m/s och utnyttjar därför i DAGVL-DIFF en spaltbredd svarande mot 50 m/s (detta värde kan dock ändras av användaren).

Förfarandet med att överföra rörelseekvationer för strömning i helt fylld sektion till strömning med fri vattenyta blir ej helt exakt genom införandet av spalten och utnyttjandet av de dynamiska rörelseekvationerna, utan innebär vissa approximationer vilka dock ej har någon betydelse för de flödesförlopp DAGVL-DIFF är avsedd för.

2.3 Friktionslutningen S_f

$$S_f = \frac{Q^2}{M^2 A^2 R^{4/3}} \quad (2.8)$$

När ledningarna går helt fyllda och trycklinjerna är parallella med ledningarna är flödet

$$Q_{\text{full}} = M_{\text{full}} A_{\text{full}} R_{\text{full}}^{2/3} S_b^{1/2} \quad (2.9)$$

Vid delvis fyllda ledningar med vattenytan parallell med ledningsbotten är flödet

$$Q = M A R^{2/3} S_b^{1/2} \quad (2.10)$$

dvs

$$\frac{Q}{Q_{\text{full}}} = \frac{M A R^{2/3}}{M_{\text{full}} A_{\text{full}} R_{\text{full}}^{2/3}} = F(y/D) \quad (2.11)$$

Inför man detta i ekv. (2.8) erhålls

$$S_f = \frac{Q^2}{M_{\text{full}}^2 A_{\text{full}}^2 R_{\text{full}}^{4/3} F(y/D)^2} = \frac{Q_{\text{full}}^2}{Q_{\text{full}}^2} \cdot \frac{S_b}{F(y/D)^2} \quad (2.12)$$

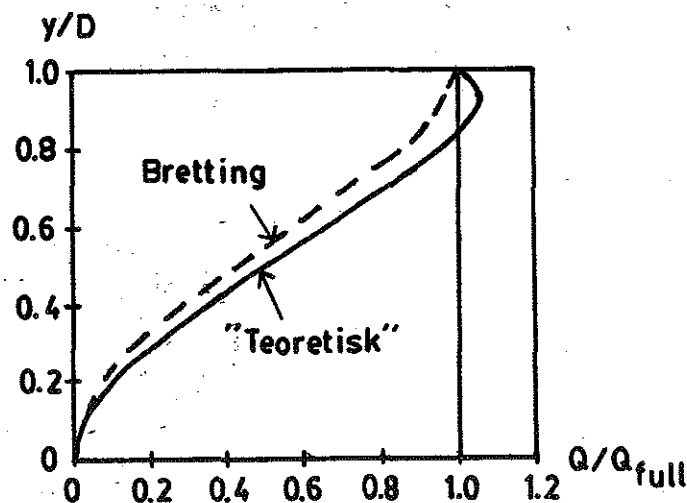
Vid likformig strömning är kvoten Q/Q_{full} en entydig funktion av relativa vattendjupet y/D . Funktionen $F(y/D)$ benäms delfyllnadsfunktionen.

Med hjälp av Mannings formel och antagandet $M = M_{\text{full}} = \text{konstant}$ kan man beräkna en delfyllnadskurva som vi här benämner "teoretisk" (se fig. 2.2). Enligt denna funktion har sektionen kapacitetsmaximum vid fyllnadshöjden $y/D = 0.94$. Denna överkapacitet bör emellertid ej utnyttjas i praktiken eftersom en dämning över motsvarande fyllnadsgrad leder till en kapacitetsminskning.

I våra "försök" har vi istället för den teoretiska delfyllnadsfunktionen utnyttjat en i VAV P28 (1976) rekommenderad fyllnadsgradsfunktion, benämnd Brettings funktion:

$$Q/Q_{full} = 0.46 - 0.5 \cos(\pi y/D) + 0.04 \cos(2\pi y/D) \quad (2.13)$$

Denna funktion har ej någon maximipunkt och verkar stämma bättre med experimentella resultat än vad den teoretiska funktionen gör.



Figur 2.2. Alternativa delfyllnadsfunktionen $Q/Q_{full} = F(y/D)$ för cirkulär sektion med diametern D .

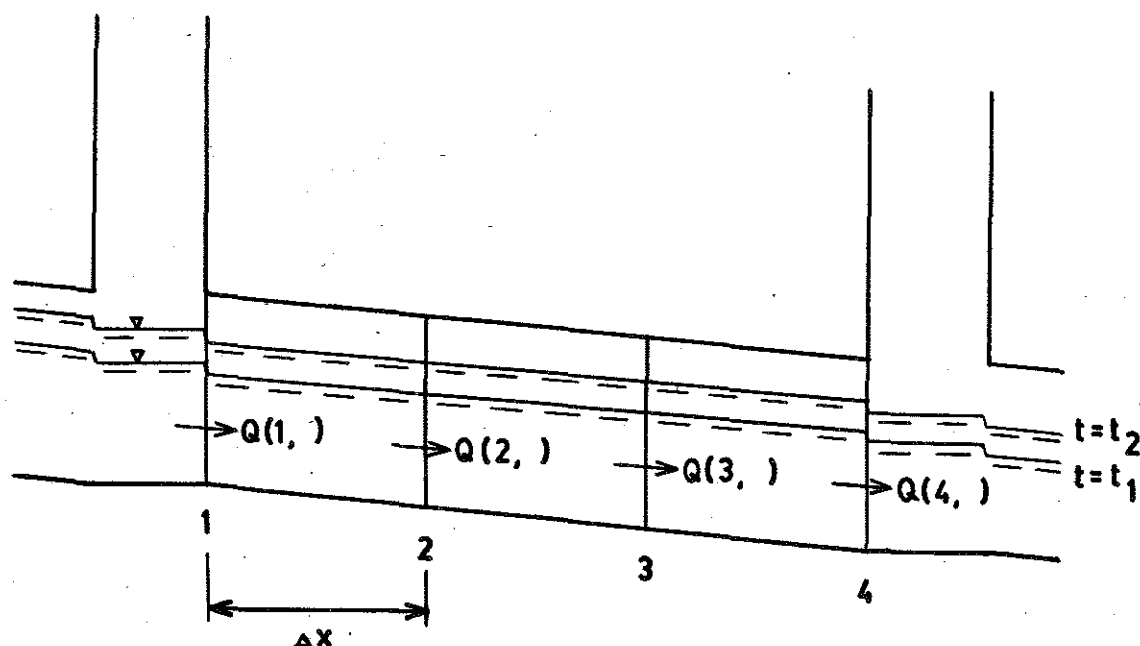
2.4 Numerisk lösning av rörelseekvationerna

Då det ej är möjligt att finna analytiska lösningar till rörelseekvationerna måste man använda numerisk lösning.

I DAGVL-DIFF används implicit lösning av diffusiv våg-ekvationen:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = S_b - S_f \quad (2.15)$$



Figur 2.3. Varje ledning delas in i delsträckor. Ger man ledningen 3 sträckor får man 6 ekvationer. Men eftersom man har 4 sektioner och således 8 obekanta (Q och y) krävs att man ger randvillkor nedströms och uppströms.

Exempel: För delsträcka 1 mellan sektion 1 och 2 känner vi vid tiden $t = t_1$ flöden och vattendjup i sektionerna 1 och 2

$$Q(1,1) = \text{flödet i sektion 1 vid tiden } t = t_1$$

$$Q(2,1) = \text{flödet i sektion 2 vid tiden } t = t_1$$

$$y(1,1) = \text{vattendjupet i sektion 1 vid tiden } t = t_1$$

$$y(2,1) = \text{vattendjupet i sektion 2 vid tiden } t = t_1$$

Motsvarande flöden och vattendjup vid tiden $t_2 = t_1 + \Delta t$ är

$$Q(1,2) = \text{flödet i sektion 1 vid tiden } t = t_2$$

$$Q(2,2) = \text{flödet i sektion 2 vid tiden } t = t_2$$

$$y(1,2) = \text{vattendjupet i sektion 1 vid tiden } t = t_2$$

$$y(2,2) = \text{vattendjupet i sektion 2 vid tiden } t = t_2$$

vilka alla betraktas som obekanta.

Derivatorna i ekv. (2.14) approximeras med hjälp av Q- och y-värdena. Differentialekvationen överförs till differensform.

$$\frac{\partial Q}{\partial x} \approx \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)_{t_1} + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)_{t_2} \right] \quad (2.16)$$

$$\text{där } \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)_{t_1} \approx \frac{Q(2,1) - Q(1,1)}{\Delta x}$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)_{t_2} \approx \frac{Q(2,2) - Q(1,2)}{\Delta x}$$

På motsvarande sätt approximerar vi tidsderivatan

$$B \frac{\partial y}{\partial t} \approx \frac{1}{2} \left[\left(B \frac{\partial y}{\partial t} \right)_1 + \left(B \frac{\partial y}{\partial t} \right)_2 \right] \quad (2.17)$$

$$\text{där } \left(B \frac{\partial y}{\partial t} \right)_1 \approx B(1,1) \frac{y(1,2) - y(1,1)}{\Delta t}$$

$$\left(B \frac{\partial y}{\partial t} \right)_2 \approx B(2,1) \frac{y(2,2) - y(2,1)}{\Delta t}$$

På motsvarande sätt kan man också approximera derivatan i ekv. (2.15).

Detta sätt att approximera derivatorna innebär att man utnyttjar ett implicitschema av så kallad boxtyp (se fig. 2.3).

För varje delsträcka erhålles således två ekvationer av typen:

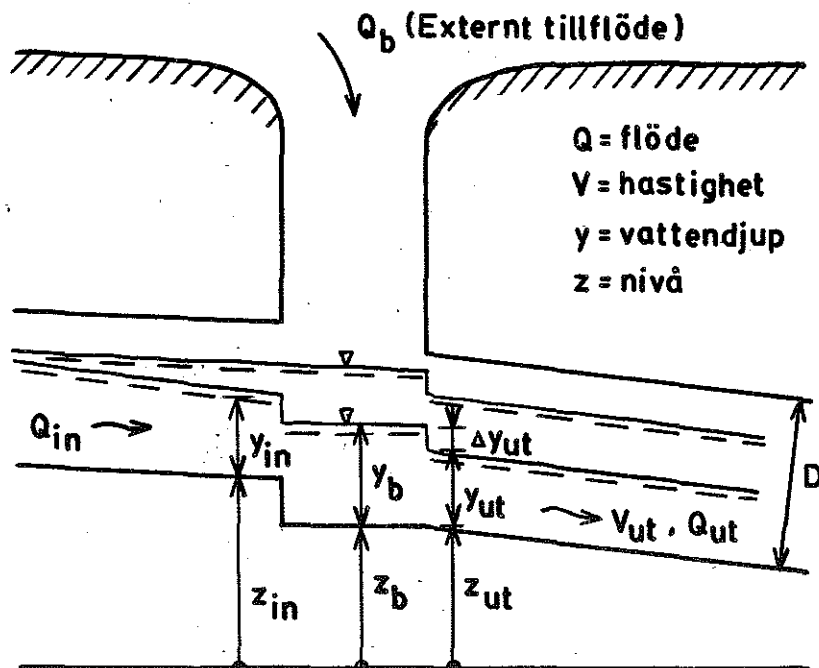
$$C_1 Q(1,2) + C_2 Q(2,2) + C_3 y(1,2) + C_4 y(2,2) = C_5 \quad (2.18)$$

där C = konstanter.

Delar man in ledningen i exempelvis 3 delsträckor får man 6 ekvationer, men eftersom man har 4 sektioner så krävs att man ger randvillkor nedströms och uppströms ledningen för att kunna lösa ekvationssystemet. Uppströms randvillkor är känt flöde och nedströms randvillkor givet vattenstånd eller normaldjup.

Till skillnad från vid explicita beräkningsmetoder kan vid implicita beräkningsmetoder tidssteget Δt i princip väljas oberoende av delsträckornas längd Δx , se kapitel 3.2. Dock bör både Δt och Δx väljas så att man väl beskriver flödets variation i tiden och längs ledningen. Snabba flödesförändringar eller vattenståndsvariationer kräver små Δt .

2.5 Tryckförluster och randvillkor i ledningsbrunn

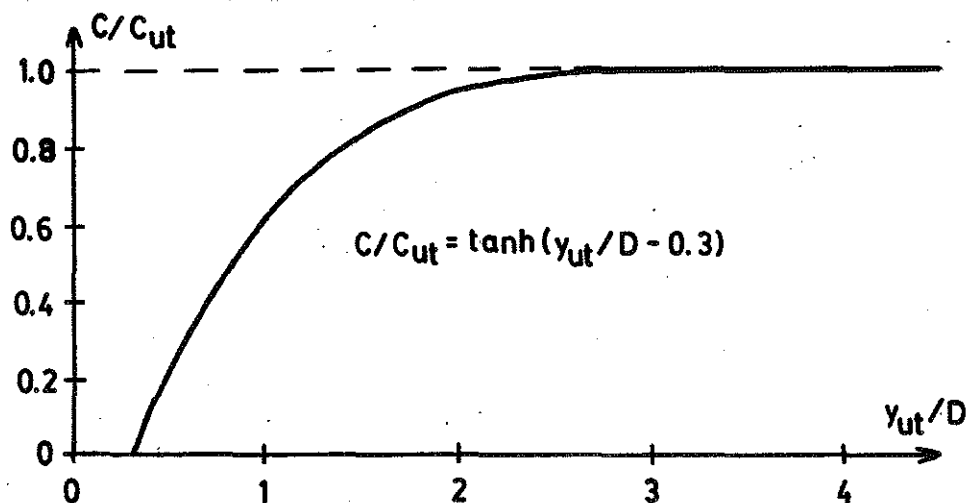


Figur 2.4. Beräkning av tryckförlust i ledningsbrunn.

Tryckförlusten vid utloppet beräknas enligt formeln

$$y_b - y_{ut} = \Delta y_{ut} = C \cdot \frac{v_{ut}^2}{2g} \quad (2.19)$$

där C är en tryckförlustkoefficient som varierar med relativa vattendjupet y_{ut}/D i utloppsledning enligt figur 2.5.



Figur 2.5. C varierar med relativa vattendjupet y_{ut}/D i utgående ledning, C_{ut} är en konstant som ges som indata.

Vid varje tidsteg i beräkningen genomförs en analys av flödessituationen och det bestäms också vilket randvillkor som skall utnyttjas för inkommande ledning.

