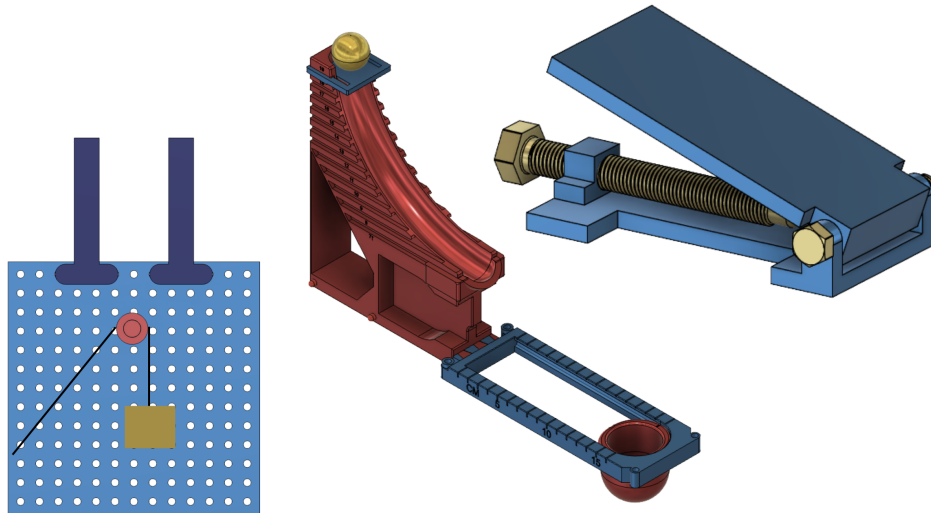




CHALMERS



# Undervisningsmaterial i mekanik med 3D-skrivning

Kandidatarbete inom maskinteknik, samhällsbyggnadsteknik och teknisk fysik

Ara Al-Duski

Marie Enelund

Gustaf Gustafsson

Ludvig Gyllström

Clara Jansson

Rasmus Nilsson

---

INSTITUTIONEN FÖR MEKANIK OCH MARITIMA VETENSKAPER

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

Göteborg, Sverige 2025

[www.chalmers.se](http://www.chalmers.se)



KANDIDATARBETE INOM MASKINTEKNIK,  
SAMHÄLLSBYGGNADSTEKNIK OCH TEKNISK FYSIK

## Undervisningsmaterial i mekanik med 3D-skrivning

Ara Al-Duski  
Marie Enelund  
Gustaf Gustafsson  
Ludvig Gyllström  
Clara Jansson  
Rasmus Nilsson



**CHALMERS**

Institutionen för mekanik och maritima vetenskaper

Avdelningen för dynamik

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

Göteborg 2025

Undervisningsmaterial inom mekanik med 3D-skrivning

Ara Al-Duski

Marie Enelund

Gustaf Gustafsson

Ludvig Gyllström

Clara Jansson

Rasmus Nilsson

© Ara Al-Duski, Marie Enelund, Gustaf Gustafsson,  
Ludvig Gyllström, Clara Jansson, Rasmus Nilsson, 2025.

Handledare: Petri Piironen, Docent, Institutionen för mekanik och maritima vetenskaper, Chalmers tekniska högskola

Examinator: Jim Brouzoulis, Universitetslektor, Institutionen för mekanik och maritima vetenskaper, Chalmers tekniska högskola

Kandidatarbete 2025

Institutionen för mekanik och maritima vetenskaper

Chalmers tekniska högskola

SE-412 96 Göteborg

Telefon +46 31 772 1000

Omslagsbild: CAD-illustration av tre undervisningsmodeller inom mekanik. Till vänster en triss-uppställning, i mitten en ramp för att demonstrera kaströrelse och till höger en modell av ett lutande plan.

Typsatt i L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

Göteborg, Sverige 2025

## Sammandrag

Syftet med projektet har varit att utveckla undervisningsmaterial i mekanik för gymnasieskolan med hjälp av 3D-skrivare. Dessa modeller har därefter tillgängliggjorts genom STL-filer (Stereolithography) som kan laddas ner av lärare för att därefter skrivas ut. Målet utformades till att utveckla tre olika uppställningar, en med trissor, en för lutande plan och en för kaströrelse. Modellerna ska kunna möjliggöra att elever får se, röra vid och experimentera med modeller som beskriver abstrakta koncept inom fysik för att öka förståelsen och intresset.

Arbetet inleddes med en intervju med en universitetslärare från Chalmers som undervisar inom mekanik och termodynamik för programmet tekniskt basår vilket ska motsvara gymnasienivå. Detta kompletterades även med ett frågeformulär som skickades ut till gymnasielärare. Förstudien visade att det fanns en efterfrågan av fysiska modeller, med särskilt intresse för de tre utvalda områdena. Baserat på detta togs tre modeller fram med hjälp av CAD-programvara (Computer-aided design) och 3D-skrivarteknik, och skrevs ut i E-PLA (Environmentally friendly Polylactic Acid), ett miljövänligt och lättillgängligt plastmaterial. För varje modell utvecklades ett instruktionsblad med uppgifter och lösningsförslag. Designen har anpassats för att modellerna både ska vara pedagogiska men även praktiskt hanterbara, till exempel genom att de enkelt kan monteras, justeras och transporteras.

Resultatet visar att 3D-skrivna modeller har potential att bli ett värdefullt undervisningsredskap. Projektet visar också på möjligheterna att producera undervisningsmaterial som är anpassningsbara, kostnads- och tidseffektiva. För framtida arbeten föreslås vidareutveckling av befintliga samt nya modeller och eventuell anpassning för andra skolnivåer eller fysikaliska områden.

Nyckelord: 3D-utskrift, Mekanik, Gymnasium, Fysik, CAD-modellering, Trissor, Lutande plan, Kaströrelse, Fysikundervisning.

## Abstract

The aim of this project has been to develop teaching materials in mechanics for upper secondary school using 3D printing. These models have been made accessible through downloadable STL-files (Stereolithography), which teachers can use to print the models themselves. The goal was to develop three different setups: one involving pulleys, one with a inclined plane, and one for projectile motion. The models are intended to allow students to see, touch, and experiment with representations of abstract physics concepts in order to improve understanding and spark interest.

The project began with an interview with a university lecturer from Chalmers University of Technology who teaches mechanics and thermodynamics in a preparatory program designed to match upper secondary school level. This was complemented by a questionnaire sent out to upper secondary physics teachers. The preliminary study showed a clear demand for physical models, especially in the three selected areas. Based on these findings, three models were developed using CAD-software (Computer-aided design) and 3D-printing technology, and printed in E-PLA (Environmentally friendly Polylactic Acid), an environmentally friendly and easily accessible plastic material. Each model was accompanied by an instruction sheet with tasks and suggested solutions. The design was adapted to ensure that the models are not only pedagogically effective but also practical to handle, for example they can be easily assembled, adjusted and transported.

The results indicate that 3D-printed models have the potential to become a valuable complement in physics education. The project also demonstrates the possibilities of producing teaching materials that are adaptable, cost-effective, and time-efficient for various classroom settings. For future work, further development of existing and new models is suggested, as well as potential adaptations for other educational levels or areas of physics.

## Förord

Den här rapporten är ett resultat av ett genomfört kandidatarbete på institutionen för mekanik och maritima vetenskaper på Chalmers tekniska högskola under våren 2025. I rapporten beskrivs hur tre olika modeller har tagits fram för att 3D-skrivas och användas i gymnasieundervisning inom mekanik.

## Författarnas tack

Vi vill börja med att rikta ett stort tack till vår examinator Jim Brouzoulis och vår handledare Petri Piironen för deras stöd, vägledning och engagemang under projektets gång. Ett stort tack riktas även till den andra kandidatarbetsgruppen som har tagit sig tid att läsa igenom vår rapport och gett oss värdefulla och insiktsfulla kommentarer. Slutligen vill vi rikta ett tack till Chalmers Fuse för den grundläggande kursen i 3D-utskrift och för att vi fått möjlighet att använda deras 3D-skrivare. Möjligheten att använda deras 3D-skrivare och material har varit avgörande för att kunna ta fram modellerna i projektet.

Ara Al-Duski, Marie Enelund, Gustaf Gustafsson,  
Ludvig Gyllström, Clara Jansson och Rasmus Nilsson,  
Göteborg, Maj, 2025

# Användning av AI-verktyg

Under rapportens gång har olika varianter av AI-verktyg använts. Främst har ChatGPT och Scopus AI använts för att; underlätta skrivandet genom stöd med formulering av meningar och grammatik, söka efter vetenskapliga artiklar, identifiera och åtgärda problem som uppstod i samband med att texten skrevs i LaTeX, besvara specifika frågor och felsöka i 3D-ritningar.

# Akronymer

Nedan är listan över akronymer som har använts genom hela denna avhandling listade i alfabetisk ordning.

ABS	Acrylonitrile butadiene styrene
CAD	Computer-aided design
CDIO	Conceiving-Designing-Implementing-Operating
E-PLA	Environmentally friendly Polylactic Acid
FDM	Fused Deposition Modeling
PETG	Polyethylene Terephthalate Glycol
PLA	Polyactic Acid
STL	Stereolithography

# Nomenklatur

Nedan är listan över nomenklaturen som har använts genom hela denna avhandling. Beteckningarna är listade i alfabetisk ordning.

$\mathbf{a}$	Acceleration [m/s <sup>2</sup> ]
$\alpha$	Vinkel [°]
$\mathbf{F}$	Kraft [N]
$\mathbf{g}$	Tyngdacceleration [m/s <sup>2</sup> ]
$h$	Höjd [m]
$K$	Kinetisk energi [J]
$m$	Massa [kg]
$\mu$	Friktionskoefficient [-]
$s$	Sträcka [m]
$\mathbf{T}$	Spänningskraft [N]
$t$	Tid [s]
$U$	Potentiell energi [J]
$\mathbf{v}$	Hastighet [m/s]
$W$	Arbete [J]
$W^{ik}$	Arbetet som icke-konservativa krafter bidragit med [J]

# Innehåll

<b>Akronymer</b>	<b>viii</b>
<b>Nomenklatur</b>	<b>ix</b>
<b>Figurer</b>	<b>xiii</b>
<b>Tabeller</b>	<b>xix</b>
<b>1 Inledning</b>	<b>1</b>
1.1 Bakgrund . . . . .	1
1.2 Problemanalys . . . . .	2
1.3 Syfte . . . . .	2
1.3.1 Mål . . . . .	3
1.4 Avgränsningar . . . . .	3
<b>2 Teori</b>	<b>5</b>
2.1 CDIO-ramverket . . . . .	5
2.2 Pedagogik . . . . .	5
2.3 Trissa . . . . .	6
2.4 Lutande plan . . . . .	8
2.5 Kaströrelse . . . . .	10
2.5.1 Enerkiprincipen . . . . .	11
2.6 Programvara och 3D-skrivare . . . . .	13
2.6.1 Filament . . . . .	14
<b>3 Metod</b>	<b>15</b>
3.1 Förstudie . . . . .	15
3.2 Kravspecifikation . . . . .	16
3.3 Träddiagram . . . . .	16
3.3.1 Trissa . . . . .	16

3.3.2	Lutande plan . . . . .	17
3.3.3	Kaströrelse . . . . .	17
3.4	Idégenerering . . . . .	18
3.4.1	Trissa . . . . .	18
3.4.2	Lutande plan . . . . .	19
3.4.3	Kaströrelse . . . . .	20
3.5	Modellering och 3D-skrivning . . . . .	21
3.5.1	Trissa . . . . .	21
3.5.2	Lutande plan . . . . .	27
3.5.3	Kaströrelse . . . . .	31
3.6	Instruktionsblad . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Resultat</b>	<b>38</b>
4.1	Modellerna . . . . .	38
4.1.1	Trissa . . . . .	38
4.1.2	Lutande plan . . . . .	40
4.1.3	Kaströrelse . . . . .	41
4.2	Instruktionsblad . . . . .	42
4.2.1	Trissa . . . . .	43
4.2.2	Lutande plan . . . . .	45
4.2.3	Kaströrelse . . . . .	47
4.3	Tids- och kostnadsöversikt . . . . .	49
4.3.1	Trissa . . . . .	49
4.3.2	Lutande plan . . . . .	50
4.3.3	Kaströrelse . . . . .	50
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>52</b>
5.1	Uppfyllande av kravspecifikation . . . . .	52
5.1.1	Trissa . . . . .	52
5.1.2	Lutande plan . . . . .	52
5.1.3	Kaströrelse . . . . .	53
5.2	Teorins överensstämmelse med verkligheten . . . . .	53
5.2.1	Trissa . . . . .	53
5.2.2	Lutande plan . . . . .	54
5.2.3	Kaströrelse . . . . .	54
5.3	Etiska aspekter . . . . .	55
5.4	Vidareutveckling . . . . .	55
5.4.1	Trissa . . . . .	56

---

5.4.2	Lutande plan . . . . .	57
5.4.3	Kaströrelse . . . . .	58
<b>6</b>	<b>Slutsats</b>	<b>59</b>
6.1	Slutsats . . . . .	59
	<b>Litteraturförteckning</b>	<b>60</b>
<b>A</b>	<b>Intervju</b>	<b>I</b>
<b>B</b>	<b>Kravspecifikation</b>	<b>V</b>
B.1	Trissa . . . . .	V
B.2	Lutande plan . . . . .	VI
B.3	Kaströrelse . . . . .	VII
<b>C</b>	<b>Ritningar</b>	<b>VIII</b>
C.1	Trissa . . . . .	VIII
C.2	Lutande plan . . . . .	XVI
C.3	Kaströrelse . . . . .	XX

# Figurer

2.1	Exempel på en fast trissa. Den kraft som krävs för att lyfta vikten är lika stor som dess tyngdkraft (6 N). Trissan ändrar endast riktningen på kraften, men ger ingen mekanisk fördel. . . . .	7
2.2	Exempel på en rörlig trissa. Viktens tyngdkraft (6 N) delas mellan två repsegment, vilket gör att lyftkraften som krävs minskar till 3 N. Systemet ger en mekanisk fördel på 2. . . . .	7
2.3	Illustration av ett triss-system med en fast och en rörlig trissa. Vikten på 6 N delas upp på två repsegment, vilket medför att en dragkraft på 3 N krävs för att lyfta vikten. . . . .	8
2.4	Illustration av ett triss-system med två fasta och två rörliga trissor. Vikten på 6 N delas upp på fyra repsegment, vilket medför att en dragkraft på 1,5 N krävs för att lyfta vikten. . . . .	8
2.5	Illustration av ett triss-system med tre fasta och tre rörliga trissor. Vikten på 6 N delas upp på sex repsegment, vilket medför att en dragkraft på 1 N krävs för att lyfta vikten. . . . .	8
2.6	Lutande plan med komposantuppdelning av tyngdkraften. . . . .	9
2.7	Ett objekt färdas med en hastighet $\mathbf{v}_0$ och vinkeln $\alpha$ mot det horisontella planet. Vektorn för hastigheten $\mathbf{v}_0$ delas upp i vektorkomponenterna $\mathbf{v}_{0_x}$ och $\mathbf{v}_{0_y}$ . Vid högsta punkten där höjden är $h_{\max}$ är hastigheten $\mathbf{v}_y = 0$ . Slutligen står $s_x$ för det horisontella avståndet objektet färdats under kaströrelsen. . . . .	10
2.8	Illustration av ett konservativt system där summan av kinetiska och potentiella energin i tre olika lägen i en process är konstant. . . . .	12
2.9	Illustration av ett icke-konservativt system. Tre lägen i en process visas där summan av den kinetiska och potentiella energin för varje läge är mindre än det tidigare. . . . .	13
3.1	Träddiagram över modellen med trissor. I träddiagrammet visas de tre huvudgrupperna samt dess underkomponenter. . . . .	17

---

3.2	Träddiagram över modellen med lutande plan. I träddiagrammet visas de tre huvudgrupperna samt dess underkomponenter. . . . .	17
3.3	Träddiagram över modellen för kaströrelse. I träddiagrammet visas de tre huvudgrupperna samt dess underkomponenter . . . . .	18
3.4	Första skissen på hur uppställningen med trissor skulle se ut. Idén var en vägg med jämnt fördelade hål och trissor som skulle gå att trycka in i väggen. . . . .	19
3.5	Första skissen på hur stödet till väggen skulle se ut vid placering på ett bord. . . . .	19
3.6	Första skissen på hur vägghängaren till väggen skulle se ut och hur det skulle se ut när plattan var fastmonterad i ett bord. . . . .	19
3.7	Skiss på den nya designen av trissan. Skissen är för en rörlig trissa där en vikt kan hängas samt en trissa som kan spännas fast i väggen. Trissan som fixeras i väggen har en yttre del som kan rotera runt den inre. . . . .	19
3.8	En första skiss på modellen med det lutande planet. Principen bygger på rotationsleder i båda ändarna samt ett stöd som kan hålla upp planet i en viss vinkel. Basplattan har olika steg för stödet att stå i. .	20
3.9	Skiss av första idén för kaströrelsemodellen. . . . .	21
3.10	Första modellen för väggen, vilken har jämnt fördelade hål, avsedda för flexibel placering av trissor. Väggen har dimensionerna 300x195 mm. . . . .	22
3.11	Sista modellen för väggen, vilken har jämnt fördelade hål, avsedda för flexibel placering av trissor. Väggen har dimensionerna 200x200 mm.	22
3.12	Första modellen på hållaren. Hållaren är lika lång som väggen och har en kanal där väggen för triss-systemet kan placeras och sedan ställas på ett bord. . . . .	23
3.13	Andra modellen på hållaren, vilken har längre partier fram och bak för att stå stadigare och inte riskera att välta. . . . .	23
3.14	Tredje modellen på hållaren. Denna är en kort version av den tidigare modellen. Genom att skriva ut flera exemplar av den här och placera under väggen för triss-systemet sparas både material och tid. . . . .	23
3.15	Första modellen på hållaren. . . . .	23
3.16	Andra modellen på hållaren. . . . .	23
3.17	Första modellen av en trissa där alla kanter är raka. . . . .	25
3.18	Uppdaterad modell av en trissa där "fillet" har använts för att runda kanterna. . . . .	25

3.19	Trissa vars dimensioner uppdaterats till en mindre diameter. . . . .	25
3.20	Uppdaterad trissa med skruvfunktion på pinnen. . . . .	25
3.21	Modell av trissan med mindre diameter och skruvfunktion på pinnen.	25
3.22	Modell av en rörlig trissa som inte fixeras i väggen. Trissan har en liten plugg med hål i sig. . . . .	25
3.23	Första idén för uppställning enligt Figur 2.4. Detta genom att koppla samman trissorna med en pinne. . . . .	25
3.24	Ny design på trissan som spänns fast i väggen med hjälp av en mutter. En mindre trissa på insidan gör det möjligt för den yttre att rotera obehindrat, vilket gör det möjligt för repet att löpa smidigt över skåran.	26
3.25	Ny design på trissan med infästningsögla och skyddshölje. Konstruk- tionen gör det möjligt för repet att löpa smidigt över skåran och öglan möjliggör applicering av en vikt. . . . .	26
3.26	Fast trissa med ring och mutter. . . . .	26
3.27	Två rörliga trissor sammanlänkade med en platta med tre hål. . . . .	26
3.28	Det lutande plan med skruv genom basplattan för att justera vinkeln på planet. . . . .	27
3.29	Det lutande plan med skruven satt bakifrån för att justera vinkeln på planet. . . . .	27
3.30	Det första förslaget framtaget för att möjliggöra rotation. Den ena plattan har två armar med en stav i mellan och den andra plattan har ett hål för staven. . . . .	28
3.31	Tvärsnittsanalys av det första förslaget. . . . .	28
3.32	Det andra förslaget för att möjliggöra rotation. Den ena plattan har två armar men konformer på och den andra plattan har två armar med motsvarande hål. . . . .	28
3.33	Tvärsnittsanalys av det andra förslaget. . . . .	28
3.34	Optimering på lutande plan, genom att ha en vinkel på undersidan så att skruven kommer i kontakt med planet tidigare och ge större resultat närmare slutet. . . . .	29
3.35	Basplattan utformad för att ha en skruv som den justerbara plattan kan rotera fritt kring. Plattan är också optimerad i aspekten kring materialanvändning. . . . .	30
3.36	Det lutande planet efter justeringar med avseende på ny version av gångjärn och minskad materialanvändning. . . . .	30
3.37	Imperfektioner som uppstod i taket på gängorna vid utskrift. . . . .	31
3.38	Basplattan med gängorna separat som hålls samman av plugg. . . . .	31