När ledningsflödet beräknas med hjälp av diffusiv-våg ekvationen utnyttjas följande villkor:

$$y_{in} + z_{in} = y_b + z_b \quad \text{om} \quad y_b + z_b > y_{norm} + z_{in}$$

(flödet i inkommande ledning dämnes)

(2.20)

$$y_{in} = y_{norm} \quad \text{om} \quad y_b + z_b < y_{in}^{norm} + z_{in}$$

(ej dämning)

där y_{norm} = normaldjup (naturligt djup) vid aktuellt flöde

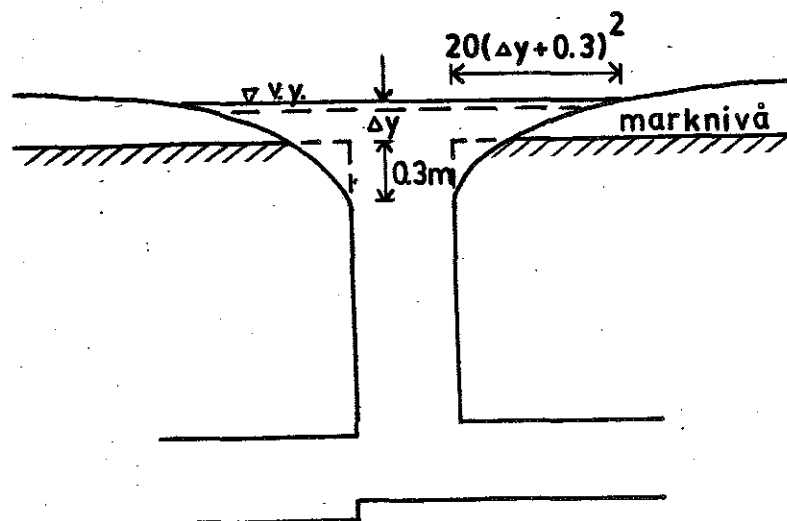
Denna analys genomförs oberoende för alla inkommande ledningar.

För brunnen görs följande kontinuitetsbetraktelse:

$$(\sum Q_{in} + Q_b - Q_{ut}) \Delta t = \text{ökning av i brunnen} \quad (2.21)$$

magasinerad vattenvolym
under tiden Δt

30 cm under marknivå vidgar sig brunnsarean i form av en cirkulär trätt enligt figur 2.6.



Figur 2.6. Simulering av magasinering på markytan då trycklinjen är över markytan. Magasinerat vatten återförs till systemet när trycklinjen sjunker.

2.6 Tillrinning till ledningssystemet

Tillrinning till systemet sker i detta fall endast i brunnarna.

2.6.1 Basflöde

För att kunna starta beräkningarna krävs som begynnelsevillkor att vattenstånd och vattenföring är givna i varje beräkningssektion. Det krävs sålunda att man som indata ger ett stationärt basflöde till en eller flera knutpunkter. Beräkningen av mot basflödet svarande vattenstånd sker stegvis, ledning för ledning, i uppströms riktning. Alltför små initiella vattendjup (basflödesdjup) kan ge numeriska problem speciellt vid stora och snabba flödesökningar. Det är inte nödvändigt att ge basflöde till alla knutpunkter. Vattendjupet får dock ej vara noll.

2.6.2 I tiden varierande tillrinning

Den i tiden varierande tillrinningen adderas till basflödet och ges som en given tillrinning till brunn som funktion av tiden.

3. LEDNINGSNÄTMODELLERNA S11S OCH EXTRAN

3.1 S11S

System 11 Sewer (se t.ex Kej och Havnø (1978)), som mycket liknar DAGVL-DIFF, är baserad på de fullständiga rörelseekvationerna. Liksom i DAGVL-DIFF räknas flöden under tryck (fylld ledning) med hjälp av en fiktiv spalt på ledningarna. Man kan alltså räkna med samma ekvationer oavsett om vattnet står under tryck eller ej.

Den numeriska lösningen av differentialekvationerna är gjord genom en transformation av differentialekvationerna till differensekvationer via ett implicit finit differensschema som är av annan typ än det som används i DAGVL-DIFF. Knutpunktsförlusterna är också annorlunda formulerade. För strömmande eller stråkande tillstånd används olika algoritmer för att lösa differensekvationerna.

På Öresunds ledningsnät hade man följande randvillkor i

uppströmsgränsen: flöde-tid diagram

nedströmsgränsen: samband mellan vattennivå i ledningen och flöde

$$Q/Q_{\text{full}} = 0.46 - 0.5\cos(\pi y/D) + 0.04\cos(2\pi y/D)$$

(samma som i DAGVL-DIFF)

där Q = flöde

Q_{full} = flödet vid fylld ledning

y = vattendjup

D = ledningens diameter

3.2 EXTRAN

Ledningssystemet är idealiserat till en serie av länkar eller rör som är sammanbundna av noder (Per Jacobsen (1983)). Flödet (Q) är en beroende variabel i röret och antages vara konstant i hela röret, medan hastigheten och djupet varierar. Noderna är magasineringselementen i systemet. Volymen i noden är lika med vattenvolymen i halva längden av rören som är sammankopplade i noden. I EXTRAN används en explicit beräkningsmetod för den numeriska lösningen. För att uppnå numerisk stabilitet i lösningen krävs att tidsteget Δt uppfyller det så kallade Courantvillkoret:

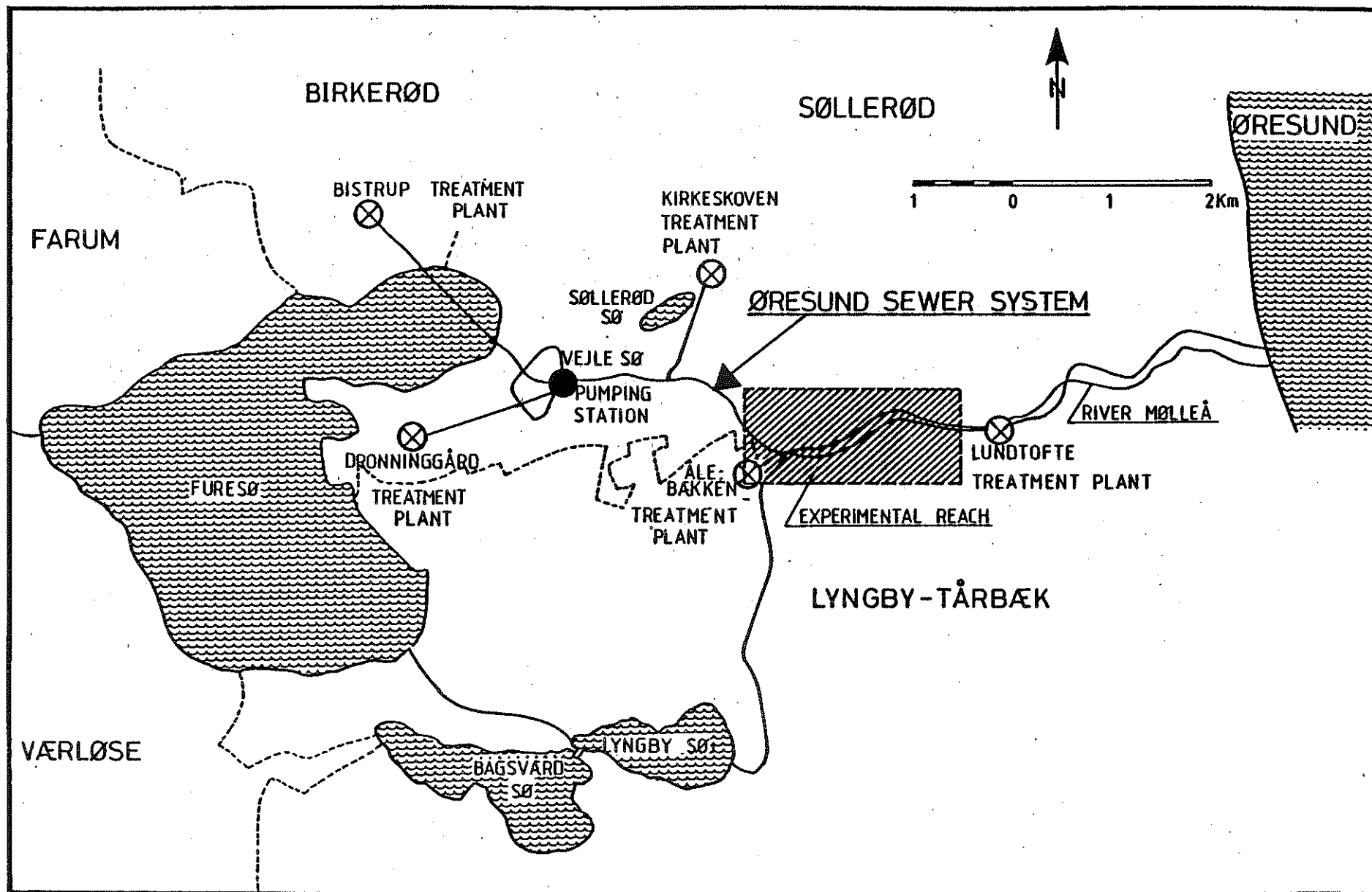
$$\Delta t \leq \frac{L}{|V \pm \sqrt{gA/B}|} \quad (3.1)$$

4 BESKRIVNING AV FÄLTEXPERIMENTEN

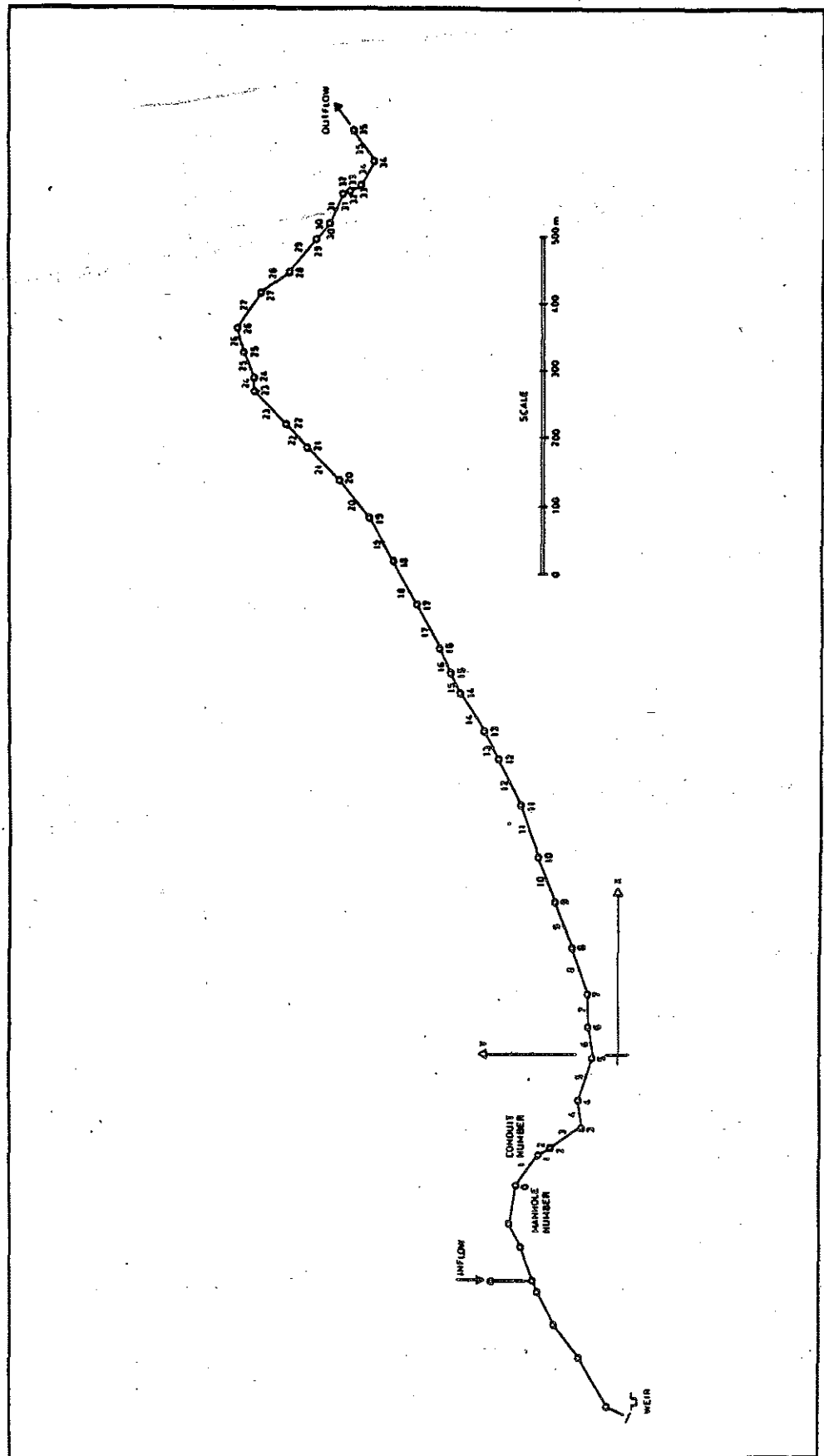
4.1 Öresunds ledningssystem

Ledningsnätet som utvaldes av Per Jacobsen för fältexperimenten ligger ungefär 20 km norr om Köpenhamn. En c:a 2 km lång del av detta nät (se fig. 4.1 och 4.2) utvaldes på grund av tre skäl:

1. Denna del av nätet är ofta överbelastat vilket har konstaterats genom att vissa brunnar ofta är översvämmade.
2. Överbelastningssituationen kan kontrolleras från närliggande pumpstationer och med hjälp av att man reglerar dammnivån i Ålebaekens reningsverk. Experimenten kunde därför utföras utan hänsyn till väderleken.
3. Inflödet i den valda delen kommer endast från ett ställe varför inflödeshydrografen lätt kan bestämmas.



Figur 4.1. Karta över Øresunds ledningssystem.

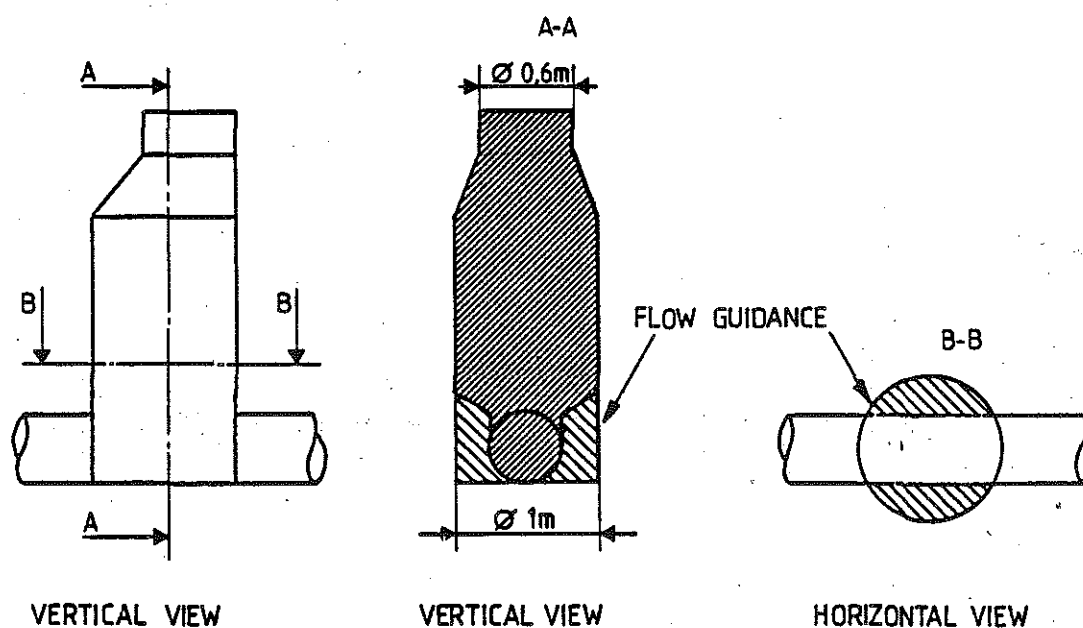


Figur 4.2. Experimentsträcka av Öresunds ledningssystem.

4.2 Ledningskaraktistika

Ledningsnätet innehåller 35 ledningar och 36 brunnar. Ledningarna är cirkulära och gjorda av betong. Diametern varierar mellan 40-70 cm, längderna mellan 11-77 m och lutningarna mellan 0.6-3.5 %, se tabell 4.1.

Brunnarna är cylindriska med 1 meters diameter och alla har flödesanvisningar enligt figur 4.3. I detta fall har vi satt tryckförlustkoefficienten $C_{ut} = 0.03 - 0.06$ (se t.ex Lindvall (1984)).



Figur 4.3. Brunnsgeometri.

Man kan också notera att ledningarna nedströms i nätet har lägre kapacitet än ledningarna uppströms p.g.a. att ledningsnätet har byggts ut under olika perioder.

Det är endast i ett fall som inte den anslutande ledningen har samma nivå som brunnens bottennivå och det är i brunn 23. Uppströmsledningen ligger där 47 cm högre än brunnens bottennivå. Simuleringen av flödessituationen medför inga problem i DAGVL-DIFF och S11S medan EXTRAN inte kan räkna med sådana speciellsituationer varför vissa justeringar, jämfört med de verkliga förhållandena, fick göras.

Brunn nummer (Ledn. nummer)	Diameter (m)	Längd (m)	Brunn koordinater		Brunn nivåer		Ledningsbotten nivåer	
			x (m)	y (m)	Botten (m)	Topp (m)	Uppstr. (m)	Nedstr. (m)
0			-198.1	147.1	13.21	15.72		
(1)	0.70	55.2					13.21	13.16
1			-152.5	116.1	13.16	15.26		
(2)	0.60	20.8					13.16	13.13
2			-142.1	98.1	13.13	14.57		
(3)	0.60	54.6					13.13	13.03
3			-111.4	53.0	13.03	15.03		
(4)	0.60	41.6					13.03	12.96
4			- 70.0	56.9	12.96	14.67		
(5)	0.60	67.8					12.96	12.90
5			- 5.4	36.4	12.90	16.27		
(6)	0.60	48.0					12.90	12.82
6			42.1	43.3	12.82	17.19		
(7)	0.60	48.8					12.82	12.79
7			90.9	44.3	12.79	16.76		
(8)	0.60	70.7					12.79	12.64
8			157.7	67.6	12.64	16.06		
(9)	0.60	72.0					12.64	12.54
9			225.3	92.5	12.54	16.12		
(10)	0.60	69.2					12.54	12.48
10			290.2	116.5	12.48	16.12		
(11)	0.60	76.8					12.48	12.35
11			363.0	141.1	12.35	16.61		
(12)	0.60	77.0					12.35	12.26
12			432.3	174.8	12.26	16.32		
(13)	0.60	46.3					12.26	12.22
13			473.3	196.3	12.22	14.89		
(14)	0.60	65.1					12.22	12.13
14			528.5	230.8	12.13	14.13		
(15)	0.60	33.0					12.13	12.06
15			558.1	245.6	12.06	14.34		
(16)	0.60	37.9					12.06	12.03
16			592.4	261.7	12.03	16.12		
(17)	0.60	74.8					12.03	11.89
17			658.5	296.7	11.89	16.03		
(18)	0.60	72.6					11.89	11.83
18			721.8	332.3	11.83	16.06		

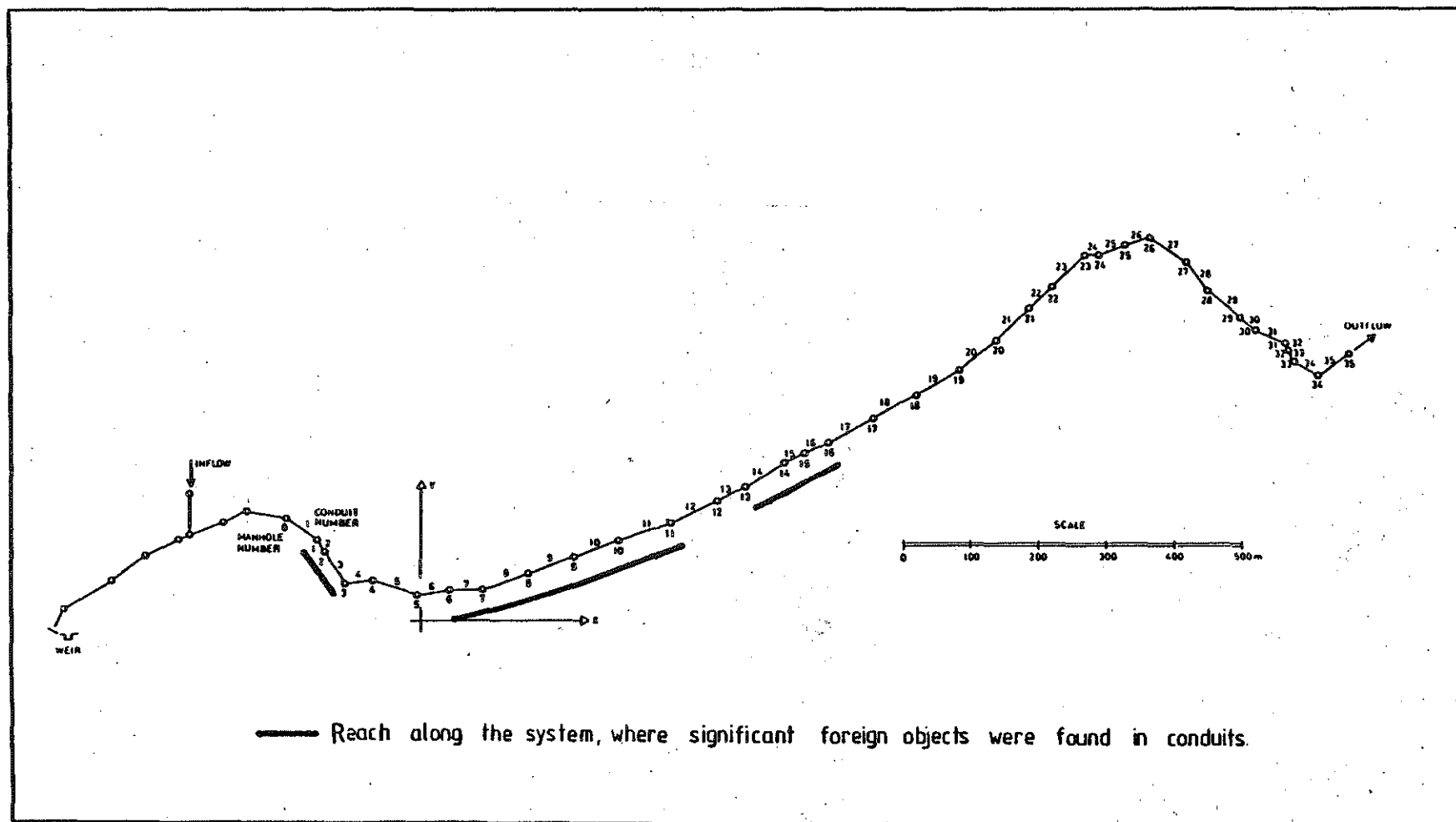
Tabell 4.1. Koordinater och nivåer för brunnar och ledningar.

Brunn nummer (Ledn. nummer)	Diameter (m)	Längd (m)	Brunn koordinater		Brunn nivåer		Ledningsbotten nivåer	
			x (m)	y (m)	Botten (m)	Topp (m)	Uppstr. (m)	Nedstr. (m)
18			721.8	332.3	11.83	16.06		
(19)	0.60	72.5					11.83	11.74
19			784.5	368.7	11.74	16.02		
(20)	0.60	68.7					11.74	11.62
20			837.7	412.1	11.62	15.99		
(21)	0.60	66.7					11.62	11.52
21			884.9	459.3	11.52	15.97		
(22)	0.60	46.3					11.52	11.50
22			918.6	491.0	11.50	16.11		
(23)	0.60	66.1					11.50	11.40
23			966.3	536.7	10.93	15.90		
(24)	0.40	20.0					10.93	10.86
24			986.3	535.7	10.86	14.87		
(25)	0.45	42.0					10.86	10.77
25			1025.3	551.3	10.77	12.27		
(26)	0.45	38.1					10.77	10.68
26			1062.0	561.6	10.68	12.10		
(27)	0.45	63.0					10.68	10.57
27			1114.7	527.1	10.57	12.07		
(28)	0.45	51.5					10.57	10.54
28			1146.1	486.3	10.54	11.76		
(29)	0.45	62.7					10.54	10.35
29			1194.8	446.7	10.35	11.25		
(30)	0.45	28.9					10.35	10.30
30			1217.4	428.6	10.30	11.50		
(31)	0.45	47.3					10.30	10.23
31			1260.5	409.0	10.23	11.86		
(32)	0.40	12.0					10.23	10.22
32			1266.1	399.6	10.22	12.07		
(33)	0.60	18.0					10.22	10.16
33			1274.2	383.5	10.16	11.50		
(34)	0.60	39.5					10.16	10.06
34			1308.4	363.6	10.06	11.60		
(35)	0.70	52.0					10.06	10.03
35			1352.0	392.0	10.03	12.81		

Tabell 4.1. Forts.

4.3 Utförande

I den danska undersökningen gjordes totalt 4 experiment varav vi har använt oss av två. De två första försöken genomfördes i oktober och november 1980. Resultaten visade att förlusterna i systemet var mycket större än väntat. Därför gjordes en undersökning av nätet våren 1981. Uppströmsdelen (från brunn 0-16) blev noggrant inspekterad och även rensad med hjälp av en "root-cutter" som drogs genom ledningarna. Man fann en hel del främmande objekt, vilket är visat i figur 4.4, varav det mesta bestod av rötter från pilträd som hade växt in i ledningarna vid skarvarna. P.g.a. bristande tidsresurser gjordes ingen noggrann inspektion av nedströmsdelen. Efter inspektionen och borttagandet av främmande objekt gjordes två nya experiment i september 1981. Resultaten från dessa experiment visade tydligt effekten av borttagandet av objekten uppströms i ledningsnätet. Men man kunde också konstatera större energiförluster än normalt i nedströmsdelen där man ej hade gjort samma noggranna undersökning. De två experiment vi har använt oss av i den här undersökningen utfördes 1980-11-20 och 1981-09-10. Anledningen till att vi valde just dessa experiment var att de uppfyllde våra krav på randvillkor i uppströmsdelen av systemet. I båda fallen har man mätt inflödet i brunn 0 medan man i de två övriga experimenten har mätt vattennivån i brunn 1 respektive 4 (se fig. 4.2).



Figur 4.4. Förekomst av främmande objekt i ledningarna.

4.3.1 Experiment 801120

Experimentet hade ett basflöde på 25 l/s. Flödet ökades kraftigt redan från start och översvämning kunde konstateras i brunn 4. Översvämningen hade inträffat först i brunn 2 om man inte hade stängt igen den innan experimentet. Flödesdata mättes med ett intervall av 15 sekunder, men senare erfarenhet visade att ett fullgott resultat även skulle ha uppnåtts med intervall på 30 eller 60 sekunder.

4.3.2 Experiment 810910

I detta experimentet reglerade man pumparna så att hydrografen i brunn 0 först ökade till 50 l/s varefter man sänkte flödet till 5 l/s. Sedan ökade man en gång till, denna gång upp till 200 l/s. P.g.a. det ökade hydrauliska motståndet i nedströmsdelen av ledningsnätet så blev den första hydrografen så dämpad och försenad att man i nedströmsdelen av ledningsnätet inte kunde skilja den från den andra hydrografen.

5 JÄMFÖRELSE MELLAN BERÄKNADE OCH UPPMÄTTA VATTENSTÄND OCH FLÖDEN

5.1 Kalibrering av DAGVL-DIFF

Vid arbetet med att anpassa de i ledningssystemet, vid körning av DAGVL-DIFF, erhållna flödes- och vattennivåerna till de vid fältexperimenten uppmätta värdena har vi valt att arbeta med förändringar av Mannings tal i enskilda ledningar. Vid fältexperimenten gjordes mätningar av vattennivåerna i fyra brunnar (4, 12, 27, 35 (se fig. 4.2)) längs ledningssystemet medan flödet mättes i en brunn (21). För att kunna se vad en ändring av Mannings tal får för effekt i de olika mätpunkterna har vi först, som jämförelse, utfört en körning med ett standardvärde på M, i detta fall 75.

Vi började kalibreringen med att sänka M i en ledning nedströms brunn 27, M sattes här till 55. Denna förändring medförde, när ledningarna gick helt fyllda, att vattennivåerna strax uppströms den förändrade ledningen steg något, vilket var en gynnsam effekt, medan någon förändring längre uppströms ej kunde avläsas. Vad gäller flödet kan man till en början utläsa en positiv förändring, genom ett minskande flöde, för att mot slutet uppfatta en motsatt effekt med ett ökande flöde (jämfört med standardkörningen).

Nästa steg blev att förändra M för ännu en ledning. Denna gång valde vi en ledning strax uppströms mätpunkten för flödet, brunn 21. Vi gjorde här en kraftig sänkning av M ned till 15, med bibehållet M = 55 i ledningen nedströms. Denna förändring medförde, vilket man hade anledning att tro, en höjning av vattennivåerna uppströms den aktuella ledningen och en sänkning nedströms densamma. Flödet i mätpunkten påverkades denna gång, naturligt nog, mer eftersom ändringen skedde strax uppströms mätpunkten. Vi fick här en flödeskurva som betydligt bättre överensstämde med den uppmätta. Man kan säga att för att få en stor effekt i en mätpunkt ska förändringen ske i ledningar i närheten av den aktuella brunnen. Effekten av en förändring i en ledning avklingar, både vad gäller vattennivå och flöde, med avståndet för den aktuella ledningen.

För att till slut få vattennivåerna och flödet, för hela ledningssystemet, att överensstämma med de uppmätta värdena får man fortsätta att förändra M i olika ledningar, mer eller mindre slumpvis, tills man finner en ledning där en ändring av M ger en gynnsam effekt. När man finner en sådan ledning kan man göra en noggrannare kalibrering för att finna det optimala M. Vidare visade försöken, att en stor ändring av M i korta ledningar kan leda till instabilitet i beräkningarna. Det var därför enklare att få en gynnsam effekt, vid förändring av M, ju längre en ledning var.

Vid kalibreringen hade man också att ta hänsyn till det faktum att man vid den invändiga inspektionen av ledningsnätet funnit främmande föremål i form av pilträdsrötter. Förekomsten av rötter gör att de olika delledningarna får hydrauliska egenskaper som i olika hög grad avviker från de teoretiska. Efter inspektionen utförde man en rensning, med en så kallad "root-cutter", i uppströmsdelen av ledningssystemet i syfte att få en mer "teoretisk" flödssituation i systemet.