---

3.39	Första metoden som togs fram för att hålla ihop ramp och mål. . . . .	31
3.40	Slutliga metoden för att hålla ihop ramp och mål. . . . .	31
3.41	CAD-modell av målkorg. . . . .	32
3.42	Målkorgen fäst i målfästet där målkorgens sträck vid sidan av in- gången är i linje med måtten på målfästet för att säkerställa att dess centrum är vid rätt avstånd. . . . .	32
3.43	Första modellen av ett målfäste. . . . .	33
3.44	Slutliga versionen av målfästet. . . . .	33
3.45	Kula som sätts ihop med gänga. . . . .	33
3.46	Kula som sätts ihop med bred plugg. . . . .	33
3.47	Första versionen av extra rampen. . . . .	34
3.48	Extra ramp med förkortad bana och ände med en tangent med vinkeln 45 grader. . . . .	34
3.49	Ramp med plats för nivåplatta vid tre bestämda höjder. . . . .	35
3.50	Ramp med plats för nivåplatta vid varje hel centimeter över banans lägsta punkt. . . . .	35
3.51	Plugg som sätts in i avsatt hål i rampen för att hålla målfästet på plats vid stapling. . . . .	36
3.52	Modeller staplade för förenklad transport. . . . .	36
3.53	Sammanfattad modell med en blå punkt för tyngdpunkten och ett rött streck som visar kortaste sträckan, cirka 4 cm, mellan tyngdpunkten och en utkant. . . . .	36
3.54	Slutliga sättet att stapla modellerna med en blå punkt i mitten som visar tyngdpunkten. . . . .	37
3.55	En platta med rektangulära bitar som sätts in i luckor i botten på de staplade modellerna. Detta för att bättre kunna bära allt platt på handflata utan risk för att allt glider. . . . .	37
4.1	Översikt över alla delar som ingår i modellkitet för triss-systemet. Antalet exemplar av varje del framgår under respektive bild. . . . .	39
4.2	Alla utskrivna delar till modellkitet för triss-systemet. . . . .	39
4.3	Fullständig modell av hur ett triss-system kan utformas. . . . .	39
4.4	Översikt över alla delar som ingår i modellkitet för det lutande planet. Antalet exemplar av varje del framgår under respektive bild. . . . .	40
4.5	Alla utskrivna delar till modellkitet för det lutande planet. . . . .	41
4.6	Fullständig modell av det lutande planet. . . . .	41

4.7	Översikt över alla delar som ingår i modellkitet för kaströrelsemodellen. Antalet exemplar av varje del framgår under respektive bild. . . . .	41
4.8	Hållplatta för förenklad transport. . . . .	42
4.9	Alla utskrivna delar till modellkitet för kaströrelsemodellen. . . . .	42
4.10	Fullständig sammansatt version av kaströrelsemodellen. . . . .	42
4.11	Framsidan på ett instruktionsblad med uppgifter till ett triss-system. . . . .	44
4.12	Baksidan på ett instruktionsblad med lösningsförslag och ledning för uppgifter kopplade till ett triss-system. . . . .	44
4.13	Framsidan på ett instruktionsblad med uppgifter till ett lutande plan. . . . .	46
4.14	Baksidan på ett instruktionsblad med lösningsförslag och ledning för uppgifter kopplade till ett lutande plan. . . . .	46
4.15	Framsidan på ett instruktionsblad med uppgifter till en kaströrelsemodell. . . . .	48
4.16	Baksidan på ett instruktionsblad med lösningsförslag och ledning till uppgifter kopplade till en kaströrelsemodell. . . . .	48
5.1	Uppställning med en rörlig trissa som ger en mekanisk fördel på 2. Lastens tyngd är 6 N, vilket fördelas jämnt på de två repsegmenten som bär lasten. Spänningen i varje repsegment blir därför 3 N. . . . .	56
5.2	Uppställning med två rörliga trissor som ger en mekanisk fördel på 3. Lastens tyngd är 6 N, vilket fördelas jämnt över tre repsegment. Spänningen i varje repsegment blir därför 2 N. . . . .	56
5.3	Uppställning med tre rörliga trissor som ger en mekanisk fördel på 4. Lastens tyngd är 6 N, vilket fördelas jämnt över fyra repsegment. Spänningen i varje repsegment blir därför 1,5 N. . . . .	56
B.1	Kravspecifikationen för uppställningen med trissor. . . . .	V
B.2	Kravspecifikationen för uppställningen med lutande plan. . . . .	VI
B.3	Kravspecifikationen för uppställningen med kaströrelse. . . . .	VII
C.1	Ritning över väggen för triss-uppställningen. . . . .	VIII
C.2	Ritning över den fasta trissan. . . . .	IX
C.3	Ritning över trisshöljet. . . . .	IX
C.4	Ritning över pinnen som används för att sätta ihop den rörliga trissan. . . . .	X
C.5	Ritning över kroken för den rörliga trissan. . . . .	X
C.6	Ritning över haken som används för att pinnen inte ska åka ut från den rörliga trissan. . . . .	XI
C.7	Ritning över stödet för väggen för att ställa den på ett bord. . . . .	XII

---

C.8	Ritning över hängaren för att hänga väggen på en bordskant. . . . .	XII
C.9	Ritning för skruven som används till hängaren. . . . .	XIII
C.10	Ritning över muttern som används till uppställningen med trissor. . .	XIII
C.11	Ritning över plattan för att sammankoppla två rörliga trissor. . . . .	XIV
C.12	Ritning över den långa plattan för att sammankoppla tre rörliga trissor.	XIV
C.13	Ritning över ringen som används för att den fasta trissan ska komma en liten bit utanför väggen. Detta för att den yttre delen ska kunna rotera fritt runt den inre utan friktion från väggen. . . . .	XV
C.14	Ritning av en fullt monterad modell för det lutande planet. . . . .	XVI
C.15	Ritning av basplattan för modellen lutande plan. . . . .	XVII
C.16	Ritning av det justerbara planet för modellen lutande plan. . . . .	XVII
C.17	Ritning av en M20 skruv. . . . .	XVIII
C.18	Ritning av en M14 skruv. . . . .	XVIII
C.19	Ritning av en plugg för modellen lutande plan. . . . .	XIX
C.20	Ritning av en halvsfär. . . . .	XX
C.21	Ritning av en bred plugg. . . . .	XXI
C.22	Ritning av en plugg. . . . .	XXI
C.23	Ritning av ett målfäste. . . . .	XXII
C.24	Ritning av en målkorg. . . . .	XXII
C.25	Ritning av en ramp. . . . .	XXIII
C.26	Ritning av en extra ramp. . . . .	XXIII
C.27	Ritning av en nivåplatta. . . . .	XXIV
C.28	Ritning av en hållplatta. . . . .	XXIV

# Tabeller

4.1	Exempel på uppgifter för system med trissor. . . . .	45
4.2	Exempel på uppgifter med det lutande planet. . . . .	47
4.3	Exempel på uppgifter för kaströrelse. . . . .	49
4.4	Översikt över olika STL-filers utskriftstider, materialåtgång och kostnad. Vilka delar av triss-systems-modellkitet de olika filerna innehåller visas också varav i understa raden visas totalen. . . . .	50
4.5	Översikt över olika STL-filers utskriftstider, materialåtgång och kostnad för det lutande planet. Vilka delar av lutande plan modellkitet de olika filerna innehåller visas också varav i understa raden visas totalen. . . . .	50
4.6	Översikt över olika STL-filers utskriftstider, materialåtgång och kostnad. Vilka delar av kaströrelsemodellen de olika filerna innehåller visas också varav i understa raden visas totalen. . . . .	51

# 1

## Inledning

Detta kapitel introducerar projektets bakgrund, problemformulering, syfte, mål och avgränsningar. Utgångspunkten är behovet att förtydliga och konkretisera abstrakta mekaniska koncept i gymnasieskolans fysikundervisning. Kapitlet redogör för hur 3D-skrivna modeller kan fungera som ett pedagogiskt verktyg och ett komplement i undervisningen för att visualisera fysikaliska fenomen och öka elevernas förståelse. Här presenteras även en problemanalys som belyser utmaningar i den nuvarande undervisningen samt det övergripande syftet och målen med projektet. Slutligen redovisas avgränsningarna som tydliggör projektets omfattning och vilka delar av mekaniken som modellerna kommer att behandla.

### 1.1 Bakgrund

Den teknologiska utvecklingen har genom historien förändrat samhällets struktur, särskilt i samband med de industriella revolutionerna. Varje teknologiskt språng från mekanisering och elektrifiering till digitalisering har inte enbart påverkat industri och arbetsliv, utan även skapat nya möjligheter för utbildning och lärande. Trots detta har skolans undervisningsmetoder utvecklats i en långsammare takt än den tekniska utvecklingen, vilket flera forskare har påpekat [1], [2].

Traditionellt har undervisningen varit lärarcentrerad och i hög grad baserad på föreläsningar, läroböcker och tvådimensionella illustrationer. Modern pedagogisk forskning betonar däremot vikten av aktivt lärande, där elever engageras genom praktiska och visuella metoder [3]. Studier visar att fysisk interaktion och konkret visualisering av abstrakta begrepp kan förstärka förståelsen och främja långsiktigt lärande, särskilt inom naturvetenskapliga ämnen [4].

Konstruktivistiska teorier, såsom de av Lev Vygotskij, framhåller att elever utvecklar djupare förståelse genom att aktivt konstruera sin egen kunskap, ofta i samspel med fysiska objekt och sociala interaktioner [5]. Detta synsätt har bidragit till ett växande intresse för undervisningsmaterial som stimulerar praktiskt och visuellt lärande.

En teknologi som idag erbjuder nya möjligheter är 3D-skrivning. Genom att skapa fysiska modeller av komplexa koncept kan 3D-utskriften bidra till ökad förståelse och göra det lättare för elever att visualisera tredimensionella samband. Forskning av Jon McNaughtan, Ryan Litsey och Nichole Morelock visar att användningen av 3D-skrivna modeller i undervisning kan förbättra elevernas inläring av svåra koncept och främja ett mer aktivt och undersökande lärande [6]. Målsättningen är därför att utveckla 3D-skrivna undervisningsmodeller för gymnasieskolans mekanikundervisning för att visualisera mekaniska koncept och därmed underlätta elevernas förståelse.

## 1.2 Problemanalys

I undervisningen av mekanik är det ofta en utmaning att konkretisera abstrakta begrepp såsom kraft, rörelse och mekanisk fördel. Många elever kan ha svårt att koppla teoretiska formler till verkliga tillämpningar, vilket kan leda till bristande förståelse och minskat intresse. Traditionella läromedel såsom läroböcker och illustrationer saknar ibland praktiska moment där eleverna själva får utforska och experimentera med fysikens lagar. För att öka förståelsen och engagemanget behövs ett undervisningsmaterial som på ett enkelt, flexibelt och kostnadseffektivt sätt visualiserar grundläggande mekaniska principer. Utifrån en enkätundersökning syntes ett intresse med att 3D-skriva modeller som kan visualisera olika fysikaliska koncept. På grund av låg svarsfrekvens kan däremot inga stora slutsatser dras. Genom att använda 3D-utskrivna modeller ges eleverna möjlighet att arbeta laborativt med uppgifterna, testa hypoteser och se direkta effekter av olika fysikaliska faktorer i praktiken.

## 1.3 Syfte

Syftet med projektet är att lärare på ett enkelt sätt ska kunna 3D-skriva modeller till undervisning inom mekanik och därigenom öka elevers förståelse för fysikaliska begrepp. Projektet förväntas resultera i tre olika modeller, där varje modell illustrerar ett koncept inom mekanik. De valda områdena, trissor, lutande plan och kaströrelse, har identifierats som relevanta genom en förstudie baserad på kursplanen för gymnasieelever inom fysik, en enkätundersökning samt en intervju med en föreläsare på Chalmers för teknisk basår och kursen Fysik del A. Modellerna ska tillhandahållas som STL-filer för enkel nedladdning och de utskrivna modellerna förväntas vara lättanvända för både lärare och elever.

### 1.3.1 Mål

Målet med projektet är att konstruera tre olika uppställningar, en med trissor, en för lutande plan och en för kaströrelse, vilka ska kunna användas i undervisning. Detta i form av färdiga CAD-modeller som enkelt ska kunna hämtas som STL-filer och 3D-skrivas av lärare. Ett tillhörande instruktionsblad med en exempeluppgift till vardera modell skall även finnas.

## 1.4 Avgränsningar

Modellerna ska byggas av lättillgängligt och kostnadseffektivt material, specifikt E-PLA. Avgränsningen till E-PLA har gjorts eftersom det bland annat är ett mer miljövänligt alternativ än PETG (Polyethylene Terephthalate Glycol), som är ett annat vanligt förekommande material [7]. E-PLA är även vanligt inom 3D-utskrift, då det är enkelt att arbeta med samt ekonomiskt, vilket möjliggör en praktisk och hållbar produktionsprocess. Vidare är materialet kompatibelt med många 3D-skrivare, vilket underlättar spridning och användning av modellerna. Skrivarna som kommer att användas i detta projekt kommer från företaget Prusa Research som producerar FDM-skrivare (Fused Deposition Modeling) och har levererat över 10% av de 3D-skrivare som finns i världen [8]. Detta tyder på att de är vanligt förekommande och de konstruerade modellerna kommer även vara utformade för denna typ av skrivare. Andra verktyg som kan komma att användas är av enklare karaktär såsom sandpapper och sax. Däremot ska inga mer avancerade verktyg behöva användas. Detta är för att det ska vara enkelt för lärare att kunna skriva ut och montera ett flertal modeller.

Endast tre modeller kommer att konstrueras, och modellerna väljs baserat på information som samlats in från marknadsanalys. Modellerna ska redovisa enkla och pedagogiska fall och vara applicerbara i undervisning på gymnasienivå. Fokuset ligger på gymnasienivå eftersom elever på denna nivå ofta inte har den djupa matematiska kunskapen som krävs för mer avancerade fysikaliska koncept och analyser, vilket vanligare förekommer på universitetsnivå.

Även om modellerna primärt är utformade för gymnasieundervisning kan de potentiellt användas som introduktion till fysik i tidigare stadier, såsom i grundskolan, för att väcka intresse för fysikaliska fenomen. Dock har detta inte stämts av mot grundskolans läroplan, eftersom det primära fokuset är gymnasienivå.

Till vardera modell kommer ett instruktionsblad utformas, vilket kommer vara skri-

## 1. Inledning

---

vet i LaTeX. Instruktionsbladet kommer att innehålla en exempeluppgift med tillhörande beskrivning som kan appliceras på modellen.

# 2

## Teori

I detta kapitel presenteras de teoretiska utgångspunkterna för arbetet. Inledningsvis beskrivs CDIO-ramverket som har styrt projektets metodiska upplägg. Därefter behandlas konstruktivistiska lärandeteorier med fokus på kunskapskonstruktion genom modeller och multimodala representationer. Vidare redogörs de fysikaliska principerna bakom trissor, lutande plan och kaströrelser samt energiprincipen i relation till mekaniska system. Avslutningsvis presenteras tekniken som har använts, inklusive 3D-skrivare, programvara och filament.

### 2.1 CDIO-ramverket

Projektet har genomförts i enlighet med CDIO-ramverket, vilket står för “Conceiving–Designing–Implementing–Operating”. Det första steget, *Conceiving*, fokuserar på att identifiera och definiera användarens eller kundens behov samt övergripande mål. I nästa fas, *Designing*, utvecklas lösningsförslag genom exempelvis ritningar, modeller eller algoritmer. Därefter följer *Implementing*, där designen realiserar i form av en fysisk produkt eller fungerande system. Denna fas omfattar även tillverkning, testning och verifiering. Slutligen innebär *Operating* att den färdiga lösningen tas i bruk och används för sitt avsedda syfte. I detta steg ingår även underhåll, eventuell vidareutveckling samt slutlig avveckling av systemet när det inte längre är aktuellt [9].

### 2.2 Pedagogik

Konstruktivistiska lärandeteorier utgör en grund för hur elever tillägnar sig kunskap genom aktivt deltagande och interaktion med sin omgivning. Enligt Jean Piaget sker inläring via assimilation och ackommodation, där nya erfarenheter anpassas till tidigare kunskap för att bygga upp kognitiva strukturer [10]. Vygotskij betonar betydelsen av den proximala utvecklingszonen, där lärande sker i samspel med andra individer och med stöd av kulturella verktyg såsom modeller [5].

Inom naturvetenskaplig undervisning är det avgörande att konkretisera abstrakta begrepp, särskilt inom fysik, där förståelsen ofta kräver visuella och taktila representationer [11]. Fysiska modeller som kan manipuleras bidrar till så kallad *multiple representation learning*, vilket innebär att elever utvecklar en djupare förståelse när de får kombinera olika typer av information, exempelvis verbal, visuell och fysisk [12]. Användningen av modeller är även förenlig med läroplanens mål om att utveckla förmågor såsom analys, problemlösning och praktiskt utforskande [13].

## 2.3 Trissa

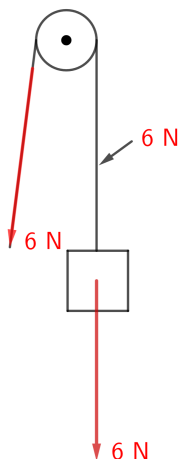
En trissa, även kallad remskiva, är en mekanisk anordning som består av ett cirkulärt hjul med en spårformad ränna längs sin periferi, utformad för att leda en lina eller ett rep. Trissan möjliggör en förändring av riktningen på den applicerade kraften och kan, beroende på konfiguration, även minska den kraft som krävs för att lyfta en last genom att fördela belastningen över flera delar av systemet [14], [15].

Beroende på antalet trissor och deras konfiguration, såsom fasta respektive rörliga trissor, varierar den mekaniska fördelen, det vill säga förhållandet mellan den kraft som appliceras och den kraft som genereras. En fast trissa förändrar riktningen på den applicerade kraften men ger ingen mekanisk fördel, medan en rörlig trissa minskar den nödvändiga kraften genom att fördela lastens vikt över två repsegment. Detta innebär att kraften som krävs för att lyfta en last reduceras till hälften, men utan att ändra kraftens riktning [16], [17].

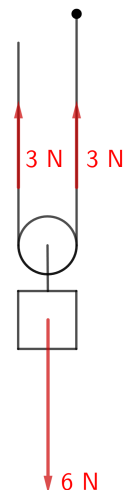
I system som kombinerar både fasta och rörliga trissor, exempelvis i ett block och talja-system, reduceras den nödvändiga kraften ytterligare genom att förlänga den sträcka som linan dras. Detta innebär att produkten av kraft och sträcka förblir konstant under ideala förhållanden, enligt  $W = \mathbf{F}s$ , där  $W$  är arbetet,  $\mathbf{F}$  kraften och  $s$  sträckan.

Ett grundläggande exempel på skillnaden mellan en fast och en rörlig trissa illustreras i Figur 2.1 och Figur 2.2. När en fast trissa används, som i Figur 2.1, krävs en dragkraft som är lika stor som viktens tyngdkraft för att lyfta föremålet. Det innebär att systemet inte ger någon mekanisk fördel, men däremot ändras riktningen på kraften, vilket kan underlätta arbetet ergonomiskt. Viktens tyngdkraft beräknas enligt formeln  $\mathbf{F} = m\mathbf{g}$ , där  $\mathbf{F}$  är tyngdkraften,  $m$  är viktens massa och  $\mathbf{g}$  är tyngdaccelerationen. Om en rörlig trissa används istället, som i Figur 2.2, uppstår däremot en mekanisk fördel på två. I detta fall bärs vikten upp av två repsegment,

vilket gör att varje del bara behöver bära hälften av lastens tyngd. Det innebär att den kraft som behövs för att lyfta vikten minskar till hälften, men det blir inte någon ändring av kraftens riktning.

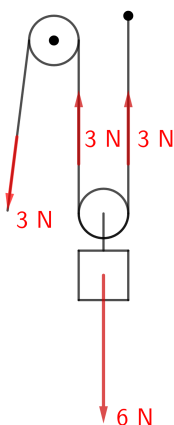


**Figur 2.1:** Exempel på en fast trissa. Den kraft som krävs för att lyfta vikten är lika stor som dess tyngdkraft (6 N). Trissan ändrar endast riktningen på kraften, men ger ingen mekanisk fördel.

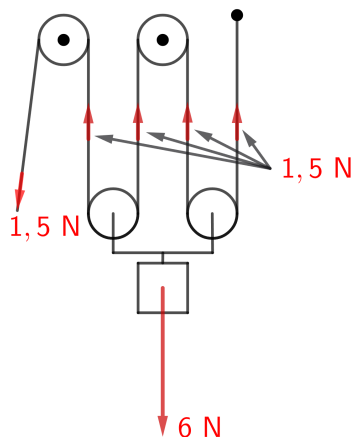


**Figur 2.2:** Exempel på en rörlig trissa. Viktens tyngdkraft (6 N) delas mellan två repsegment, vilket gör att lyftkraften som krävs minskar till 3 N. Systemet ger en mekanisk fördel på 2.

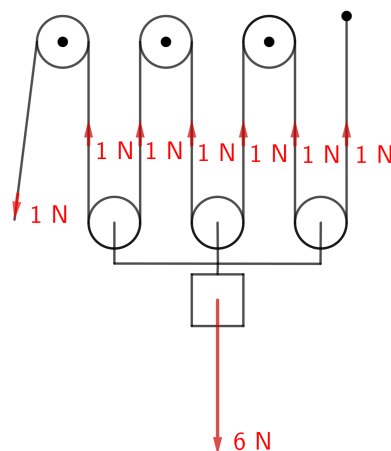
Genom att kombinera flera trissor kan både kraften som behövs minska och kraftens riktning ändras. Detta illustreras i figurerna nedan där kraften som behövs för att lyfta en vikt med en tyngdkraft på 6 N varierar beroende på hur många trissor som används. I den första figuren, Figur 2.3, delas tyngdkraften på två repsegment som vikten hänger i, vilket ger en halvering av kraften och en dragkraft på 3 N behövs. Om vikten skall lyftas 1 m kommer det krävas att 2 m dras då vardera repsegment måste dras upp med 1 m, vilket ger den totala dragsträckan 2 m. Om två trissor läggs till enligt Figur 2.4 kommer det nu krävas 1,5 N för att lyfta samma vikt. Detta då kraften nu delas upp på 4 repsegment. Likt tidigare genererar detta också att 4 m behöver dras för att lyfta vikten 1 m. Om totalt 6 trissor skulle användas enligt Figur 2.5 kommer det enbart krävas 1 N för att lyfta vikten med tyngdkraften 6 N. Detta då kraften nu delas på 6 repsegment, men 6 m behöver också dras för att lyfta vikten 1 m.



**Figur 2.3:** Illustration av ett triss-system med en fast och en rörlig trissa. Vikten på 6 N delas upp på två repsegment, vilket medför att en dragkraft på 3 N krävs för att lyfta vikten.



**Figur 2.4:** Illustration av ett triss-system med två fasta och två rörliga trissor. Vikten på 6 N delas upp på fyra repsegment, vilket medför att en dragkraft på 1,5 N krävs för att lyfta vikten.



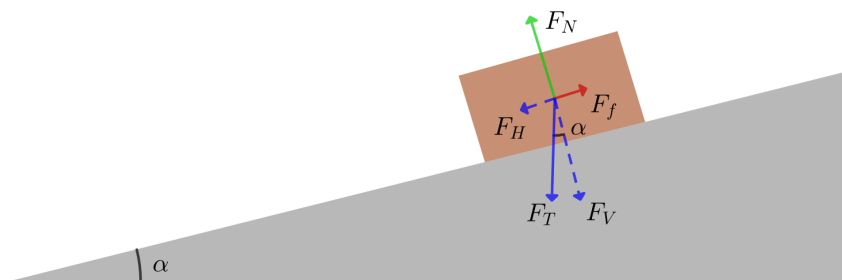
**Figur 2.5:** Illustration av ett triss-system med tre fasta och tre rörliga trissor. Vikten på 6 N delas upp på sex repsegment, vilket medför att en dragkraft på 1 N krävs för att lyfta vikten.

## 2.4 Lutande plan

En kropp med massa som placeras på ett lutande plan är ett klassiskt exempel inom mekanik, ofta använt för att illustrera friktion och andra grundläggande koncept som komposantuppdelning, vilket illustreras i Figur 2.6. När ett föremål vilar på en yta som är lutad i förhållande till tyngdkraftens riktning, uppstår en komposantuppdelning av tyngdkraften. Komposantuppdelningen består av en komposant vinkelrät och en komposant parallell mot det lutande planet. Det är den parallella komposanten som utgör en drivkraft till rörelse. Tyngdkraften beräknas enligt  $F_T = mg$ . En ytterligare avgörande kraft är friktionskraften, vilken beskriver motståndet mot glidning mellan två ytor. Friktionskraften kan beräknas med friktionskoefficienten  $\mu$ , enligt  $F_f = \mu F_N$ , där  $F_N$  utgör normalkraften. Normalkraften utgör enligt Newtons tredje lag den motstående reaktionskraften från tyngdkraften ortogonalt gentemot planet. Dessa tre krafter utgör grunden för att analysera kroppens rörelse eller jämvikt på det lutande planet.

För att beräkna normalkraften och i sin tur friktionskraften behövs den komposant från tyngdkraften som verkar vinkelrätt mot planet. Detta kan tas fram genom

komposantuppdelning av tyngdkraften, vilket innebär att tyngdkraften delas upp i två krafter, en vinkelrätt  $\mathbf{F}_V$  och en parallell  $\mathbf{F}_H$  med planet. Komposanterna har tillsammans en resulterande kraft i storlek och riktning likt tyngdkraften enligt sambandet  $\mathbf{F}_T = \mathbf{F}_V + \mathbf{F}_H$ . Den parallella komponenten kan beskrivas med trigonometriska samband enligt  $\mathbf{F}_H = \mathbf{F}_T \sin(\alpha)$  och verkar i riktning med planet. Den vertikala komponenten beräknas på liknande vis enligt  $\mathbf{F}_V = \mathbf{F}_T \cos(\alpha)$  och verkar vinkelrätt mot planet.



**Figur 2.6:** Lutande plan med komposantuppdelning av tyngdkraften.

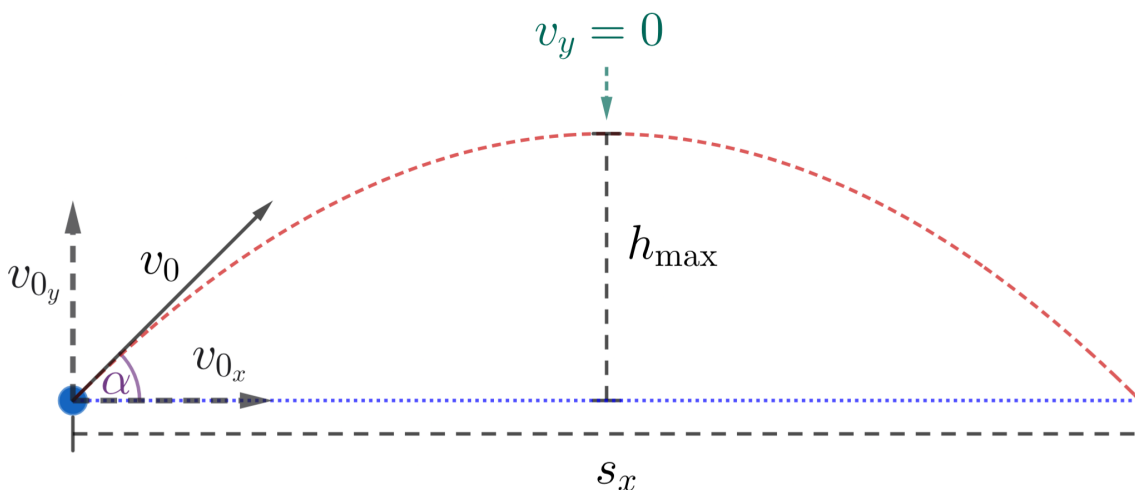
Efter komposantuppdelning är det möjligt att ställa upp ett samband för friktionskoefficienten och vinkeln på planet som kan användas för att experimentellt ta fram en okänd friktionskoefficient mellan två ytor. Genom att kontinuerligt öka vinkeln på planet kommer föremålet till slut börja röra sig, vilket sker då  $\mathbf{F}_H > \mathbf{F}_f$ . I ögonblicket precis innan objektet börjar glida är  $\mathbf{F}_H = \mathbf{F}_f$  med vinkeln  $\alpha_{\text{kritisk}}$ , vilket gör att det går att härleda ett uttryck för  $\mu$ . Likheten ger  $m\mathbf{g} \sin(\alpha_{\text{kritisk}}) = \mu m\mathbf{g} \cos(\alpha_{\text{kritisk}})$ , där  $\mathbf{F}_N = m\mathbf{g}\mathbf{F}_V$  använts. Friktionskoefficienten kan sedan lösas ut, vilket ger  $\mu = \frac{\sin(\alpha_{\text{kritisk}})}{\cos(\alpha_{\text{kritisk}})} = \tan(\alpha_{\text{kritisk}})$ . I detta fall är  $\mu$  den statiska friktionskoefficienten.

Detta resulterar i ett direkt samband mellan friktionskoefficienten och vinkeln på planet. Utöver den statiska friktionskoefficienten finns det även en dynamisk friktionskoefficient,  $\mu_d$ . Den statiska friktionen verkar när ett föremål ligger stilla på planet och motverkar rörelse fram tills den precis börjar. När föremålet väl börjat röra sig ersätts den statiska friktionen av den dynamiska friktionen. Glider föremålet med konstant hastighet längs ett lutande plan, kan den dynamiska friktionskoefficienten uppskattas med hjälp av sambandet  $\mu = \tan(\alpha)$ .  $\alpha$  står för den lutningsvinkel som ger konstant hastighet och den dynamiska friktionen är alltid lägre eller lika med den statiska.

## 2.5 Kaströrelse

Kaströrelse är när ett objekt färdas i en båge under inverkan av gravitation efter att ha kastats iväg [18]. Hur långt objektet färdas beror på vilken initialhastighet och vinkel objektet kastats med. Distansen beror även på vilken höjdskillnad slutpositionen har jämfört med startpositionen.

I Figur 2.7 är  $\mathbf{v}_0$  objektets initiala hastighet i kastriktningen och  $\alpha$  vinkeln mellan  $\mathbf{v}_0$  och horisontella planet. Initialhastigheterna i  $x$ - och  $y$ -led kan med hjälp av trigonometri beräknas enligt  $\mathbf{v}_{0x} = \mathbf{v}_0 \cos(\alpha)$  respektive  $\mathbf{v}_{0y} = \mathbf{v}_0 \sin(\alpha)$ . Formeln för hastigheten vid konstant acceleration ges av  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t$ , där  $\mathbf{v}$  är hastigheten,  $\mathbf{v}_0$  är initiala hastigheten,  $\mathbf{a}$  är accelerationen och  $t$  är tiden.



**Figur 2.7:** Ett objekt färdas med en hastighet  $\mathbf{v}_0$  och vinkeln  $\alpha$  mot det horisontella planet. Vektorn för hastigheten  $\mathbf{v}_0$  delas upp i vektorkomponenterna  $\mathbf{v}_{0x}$  och  $\mathbf{v}_{0y}$ . Vid högsta punkten där höjden är  $h_{\max}$  är hastigheten  $\mathbf{v}_y = 0$ . Slutligen står  $s_x$  för det horisontella avståndet objektet färdats under kaströrelsen.

Vid första halvan av kaströrelsen illustrerad i Figur 2.7 agerar gravitationskraften för att sänka hastigheten i  $y$ -led. I kaströrelsens högsta punkt med höjd  $h_{\max}$  är den vertikala hastigheten  $\mathbf{v}_y$  noll. Den konstanta accelerationen  $\mathbf{a}$  i  $y$ -led är gravitationskonstanten  $-\mathbf{g}$ , negativt då accelerationen är riktad nedåt. Den initiala hastigheten blir då den initiala vertikala hastigheten i rörelsen. Detta sker under tiden  $t_{\text{upp}}$  som är tiden det tar för objektet att nå rörelsens högsta punkt. Detta medför  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_y = 0$ ,  $\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_{0y}$  och  $t = t_{\text{upp}}$ . Insättning i formel  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t$  ger ekvationen  $0 = \mathbf{v}_{0y} + \mathbf{g}t_{\text{upp}}$ .

Omskrivning av ekvation  $0 = \mathbf{v}_{0y} - \mathbf{g}t_{\text{upp}}$  ger ekvation  $t_{\text{upp}} = \frac{v_{0y}}{g}$  som kan användas för att beräkna tiden det tar för objektet att nå sin högsta punkt. Formeln för sträcka vid konstant acceleration ges av  $s = \mathbf{v}_0 t + \frac{a t^2}{2}$ , vilken kan användas för att exempelvis beräkna  $h_{\text{max}}$ . Sträckan  $s$  ger  $h_{\text{max}}$  då  $\mathbf{v}_0$  ersätts med  $\mathbf{v}_{0y}$  och  $\mathbf{a}$  med  $-\mathbf{g}$  enligt  $h_{\text{max}} = \mathbf{v}_{0y} t - \frac{g t^2}{2}$ .

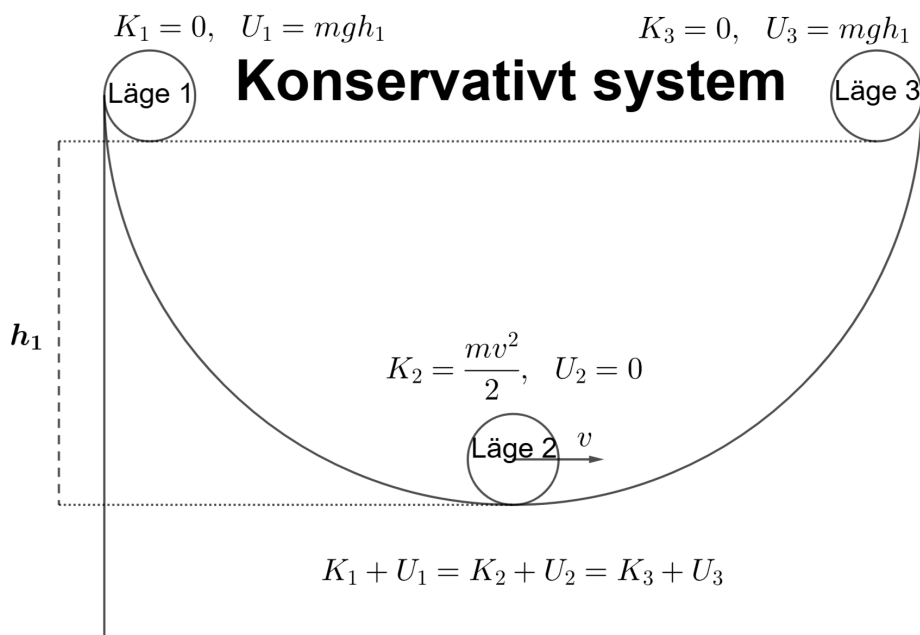
När objektet sedan faller utan initial vertikal hastighet går det att, med hjälp av fallhöjden, beräkna tiden objektet faller,  $t_{\text{ner}}$ . Omskrivning av formel  $s = \mathbf{v}_0 t + \frac{a t^2}{2}$  då  $\mathbf{v}_0 = 0$  ger formeln  $t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$ . Formeln kan då användas för att beräkna tiden objektet faller,  $t_{\text{ner}}$ , genom att ersätta  $s$  med  $s_y$  och  $\mathbf{a}$  med  $-\mathbf{g}$  enligt  $t_{\text{ner}} = \sqrt{\frac{-2s_y}{g}}$ .

Summan av tiden det tar för objektet att nå sin högsta punkt,  $t_{\text{upp}}$ , och tiden det tar för den att därifrån nå sin slutliga position,  $t_{\text{ner}}$ , kan användas för att beräkna hur långt objektet färdats i  $x$ -led. Summeras luftmotståndet blir hastigheten i  $x$ -led konstant. Det är då möjligt att, genom insättning av den initiala horisontella hastigheten,  $\mathbf{v}_{0x}$ , som  $\mathbf{v}_0$  och den totala färdningstiden  $t_{\text{tot}} = t_{\text{upp}} + t_{\text{ner}}$  som  $t$  i formel  $s = \mathbf{v}_0 t$ , beräkna den horisontella sträckan objektet färdats enligt  $s_x = \mathbf{v}_{0x} t_{\text{tot}}$ .

### 2.5.1 Energifincipen

Enligt energiprincipen förblir den totala energin i ett konservativt system oförändrad. Formeln  $K_1 + U_1 = K_2 + U_2$  beskriver att summan av den kinetiska energin ( $K$ ) och potentiella energin ( $U$ ) i ett konservativt system är konstant i alla lägen under en process [18].

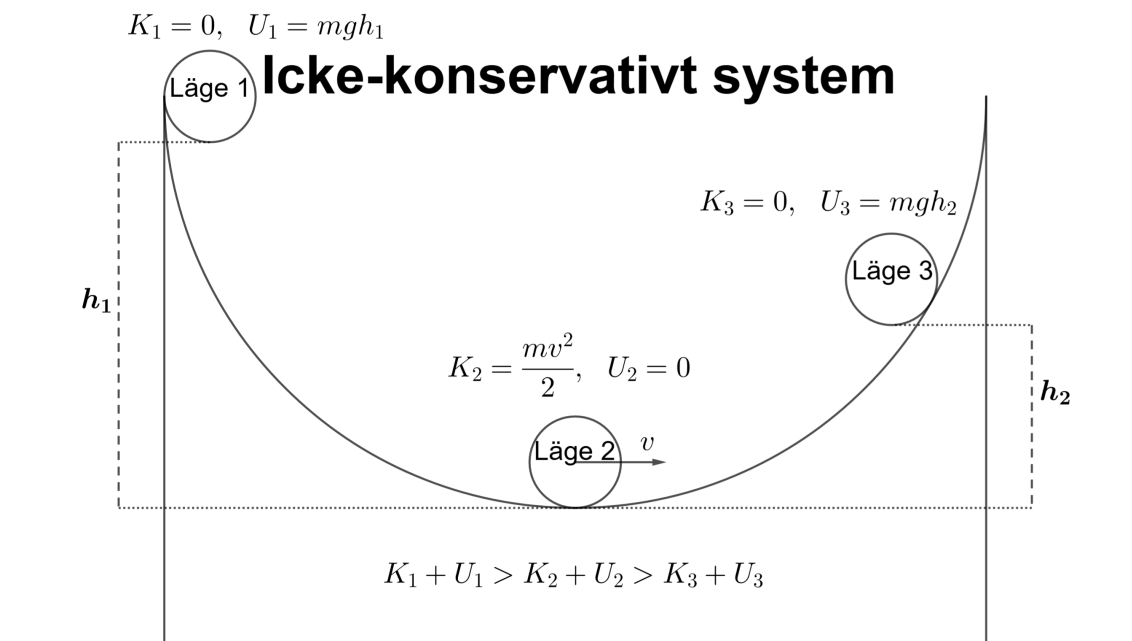
Figur 2.8 illustrerar ett konservativt system där en kula åker nerför en slät bana. Vid läge 1 är all energi potentiell. Vid lägsta punkten i banan, läge 2, har all potentiell energi övergått till kinetisk energi och hastigheten går därmed att beräknas med ekvation  $\mathbf{v} = \sqrt{2gh}$ . Slutligen, vid läge 3, når kulan samma höjd som vid läge 1 och all energi är potentiell igen. Vid alla punkter är den totala energin densamma enligt energiprincipen  $K_1 + U_1 = K_2 + U_2$ .



**Figur 2.8:** Illustration av ett konservativt system där summan av kinetiska och potentiella energin i tre olika lägen i en process är konstant.

I icke-konservativa system förloras energi genom påverkan av icke-konservativa krafter. Icke-konservativa krafter medför energiförluster, till exempel genom friktion eller luftmotstånd [18]. Därför bör en faktorn  $W^{ik}$ , för arbetet utfört av de icke-konservativa krafterna, inkluderas som en del av ett systems totala energi före en process, men som inte bevaras efteråt. Detta beskrivs av ekvationen  $K_1 + U_1 + W^{ik} = K_2 + U_2$ .

Figur 2.9 illustrerar ett icke-konservativt system. En kula åker nerför en bana med friktion. Vid läge 1 är all energi potentiell. Vid lägsta punkten i banan, läge 2, har den potentiella energin övergått till kinetisk energi och den totala energin är lägre än i läge 1. En del av energin har gått förlorad i friktion. Vid läge 3 är all energi statisk igen, men kulan har inte samma höjd som i läge 1. Detta beror på att energi har gått förlorad i friktion under hela processen. Den totala energin är olika för alla lägen.



**Figur 2.9:** Illustration av ett icke-konservativt system. Tre lägen i en process visas där summan av den kinetiska och potentiella energin för varje läge är mindre än det tidigare.

## 2.6 Programvara och 3D-skrivare

Vid utveckling av 3D-modeller är valet av CAD-programvara av stor betydelse för att möjliggöra en effektiv arbetsprocess. För ett arbete som detta är hög användarvänlighet, enkel filhantering och stöd för samarbete mellan flera användare viktiga egenskaper. Därför har Autodesk Fusion valts då det besitter alla dessa egenskaper. Ytterligare en fördel är att Autodesk Fusion erbjuder kostnadsfria studentlicenser, vilket är en resursbesparande faktor [19].

I detta projekt har skrivare av modellen Prusa MK4 använts. Dessa är FDM-skrivare med hög precision och användarvänlighet. MK4-modellen är utrustad med en direkt-driven extruder samt automatisk kalibrering via en Loadcell-sensor, vilket bidrar till hög tillförlitlighet [20]. För att exportera modellerna laddas de ner som STL-filer vilket enkelt kan göras i Autodesk Fusion.

När de färdiga modellerna exporteras som STL-filer läggs de in i en så kallad slicer, vilket i detta fall är PrusaSlicer. Slicerns primära uppgift är att omvandla STL-filerna till G-code vilket 3D-skrivaren använder som instruktioner för att skriva ut modellen. Förutom detta kan man även justera detaljer i utskrivningen. Det går till exempel att justera lagerhöjden, fyllnadsgraden och lägga till eventuella

stödstrukturer ifall det behövs. Detta är saker som kan påverka kvaliteten av den utskrivna modellen men även yttre faktorer såsom vibrationer från andra maskiner kan påverka utskriftskvaliteten negativt.

### 2.6.1 Filament

För framställning av modeller har filamenttypen E-PLA använts. E-PLA är en termostplast som tillverkas av förnybara resurser som majsstärkelse och sockerrör. Det är biologiskt nedbrytbart under industriella komposteringsförhållanden och materialet kan även återvinnas mekaniskt, vilket gör det till ett hållbart alternativ inom 3D-utskrift [7]. Jämfört med oljebaserade plaster, som ABS (Acrylonitrile butadiene styrene), har E-PLA ett lägre koldioxidavtryck vid produktion och kan återvinnas om det sorteras korrekt. Dess låga krympning och minimala warping<sup>1</sup> gör det särskilt lämpligt för prototyper och pedagogiska modeller där måttnoggrannhet är avgörande [21].