Man kunde nu anta att Mannings tal i den rensade delen av ledningssystemet antog värden som överensstämde med de teoretiska varför denna del av systemet nu kunde lämnas utan åtgärd vid kalibreringen. Våra erfarenheter visade dock att ett sådant tillvägagångssätt inte var möjligt om man ville få en flödssituation som överensstämde med de i fältexperimenten uppmätta värdena, varför hela ledningssystemet utnyttjades vid kalibreringen.

5.2 Diskussion av beräkningsresultat

5.2.1 Experiment 801120

Jämförelse mellan DAGVL-DIFF och S11S

Vid körningar av DAGVL-DIFF och S11S med $M = 75$ i hela systemet får man en god överensstämmelse både vad gäller vattennivå och flöde, här kan nämnas att ledningarna uppströms brunn 23 går delvis fyllda (se fig. 5.3). I brunn 35 skiljer sig dock programmen åt då man använt sig av olika randvillkor nedströms. I DAGVL-DIFF har vi använt oss av de uppmätta värdena i det verkliga systemet medan man i S11S har använt sig av den tidigare givna delfyllnadskurvan.

När vi jämförde S11S med DAGVL-DIFF med S11S-kalibrerade värden (se fig. 5.1), så ser man att DAGVL-DIFF:s kurvor (se fig. 5.4), som beskriver vattennivåerna, efter ett tag går högre än S11S:s kurvor. Detta kan bero bl.a. på att de båda programmen räknar olika vid översvämning. I DAGVL-DIFF räknar man med att vattnet magasineras på markytan medan man i S11S låter vattnet försvinna. Detta gör att vattnet fördröjs och att trycklinjen når högre i DAGVL-DIFF.

Vid fylld ledning är det också vissa skillnader i beräkningar av förlusterna i brunnarna. Man kan också lägga märke till att S11S och DAGVL-DIFF stämmer bättre överens uppströms "klacken" i brunn 23 då ledningarna ej går helt fyllda (se fig. 5.3). Det beror på att randvillkoren uppströms är lika i de båda programmen, medan resultaten skiljer sig en del nedströms "klacken" då randvillkoret nedströms ej är lika för S11S och DAGVL-DIFF.

Jämförelse mellan DAGVL-DIFF och EXTRAN

Vid jämförelse mellan DAGVL-DIFF och EXTRAN har vi endast körningar kalibrerade enligt EXTRAN att tillgå då någon körning av EXTRAN med $M = 75$ längs hela ledningssystemet ej finns redovisat av Per Jacobsen (1983).

Då vi jämförde körningar kalibrerade enligt EXTRAN (se fig. 5.2) fann vi en god överensstämmelse, både vad gäller flöde och vattennivå, mellan de båda modellerna, dock låg DAGVL-DIFF:s värden något närmare de uppmätta (se fig. 5.5) än vad EXTRAN:s gjorde. En förklaring till den goda överensstämmelsen kan vara att brunnsförlusterna troligen är relativt lika i de båda modellerna. I EXTRAN saknas brunnsförluster helt medan de är mycket små i DAGVL-DIFF, ty koefficienten C_{ut} har satts så lågt som till 0.03 - 0.06 i brunnarna (se kap. 2.5).

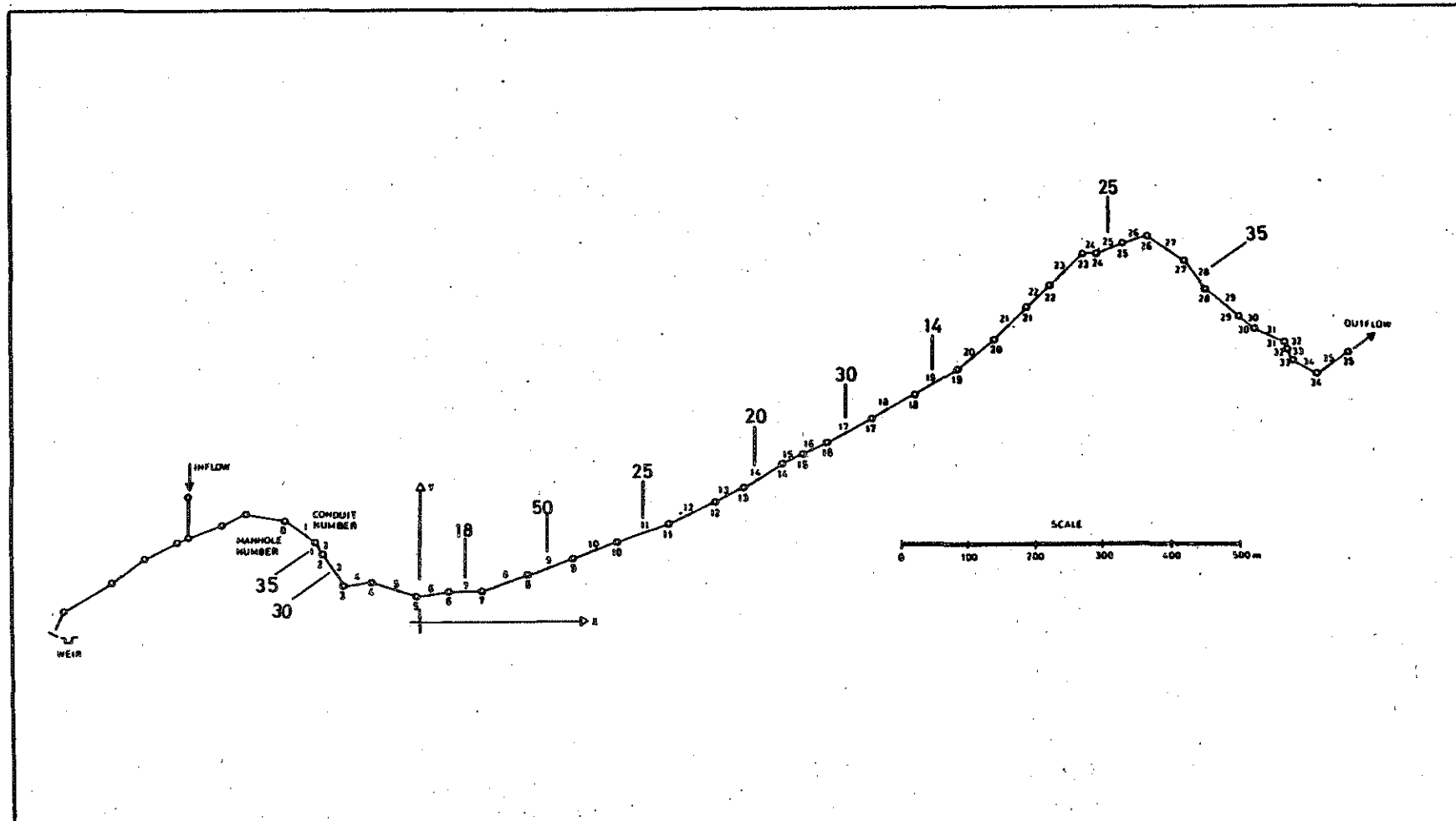
Exempel på kalibrerade resultat

Den utförda kalibreringen av DAGVL-DIFF visade att enstaka ändringar av Mannings tal kan ge stora ändringar av resultaten i vissa brunnar, medan andra brunnar berörs mindre. Som exempel på detta ges här en jämförelse mellan två körningar utförda dels med Mannings tal kalibrerade enligt EXTRAN och dels med Mannings tal som vi "testade" under vårt kalibreringsarbete:

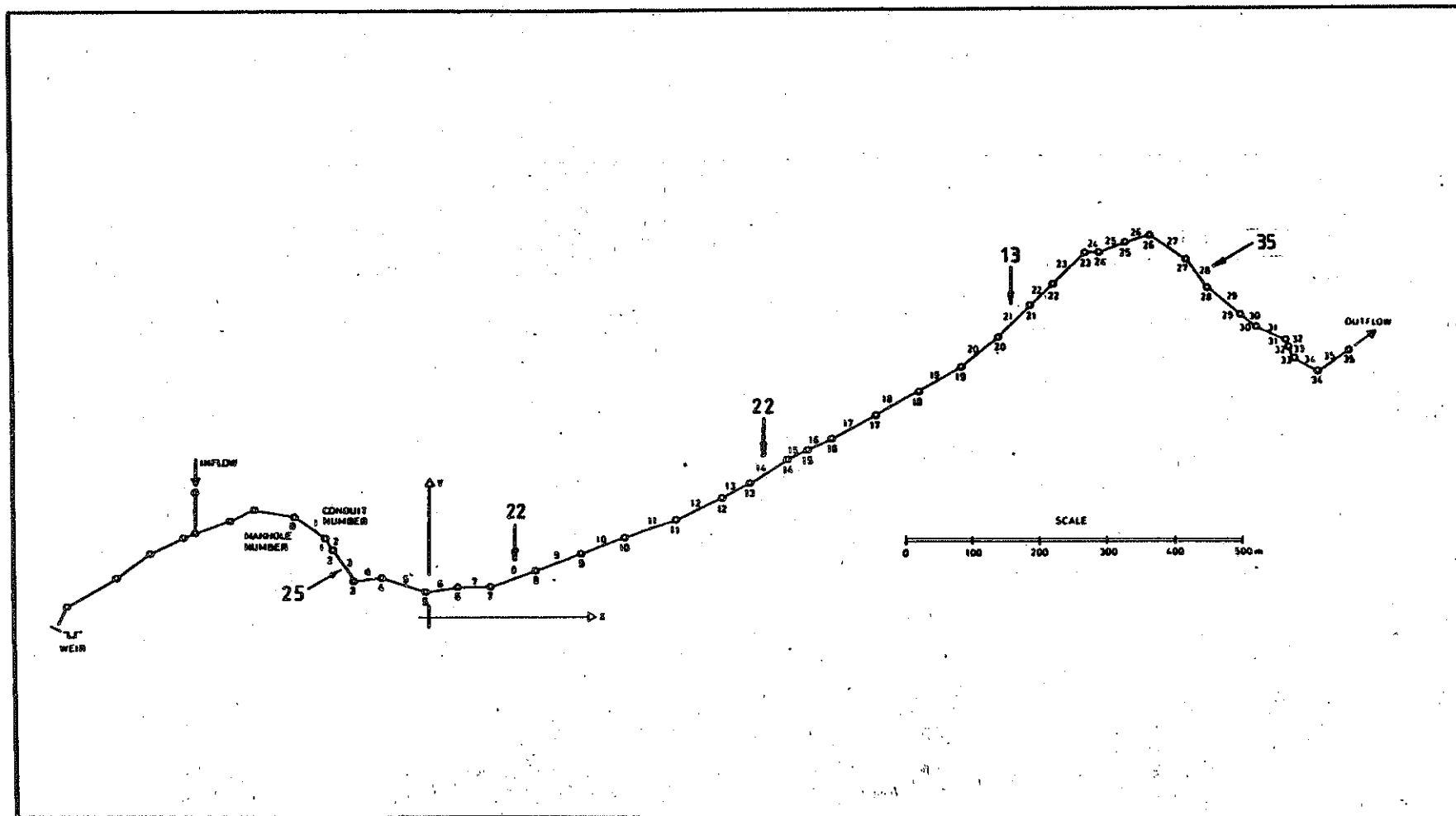
Ledning	3 8 14 21 22 28
M enligt EXTRAN	25 22 22 13 75 35
M kalibrerade	25 25 30 12 40 40

Tabell 5.2.1 Kalibrerade Mannings tal för utvalda ledningar, övriga Mannings tal = 75.

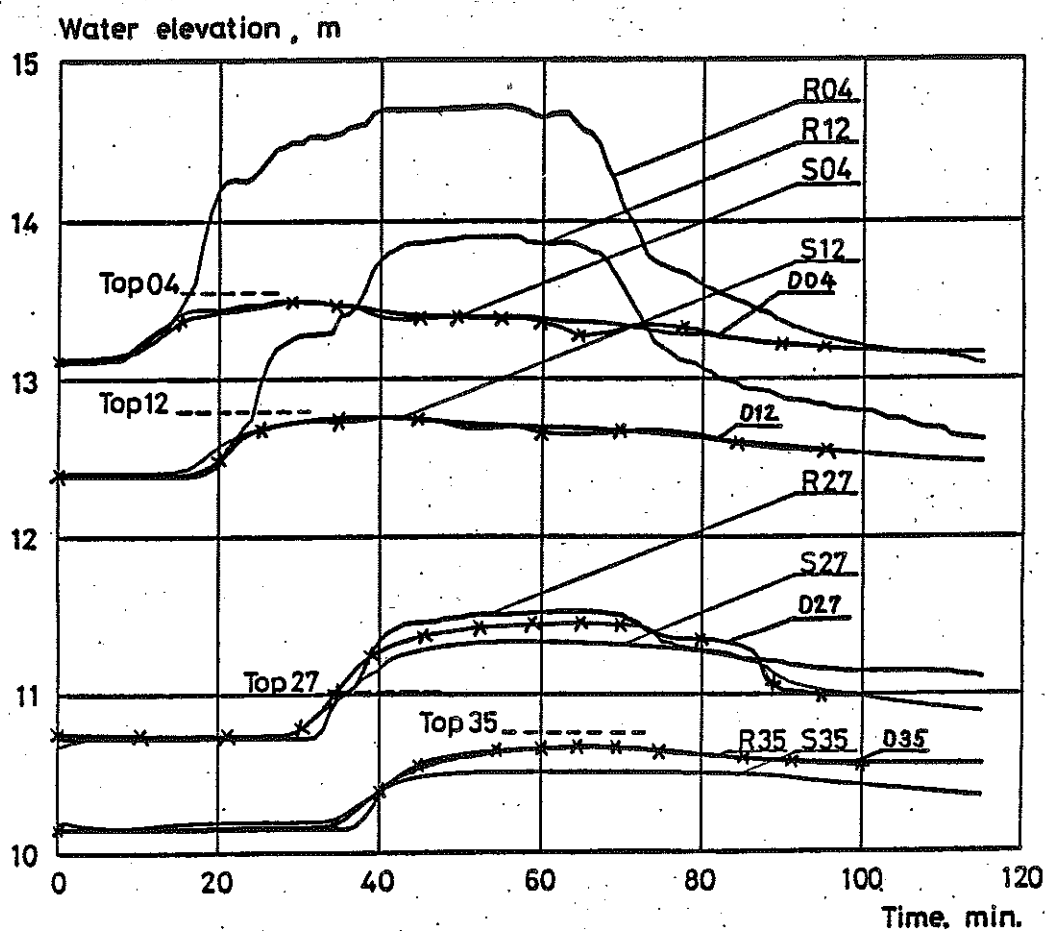
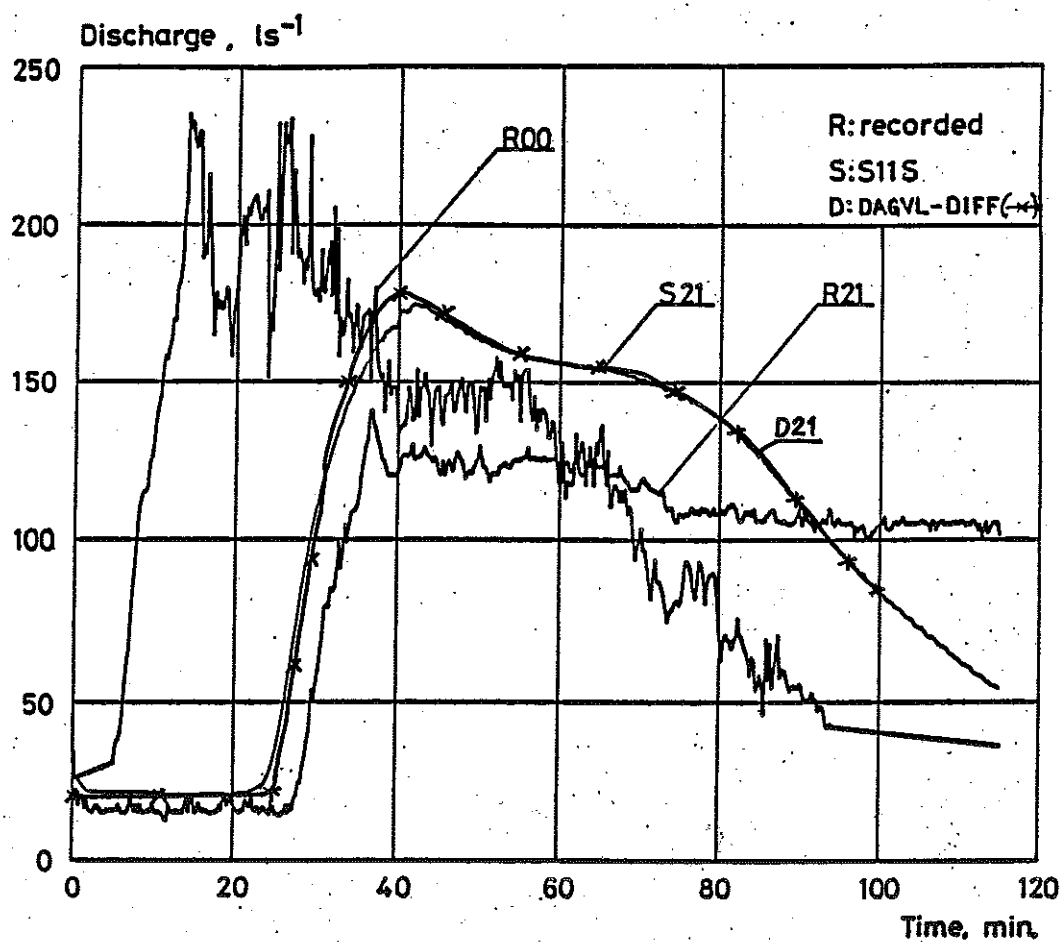
Här ser man (se fig. 5.6) att man har en ganska god överensstämmelse mellan de båda körningarna förutom i brunn 4 där man har en större avvikelse. Den bästa överensstämmelsen med de uppmätta värdena erhöles med Mannings tal kalibrerade enligt EXTRAN.