I Fuse-labbet på Chalmers, där utskrifterna för projektet kommer att genomföras, källsorteras de olika plasttyperna. E-PLA och PETG samlas i separata behållare, vilket bidrar till en mer hållbar hantering av materialavfall.

Sett ur ett ekonomiskt perspektiv varierar priset för 1 kg E-PLA mellan cirka 179 och 239 kronor, medan 1 kg PETG kostar mellan 199 och 349 kronor [22]. Detta är faktorer som bör tas i beaktande vid val av filamenttyp beroende på projektets budget och miljökrav.

---

<sup>1</sup>Warping innebär att hörn eller kanter lyfter från byggplattan under utskriften.

# 3

## Metod

Detta kapitel beskriver det tillvägagångssätt som har använts för att genomföra arbetet och presenterar den tekniska utvecklingen av undervisningsmaterialen. Syftet är att ge en tydlig bild av de val som gjorts, varför de gjorts och hur de har bidragit till projektets resultat.

### 3.1 Förstudie

I projektets inledningsfas genomfördes en undersökning för att kartlägga elevers uppfattningar om svårigheter inom fysikämnet samt för att utvärdera tillgängligheten av modeller och 3D-skrivare i undervisningen. För att få en bred och nyanserad bild användes en metodkombination som inkluderade både kvalitativa och kvantitativa inslag. Den kvalitativa undersökningen bestod av en intervju med en föreläsare som undervisar i fysik på tekniskt basår vid Chalmers tekniska högskola. För den kvantitativa delen skickades ett frågeformulär ut till över 150 gymnasielärare i fysik. Trots det stora antalet mottagare erhöles endast nio svar. Detta medförde att enkätresultaten fungerade som ett komplement till intervjun.

Intervjun gav en djupare förståelse för vilka delar som många anser vara svåra att förstå inom mekanikundervisningen. En central insikt var att elevernas varierande bakgrundskunskaper i fysik gör att fysiska modeller kan underlätta förståelsen av komplexa koncept. Detta lyfts fram av en föreläsare som undervisar på tekniskt basår vid Chalmers tekniska högskola och uttrycker det på följande sätt: “Jag tror att många elever skulle uppskatta det. Eftersom eleverna har varierande bakgrundskunskaper i fysik kan fysiska modeller underlätta förståelsen av komplexa koncept” (se Appendix A). Denna insikt bekräftas även av den kvantitativa undersökningen, där flera gymnasielärare uttryckte intresse för att använda modeller som pedagogiskt stöd vid fysikundervisning. De framhöll särskilt att modeller för friktion, komponentuppdelning, rörelsemängd och trissor vore särskilt värdefulla. Vidare framkom det att majoriteten av skolorna redan har tillgång till 3D-skrivare, vilket möjliggör

utskrift och användning av sådana modeller i undervisningen. Dessa resultat från förstudien beaktades under hela projektets gång vid utvecklingen av modellerna.

### 3.2 Kravspecifikation

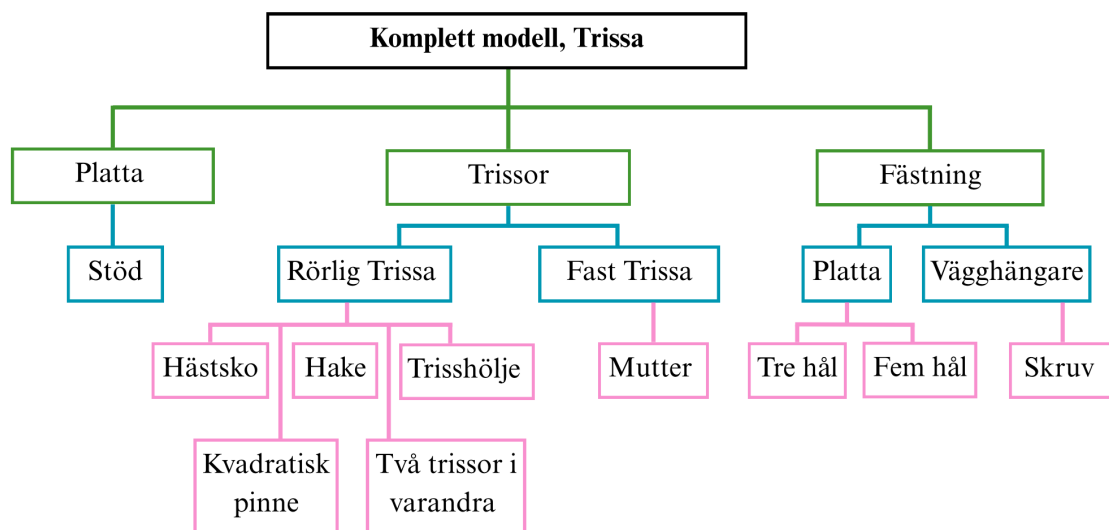
En kravspecifikation utformades tidigt i projektet för samtliga modeller och fungerade som ett styrdokument under hela utvecklingsprocessen. Den bidrog till att tydliggöra vilka funktionella, pedagogiska och praktiska egenskaper modellerna skulle uppfylla. I specifikationen angavs även varje målvärdes prioritet samt om det utgjorde ett krav (K) eller ett önskemål (Ö). Detta upplägg underlättade utvärderingen av de färdiga modellerna. Kravspecifikationen för vardera modell finns i Appendix B.

### 3.3 Träddiagram

Efter att kravspecifikation utformats togs träddiagram för alla modellerna fram. Dessa organiserade och strukturerade upp modellerna för att enklare kunna fatta beslut i syfte att slutliga modeller skulle uppfylla kravspecifikationen. Träddiagrammen uppdaterades under arbetets gång när nya komponenter till modellen insågs behövas. Samtliga modeller består av tre huvuddelar som sedan delas in i underkomponenter. Träddiagrammen gav en översiktlig och systematisk bild av modellens uppbyggnad, vilket underlättade arbetsprocessen.

#### 3.3.1 Trissa

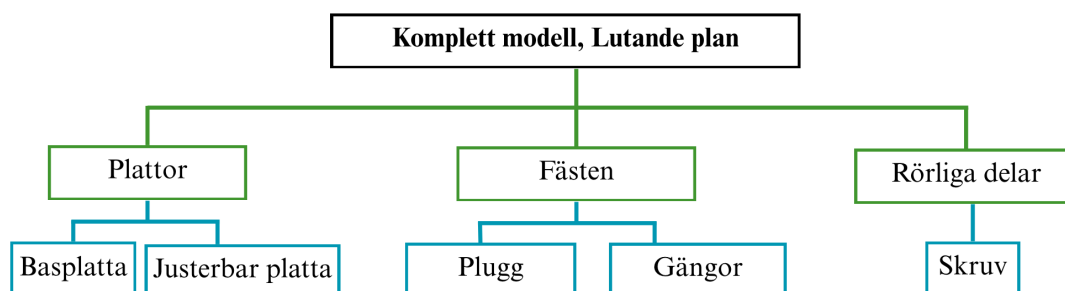
Modellen med trissor delades upp i de tre huvuddelarna platta, trissor och fästning. Dessa delades sedan in i underkomponenterna enligt Figur 3.1.



**Figur 3.1:** Träddiagram över modellen med trissor. I träddiagrammet visas de tre huvudgrupperna samt dess underkomponenter.

### 3.3.2 Lutande plan

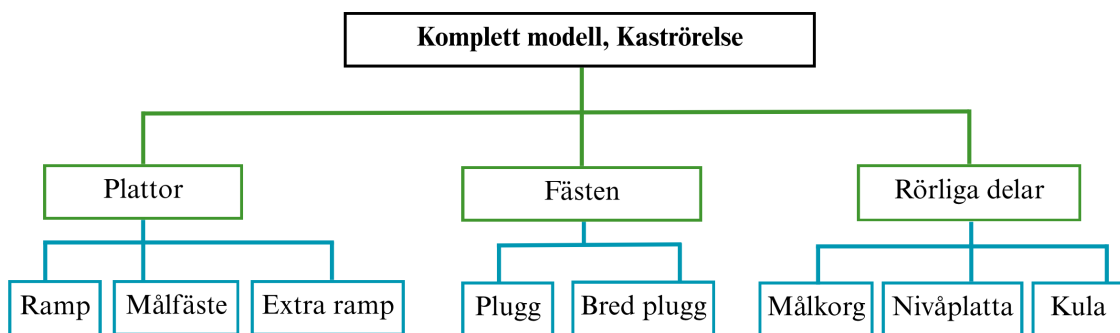
Modellen med lutande plan delades upp i huvudgrupperna plattor, fästen samt rörliga delar. Plattgruppen omfattar en basplatta samt en justerbar platta, fästelementgruppen inkluderar olika typer av fästen och den tredje gruppen innehåller de delar som krävs för att skapa rörliga funktioner inom modellen. Träddiagrammet med huvudgrupper samt uppdelningen i underkomponenter illustreras i Figur 3.2.



**Figur 3.2:** Träddiagram över modellen med lutande plan. I träddiagrammet visas de tre huvudgrupperna samt dess underkomponenter.

### 3.3.3 Kaströrelse

Modellen med kaströrelse delades upp i huvudkomponenterna plattor, fästen och rörliga delar. Dessa delades sedan in i underkomponenterna enligt Figur 3.3.



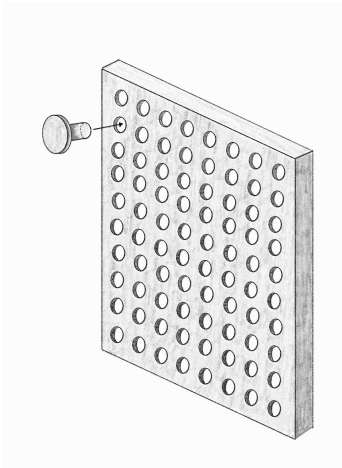
**Figur 3.3:** Träddiagram över modellen för kaströrelse. I träddiagrammet visas de tre huvudgrupperna samt dess underkomponenter

## 3.4 Idégenerering

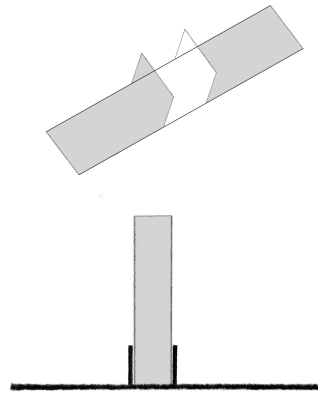
Kravspecifikationerna och träddiagrammen låg till grund för idégenereringen och utvecklades successivt under processen. De första versionerna användes för att få en bild över hur modellerna till en början skulle designas.

### 3.4.1 Trissa

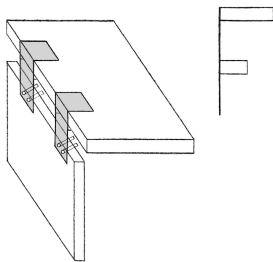
En viktig utgångspunkt för modellen med trissor var att den skulle vara anpassningsbar. Trissor skulle enkelt kunna flyttas eller bytas ut beroende på undervisningssyfte. Detta ledde till idén om en vägg med ett rutnät av hål, där trissor kunde placeras på valfria positioner. En första skiss på väggen och trissan visas i Figur 3.4. Flexibilitet kring hur uppställningen skulle ställas upp ville också göras möjlig och en skiss på två olika modeller togs fram. Den ena som kunde användas för att ställa väggen på ett bord och den andra för att kunna hänga väggen vid en bordskant. Skisserna visas i Figur 3.5 och i Figur 3.6. Utifrån träddiagrammet behövde en fast samt rörlig trissa designas. Den rörliga trissan designades först som den fasta men utan en plugg. Vid utskrift och testning visades det däremot att denna var alldeles för instabil och en helt ny design på den rörliga trissan behövde tas fram. Skissen på den nya rörliga trissan samt den modifierade fasta trissan visas i Figur 3.7.



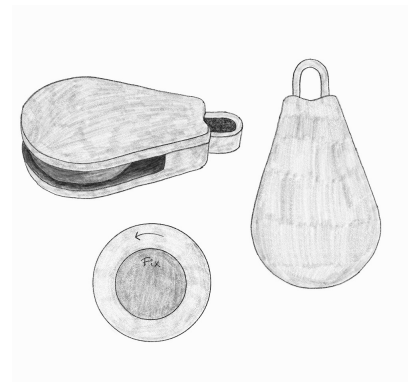
**Figur 3.4:** Första skissen på hur uppställningen med trissor skulle se ut. Idén var en vägg med jämnt fördelade hål och trissor som skulle gå att trycka in i väggen.



**Figur 3.5:** Första skissen på hur stödet till väggen skulle se ut vid placering på ett bord.



**Figur 3.6:** Första skissen på hur vägghängaren till väggen skulle se ut och hur det skulle se ut när plattan var fastmonterad i ett bord.

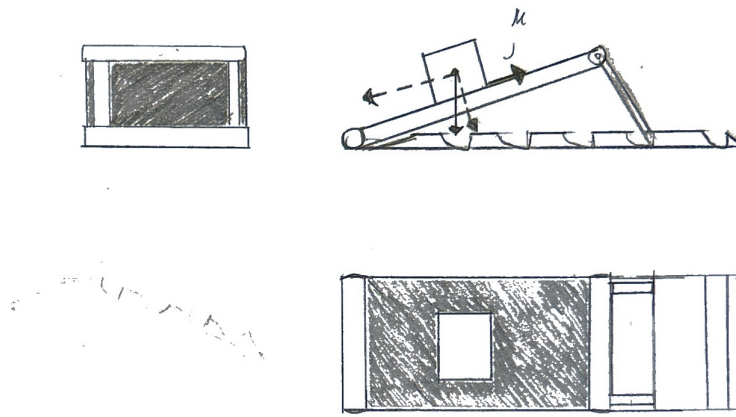


**Figur 3.7:** Skiss på den nya designen av trissan. Skissen är för en rörlig trissa där en vikt kan hängas samt en trissa som kan spännas fast i väggen. Trissan som fixeras i väggen har en yttre del som kan rotera runt den inre.

### 3.4.2 Lutande plan

Vid idégenereringen för hur lutande planet skulle utformas fanns två primära utmaningar. Dels behövdes en rörlig del för att kunna justera vinkeln på den ena plattan och dels hur vinkel på planet skulle kunna justeras. Den först skissen som togs fram visas i Figur 3.8. Idén var att konstruera ett stöd som kunde stå på olika nivåer och därigenom skulle planet kunna ställas in på vissa förutbestämda vinklar. Nackdelen

med detta koncept var att det inte gick att bestämma en exakt vinkel på planet, vilket kan vara problematiskt när det är nödvändigt att undersöka friktionen mellan två material och en vinkel som ligger mellan de förutbestämda krävs.



**Figur 3.8:** En första skiss på modellen med det lutande planet. Principen bygger på rotationsleder i båda ändarna samt ett stöd som kan hålla upp planet i en viss vinkel. Basplattan har olika steg för stödet att stå i.

#### 3.4.3 Kaströrelse

Initialt var idén att ta fram en modell som bestod av en enkel ramp med tre cylindriskå hål som mål för en kula, se Figur 3.9. Tanken var att avståndet mellan rampens lägsta ände och målen var kända och att användaren beräknar vilken statisk energi kulan behöver för att nå målen. När kulan släpps från den beräknade höjden på rampen bör kulan uppnå en godtycklig horisontell hastighet när den lämnar rampen för att sedan landa i rätt mål.



**Figur 3.9:** Skiss av första idén för kaströrelsemodellen.

## 3.5 Modellering och 3D-skrivning

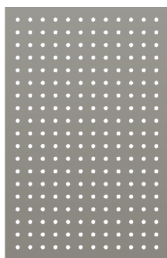
När en tydlig plan fanns för samtliga modeller påbörjades en process som bestod av att modellera, 3D-skriva och testa modellerna. Detta itererades tills ett önskvärt resultat utifrån kravspecifikationen uppnåts. Modeller kan i princip alltid vidareutvecklas, men i projektets slutfas krävdes ett ställningstagande att de framtagna versionerna var tillräckligt färdiga för att kunna utvärderas och dokumenteras.

### 3.5.1 Trissa

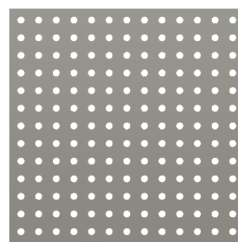
I detta avsnitt beskrivs arbetet med att modellera och 3D-skriva de komponenter som ingår i triss-systemet. Nedan beskrivs modelleringsprocessen och utvecklingen av dessa komponenter.

#### Väggen

Väggens storlek blev begränsad utifrån storleken på 3D-skrivaren. Den initiala idén var att skriva ut den i större dimensioner, men den var då större än skrivarens byggplatta. I Figur 3.10 visas den första modellen av väggen som vid slicning i PrusaSlicer visade sig vara för stor. Modellen skalades därför om till en mindre kvadratisk modell, vilket visas i Figur 3.11.



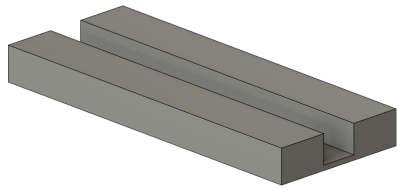
**Figur 3.10:** Första modellen för väggen, vilken har jämnt fördelade hål, avsedda för flexibel placering av trissor. Väggen har dimensionerna 300x195 mm.



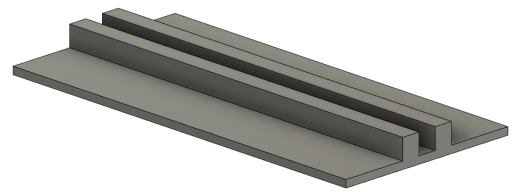
**Figur 3.11:** Sista modellen för väggen, vilken har jämnt fördelade hål, avsedda för flexibel placering av trissor. Väggen har dimensionerna 200x200 mm.

#### Fästen

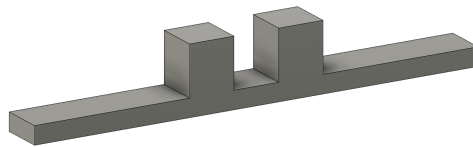
Fästena konstruerades i två varianter, en för att placera väggen stående på ett bord (hållare) och en för att hänga väggen över en bordskant (hängare). Den första modellen för hållaren visas i Figur 3.12. Denna var stor, stadig och stabil, men det insågs att den också tog väldigt lång tid att skriva ut. En något nättare modell designades, vilket visas i Figur 3.13. Även den här var stor och stabil och skulle tagit lång tid att skriva ut. För att minska på utskriftstiden och materialförbrukning delades hållaren upp i en mindre kortare del som visas i Figur 3.14. Den här mindre delen skrevs ut i fyra exemplar, vilka i sin tur kunde placeras jämnt under väggen. Hållaren var fortfarande tillräckligt stabil för att väggen skulle kunna stå stadigt samtidigt som utskriftstiden blev kortare och materialförbrukningen lägre.



**Figur 3.12:** Första modellen på hållaren. Hållaren är lika lång som väggen och har en kanal där väggen för triss-systemet kan placeras och sedan ställas på ett bord.

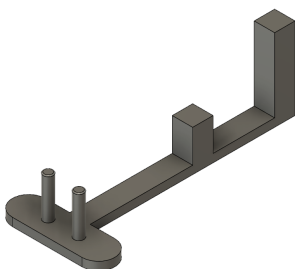


**Figur 3.13:** Andra modellen på hållaren, vilken har längre partier fram och bak för att stå stadigare och inte riskera att välta.

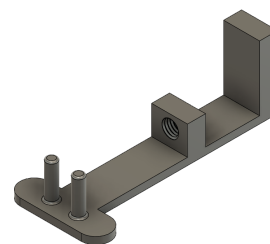


**Figur 3.14:** Tredje modellen på hållaren. Denna är en kort version av den tidigare modellen. Genom att skriva ut flera exemplar av den här och placera under väggen för triss-systemet sparas både material och tid.

Första modellen för det andra fästet, hängaren, visas i Figur 3.15. Eftersom bordskanter är olika tjocka omdesignades modellen så en skruv kan skruvas in underifrån och på så sätt skruva fast hängaren i bordet. Detta genom att ett hål applicerades på modellen enligt Figur 3.16.



**Figur 3.15:** Första modellen på hållaren.



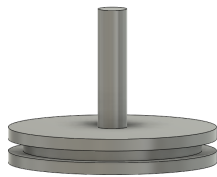
**Figur 3.16:** Andra modellen på hållaren.

#### **Trissa**

Ursprungsidén för trissorerna var en cirkulär form med en skåra där ett snöre skulle kunna löpa. Skåran behövde ha en böjd form genom att använda "fillet" i Autodesk Fusion för att vara möjlig att skriva ut utan att använda stöd vid utskrift. Storleken på trissorernas diameter sattes först till 35 mm för att minst 4 trissor skulle kunna sättas i bredd. Detta ansågs dock vara ganska stort vid utskrift och en mindre trissa med diametern 25 mm skrevs därmed även ut. Den här modellutvecklingen visas i de tre första figurerna, Figur 3.17, Figur 3.18 och Figur 3.19.

Från början skrevs trissorerna ut med enbart en pinne på baksidan som skulle gå att trycka in i hålen i väggen. Olika diametrar testades för att hitta den ultimata där det gick att få in trissan, men utan att det var alldeles för löst och för mycket glapp. Efter ett antal tester insågs det däremot att det var svårt att hitta den perfekta diametern. Dels verkade det bli liten skillnad beroende på vilken skrivare som användes och plattans hål var även inte exakt lika stora på grund av skrivarens precision. Detta resulterade i att pinnen omkonstruerades med skruvfunktion med en tillhörande mutter, vilket visas i Figur 3.20 och Figur 3.21. Diametern på pinnen kunde då sättas till 0.1 mm mindre än hålen i väggen. Detta gjorde att trissorerna lätt gick att få in i alla hålen i väggen, men genom att skruva fast de med en mutter på baksidan fanns det ingen risk de skulle åka ut ur väggen eller röra på sig för mycket.

En av de svårare besluten låg i hur en vikt skulle kunna hängas i trissorerna. Det önskvärda var att ha någon form av krok, men det fanns begränsningar kring vad som var möjligt och vad som blev bra med 3D-skrivning. Det enklaste ansågs vara att ha en kort plugg med ett hål i utstickande från trissan enligt Figur 3.22. En vikt kunde hängas i den här pluggen och ytterligare en pinne kunde även dras igenom den här pluggen för att sammanlänka trissorerna. Detta illustreras i Figur 3.23. Problemet var att vid testning blev trissorerna framtunga och det var omöjligt att få dem på plats utan att de åkte av snöret.



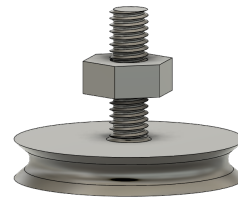
**Figur 3.17:** Första modellen av en trissa där alla kanter är raka.



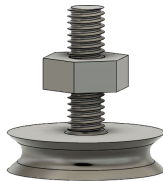
**Figur 3.18:** Uppdaterad modell av en trissa där "fillet" har använts för att runda kanterna.



**Figur 3.19:** Trissa vars dimensioner uppdaterats till en mindre diameter.



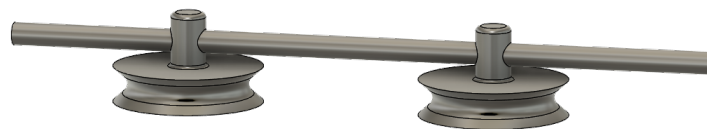
**Figur 3.20:** Uppdaterad trissa med skruvfunktion på pinnen.



**Figur 3.21:** Modell av trissan med mindre diameter och skruvfunktion på pinnen.

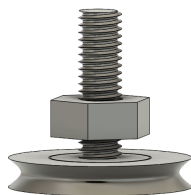


**Figur 3.22:** Modell av en rörlig trissa som inte fixeras i väggen. Trissan har en liten plugg med hål i sig.

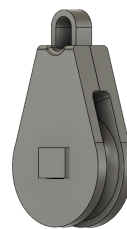


**Figur 3.23:** Första idén för uppställning enligt Figur 2.4. Detta genom att koppla samman trissorna med en pinne.

En ny skiss gjordes därför och två nya modeller på trissan designades utifrån denna. En modell för trissan som kan spännas fast i en vägg och fixeras (Figur 3.24) och en ny modell för en rörlig trissa (Figur 3.25). Den fasta trissan designades med en yttre trissa som kan rotera fritt runt en inre. Den rörliga trissan designades med ett skyddshölje för att hålla snöret på plats och med en krok för att hänga en vikt direkt under trissan.

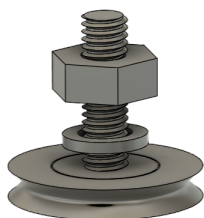


**Figur 3.24:** Ny design på trissan som spänns fast i väggen med hjälp av en mutter. En mindre trissa på insidan gör det möjligt för den yttre att rotera obehindrat, vilket gör det möjligt för repet att löpa smidigt över skåran.

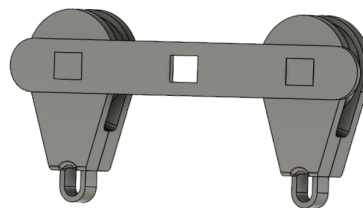


**Figur 3.25:** Ny design på trissan med infästningsögla och skyddshölje. Konstruktionen gör det möjligt för repet att löpa smidigt över skåran och ögla möjliggör applicering av en vikt.

De nya modellerna fungerade bättre. Till den fasta trissan designades en ring för att den yttre trissan skulle kunna snurra fritt runt den inre trissan utan friktion från väggen, se Figur 3.26. För att kunna sammanlänka flera rörliga trissor tillsammans designades två plattor, en med tre hål och en med fem hål. Dessa kan tryckas fast på de rörliga trissorerna och på så sätt sammanlänka dem, se Figur 3.27. När alla delar skrivits ut testades de olika uppställningarna som finns beskrivna i Kapitel 2. Alla filer sparades ned och tre STL-filer sparades även som efter utskrift ger det kompletta modellkitet.



**Figur 3.26:** Fast trissa med ring och mutter.



**Figur 3.27:** Två rörliga trissor sammanlänkade med en platta med tre hål.

Modellerna för triss-uppställningen har under arbetets gång 3D-skrivits och utvärderats. Justeringar kring dimensionerna har ständigt behövts göras. Vid praktisk testning efter utskrift har även vissa modeller behövts kasseras och nya modeller behövts tas fram. Materialet som användes för att skriva ut var E-PLA och 15% infill användes för alla utskrifter, det innebär att modellerna inte är helt solida för att

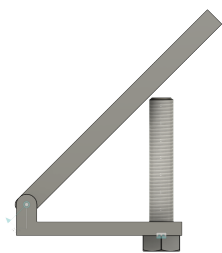
spara tid och material. Olika inställningar som exempelvis stöd vid utskrift testades för att hitta det bästa sättet att skriva ut de olika delarna.

### 3.5.2 Lutande plan

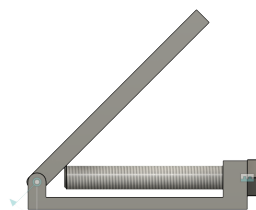
Efter en initial idé om hur modellen kunde utformas analyserades den om hur det skulle fungera i praktiken. Vissa brister med den första skissen togs fram och arbetet att ta fram en mer välfungerande modell började.

#### Justering av planets vinkel

Efter att ha övervägt flera alternativ för att justera vinkeln på det lutande planet ansågs det nödvändigt att kunna justera vinkeln utan att gå för stora steg. För att kunna ställa in vinkeln på planet till alla vinklar inom ett intervall sågs en skruv vara lämplig. När skruven skulle implementeras i modellen ansågs det vara viktigt att om möjligt undvika att lägga till fler rörliga delar än nödvändigt för att minimera risken för att någonting går sönder under användningsfasen. Detta gjorde att skruven placerades genom basplattan enligt Figur 3.28. Fördelen med detta var att ingen extra rörlig del behövdes. Nackdelen däremot var att modellen behövde hänga ut över bordet för att kunna komma åt skruven. För att underlätta användningen av modellen söktes ett annat alternativ så att modellen kunde stå helt på bordet. Således togs ett förslag fram där skruven istället var placerad bakom det justerbara planet som i Figur 3.29. Detta tog bort problemet med att behöva ha modellen hängande över kanten på ett bord. Det uppstod dock en osäkerhet kring hur det skulle fungera i praktiken med avseende på möjligheten att skriva ut samt hur interaktionen mellan skruven och det justerbara planet skulle fungera.



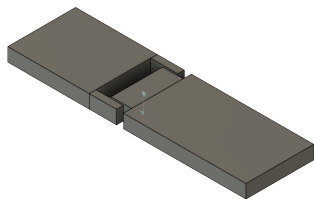
**Figur 3.28:** Det lutande plan med skruv genom basplattan för att justera vinkeln på planet.



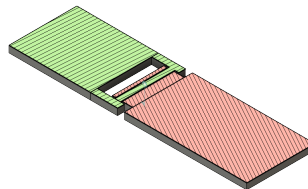
**Figur 3.29:** Det lutande plan med skruven satt bakifrån för att justera vinkeln på planet.

#### Rotation

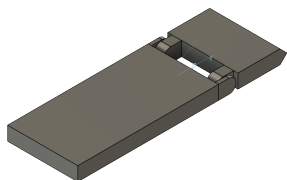
För att kunna rotera planet och på så sätt justera vinkeln skulle någon form av gångjärn vara lämpligt. Det uppstod osäkerheter kring hur väl detta skulle fungera att 3D-skriva. Genom brainstorming togs ett första alternativ fram. Idén var att basplattan skulle ha två armar med en stav i mellan och att det justerbara planet skulle ha ett hål för staven att gå igenom som visas i Figur 3.30 och Figur 3.31. Vid närmare undersökning uppstod det osäkerheter kring hur detta skulle gå att 3D-skriva med på grund av det överhäng som skulle uppstå och eventuella supportdelar. Som följd av detta ansågs det rimligt att ta fram ett annat alternativ för gångjärnen. Det andra alternativ som togs fram utgick till stor del från det första men med tanken om problem med överhäng i centrum. Istället för att ha en lång stav genom modellen utvecklades det istället en variant med kon på vardera arm och ett motsvarande hål med form av en kon på den justerbara plattan som visas i Figur 3.32 och Figur 3.33. Genom att använda formen av en kon har plasten alltid någonting att ligga på och det blir således inget överhäng, någonting som underlättar för skrivaren då det gör det lättare för den att hantera.



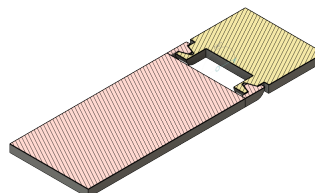
**Figur 3.30:** Det första förslaget framtaget för att möjliggöra rotation. Den ena plattan har två armar med en stav i mellan och den andra plattan har ett hål för staven.



**Figur 3.31:** Tvärsnittsanalys av det första förslaget.



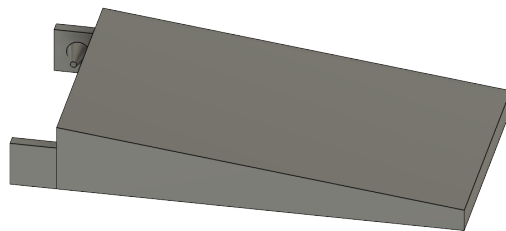
**Figur 3.32:** Det andra förslaget för att möjliggöra rotation. Den ena plattan har två armar men konformer på och den andra plattan har två armar med motsvarande hål.



**Figur 3.33:** Tvärsnittsanalys av det andra förslaget.

## Optimering

Efter idégenerering togs ett förslag fram på en modell där nästa steg var att se över olika möjligheter för att optimera modellen. Detaljen med störst utrymme för optimering var funktionen där skruven trycker upp planet för att justera vinkeln. För att ge en mer markant förändring vid justering av skruven utökades undersidan av planet med en lutning som visas i Figur 3.34. Genom att ändra detta kommer skruven i kontakt med plattan tidigare och ger större förändring i planets vinkel när skruven trycker på planet.



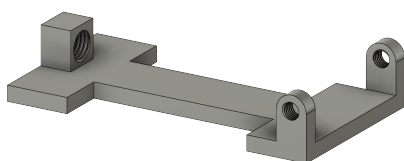
**Figur 3.34:** Optimering på lutande plan, genom att ha en vinkel på undersidan så att skruven kommer i kontakt med planet tidigare och ge större resultat närmare slutet.

## Utskrift och utvärdering

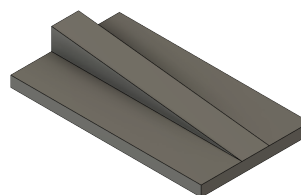
Som en del av planeringen för projektet avsattes det tid för kunna skriva ut modellerna, analysera dem, förbättra dem och sedan skriva ut en bättre version. Efter att ha analyserat den första modellen var ett huvudsakligt problem modellens storlek. Efter att ha testat modellen stod det klart att den var för liten för att kunna på ett tydligt sätt visualisera någonting framför en klass. Nästa problem som framkom som en följd av detta var att den befintliga modellen inte gick att förstora eftersom den skrevs ut ihopsatt, även fast det hade gått att rotera modellen i PrusaSlicer för att på det sättet kunna minimalt öka modellens storlek så ansågs inte detta vara tillräckligt. Detta gjorde i sin tur att den tillgängliga ytan som fanns att skriva ut på inte användes tillräckligt effektivt. Genom att dela upp modellen så att den inte längre behövde skrivas ut ihopsatt kunde den tillgängliga ytan användas mer effektivt. Detta gjorde att det behövdes ett nytt alternativ för gångjärnet.

Den nya lösningen för detta problem var att använda ytterligare en skruv. Genom användning av en mindre skruv kunde en lösning liknande det första alternativet användas. Genom att ha två hål med gängor på basplattans armar och ett hål genom det justerbara planet uppstod det inga problem med överhäng och de två plattorna kunde monteras i efterhand. Lösningen som visas i 3.35 gör det även möjligt att

montera ner modellen för att undvika skador vid transport. Samtidigt som dessa förändringar gjordes justerades även modellen för att minska materialanvändningen. I Figur 3.35 reducerades materialet i mittdelen av plattan, medan ändarna behölls för att bibehålla stabiliteten. I Figur 3.36 avlägsnades material på kanterna, eftersom den enda delen som behöver ha lutning är den som skruven möter. Detta bidrog till att förbättra modellen ur ett miljö-, ekonomiskt- och tidsperspektiv.



**Figur 3.35:** Basplattan utformad för att ha en skruv som den justerbara plattan kan rotera fritt kring. Plattan är också optimerad i aspekten kring materialanvändning.

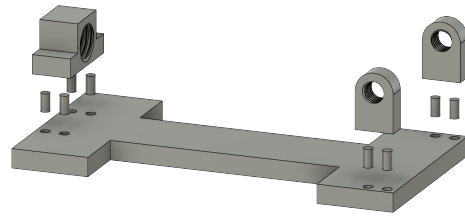


**Figur 3.36:** Det lutande planet efter justeringar med avseende på ny version av gångjärn och minskad materialanvändning.

Med dessa förändringar testades modellen att skrivas ut igen. Resultatet blev en fungerande modell, men det upptäcktes att skrivaren inte levererade tillräckligt kontinuerliga resultat. I Figur 3.37 visas gångorna för en skruv på modellen, imperfektioner som dessa var någonting som inte uppstod varje gång. Även fast skruven fortfarande gick igenom gjorde dessa imperfektioner att den inte var lika lätt att använda som önskat. Det oönskade resultatet kan bero på flera saker som variationer hos olika skrivare, överhäng eller andra små detaljer som att andra skrivare på samma hylla skapar vibrationer. Som en lösning till detta togs en metod fram för att kunna skriva ut dessa delar separat från basplattan. Genom att använda pluggar som visas i Figur 3.38. Detta ger ett extra steg vid ihopsättningen av modellen men ökar chansen att modellen fungerar bättre vid användning och ger möjligheten att endast skriva ut en specifik del om någonting skulle ske vid utskrivningen. Någonting som även här kommer med miljömässiga, ekonomiska och tidssparande fördelar.



**Figur 3.37:** Imperfektioner som uppstod i taket på gängorna vid utskrift.



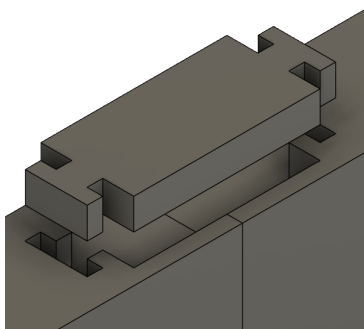
**Figur 3.38:** Basplattan med gängorna separat som hålls samman av plugg.

### 3.5.3 Kaströrelse

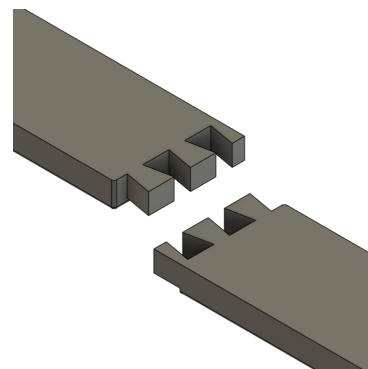
Här redovisas processen för att ta fram en modell som illustrerar kaströrelse på ett tydligt och praktiskt sätt. Med tanke på modellens längd och geometriska komplexitet valdes en uppdelad struktur som möjliggör 3D-utskrift i flera delar.

#### Sammansättning

Utskrivning av en modell som i Figur 3.9 som ett komplett objekt ansågs opraktiskt. Detta på grund av den stora längden och den komplexa geometrin. För att förenkla utskrift och transport av modellen gjordes beslutet att den skulle skrivas ut i delar som sedan skulle monteras ihop. För att kunna sätta ihop delarna på ett praktiskt sätt framtogs två sammansättningsmetoder. Figur 3.39 visar den första idén där tanken är att en pusselbit ska hålla ihop ramp och mål så att de kan skrivas ut separat för att i efterhand monteras ihop. Det diskuterades huruvida praktiskt behovet av en separat del för att hålla ihop delarna var. Idén uteslöts och en ny metod togs fram. Denna nya metod, som också blev den slutliga, krävde inga separata komponenter utan nyttjade ett enhetligt system, se Figur 3.40.



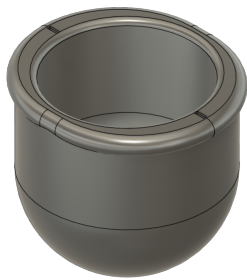
**Figur 3.39:** Första metoden som togs fram för att hålla ihop ramp och mål.



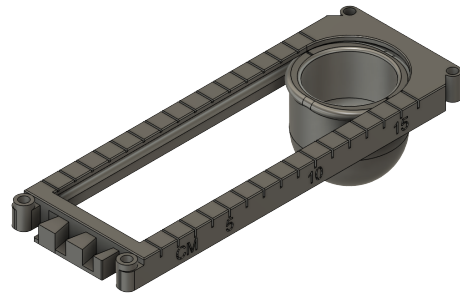
**Figur 3.40:** Slutliga metoden för att hålla ihop ramp och mål.

## Målet

För att utöka variationsmöjligheterna med modellen beslutades det att ersätta de tre fasta målen från skissen i Figur 3.9 med ett mål där det horisontella avståndet från rampen istället blev justerbart. Idén var att målet skulle bestå av en liten korg, som visas i Figur 3.41, och som fästs i ett målfäste, illustrerat i Figur 3.42.



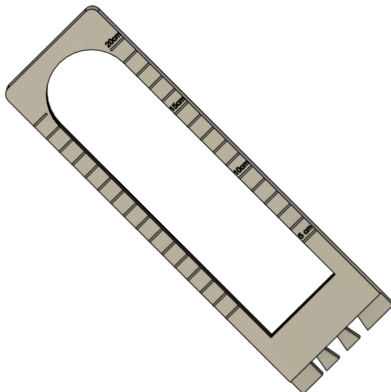
**Figur 3.41:** CAD-modell av malkorg.



**Figur 3.42:** Malkorgen fäst i målfästet där malkorgens sträck vid sidan av ingången är i linje med måtten på målfästet för att säkerställa att dess centrum är vid rätt avstånd.

För att bestämma hur lång målfästet bör vara beräknades det teoretiska avståndet kulan bör färdas om det hade varit ett konservativt system. Ekvation  $K_1 + U_1 = K_2 + U_2$  användes för att beräkna den största horisontella hastigheten kulan kan uppnå när det lämnar systemet. Då rampen är formad som en halvcirkel antogs det att all statisk energi övergick till kinetisk energi enligt Figur 2.8. Insättning av rampbanans vertikala höjdskillnad, 0,13 m, i ekvation  $v = \sqrt{2gh}$  ger en hastighet på cirka 1,597 m/s. För att beräkna det horisontella avståndet kulan färdas innan den hamnar i målet används ekvation  $t_{ner} = \sqrt{\frac{-2s_y}{g}}$  för att beräkna tiden kulan är i luften. Vid insättning av sträckan, i detta fall det vertikala avståndet mellan rampbanans lägsta ände och målets ingång, -0,06 m, i ekvation  $t_{ner} = \sqrt{\frac{-2s_y}{g}}$  beräknas tiden till cirka 0,111 s. Insättning av hastigheten, 1,597 m/s, och tiden, 0,111 s, i ekvation  $s_x = v_{0x} t_{tot}$  ger därmed ett horisontellt avstånd på cirka 0,177 m. Målfästets justerbara avstånd dimensioneras därmed med detta i åtanke, som illustreras i Figur 3.43. Efter att modellen i Figur 3.43 skrivits ut och testats visade det att kulan endast färdas max cirka 0,145 cm i verkliga förhållanden. Med den nya informationen dimensionerades målfästet om enligt Figur 3.44. Denna design kräver

mindre material, vilket även reducerar utskriftstiden.