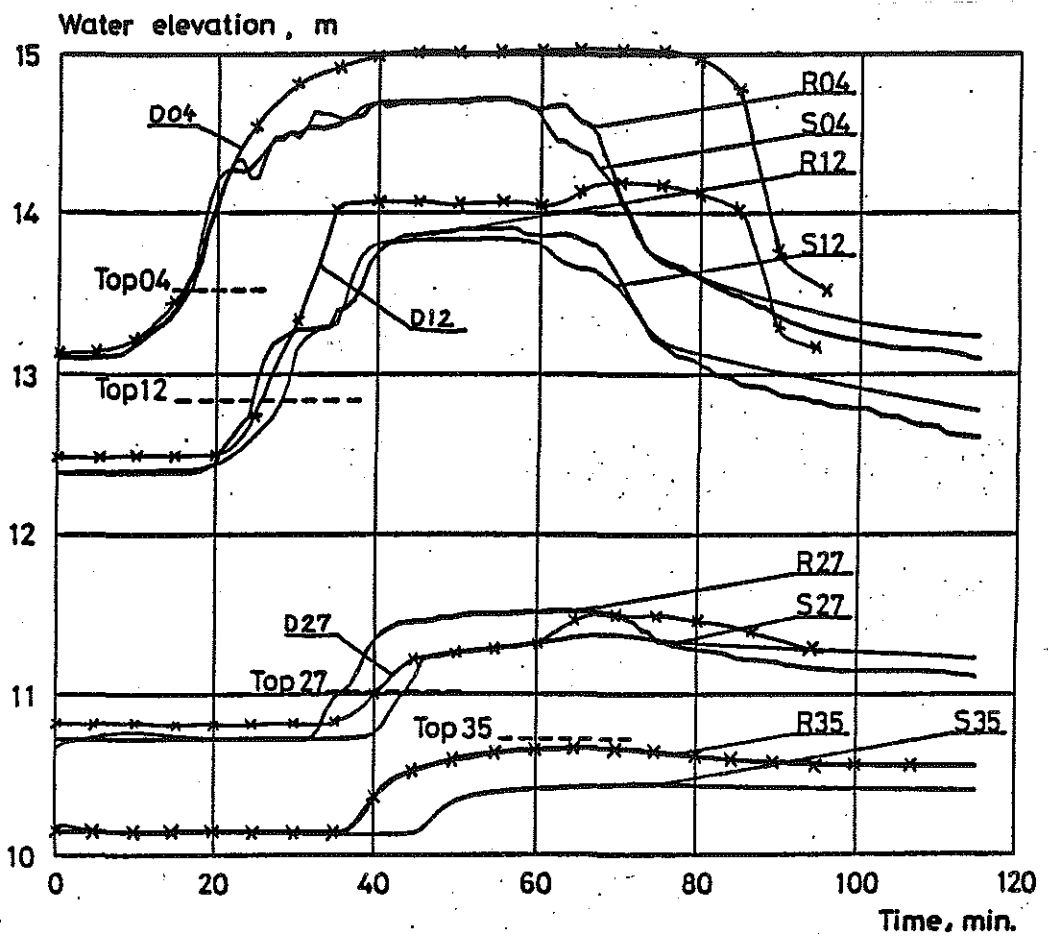
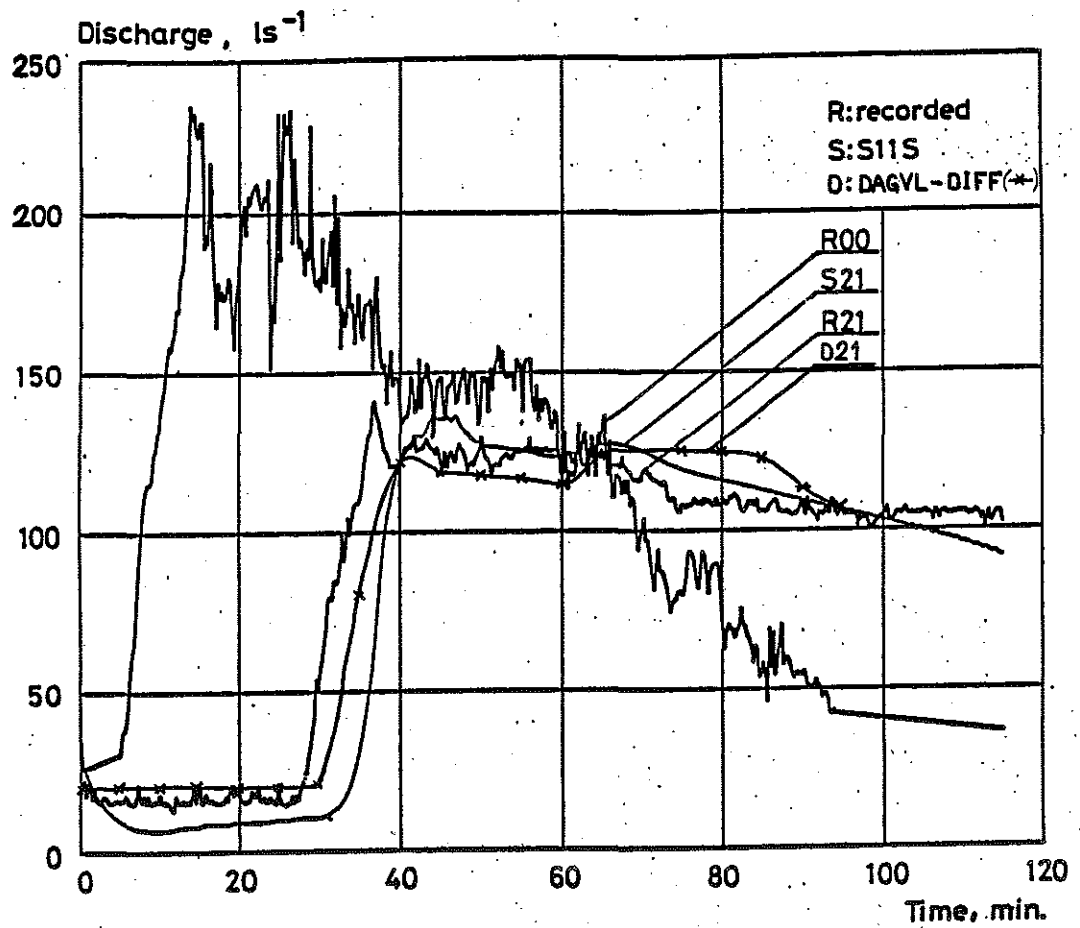
Figur 5.1. Kalibrerade Mannings tal för valda ledningar använda i S11S-simuleringen av experiment 801120. Övriga Mannings tal = 75.



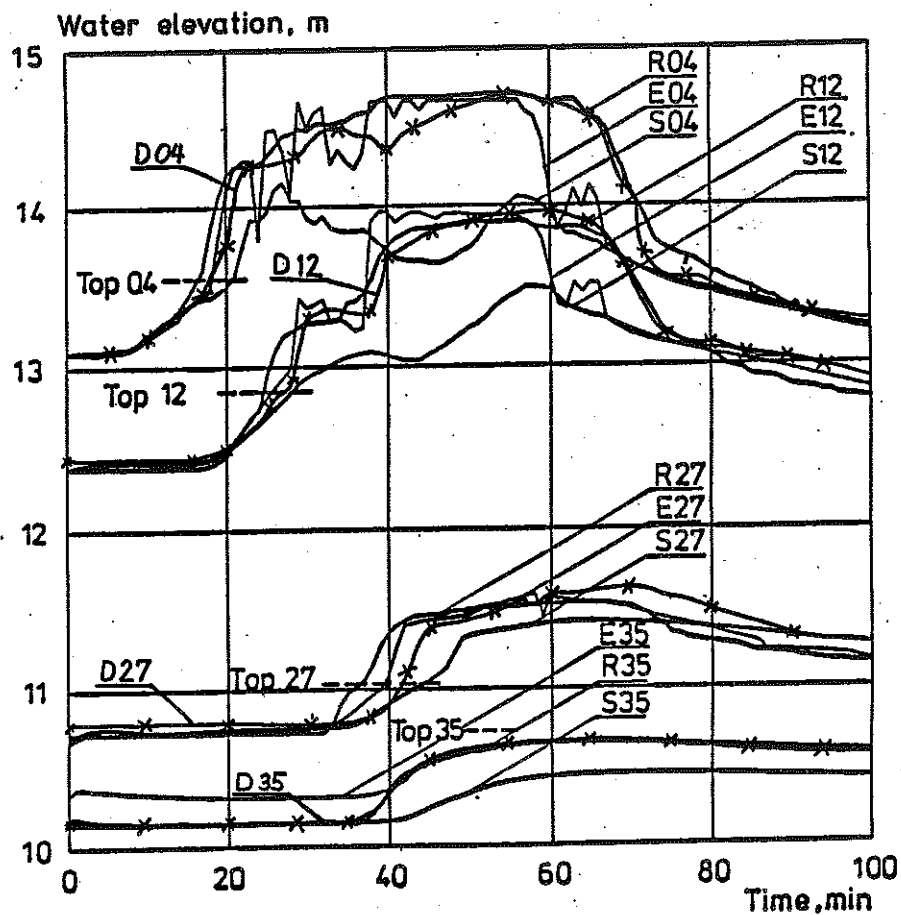
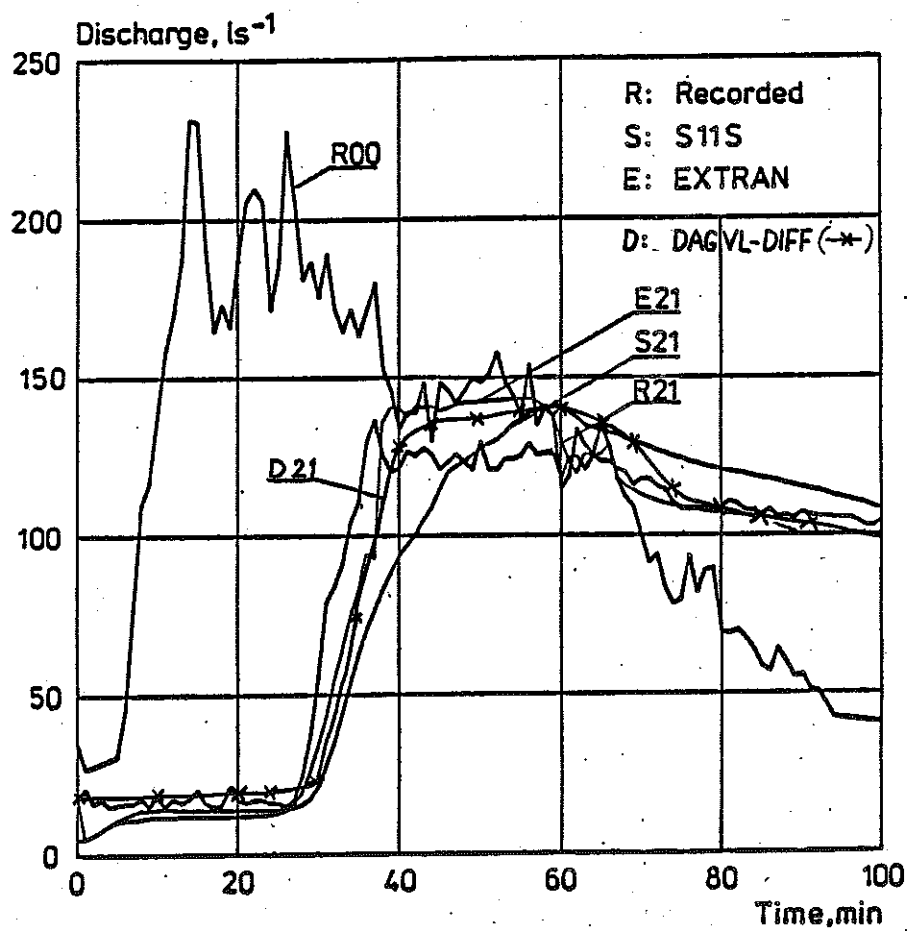
Figur 5.2. Kalibrerade Mannings tal för valda ledningar använda i EXTRAN-simuleringen av experiment 801120. Övriga Mannings tal = 75.