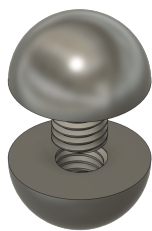
**Figur 3.43:** Första modellen av ett målfäste.



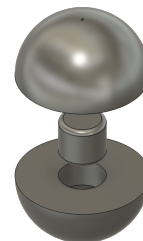
**Figur 3.44:** Slutliga versionen av målfästet.

### Kula

Vid 3D-utskrift av en kula krävs stödmaterial, vilket kan resultera i en ojämn yta på den färdiga modellen. För att undvika detta problem valdes en metod där kulan skrivs ut i delar, två halvsfärer med varsitt gängat hål samt en liten gängad cylinder som monteras mellan halvorna för att skapa en stabil kula, vilket visas i Figur 3.45. Denna metod fungerade vid den första utskriften, men visade sig vara inkonsekvent eftersom vissa utskrifter inte kunde monteras korrekt. För att lösa detta problem utvecklades en ny version utan gängning. I den nya konstruktionen användes istället en cylinder med samma radie som det cylindriska hålet i halvsfären, vilket möjliggjorde en stabil sammanfogning efter att delarna pressats ihop, som illustreras i Figur 3.46.



**Figur 3.45:** Kula som sätts ihop med gänga.

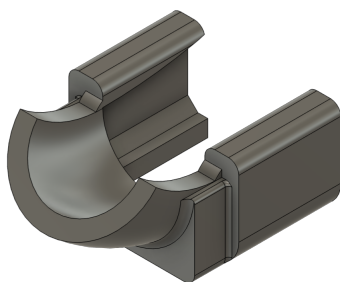


**Figur 3.46:** Kula som sätts ihop med bred plugg.

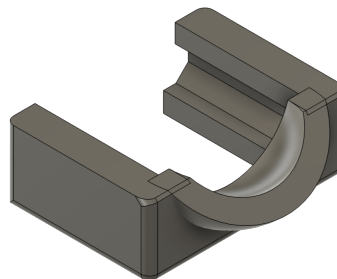
### Extra ramp

För att utveckla kulans bana modellerades en extra ramp som förlänger banan något, vilket gör att kulan lämnar rampen med en vinkel. Detta innebär att kulan får

både vertikal och horisontell hastighet vid avsprånget, vilket resulterar i en full båge istället för en halvbåge. En tidig version av extra rampen visas i Figur 3.47. Denna ersattes senare med en mindre ramp som bättre uppfyllde kraven. Den nya konstruktionen ger kulan en vinkel på 45 grader strax efter rampbanans lägsta ände, vilket visas i Figur 3.48.



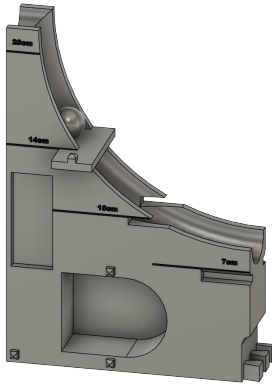
**Figur 3.47:** Första versionen av extra rampen.



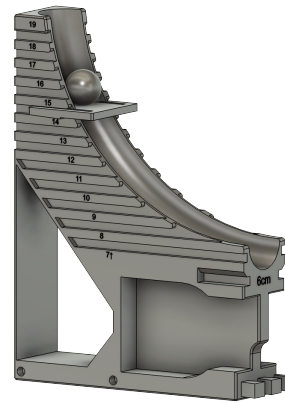
**Figur 3.48:** Extra ramp med förkortad bana och ände med en tangent med vinkeln 45 grader.

### Ramp

En tidig version av rampen konstruerades med tre fasta höjder där en nivåplatta kunde placeras. Syftet med denna utformningen var att kulan skulle kunna placeras på nivåplattan, som sedan dras ut för att låta kulan rulla nerför rampen från en bestämd höjd. Den tidigare versionen inkluderade två specifika nivåer där nivåplattan kunde placeras, utöver det kunde kulan också släppas från rampbanans högsta punkt utan användning av nivåplattan, vilket resulterade i tre fördefinierade startnivåer, som illustreras i Figur 3.49. Dessa tre nivåer var en kvarleva från den första idén om de tre fasta målavstånden. Rampen designades således om i en ny version där nivåplattan kunde placeras vid valfri hel centimeters höjd längs rampen, vilket ger en mer exakt höjdställning, se Figur 3.50.



**Figur 3.49:** Ramp med plats för nivåplatta vid tre bestämda höjder.



**Figur 3.50:** Ramp med plats för nivåplatta vid varje hel centimeter över banans lägsta punkt.

Den ursprungliga rampdesignens sida innehöll två luckor där både nivåplattan och extra rampen kunde placeras vid transport, se Figur 3.49. I den senare versionen av rampen behölls en lucka för extra rampen, som även rymmer nivåplattan, dessutom infördes en större lucka för att ge plats åt målkorgen, se Figur 3.50.

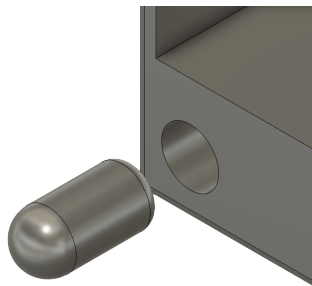
Utöver den förändrade konstruktionen har den nya rampen även optimerats för att minska materialanvändningen. Vid utskrift kräver den cirka 41 gram mindre E-PLA jämfört med den tidigare versionen. För att säkerställa korrekt positionering av målkorgen har rampens dimensioner anpassats så att nollnivån ligger en centimeter över rampens botten, vilket motsvarar den höjd där målkorgens ingång är placerad.

### Ihopsättning vid transport och förvaring

För att underlätta transporten av modellerna utformades de olika delarna så att de kunde monteras ihop och staplas på ett effektivt sätt, vilket framgår av Figur 3.52. Ursprungligen användes små kvadratiska bitar som passade i kvadratiska hål i målfästet, vilket bidrog till att hålla delarna på plats.

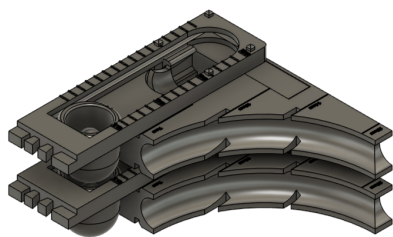
I en senare design ersattes dessa kvadratiska bitar med cylindriska element med avrundade ändar, som skrivs ut separat och därefter trycks in i cylindriska hål på samma plats i rampen. Denna konstruktion visas i Figur 3.51. Syftet med förändringen var att säkerställa en jämn och symmetrisk form på de cylindriska delarna. I den tidigare designen, där bitarna var integrerade som en del av rampen, krävdes stödmaterial vid utskrift, vilket ledde till ojämna och asymmetriska resultat.

Vid diskussion angående potentiella svagheter kring att stapla modellerna, likt i Figur 3.52, togs det bland annat upp att tyngdpunkten låg för nära en kant, se

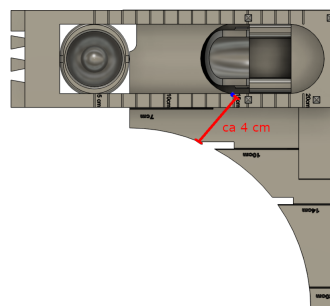


**Figur 3.51:** Plugg som sätts in i avsatt hål i rampen för att hålla målfästet på plats vid stapling.

Figur 3.53, och att höjden på de staplade modellerna växte för snabbt. Tyngdpunktens närhet till kant tillsammans med höjden medför att strukturen av de staplade modellerna blir instabil och att den enkelt kan falla isär om de lutas.



**Figur 3.52:** Modeller staplade för förenklad transport.



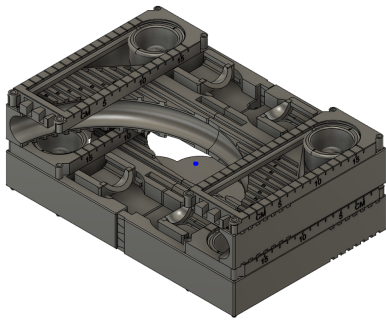
**Figur 3.53:** Sammansatt modell med en blå punkt för tyngdpunkten och ett rött streck som visar kortaste sträckan, cirka 4 cm, mellan tyngdpunkten och en utkant.

För att lösa problemet med stabilitet beslutades det att istället fästa modellerna på ett nytt sätt. Den nya lösningen innebär att två ramper fästs ihop och placeras på sin långsida. Nivåplattan och extra rampen monteras i sina avsatta hål. Kulorna placeras i målkorgar som fästs i målfästet och sätts på ramperna, där målkorgarna får plats i de genomgående luckorna.

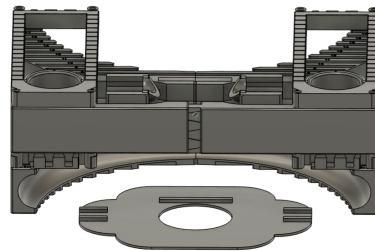
De två efterföljande modellerna staplas på samma sätt men roterat 180 grader i förhållande till de underliggande modellerna, sett uppifrån. Denna staplingsmetod visas i Figur 3.54. På detta sätt hamnar den nya tyngdpunkten i mitten av de staplade modellerna, vilket bidrar till stabilitet.

För att underlätta hantering av de staplade modellerna utvecklades en platt hållare

med små rektangulära utskott som fästs under de två nedersta ramperna. Konstruktionen av hållaren framgår av Figur 3.55. Detta nya sätt att stapla modellerna bidrar inte bara till ökad stabilitet utan gör det även möjligt att transportera dubbelt så många modeller på samma höjd jämfört med den tidigare metoden.



**Figur 3.54:** Slutliga sättet att stapla modellerna med en blå punkt i mitten som visar tyngdpunkten.



**Figur 3.55:** En platta med rektangulära bitar som sätts in i luckor i botten på de staplade modellerna. Detta för att bättre kunna bära allt platt på handflata utan risk för att allt glider.

Att skriva ut prototyper av modellerna var inte utan motgångar, främst till följd av 3D-skrivarna. Efter varje prototyp noterades potentiella förbättringar för att sedan appliceras i CAD-modellen för att skriva ut på nytt.

## 3.6 Instruktionsblad

Instruktionsblad för samtliga modeller utformades och sammanställdes i LaTeX. Den mall som användes baserades på kandidatarbetet av Rasmus Fischer, Anna Götberg, Emma Löfgren och Bjarne Sihlbom från 2023, där en del av syftet var att utveckla ett enhetlig instruktionsblad [23]. Framsidan av varje instruktionsblad innehåller tydliga anvisningar för hur uppställningen till en viss uppgift ska konstrueras. Där framgår även vilka frågor som hör till uppgiften, samt vilken utrustning ur modellkitet som krävs. Dessutom ges en kort beskrivning av vad eleven förväntas lära sig av momentet tillsammans med relevant teoretisk bakgrund. Baksidan innehåller en ledande beskrivning som finns som stöd för att guida eleven genom uppgiften vid behov utan att direkt avslöja lösningen. Ett fullständigt lösningsförslag finns även med där både lösningsmetod och korrekt svar presenteras.

# 4

## Resultat

I detta kapitel presenteras projektets slutliga resultat. Den färdiga modellen redovisas tillsammans med ett tillhörande instruktionsblad. Dessutom sammanställs kostnaderna och tiden som krävs för att 3D-printa modellerna.

### 4.1 Modellerna

Alla modeller består av olika komponenter som sätts ihop för att tillsammans skapa den slutgiltiga och fullständiga modellen. Vid utskrift för samtliga modelldelar användes PrusaSlicer och därefter olika Prusa MK4-skrivare med ett 0,4 mm munstycke. Ritningar för samtliga modeller finns i Appendix C. STL-filerna för utskrift är tillgängliga via MakerWorld-profilen som skapades i samband med projektet [24].

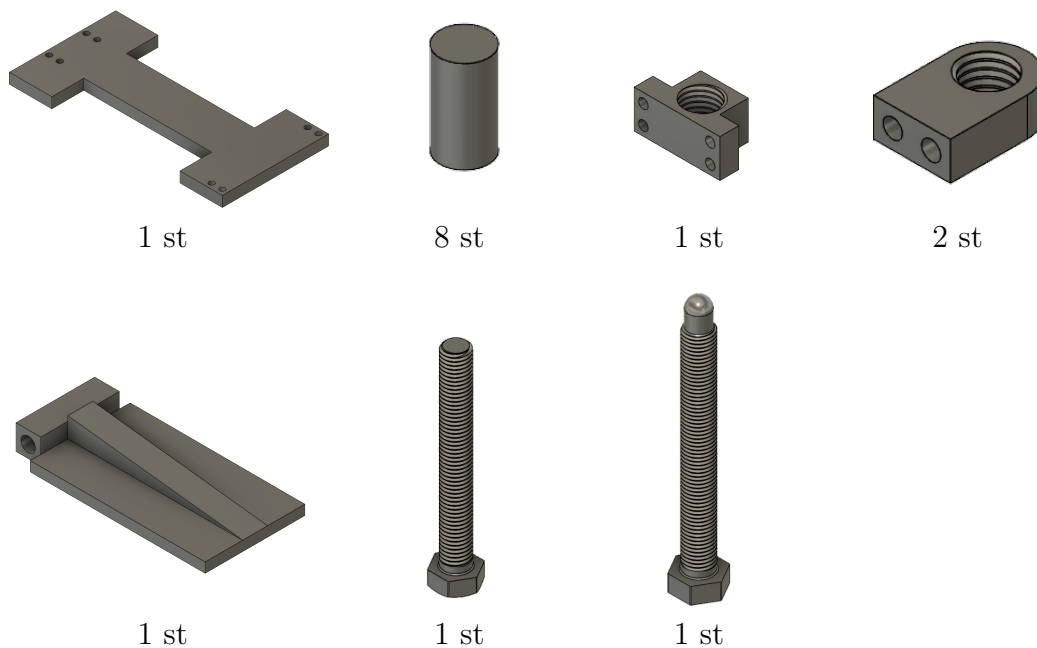
#### 4.1.1 Trissa

Det slutliga modellkitet för triss-systemet innehåller en vägg, fyra bordsstöd för placering på ett bord, fem pinnar med hål, tio muttrar, fem ringar, två bordshängare för att kunna hängas vid en bordskant, en lång platta med fem hål, en kort platta med tre hål, fem fasta trissor och fem rörliga trissor. Detta sammanställs i Figur 4.1.



### 4.1.2 Lutande plan

Den färdiga modellen för det lutande planet består av tre huvuddelar: en basplatta, en justerbar platta som kan vinklas och två horisontella skruvar. Den ena skruven fungerar som rotationsaxel och går genom både bas- och justerbara-plattan, vilket gör att planet kan rotera fritt uppåt och nedåt. Den andra skruven är monterad i basplattan och riktad horisontellt. Den justerar vinkeln genom att trycka mot undersidan av den justerbara plattan. Vissa delar delades även upp för att underlätta utskrivningen. Detta medförde att fästen i form av plugg tillkom. En sammanställning av alla delar som ingår i modellkitet för det lutande planet visas i Figur 4.4.

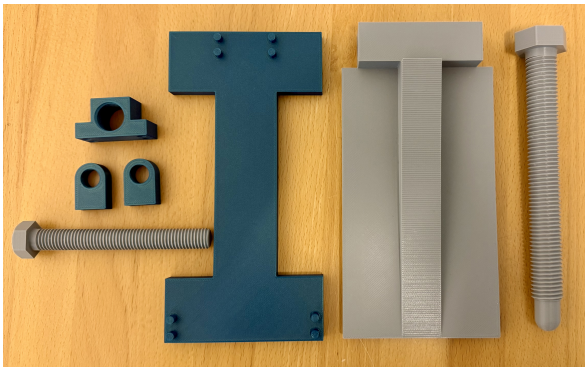


**Figur 4.4:** Översikt över alla delar som ingår i modellkitet för det lutande planet. Antalet exemplar av varje del framgår under respektive bild.

Modellen är uppbyggd av separata moduler. Det har tre huvudsakliga fördelar; delarna tar mindre plats vid 3D-utskrift och kan därför skrivas ut större, modellen blir lättare att transportera då den kan demonteras i mindre delar och om en del skulle gå sönder eller misslyckas vid utskrift behöver endast den specifika delen skrivas ut vilket sparar både tid samt material.

De slutliga inställningarna som användes vid utskrift var 15% ifyllnad, med stödmaterial (“support”) och utan kantstöd (“brim”). Materialinställningen som användes var “Generic PLA” och utskriftsprofilen var “0,15mm structural”. De utskrivna de-

larna visas i Figur 4.5. I Figur 4.6 presenteras en komplett monterad modell av det lutande planet, uppbyggd av de komponenter som visas i Figur 4.5.



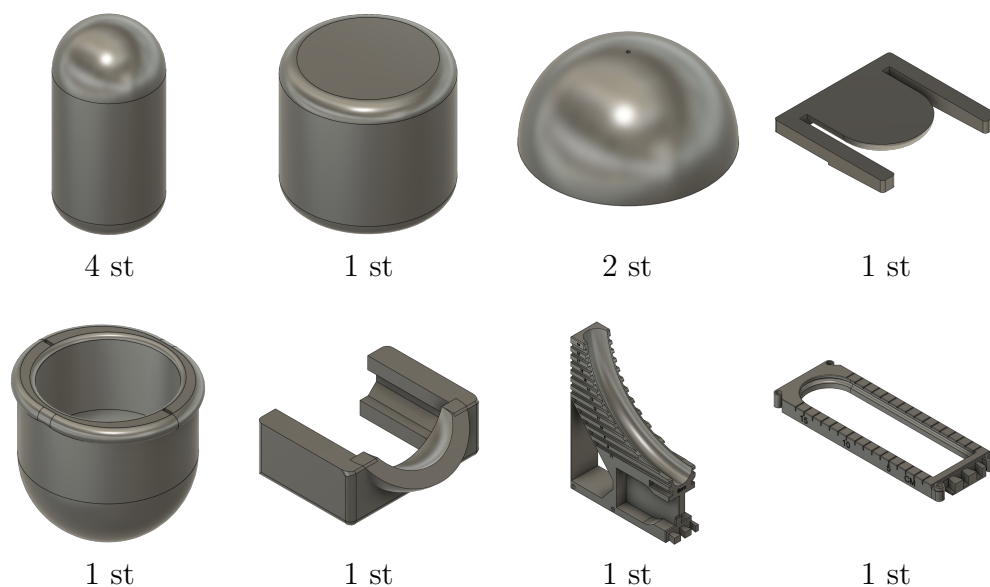
**Figur 4.5:** Alla utskrivna delar till modellkitet för det lutande planet.

Bilder\_rapport/Slutlig modell/L

**Figur 4.6:** Fullständig modell av det lutande planet.

### 4.1.3 Kaströrelse

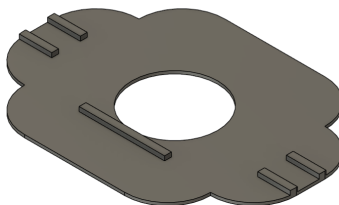
Det slutliga modellkitet för kaströrelse modellen innehåller fyra pluggar, en bred plugg, två halvsfärer, en nivåplatta, en målkorg, en extra ramp, en ramp och ett målfäste. Alla dessa komponenter med dess motsvarande kvantiteter ingår i en uppsättning av modellen. En sammanställning av detta visas i Figur 4.7.



**Figur 4.7:** Översikt över alla delar som ingår i modellkitet för kaströrelsemodellen. Antalet exemplar av varje del framgår under respektive bild.

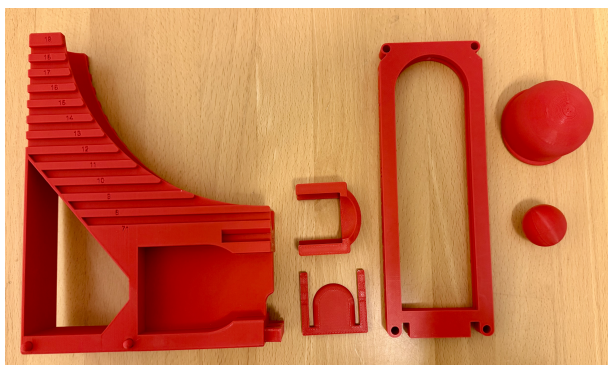
Vid transport av ett stort antal modeller kan även en hållplatta skrivas ut. Denna syftar till att centralisera och stabilisera ett stort antal modeller vid transport av

dessa. Hållplattan visas i Figur 4.8.

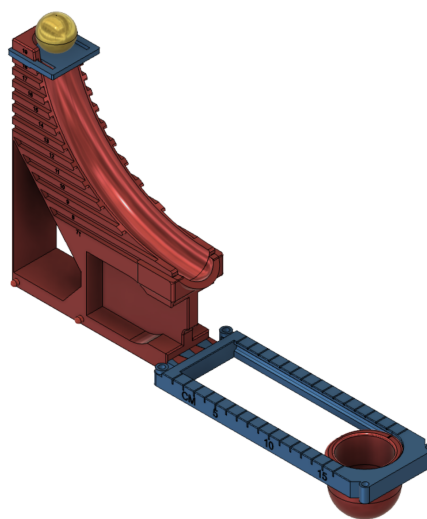


**Figur 4.8:** Hållplatta för förenklad transport.

De slutliga utskriftsinställningarna som användes var 15% ifyllnad med stödmaterial “snug” där “Overhang threshold” för stödmaterialen sattes till 25 grader och inga kantstöd behövdes. Materialinställningen som användes var “Generic PLA” med utskriftsprofilen “0,2mm speed”. De utskrivna delarna visas i Figur 4.9. I Figur 4.10 presenteras en komplett monterad modell av kaströrelsen, uppbyggd av de komponenter som visas i Figur 4.9.