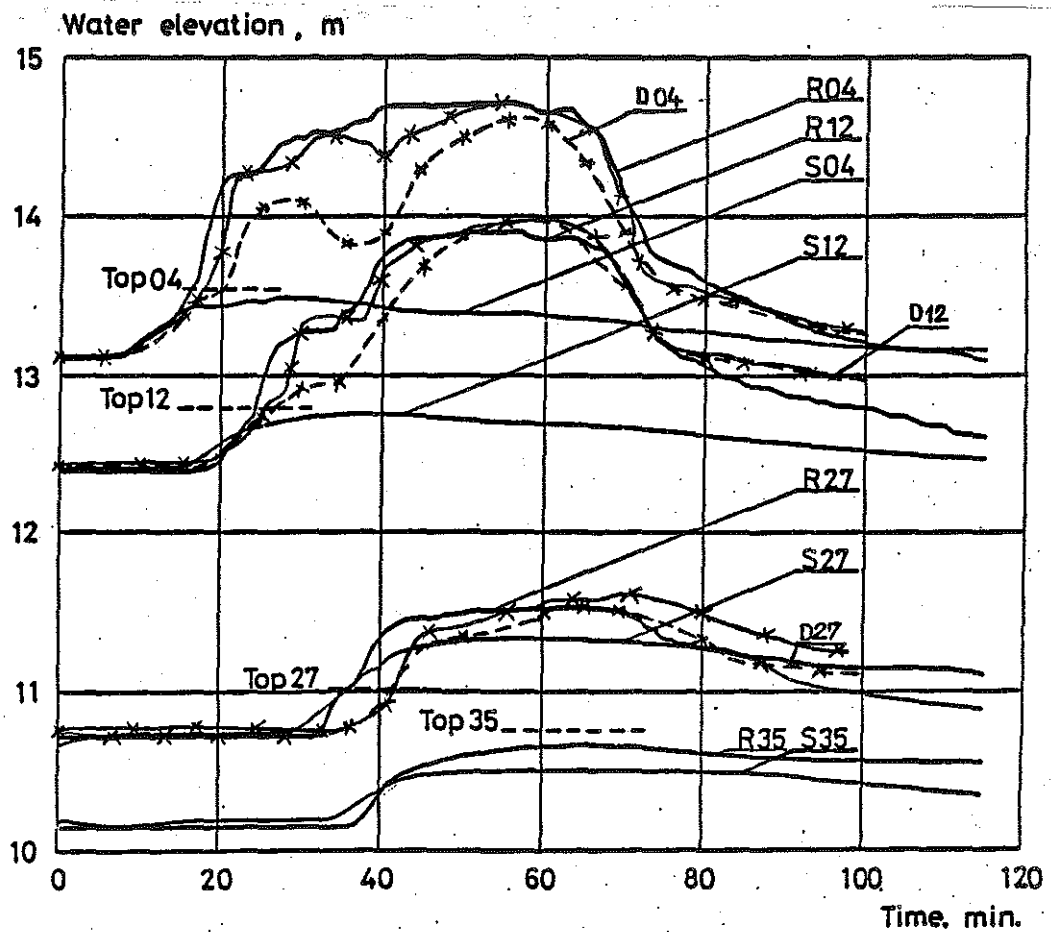
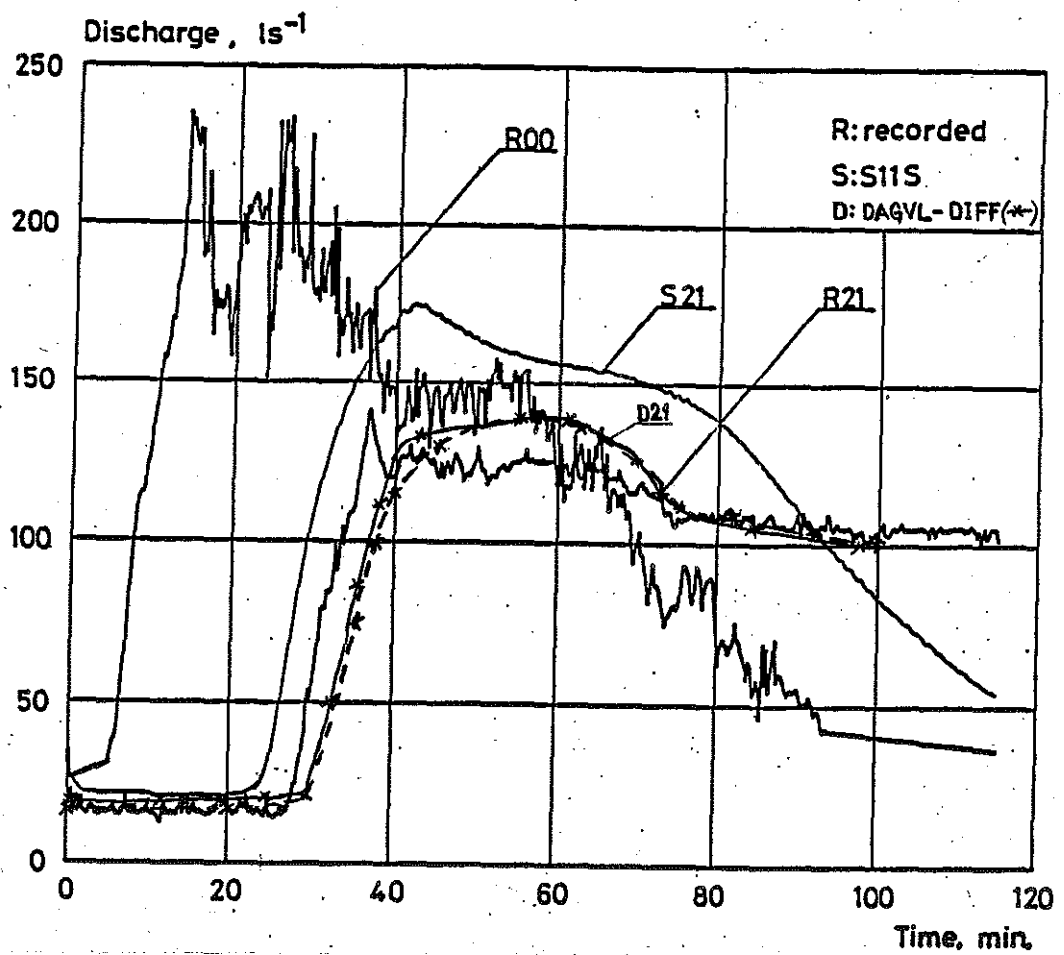
Figur 5.3. Experiment 801120: DAGVL-DIFF och S11S körda med Mannings tal = 75.



Figur 5.4. Experiment 801120: DAGVL-DIFF och S11S körda med Mannings tal kalibrerade enligt fig. 5.1.



Figur 5.5. Experiment 801120: DAGVL-DIFF och EXTRAN körda med Mannings tal kalibrerade enligt fig. 5.2. S11S kalibrerad enligt fig. 5.1.



Figur 5.6. Experiment 801120: Høldragna linjer (*-*) visar DAGVL-DIFF kalibrerad enligt tabell 5.2.1 (M enligt EXTRAN). Streckade linjer (*-*) visar DAGVL-DIFF kalibrerad enligt tabell 5.2.1 (M kalibrerade).

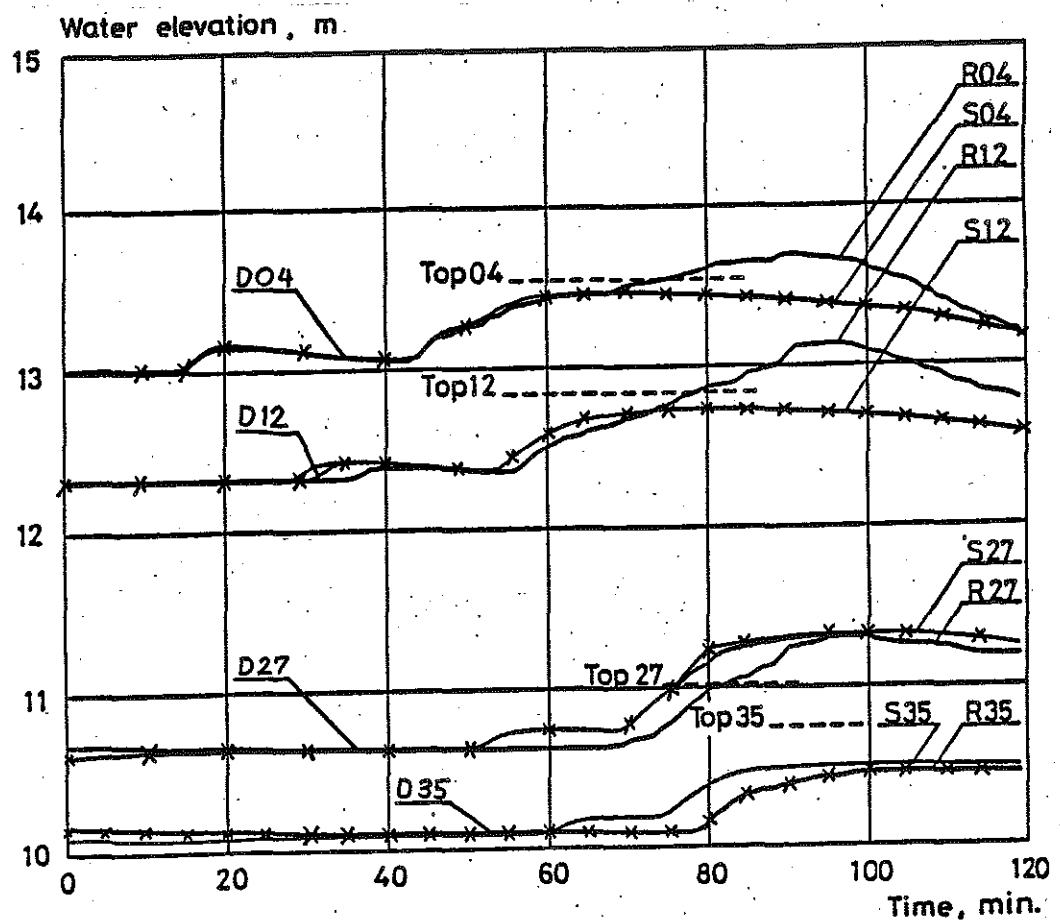
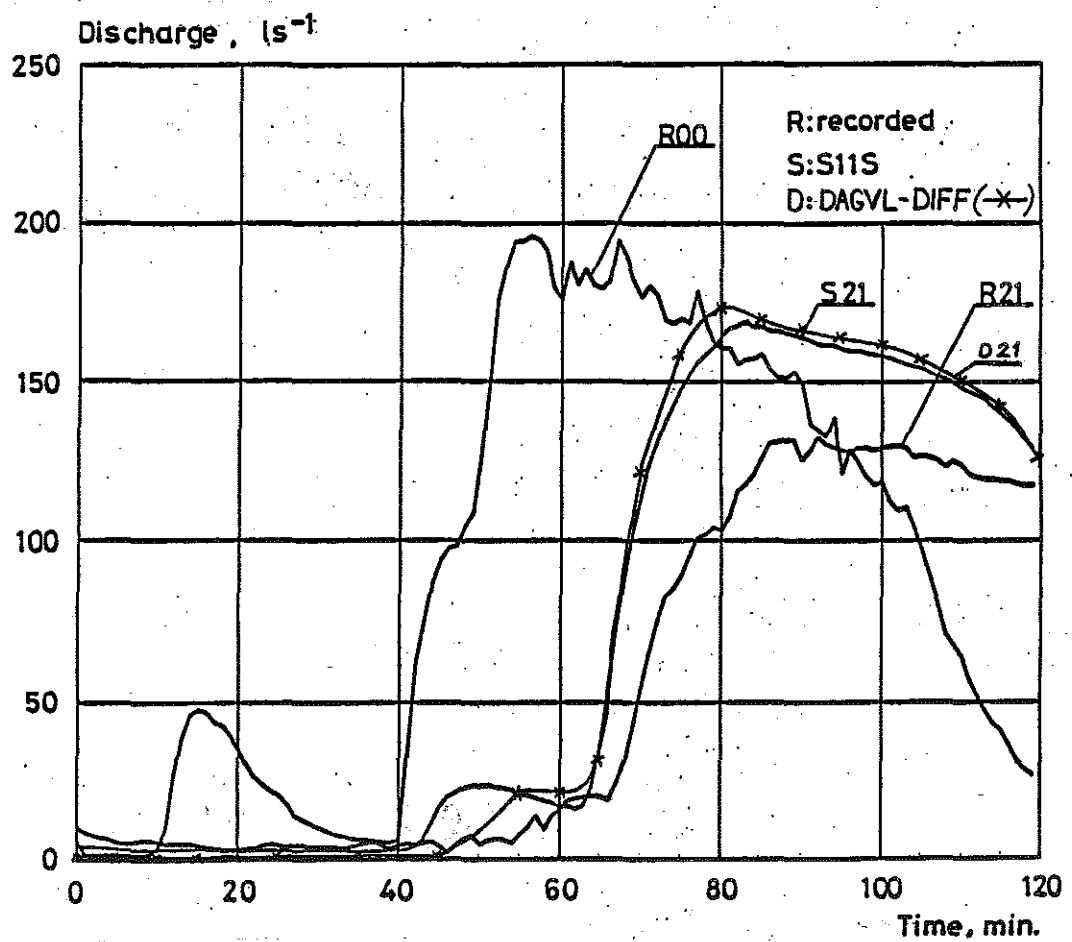
5.2.2 Experiment 810910

Experiment 810910 har endast varit föremål för datorkörningar med S11S, varför jämförelser med EXTRAN ej kan göras. På grund av denna omständighet har ej heller någon egen kalibrering utförts av Experiment 810910.

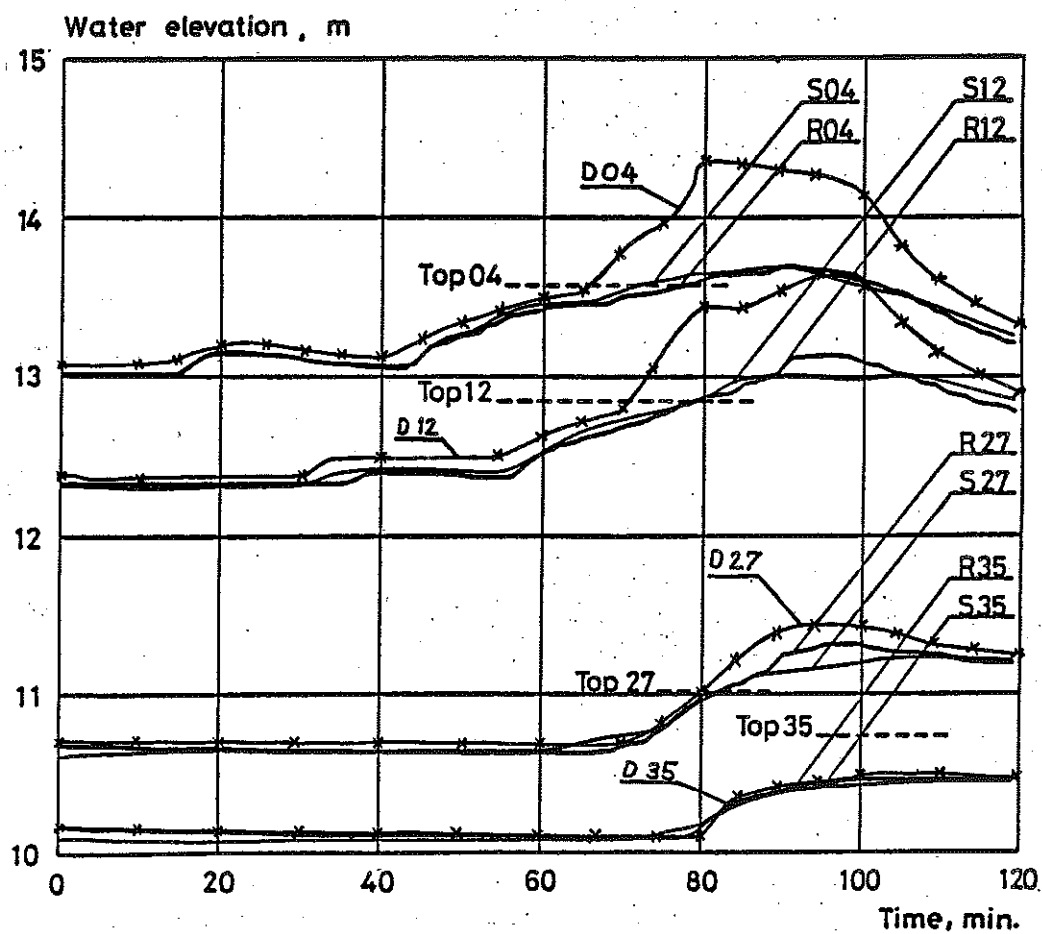
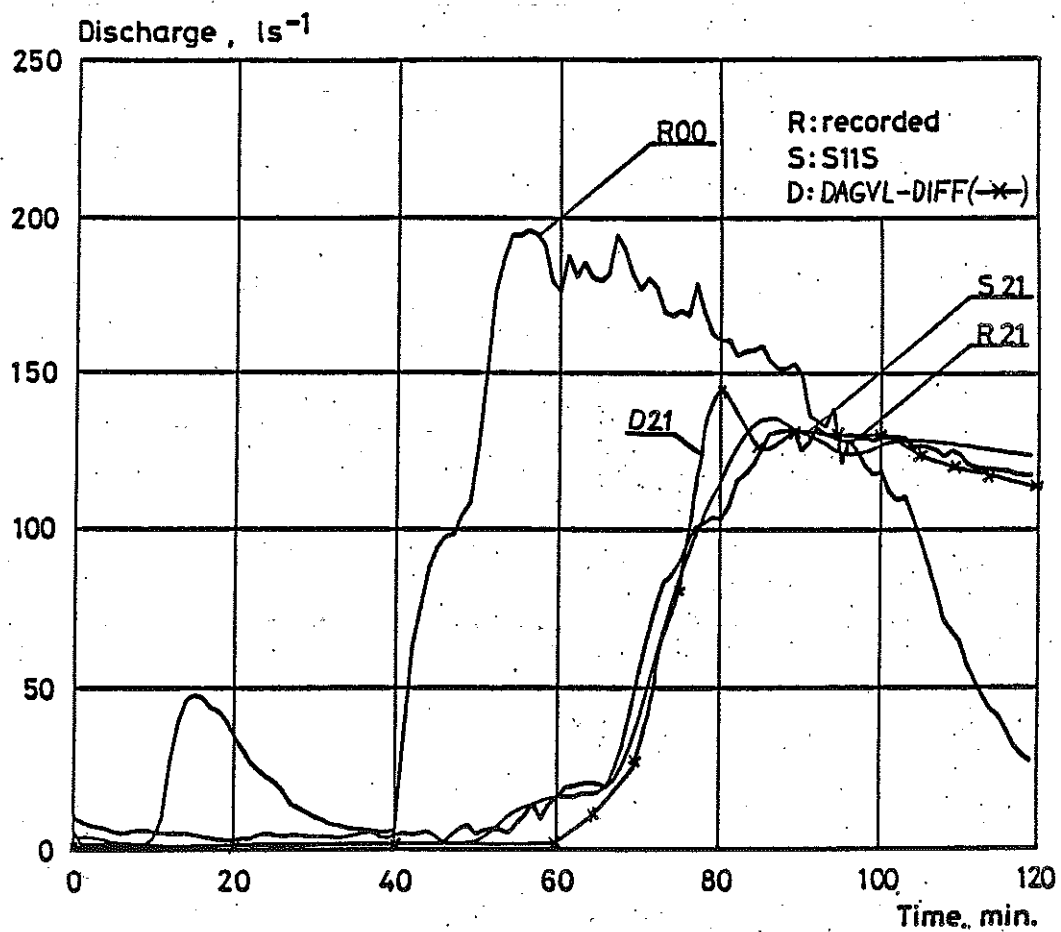
För $M = 75$ längs hela ledningssystemet var det mycket god överensstämmelse mellan DAGVL-DIFF och S11S, både vad gäller nivå och flöde, i brunnarna 4, 12, 21 och 27. I brunn 35 skiljer sig värdena på grund av olika randvillkor nedströms i de båda modellerna (se fig. 5.8).

Med Mannings tal kalibrerade enligt figur 5.7 är det större skillnader mellan modellerna (se fig. 5.9). Dessa skillnader kan hänföras till de skillnader mellan modellerna som redovisats för Experiment 801120.

Figur 5.7. Kalibrerade Mannings tal för valda ledningar använda i S11S-simuleringen av Experiment 810910. Övriga Mannings tal = 75.



Figur 5.8. Experiment 810910: DAGVL-DIFF och S11S körda med Mannings tal = 75.



Figur 5.9. Experiment 810910: DAGVL-DIFF och S11S- körda med Mannings tal enligt fig. 5.7.

6 TEORETISKA EXPERIMENT

Vi har jämfört DAGVL-DIFF med tre utförda teoretiska experiment, varav ett är utfört på en lång rak ledning utan brunnar (Lager, Pyatt och Shubinski (1971)). Medan de andra två är utförda på Öresunds ledningssystem (Per Jacobsen (1983)).

6.1 Experiment utförda på Öresunds ledningssystem

6.1.1 Experiment med delvis fylld ledning

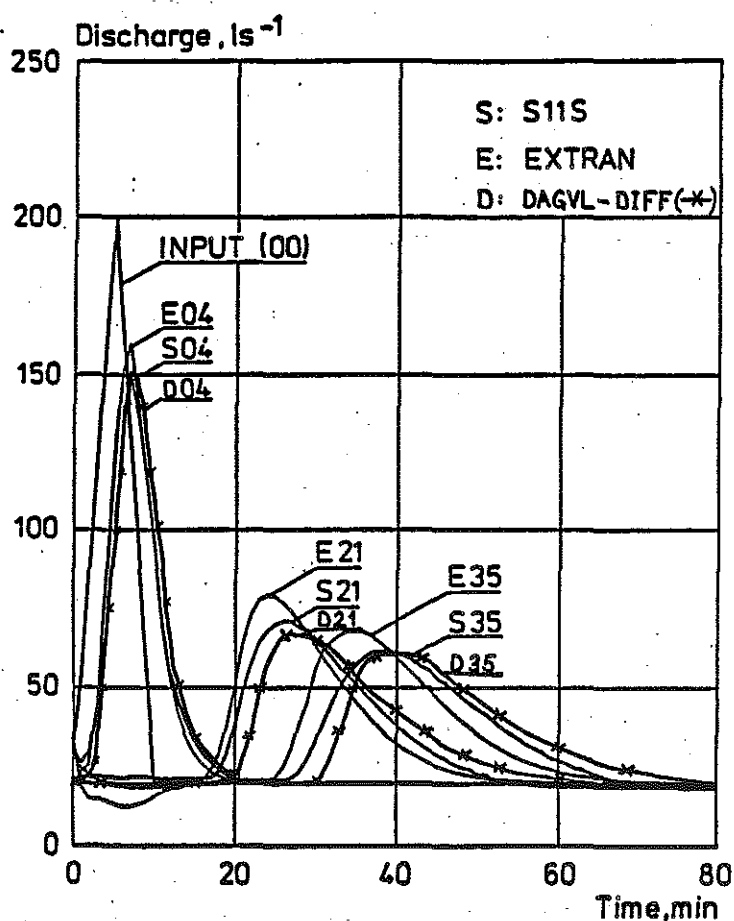
I detta experiment hade vi en triangulär inflödeshydrograf med basflödet 20 l/s och ett toppflöde på 200 l/s. Flödet ökades under de första fem minuterna upp till 200 l/s, för att under de följande fem minuterna återigen minska till 20 l/s (se fig. 6.1). I alla tre modellerna, S11S, EXTRAN och DAGVL-DIFF, har Mannings tal $M = 75$ använts. För S11S och DAGVL-DIFF har brunnsförlusterna minimerats för att göra simuleringen jämförbar med EXTRAN. Inflödeshydrografen gav delvis fyllda ledningar i alla modellerna.

Skillnaderna i resultaten mellan EXTRAN och de andra två modellerna (se fig. 6.1) skulle möjligen kunna förklaras av att olika numeriska metoder utnyttjas i beräkningarna. Det är dock svårare att förklara varför flödet i DAGVL-DIFF kommer senare än i S11S. En av förklaringarna kan vara att i S11S startar man med ett visst vattendjup i ledningarna som ger ett flöde vilket ej överensstämmer med det givna flödet. Då flödet i detta fall var större än det givna flödet kan detta leda till att vågfronten rör sig snabbare vilket gör att flödet i S11S kommer tidigare än i DAGVL-DIFF. Men det kan också bero på andra orsaker, till exempel olika beräkningssätt i brunnarna.

6.1.2 Experiment med fylld ledning

I detta experiment hade vi ett basflöde på 20 l/s. Under de första fem minuterna ökades inflödet från 20 l/s till 250 l/s, vilket sedan hölls konstant i 35 minuter. Flödet minskades sedan under de följande fem minuterna ner till basflödet (se fig. 6.2). Vad det gäller Mannings tal och brunnsförluster var det samma förutsättningar som i experimentet med delvis fylld ledning (se kap. 6.1.1).

Så länge ledningarna går delvis fyllda (se fig. 6.2) så är överensstämmelsen mellan DAGVL-DIFF och S11S god vad gäller både vattenflöde och vattennivå. När ledningarna däremot går helt fyllda så dämmar DAGVL-DIFF mer än S11S, vilket måste bero på skilda beräkningssätt i brunnarna, vilket ger utslag först då ledningarna går helt fyllda. Bättre överensstämmelse erhålles då med EXTRAN.

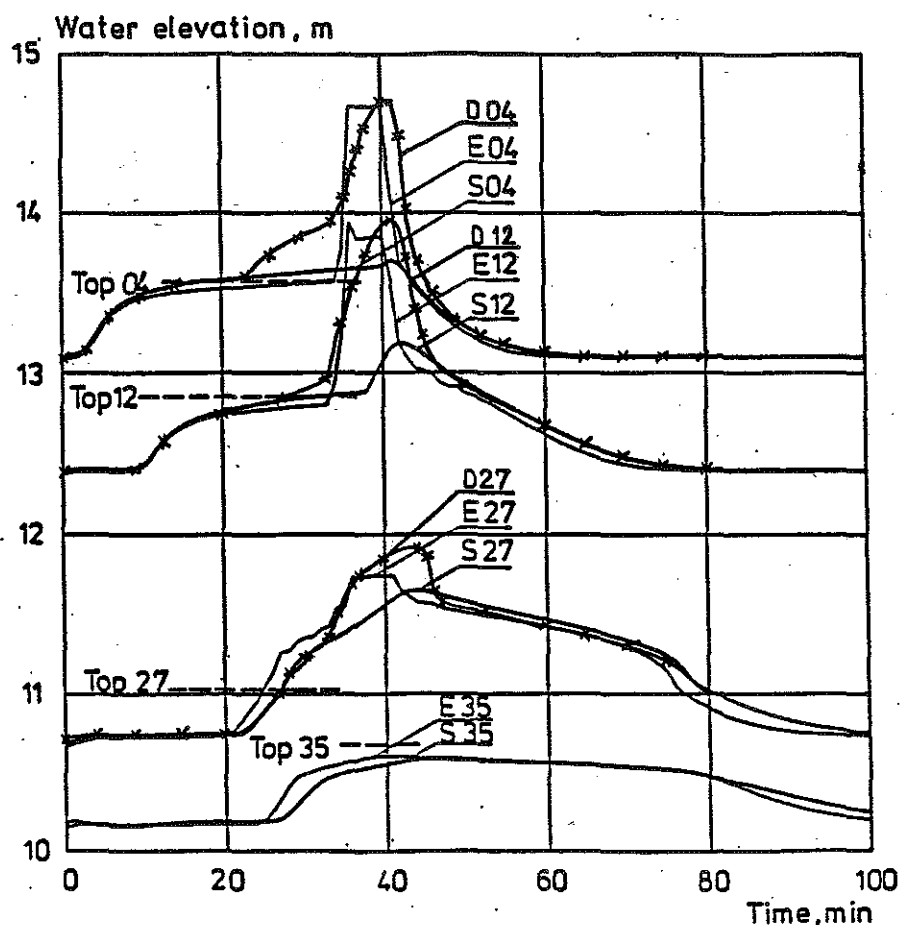
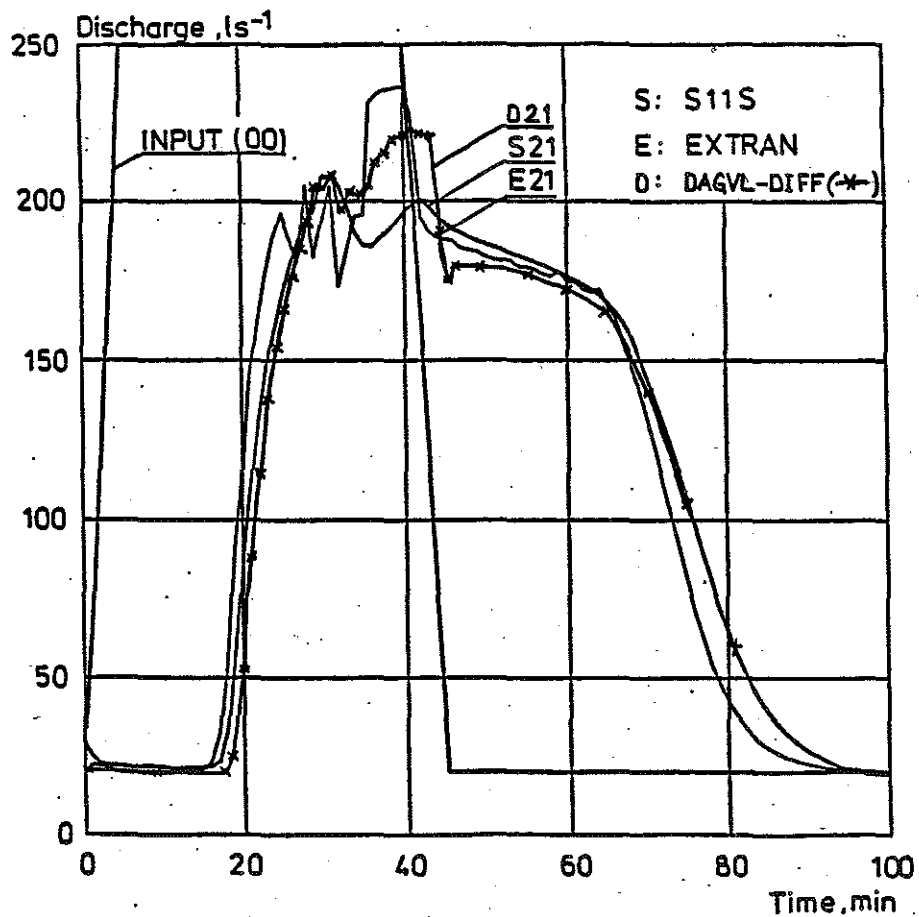


Figur 6.1. Simulerade flöden i ledningarna 4, 21 och 35 körda med EXTRAN, S11S och DAGVL-DIFF för en teoretisk inflödeshydrograf. Körningen innehåller endast delvis fyllda ledningar. Mannings tal = 75.