**Figur 4.9:** Alla utskrivna delar till modellkitet för kaströrelsemodellen.



**Figur 4.10:** Fullständig sammansatt version av kaströrelsemodellen.

## 4.2 Instruktionsblad

I detta avsnitt visas de färdiga instruktionsbladen för respektive modell tillsammans med exempel på tillhörande uppgifter. Samtliga modeller har flera användningsområden där övningarna kan anpassas efter lärares behov.

### 4.2.1 Trissa

I figurerna Figur 4.11 och Figur 4.12 visas fram- och baksidan på instruktionsbladet för en av triss-uppställningarna med en tillhörande uppgift. Uppgiften syftar till att demonstrera skillnaden mellan fast och rörlig trissa samt ge förståelse för mekanisk fördel och ändring av kraftens riktning. Exempel på uppgifter och vad dessa demonstrerar beskrivs i Tabell 4.1.

## Triss-system

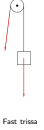
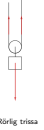
### Demonstration av mekanisk fördel och riktning av kraft

**Vad lär vi oss av detta?**

Uppgiften ger lärdom om hur mekanisk fördel och kraftens riktning förändras i ett system med fast och rörlig trissa.

**Instruktioner**

Ställ upp uppställningarna enligt bilderna nedan och lyft vikten från marken. Uppställningen kan antingen hängas vid en bordskant eller ställas på ett bord.

Fast trissa                      Rörlig trissa







a) Blir det någon ändring av kraftens riktning när lasten ska lyftas i någon av de två uppställningarna? I så fall, vilken?

b) Blir det någon mekanisk fördel när lasten ska lyftas i någon av de två uppställningarna? Hur stor är i så fall den mekaniska fördelen?

Manual från: 2025

**Utrustning**

Nedan listas utrustningen som behövs och uppställningen kan antingen ställas på ett bord eller hängas vid en bordskant.

1 st    4 st    1 st    1 st    1 st    2 st    1 st

**Teori**

En trissa är en mekanism som kan användas för att ändra riktning på en kraft eller för att minska den kraft som behövs för att lyfta en vikt. Det finns två huvudsakliga typer av trissor: fasta och rörliga. En fast trissa är förankrad vid en bestämd punkt, medan en rörlig trissa inte är fixerad utan kan röra sig, vanligtvis i vertikal riktning. Det är möjligt att kombinera både fasta och rörliga trissor samt även använda flera stycken samtidigt.

Svårt att lösa? På baksidan finns tips och lösningsförslag!

Figur 4.11: Framsidan på ett instruktionsblad med uppgifter till ett triss-system.

## Lösningsförslag

**a) Ändras kraftens riktning?**

Ja, i uppställningen med *fast trissa* ändras kraftens riktning. Detta då man drar nedåt för att lyfta lasten uppåt. I uppställningen med *rörlig trissa* drar man uppåt för att lyfta lasten uppåt och därmed ändras inte riktningen på kraften.

**b) Finns en mekanisk fördel?**

Ja, uppställningen med *rörlig trissa* ger en mekanisk fördel. Lastens vikt delas upp mellan två repsegment, vilket innebär att man bara behöver använda hälften av kraften som vanligtvis skulle behövs för att lyfta lasten. Den mekaniska fördelen är därför 2. Uppställningen med *fast trissa* ger däremot ingen mekanisk fördel, vilket innebär att kraften som krävs är lika stor som lastens tyngd.

Fasta trissor kan endast ändra kraftens riktning, medan rörliga trissor kan ge en mekanisk fördel (minska kraften som krävs för att lyfta samma vikt). Mekanisk fördel är förhållandet mellan lastens tyngd och kraften man själv behöver använda.

## Ledning

Figur 4.12: Baksidan på ett instruktionsblad med lösningsförslag och ledning för uppgifter kopplade till ett triss-system.

**Tabell 4.1:** Exempel på uppgifter för system med trissor.

Uppgifter	Syfte / Utförande	Demonstrerar
Jämförelse mellan fast och rörlig trissa	Eleven ställer upp två olika triss-system enligt instruktioner, ett med en fast trissa och ett med en rörlig trissa. En vikt lyfts i båda fallen och eleverna jämför den kraft som krävs i respektive system.	Visar hur en rörlig trissa ger mekanisk fördel (halverar kraften) jämfört med en fast trissa, som endast ändrar riktning på kraften.
System med flera trissor	Ett system med flera trissor byggs upp enligt instruktion, exempelvis med tre fasta och tre rörliga trissor. En vikt lyfts och eleven får mäta den nödvändiga dragkraften och räkna ut den mekaniska fördelen.	Ger förståelse för mekanisk fördel, visar hur kraften fördelas över flera repsegment och illustrerar energiprincipen.

### 4.2.2 Lutande plan

I figurerna Figur 4.13 och Figur 4.14 visas fram- och baksidan på instruktionsbladet för lutande plan modellen. Tillhörande finns fyra uppgifter i Tabell 4.3, som ger en praktisk övning i att dela upp krafter och förstå friktion. En uppgift går ut på att härleda friktionskoefficienten  $\mu$  och en annan att bestämma den experimentellt. Dessutom testas olika föremål för att se hur  $\mu$  varierar, samt hur förändringar i kontaktarea påverkar friktionen.

## Lutande plan

Demonstration av komponentuppdelning och friktion

**Vad lär vi oss av detta?**

Uppgiften ger lärdom om hur friktion och krafter påverkar rörelsen på ett lutande plan samt hur material och placering avgör när ett föremål börjar glida.

**Instruktioner**

1. Dela upp krafterna, härled  $\mu = \tan(\alpha_{kritisk})$  där  $\alpha_{kritisk}$  betecknar glidvinkeln och ta därigenom ut friktionskoefficienten.
2. Efter att  $\mu$  bestämts experimentellt, lät föremålet glida. Mät tiden och avståndet för att bestämma acceleration och jämför med teoretiskt värde.
3. Testa olika underlag och objekt. Notera skillnader i glidvinkel och därmed friktion. Diskutera vilka material som ger störst/lägst friktion.
4. Jämför glidvinkeln när lådan ligger plant respektive står på hökant. Reflektera över om resultatet överensstämmer med teorin.

Manual från: 2025

**Utrustning**

Utrustningen som behövs är de två olika plattorna (grund- och topplatta) samt de två skruvarna (axel- samt justerskruv), vilket sätts ihop enligt bilden nedan. Genom att skruva på justerskruven (den större) justeras vinkeln på det lutande planet. Olika föremål av olika material att placera på planet behövs även.



**Teori**

Tyngdkraften delas upp i en normalkraft och en parallellkraft. När lutningen ökar blir den parallella kraften större. Föremålet börjar glida när den är större än friktionskraften, vilket sker vid  $\mu = \tan(\alpha_{kritisk})$ . Detta samband används för att bestämma friktionen experimentellt.

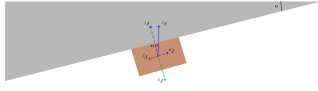
Svårt att lösa? På baksidan finns tips och lösningsförslag!

Figur 4.13: Framsidan på ett instruktionsblad med uppgifter till ett lutande plan.

## Lösningsförslag

1. För att ta reda på friktionskoefficienten mäts vinkeln precis när föremålet börjar glida. Använd sedan sambandet  $\mu = \tan(\alpha_{kritisk})$ .
2. Låt föremålet glida från toppen av planet. Mät tiden och sträckan, använd  $s = \frac{1}{2}at^2$  för att räkna ut acceleration och jämför med  $a = g \sin(\alpha) - \mu g \cos(\alpha)$ .
3. Byt material på underlaget eller objektet. Ju större vinkel som krävs för att det ska börja glida, desto högre är friktionen.
4. Testa att lägga lådan stående och liggande. Den glider ofta lättare när den står, vilket visar att kontaktyta och tyngdpunkt spelar roll.

Teoretiskt enligt:  $a = g \sin(\alpha) - \mu g \cos(\alpha)$ .  
2. Testa experimentellt ta fram acceleration genom:  $s = \frac{1}{2}at^2$ . Därefter



**Ledning**

Figur 4.14: Baksidan på ett instruktionsblad med lösningsförslag och ledning för uppgifter kopplade till ett lutande plan.

**Tabell 4.2:** Exempel på uppgifter med det lutande planet.

Uppgifter	Syfte / Utförande	Demonstrerar
Komponentuppdelning och friktionskoefficient	Här delas tyngdkraften upp i en komponent längs planet och en som är vinkelrät mot det. Genom att balansera krafterna när föremålet precis börjar glida kan sambandet härledas $\mu = \tan(\alpha_{\text{kritisk}})$ . Detta testas sedan genom att mäta den minsta vinkel där glidning sker.	Visar hur krafter fördelas på ett lutande plan och hur friktion är relaterad till glidvinkel.
Rörelseanalys med friktion	Föremålet får glida från en viss höjd eller vinkel. Genom att mäta tiden och sträckan det rör sig kan man räkna ut accelerationen med formeln $s = \frac{1}{2}at^2$ och jämföra med det teoretiska värdet $a = g \sin(\alpha) - \mu g \cos(\alpha)$ .	Friktion och lutning kopplas till föremålets rörelse, samtidigt som jämförelse mellan teori och mätdata genomförs.
Materialjämförelse	Testar olika material på lådan eller underlaget och ser hur stor vinkel som krävs innan det börjar glida. Högre glidvinkel medför högre friktion (enligt $\mu = \tan(\alpha_{\text{kritisk}})$ ).	Ser hur friktion påverkas av olika material och utvecklar förmågan att genomföra jämförande tester.
Placeringens påverkan	Genom att placera lådan på högkant eller plant undersöks om det gör skillnad på när den börjar glida. Skillnader kan bero på kontaktyta och tyngdpunkt.	Visar hur praktiska faktorer påverkar friktionen och varför idealmodeller ibland inte stämmer helt.

### 4.2.3 Kaströrelse

Instruktionsbladet för modellen som uppvisar kaströrelse syftar till att bli familjär med utrustning och de fenomen de syftar till att uppvisa. Instruktionsbladet, som visas i Figur 4.15 och Figur 4.16, består av ett antal uppgifter för att få en förståelse för hur initialvinkeln påverkar längden kulan färdas och inkluderar en teoretisk förklaring samt ett lösningsförslag. Ytterligare exempel på uppgifter samt vad de syftar till att demonstrera redovisas i Tabell 4.3.

## Kaströrelse

### Demonstration av en kastvinkels påverkan på räckvidden

**Vad lär vi oss av detta?**

Uppgiften ger lärdom om hur ett vinklat kast påverkar räckvidden beroende på kastets höjd i förhållande till slutpositionen.

**Instruktioner**

**Steg 1:** Fäst målfästet och extra rampen på rampen. Fäst även målkorgen på målfästet

**Steg 2:** Upprepa följande för tre olika nivåer (alla under nivå 13).

- 2.1 Fäst nivåplattan vid en nivå på rampen.
- 2.2 Placera kulan på nivåplattan.
- 2.3 Dra sakta ut nivåplattan under kulan.
- 2.4 Justera avståndet mellan rampen och målkorgen.
- 2.5 Upprepa 2.1-2.4 tills att kulan hamnar i målkorgen och notera vid vilket avstånd detta skedde.
- 2.6 Fäst extra rampen på rampen och repetera sedan 2.5

**Frageställning:** Kom kulan längre med eller utan extra rampen? Varför?

Manual från: 2025

**Utrustning**

Utrustningen som behövs är ramp, nivåplatta, kula, extra ramp, målkorg och målfäste (se bilden till höger som visar uppställningen).



**Teori**

När en kropp kastas från samma höjd som det ska landa är den optimala vinkeln det kastas med 45 grader. När en kropp kastas med en vinkel kan dess hastighet delas upp till två komponenter, en för vertikal och en för horisontell hastighet. För att beräkna det horisontella avståndet kroppen när multipliceras tiden under vilken kroppen färdas med horisontella hastigheten. Tiden kroppen färdas består av tiden det tar att nå högsta punkten i rörelsen och därifrån till slutpositionen.

$$s = v_{0x} * t_{tot}, \quad t_{tot} = t_{app} + t_{ner} \quad (1)$$

$$t_{app} = \frac{v_{0y}}{g}, \quad t_{ner} = \sqrt{\frac{2s}{g}} \quad (2)$$

Svårt att lösa? På baksidan finns tips och lösningsförslag!

Figur 4.15: Framsidan på ett instruktionsblad med uppgifter till en kaströrelsemodell.

## Lösningsförslag

Kulan kommer längre utan extra rampen. Detta då den med extra rampen börjar sin färd med en vinkel vilket medför att den horisontella hastigheten blir lägre. Hade höjdskillnaden mellan start- och slutpunkt varit kortare hade kulan kommit längre med en vinkel. Men över en viss höjdskillnad når kulan utan vinkel alltid längre. Detta av den enkla anledningen att den färdas med större horisontell hastighet.

**Notera:** Vid utskrift, välj *flip on short edge* så att lösningsförslaget hamnar upp-och-ned och studenten kan lösa ledningen utan att se facit.

**Ledning**

Kulan färdas under längre tid med extra rampen. Men, faller kulorna längre och därmed under längre tid kommer kulan utan vinkel som har större horisontell hastighet alltid längre.

Notera: Vid utskrift, välj *flip on short edge* så att lösningsförslaget hamnar upp-och-ned och studenten kan lösa ledningen utan att se facit.

Figur 4.16: Baksidan på ett instruktionsblad med lösningsförslag och ledning till uppgifter kopplade till en kaströrelsemodell.

**Tabell 4.3:** Exempel på uppgifter för kaströrelse.

Uppgifter	Syfte / Utförande	Demonstrerar
Jämförelse mellan teoretisk och verklig energiövergång.	Uppgiften utgår från att studenten beräknar ett hypotetiskt horisontellt avstånd en kula faller om det accelereras längs en ramp och sedan faller ett avstånd. Efter att ett hypotetiskt avstånd beräknats får studenten testa denna med en fysisk kula, ramp och ett mål. Därtill får studenten beräkna energin som går förlorad, med hjälp av det verkliga avståndet.	Energi överförs vanligtvis inte från en form till en annan. Detta då energi vanligtvis går förlorad till andra former.
Undersök hur kastvinkel påverkar horisontellt avstånd ett objekt färdas.	Ett kast med en vinkel på 45 grader mot det horisontella planet medför vanligtvis att ett objekt kommer längst. Detta gäller däremot endast när starthöjden är densamma som sluthöjden. Är slutpunkten låg nog i jämförelse med startpunkten kommer objektet längst om all dess hastighet är horisontell. Studenten får testa att släppa en kula nerför rampen med extra rampen (45 grader vinkel) och utan. Studenten får därefter resonera kring varför kulan kommer längre utan vinkel.	Koncentrerad horisontell hastighet kommer längre än kast med vinkel, givet tillräcklig fallhöjd.

### 4.3 Tids- och kostnadsöversikt

I detta avsnittet sammanställs tiden och kostnaden för att skriva ut modellkiten. Vid beräkning av kostnaden användes ett medelvärde på 209 kr/kg för PLA som beräknades utifrån prisintervallet som framgår i avsnitt 2.6.1. Utskriftstiderna kan variera beroende på 3D-skrivare och skrivhastighet.

#### 4.3.1 Trissa

För modellen med trissor finns tre stycken STL-filer som kan hämtas och sedan i lämplig "Slicer" göras om till G-code. I Tabell 4.4 nedan sammanställs utskriftstiden och materialåtgången för de tre olika STL-filerna. En uppskattning på kostnaden presenteras även.

**Tabell 4.4:** Översikt över olika STL-filers utskriftstider, materialåtgång och kostnad. Vilka delar av triss-systems-modellkitet de olika filerna innehåller visas också varav i understa raden visas totalen.

STL-fil	Innehåller	Utskriftstid	Materialåtgång	Kostnad
Väggen	1xVägg	10h 31m	172,65 g	36,10 kr
Trissor och tillbehör	5xFast trissa 5xRörlig trissa 10xMutter 1xLång platta 1xKort platta 5xPinne	3h 27m	37,81 g	7,90 kr
Stöd	4xHållare 2xHängare	3h 28m	50,52 g	10,56 kr
Totalt	Alla delar	17h 26m	260,98 g	54,54 kr

### 4.3.2 Lutande plan

Alla delar till modellkitet med lutande plan kan skrivas ut från en STL-fil. I Tabell 4.5 ges en översikt över utskriftstid, materialåtgång och kostnad för modellen.

**Tabell 4.5:** Översikt över olika STL-filers utskriftstider, materialåtgång och kostnad för det lutande planet. Vilka delar av lutande plan modellkitet de olika filerna innehåller visas också varav i understa raden visas totalen.

STL-fil	Innehåller	Utskriftstid	Materialåtgång	Kostnad
Lutande plan	1xGrundplatta 1xJusterbar platta 1xJusterskruv 1xAxelskruv 2xAxelfäste 1xSkruvfäste 8xPinne	11h 19m	211,28 g	44,16 kr
Totalt	Alla delar	11h 19m	211,28 g	44,16 kr

### 4.3.3 Kaströrelse

För modellen med kaströrelse finns två stycken STL-filer som efter utskrift ger det kompletta modellkitet och en hållplatta. I Tabell 4.6 sammanställs utskriftstiden och materialåtgången för dessa STL-filer.

**Tabell 4.6:** Översikt över olika STL-filers utskriftstider, materialåtgång och kostnad. Vilka delar av kaströrelsemodellen de olika filerna innehåller visas också varav i understa raden visas totalen.

STL-fil	Innehåller	Utskriftstid	Materialåtgång	Kostnad
Kaströrelsekit	1xRamp 1xMålfäste 1xMålkorg 1xExtra ramp 4xPlugg 1xBred plugg 2xHalvsfär	8h 40m	236,5 g	49,43 kr
Hållplatta	1xHållplatta	1h 5m	42,16 g	8,81 kr
Totalt	Alla delar	9h 45m	278,66 g	58,24 kr

# 5

## Diskussion

I detta kapitel diskuteras projektets resultat i förhållande till de uppställda kraven och den bakomliggande teorin. Varje modell analyseras utifrån hur väl den uppfyller sin kravspecifikation och hur väl den slutliga modellen stämmer överens med den teoretiska förväntningen. Därefter berörs även relevanta etiska aspekter kopplade till projektet. Avslutningsvis lyfts utvecklingsmöjligheter för respektive modell.

### 5.1 Uppfyllande av kravspecifikation

I det här avsnittet utvärderas hur väl de olika modellerna uppfyller kraven som ställdes i deras respektive kravspecifikation.

#### 5.1.1 Trissa

Modellkitet med trissor uppfyller kravspecifikationen till stor del, men har några brister och utvecklingspotentialer. Uppställningen blev stabil även vid användning av lite tyngre vikter. Den blev även flexibel som var en av utgångspunkterna, där trissorna enkelt kan placeras på olika ställen av väggen och även både ställas på ett bord samt hängas vid en bordskant. Modellkitet bedöms ha god tålighet då det klarat transport och hantering utan skador, trots att det inte hanterats med extrem försiktighet. Materialkostnaden var låg och det finns god möjlighet att skriva ut särskilda delar om något skulle gå sönder.

#### 5.1.2 Lutande plan

Det lutande planet uppfyller kravspecifikationen väl då modellen fungerar som tänkt, är enkel att montera och har låg materialkostnad. Det är svårt att säga hur lång hållbarheten blir på sikt, men eftersom konstruktionen är modulär går det enkelt att byta ut enskilda delar om något skulle gå sönder. Möjliga förbättringar diskuteras vidare i avsnitt 5.4, men sett till de krav som ställdes från början kan modellen ses som ett lyckat resultat.

### 5.1.3 Kaströrelse

Modellen för kaströrelse uppfyller samtliga ställda krav och uppfyller även de önskade funktionerna. Under konstruktions- och tillverkningsfasen utgjorde utvecklingen av ett system för god transportabilitet samt en kostnads- och tidseffektiv modell de största utmaningarna. Huvudfokus under utvecklingsarbetet låg därför på dessa aspekter.

Transportabiliteten säkerställdes genom att utforma samtliga komponenter så att de kan fästas i varandra. På så vis möjliggörs sammankoppling av flera modellkit, vilket förenklar både transport och förvaring.

För att uppnå hög kostnadseffektivitet genomfördes modifieringar av komponenterna i syfte att eliminera överflödiga delar och minska onödigt utrymme. Konstruktionen omarbetades även för att minimera behovet av stödmaterial vid tillverkning. Slutligen optimerades inställningarna i slicerprogramvaran för att ytterligare reducera materialåtgång och maximera tideffektiviteten.