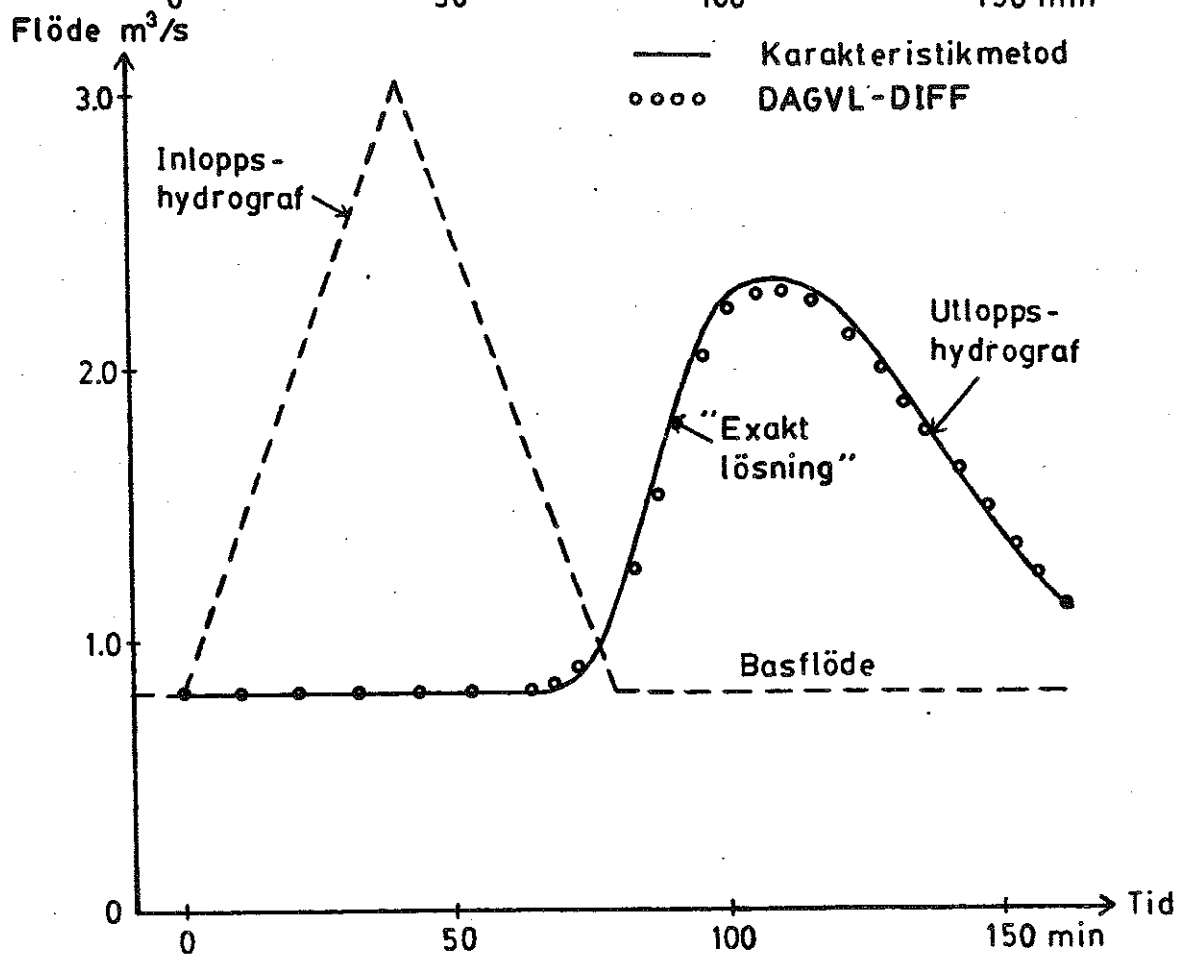
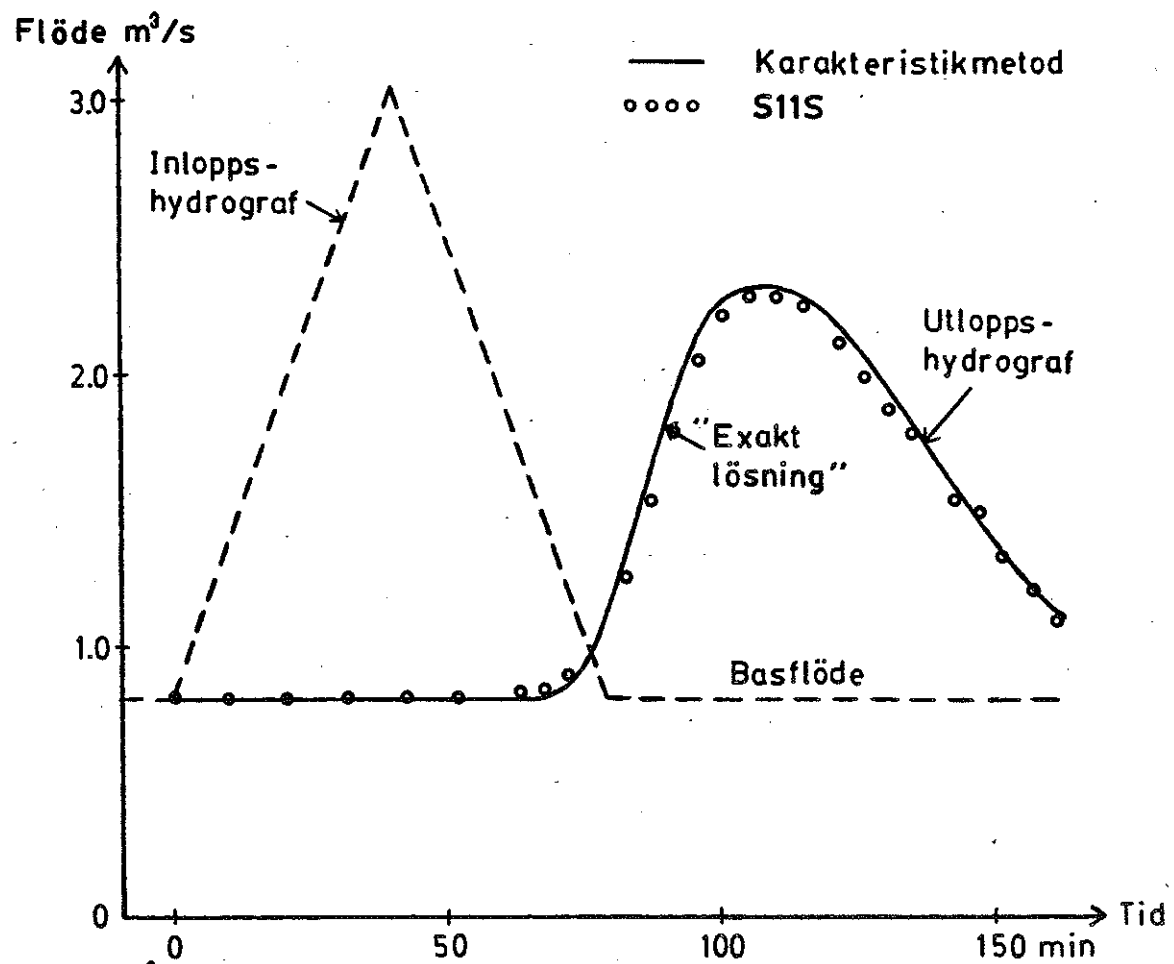
6.2 Experiment utfört på lång rak ledning utan brunnar

Detta numeriska experiment utfördes på en lång rak ledning med diametern 1.82 meter och lutningen 1 ‰. Samma Mannings tal $M = 84.5$ har använts i de olika datormodellerna. Här har modellerna S11S och DAGVL-DIFF jämförts med en utloppshydrograf beräknad med karakteristikmetoden (se fig. 6.3).

S11S och DAGVL-DIFF får en till synes identisk utloppshydrograf och har även en god överensstämmelse med karakteristikmetoden. Anledningen till att vi i detta experiment får överensstämmelse mellan S11S och DAGVL-DIFF men ej i experiment 6.1.1 måste vara att ledningarna ej går helt fyllda och att effekten av olika beräkningssätt i eventuella brunnar har liten inverkan på flödesförloppet. Vi har dock ej kunnat närmare analysera detta problem inom ramen för detta examensarbete.



Figur 6.2. Simulerade flöden och vattennivåer, i valda ledningar och brunnar, körda med EXTRAN, S11S och DAGVL-DIFF för en teoretisk inflödeshydrograf. Körningen resulterar i översvämning i vissa brunnar.



Figur 6.3. Jämförelse mellan utloppshydrograf beräknad med karakteristikmetoden och S11S i övre figuren och mellan karakteristikmetoden och DAGVL-DIFF i undre figuren.

7 SLUTSATSER

Från de jämförelser mellan datormodellerna DAGVL-DIFF, EXTRAN och S11S som vi har utfört har vi dragit följande slutsatser.

Våra erfarenheter visar att med DAGVL-DIFF får man godtagbara resultat vid körningar med så "stora" tidssteg som 30 sekunder medan man i den danska undersökningen (Per Jacobsen (1983)) har använt sig av tidssteget 5 sekunder, vid körningar med EXTRAN och S11S. Då körningar med större tidssteg än 5 sekunder ej redovisats, i den danska undersökningen, kan vi dock ej med säkerhet säga att EXTRAN och S11S kräver kortare tidssteg och därmed kostsammare datorkörningar än DAGVL-DIFF, för att få godtagbara resultat. När det gäller EXTRAN är detta dock troligt p.g.a. det så kallade Courant-villkoret för tidssteget Δt , vilket gör att dessa blir relativt små. Det är också troligt att så är fallet för S11S, då denna modell är baserad på de fullständiga rörelseekvationerna vilka troligen kräver kortare tidssteg än diffusiv-våg ekvationerna.

De kalibrerade körningarna visade att man vid samma Mannings tal får en god överensstämmelse mellan EXTRAN, S11S och DAGVL-DIFF så länge ledningarna går delvis fyllda. Detta skall då jämföras med de körningar som utfördes med en teoretisk inflödeshydrograf, som gav delvis fyllda ledningar längs hela ledningssystemet. Där visade det sig att vi fick skillnader i tidpunkterna då flödet nådde fram till brunnarna. Skillnaderna mellan EXTRAN och S11S respektive DAGVL-DIFF skulle kunna förklaras med att olika numeriska metoder utnyttjas i beräkningarna. Det faktum att flödet når fram vid en senare tidpunkt i DAGVL-DIFF än i S11S är dock svårare att förklara då körningar på lång rak ledning utan brunnar visade samma utflödeshydrograf för de båda datormodellerna. En möjlig förklaring kan vara att man i S11S startar med ett visst vattendjup i ledningarna, som ger upphov till ett flöde, vilket i detta fallet var större än det i DAGVL-DIFF utnyttjade flödet. Detta kan då leda till att vågfronten rör sig snabbare vilket gör att flödet kommer tidigare i S11S än i DAGVL-DIFF.

Vidare kan sägas att körningarna visade att det, när samma Mannings tal används, är en god överensstämmelse mellan DAGVL-DIFF och EXTRAN även när ledningarna går helt fyllda och när översvämning uppträder, medan det är större skillnader mellan DAGVL-DIFF och S11S. Detta kan tyckas besynnerligt då DAGVL-DIFF istället borde visat större överensstämmelse med S11S då dessa datormodeller är uppbyggda på samma sätt. Att man vid översvämning får en högre trycklinje i DAGVL-DIFF än i S11S kan delvis bero på att man i DAGVL-DIFF magasinerar vattnet på markytan medan man i S11S låter vattnet försvinna. Denna skillnad ger dessutom en viss fördröjning av flödet i DAGVL-DIFF.

En annan skillnad mellan datormodellerna, som kan förklara resultaten, är olika sätt att beräkna knutpunktsförlusterna. I S11S och DAGVL-DIFF använder man sig av vissa formler medan det i EXTRAN helt saknas knutpunktsförluster.

En av de största osäkerhetsfaktorerna vid jämförelserna med uppmätta vattenstånd är förekomsten av rötter i ledningssystemet vilket medförde att den utförda kalibreringen blev mer eller mindre slumpmässig. Vi skulle haft större möjlighet att mer "vetenskapligt" jämföra de tre datormodellerna om försöken utförts på ett ledningsnät vars hydrauliska kapacitet varit lättare att definiera. En bit på väg i detta hänseende kunde man kommit genom att innan fältexperimenten startade utfört en fullständig "rensning" av ledningssystemet.

Avslutningsvis kan sägas att DAGVL-DIFF har visat sig vara lika bra och i vissa stycken bättre än de jämförda datormodellerna när det gäller att simulera de verkliga förhållandena i ett ledningssystem.

8 REFERENSER

- Jacobsen, P. (1983): Surcharged Sewer Simulation. Dansk Ingeniørforenings Spildevandskomite, Copenhagen 1983.
- Kej A., Havnø K. (1978): Kort beskrivelse af Dansk Hydraulisk Instituts numeriske avlopsmodel, Copenhagen 1978.
- Lager, J.A., Pyatt, E.E. och Shubinski, R.P. (1971): Storm Water Management Model. Volume I. Final Report - Environmental Protection Agency (EPA). Water Quality Office. Water Pollution Control Research Series. Report No 11024, DOC 07/71. Washington, July 1971.
- Lindvall, G. (1984): Analysis and Design of Stormwater Systems. Volume I. Proceedings of the Third International Conference on Urban Storm Drainage, Göteborg, Sweden, June 4-8, 1984.
- Sjöberg, A. (1976): Calculation of Unsteady Flows in Regulated Rivers and Storm Sewer Systems. Meddelande nr. 87 från Institutionen för Vattenbyggnad, Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg 1976.
- Sjöberg, A. (1984): Beräkning av icke-stationära flödesförlopp i helt eller delvis fyllda avloppssystem, tunnlar och kanaler. Report Series B:45. Institutionen för Vattenbyggnad, Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg 1984.
- VAV P28 (1976): Anvisningar för beräkning av allmänna avloppsledningar. Svenska Vatten- och Avloppsverksföreningen, Stockholm 1976.
- Watters, G., Z. (1979): Modern Analysis And Control of Unsteady Flows in Pipelines. Ann Arbor Science Publishers, Inc. Ann Arbor, Michigan 1979.