Ett problem som kan förekomma vid 3D-skrivning är att vissa delars dimensioner kan avvika med mindre än en millimeters skillnad. Pluggarna är dimensionerade med samma radie som hålen de ska fästas i, blir en utskrivna pluggs radie då större än hålet det ska fästas i blir det svårt att trycka in den i sin plats. Ifall pluggens radie är mindre än hålet sitter den däremot inte fast. Problemet kan eventuellt medföra svårare installation av pluggar eller behov av lim. Detta är inget större problem då pluggarna bara installeras en gång efter 3D-skrivning och ska sitta fast efter det. Därtill förekommer problemet väldigt sällan.

## 5.2 Teorins överensstämmelse med verkligheten

Teoretiska förutsägelser kan ibland avvika från experimentella resultat, vilket kan bero på förenklingar i beräkningarna eller påverkan av externa faktorer. I detta kapitel diskuteras i vilken utsträckning teorin bakom modellerna överensstämmer med verkligheten.

### 5.2.1 Trissa

En del av uppställningarna som beskrevs i Kapitel 2 fungerade inte lika väl i verkligheten. Uppställningarna enligt figurerna Figur 2.1 och Figur 2.2 fungerade däremot väl. Det gick smidigt att ställa upp dessa och en tydlig skillnad i kraften som behövs

för att lyfta vikten kunde kännas mellan de två uppställningarna. För att exakt få reda på kraften som behövs för att lyfta vikten mellan de två uppställningarna behövs dock ett mätverktyg som exempelvis en dynamometer. Uppställningarna enligt figurerna Figur 2.3, Figur 2.4 och Figur 2.5 fungerade däremot inte lika väl. De gick relativt enkelt att ställa upp men de rörliga trissorna följde inte jämnt med när snöret drogs. Detta resulterar i att enbart den rörliga trissan närmast snöret som dras nedåt följde med. Den mekaniska fördelen går därmed inte att känna fullt ut eftersom det kräver att alla de rörliga trissorna samverkar för att generera kraftminskningen. Det blir även svårt att mäta sträckan som behöver dras för att lyfta vikten en viss sträcka och därigenom beräkna arbetet.

### 5.2.2 Lutande plan

Modellen har vissa begränsningar när det gäller hur väl den stämmer överens med teori. Men det viktiga är inte perfekta värden, utan att ge en känsla för hur friktion fungerar och hur olika faktorer påverkar resultatet. Vid tester med en 3D-utskrivna plastlådan erhöles en friktionskoefficient på ungefär 0,3–0,4, vilket är rimligt för plast mot plast. För att få ett så bra värde som möjligt är det viktigt att modellen står helt still, eftersom små rörelser kan påverka när lådan börjar glida. Det framgick också att resultatet varierar beroende på om lådan ligger på kortsidan eller långsidan, vilket visar att saker som kontaktyta och tyngdpunkt spelar roll, även om det inte tas upp i den förenklade teorin. Det är också bra att komma ihåg att varje modell som skrivs ut i 3D-skrivare kan ha små variationer. Detta påverkar dock inte syftet, då modellen fungerar fortfarande bra för att se relationen mellan ett objekt på det lutande planet och friktionskraften.

### 5.2.3 Kaströrelse

Modellen är väl lämpad för att demonstrera det avsedda fenomenet. Däremot förekommer ett problem med extra rampen. Om kulan släpps från en nivå högre än 12 med extra rampen färdas den snett och missar hela målfästet. Orsaken bakom detta antas vara att extra rampens bana är för kort och därmed inte leder kulan rätt. Men släpps kulan från nivå 12 eller lägre så går det ändå att genomföra uppgifterna från instruktionsbladet.

### 5.3 Etiska aspekter

Behovet av kompetenta ingenjörer och fysiker kommer alltid att finnas i alla samhällen och de viktigaste komponenterna för att tillfredsställa detta behov är en bra utbildning samt hög efterfrågan från studenter att vidareutbilda sig. Detta projekt inriktade sig på att ta fram undervisningsmaterial för gymnasieelever inom mekanik via 3D-skrivning där syftet var att modellerna skulle kunna användas för att öka eleverns förståelse inom mekanik. Målet var att de färdiga modellerna skulle kunna 3D-skrivas och användas av lärare på gymnasieskolor och underlätta i undervisningen. En etisk aspekt som togs hänsyn till var de miljömässiga där materialval och materialkvantitet var viktiga parametrar vid genomförandet av projektet. För ett hållbart projekt låg fokus på att minska materialanvändningen samt välja material som har låg klimatpåverkan. Den tidiga idégenereringen med en utvecklingsprocess resulterade i att antalet prototypframställningar kunde minimeras och onödigt materialsläseri undvikas. Dock var alla insikter inte möjliga att se innan utskrift och en del modeller skrevs därmed ut som sedan inte kunde användas. Materialet som användes vid utskrift är dock återvinningsbart, vilket innebär att de icke-fungerande utskriften kunde läggas till återvinning.

De som berörs av projektets arbete är lärare och elever och anses enbart ha en positiv påverkan där modellerna kan hjälpa både lärare och elever. Projektet anses inte påverka marknaden för övrigt kursmaterial som exempelvis kurslitteratur då modellernas syfte är att vara ett komplement i undervisningen och inte ersätta redan befintligt kursmaterial. En annan etisk aspekt är att alla gymnasier troligen inte har tillgång till 3D-skrivare, men utifrån den tekniska utvecklingen i samhället är tron att 3D-skrivare kommer bli allt vanligare i framtiden. Den ekonomiska aspekten anses liten då filamentet som användes är relativt billigt. I skrivande stund kostar 1 kg E-PLA omkring 179-239 kr [22].

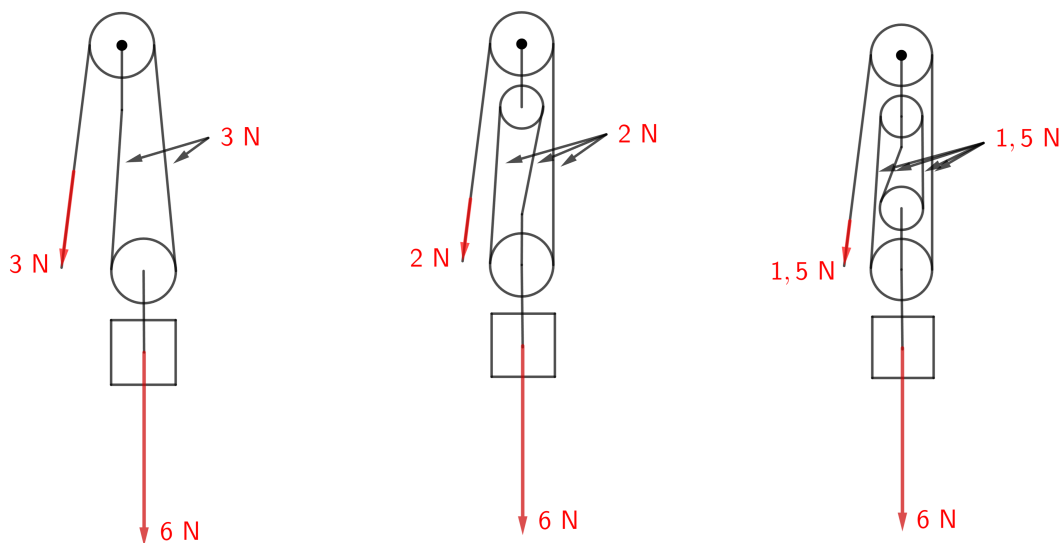
### 5.4 Vidareutveckling

Det fanns många förbättringsmöjligheter under projektets gång och vid varje utskrift identifierades nya sätt att optimera modellerna. I slutet av projektet behövde dock vidare förbättringar avbrytas för att ge utrymme åt rapportskrivning och resultatsammanställning. Precis som i verkliga utvecklingsprocesser är det möjligt att ständigt förbättra produkter. Nedan presenteras några av de förbättringsmöjligheter som noterats för fortsatt vidareutveckling av modellerna.

### 5.4.1 Trissa

Vid testning av triss-uppställningen visade det sig att konstruktionen inte fungerade lika väl i praktiken som i teorin för vissa av uppställningarna. Ett av de största problemen var att trissorna var svåra att hålla stabila, vilket delvis löstes genom att använda en förbättrad modell med skyddshölje. Trots detta uppstod nya utmaningar, när uppställningen kopplades enligt exempelvis Figur 2.5, och trissan längst till vänster rörde sig uppåt tillsammans med repet, medan de övriga förblev på ungefär samma höjd. Enligt teorin skulle alla rörliga trissor stiga samtidigt i horisontell riktning.

Detta beteende är troligtvis svårt att åtgärda i praktiken, eftersom små variationer i friktion, viktfördelning eller rörelsefrihet mellan trissorna påverkar systemets funktion. En möjlig lösning vore att utveckla en annan typ av triss-system, anpassat för att kunna demonstrera samma princip i en mer vertikal uppställning samtidigt som den mekaniska fördelen fortfarande tydligt illustreras. Ett exempel är uppställningarna som illustreras i figurerna Figur 5.1, Figur 5.2 och Figur 5.3.



**Figur 5.1:** Uppställning med en rörlig trissa som ger en mekanisk fördel på 2. Lastens tyngd är 6 N, vilket fördelas jämnt på de två repsegmenten som bär lasten. Spänningen i varje repsegment blir därför 3 N.

**Figur 5.2:** Uppställning med två rörliga trissor som ger en mekanisk fördel på 3. Lastens tyngd är 6 N, vilket fördelas jämnt över tre repsegment. Spänningen i varje repsegment blir därför 2 N.

**Figur 5.3:** Uppställning med tre rörliga trissor som ger en mekanisk fördel på 4. Lastens tyngd är 6 N, vilket fördelas jämnt över fyra repsegment. Spänningen i varje repsegment blir därför 1,5 N.

Mindre detaljer för att förbättra modellkitet för triss-systemet finns också. Pinnen som används för att hålla ihop trissan med sitt skyddshölje borde haft en kvadratisk topp istället för nuvarande rektangulära form. Detta för att det inte skulle spela någon roll vilket håll man sätter in den på. Det hade även gjort det möjligt att använda plattan som sammanlänkar och håller ihop trissorna att kunna användas både vertikalt och horisontellt. Den mindre trissan på insidan av den något större borde även designats med mindre diameter. På vissa skrivare skrevs de två delarna ihop något och de behövde då lirkas loss från varandra för att den yttre skulle kunna rotera fritt runt den inre. Detta hade kunnat undvikits genom att göra den inre med något mindre diameter.

Det hade även varit önskvärt att ha en praktisk lösning för att förvara alla små delar som används i modellkitet, såsom skruvar, muttrar och trissor. En vidareutveckling skulle därför kunna inkludera en särskild förvaringsenhet som kan 3D-printas, exempelvis en låda eller en modulär ask med fack, där varje komponent får sin plats. Detta skulle underlätta både hantering, transport och ordning vid användning i undervisning eller laborationer och minska risken för att delar tappas bort.

### 5.4.2 Lutande plan

Modellen fungerar bra för enklare laborationer om friktion, men det finns flera saker som skulle kunna förbättras. En förbättring är att märka ut var på planet testobjektet ska placeras för att alltid placera på samma plats. Det minskar risken för variation i resultaten beroende på mikroskopiska skillnader i ytan.

En annan förbättringsmöjlighet vore att göra topplattan utbytbar för att kunna använda olika underlag som plast, trä eller gummi. Med nuvarande modell förändras friktionen genom att byta ut objektet, men det skulle ge mer möjligheter om även underlaget kunde varieras. Till exempel för att kunna se skillnaden mellan gummi mot plast jämfört med gummi mot gummi. Ett enkelt skydd eller en låda skulle även kunna tas fram för att lättare kunna transportera modellen utan att delar tappas bort eller går sönder.

Det hade även varit värdefullt att hitta ett sätt att skriva ut planet så att olika ytfinish uppstod, till exempel genom att justera lagerhöjd eller använda olika efterbehandlingar. Det skulle kunna visa hur ytors struktur påverkar friktionen, även om det är samma material. Även en tillhörande anpassad gradskiva är något som skulle kunna förbättra modellens användarvänlighet.

### 5.4.3 Kaströrelse

Den framtagna modellen för kaströrelse har hög anpassningsbarhet och modularitet, vilket möjliggör flexibel användning i olika experimentella sammanhang. Modellens fästmekanismer har hög standardisering vilket medför att användare själv kan vidareutveckla och konstruera ytterligare komponenter vid behov. Dessa kan användarna sedan fästa på de befintliga komponenterna för att uppvisa olika utfall. Modellen kan underlätta förståelsen för kaströrelsens och energiomvandlingens principer vilket gör modellen välfungerande som pedagogiskt verktyg. Trots modellens styrkor kvarstår problem med extra rampen som nämnts tidigare. För att åtgärda detta bör en extra ramp med längre bana designas.

# 6

## Slutsats

I detta kapitel sammanfattas de viktigaste insikterna från den föregående diskussionen.

### 6.1 Slutsats

Syftet med projektet var att utveckla 3D-skrivna modeller för att underlätta undervisningen av mekanik på gymnasienivå. Arbetet inleddes med en förstudie, följt av kravspecifikation för modellerna, därefter modellering och 3D-utskrift, och avslutades med framtagning av instruktionsblad. Tre modeller utvecklades; ett system med trissor, ett lutande plan och en ramp. Det utvärderas dels mot deras utskriftstid, kostnad, miljöpåverkan, användarvänlighet och överensstämmelsen med teorin. Modellerna motsvarade kravspecifikationen i varierande grad men var alla funktionella och uppvisade potential som undervisningsmaterial enligt deras utvärderingskriterier. Trots detta finns det som i många projekt förbättringsmöjligheter. Tack vare modellernas höga modularitet är det enkelt att byta ut, förbättra och lägga till fler delar, vilket gör dem anpassningsbara.

# Litteratur

- [1] L. Cuban, *Teachers and Machines: The Classroom Use of Technology since 1920*. New York, NY, USA: Teachers College Press, 1986. [Online]. Hämtad: 2025-05-02.
- [2] N. Selwyn, *Education and Technology: Key Issues and Debates*, 1. uppl., London, U.K.: Bloomsbury Publishing Plc, 2011. [Online]. Tillgänglig: <https://ebookcentral.proquest.com/lib/chalmers/detail.action?docID=661054>, Hämtad: 2025-05-02.
- [3] M. Prince, “Does active learning work? A review of the research,” *Journal of Engineering Education*, vol. 93, nr. 3, ss. 223-231, Jul. 2004. [Online]. Tillgänglig: <https://doi.org/10.1002/j.2168-9830.2004.tb00809.x>
- [4] S. Freeman, S. L. Eddy, M. McDonough, M. Okoroafor, H. Jordt, M. P. Wenderoth och M. K. Smith, “Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics,” *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, vol. 111, nr. 23, ss. 8410-8415, Jun. 2014. [Online]. Tillgänglig: <https://doi.org/10.1073/pnas.1319030111>
- [5] L. S. Vygotsky, *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Red. M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner och E. Souberman, Cambridge, MA, USA: Harvard University Press, 1978.
- [6] J. McNaughtan, R. Litsey och N. Morelock, “Fabricating concepts: Using custom 3D models to teach abstract concepts,” *Journal of Applied Research in Higher Education*, vol. 13, nr. 4, ss. 1085–1096, 2021. [Online]. Tillgänglig: <https://doi.org/10.1108/JARHE-06-2020-0172>, Hämtad: 2025-03-09.
- [7] R. Kumar, H. Sharma, C. Saran, T. S. Tripathy, K. S. Sangwan och C. Herrmann, “A Comparative Study on the Life Cycle Assessment of a 3D Printed Product with PLA, ABS & PETG Materials,” *Procedia CIRP*, vol. 107, ss. 534–

- 539, 2022. [Online]. Tillgänglig: <https://doi.org/10.1016/j.procir.2022.04.003>
- [8] Prusa Research, “Josef Prusa acquires US-based company Printed Solid, Inc.”, *Pressmeddelande*, maj 2022. [Online]. Tillgänglig: [https://www.prusa3d.com/en/article/josef-prusa-acquires-us-based-company-printed-solid-inc-\\_230651/](https://www.prusa3d.com/en/article/josef-prusa-acquires-us-based-company-printed-solid-inc-_230651/), Hämtad: 2025-05-11.
- [9] CDIO, “CDIO Standards 2.0.”, [Online]. Tillgänglig: <https://www.cdio.org/implementing-cdio/standards/12-cdio-standards>, Hämtad: 2025-05-08.
- [10] J. Piaget, *Science of Education and the Psychology of the Child*, New York: Orion Press, 1970.
- [11] S. Ainsworth, “DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations,” *Learning and Instruction*, vol. 16, nr. 3, ss. 183–198, 2006. [Online]. Tillgänglig: <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.03.001>
- [12] T. de Jong och W. R. van Joolingen, “Scientific discovery learning with computer simulations of conceptual domains,” *Review of Educational Research*, vol. 68, nr. 2, ss. 179–201, 1998. [Online]. Tillgänglig: <https://www.jstor.org/stable/1170753>
- [13] Skolverket, “Fysik 2 – kursplan (GY2025),” *Skolverket*, 2024. [Online]. Tillgänglig: <https://www.skolverket.se/undervisning/gymnasieskolan/laroplan-program-och-amnen-i-gymnasieskolan/gymnasieprogrammen/amne-gy2025?subjectCode=FYSK&courseCode=FYSK2000X>, Hämtad: 2025-05-02.
- [14] Husaini, T. E. Putra och S. Novriandika, “Study of Failure Analysis of a Fracture Crankshaft Pulley Used on a Truck Engine,” i *Proc. 6th Int. Conf. on Advanced Materials, Mechanics and Structural Engineering (AMMSE)*, Seoul, South Korea, Okt. 2019, vol. 739, *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, Art. nr. 012018, Feb, 2020. [Online]. Tillgänglig: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/739/1/012018>
- [15] R. C. Hibbeler, *Engineering Mechanics: Statics and Dynamics*, New York: Macmillan, 1974.
- [16] L. S. Myneni och N. H. Narayanan, “ViPS: An intelligent tutoring system for exploring and learning physics through simple machines,” i *Proc. 4th Int. Conf.*

- on Computer Supported Education (CSEDU)*, Porto, Portugal, Apr. 2012, ss. 240–246. [Online]. Tillgänglig: <https://www.scitepress.org/Papers/2012/39247/39247.pdf>
- [17] F. P. Beer, E. R. Johnston och D. F. Mazurek, *Vector Mechanics for Engineers: Statics and Dynamics*, 7th ed., Boston: McGraw-Hill Higher Education, 2004.
- [18] S. J. Ling, J. Sanny, and W. Moebis, “*University Physics Volume 1*”, OpenStax, 2016. [Online]. Tillgänglig: <https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/1-introduction>, Hämtad: 2025-05-12.
- [19] Autodesk, “Autodesk Education Community,” [Online]. Tillgänglig: <https://www.autodesk.com/education/home>, Hämtad: 2025-05-13.
- [20] Prusa Research, “Original Prusa MK4 är här: Alltid perfekt första lager, hög hastighet...,” [Online]. Tillgänglig: [https://blog.prusa3d.com/announcing-original-prusa-mk4\\_76585/?utm\\_source=chatgpt.com](https://blog.prusa3d.com/announcing-original-prusa-mk4_76585/?utm_source=chatgpt.com), Hämtad: 2025-05-13.
- [21] T. Boissonneault, “3D Print Warping (PLA, PETG, ABS): 6 Simple Fixes,” Wevolver, 5 maj 2025. [Online]. Tillgänglig: [https://www.wevolver.com/article/3d-print-warping?utm\\_source=chatgpt.com](https://www.wevolver.com/article/3d-print-warping?utm_source=chatgpt.com), Hämtad: 2025-05-13.
- [22] 3DPrima, “Filament,” [Online]. Tillgänglig: <https://www.3dprima.com/se/filament-resin/filament>, Hämtad: 2025-02-11.
- [23] R. Fischer, A. Götberg, E. Löfgren och B. Sihlbom, “Studio i mekanik och hållfasthetslära: Systematisk digitalisering och organisering av studio med laborationer i mekanik och hållfasthetslära,” Kandidatarbete, Institutionen för mekanik och maritima vetenskaper, Chalmers tekniska högskola, Göteborg, Sverige, 2023. [Online]. Tillgänglig: <http://hdl.handle.net/20.500.12380/306565>
- [24] *Mekanik\_i\_3D*, *MakerWorld profil*. [Online]. Tillgänglig: [https://makerworld.com/en/@Mekanik\\_i\\_3D/upload](https://makerworld.com/en/@Mekanik_i_3D/upload)

A

Intervju

### **Intervju med universitetslärare - Tekniskt basår**

**Datum:** 2025-02-14 **Tid:** 11:00 **Plats:** IMS Studio 1

#### **Inledning**

Intervjun genomfördes med en föreläsare som undervisar på tekniskt basår. Syftet med intervjun var att få insikt i hur modeller används i undervisningen inom mekanik samt vilka utmaningar som finns kopplade till detta.

---

#### **Frågor och Svar**

##### **Vilken årskurs undervisar du i?**

Jag undervisar på tekniskt basår, både på campus och på distans. För distansstudenter finns alla föreläsningar förinspelade. De studenter som studerar på plats kan delta i föreläsningarna i realtid. Dessutom finns förinspelade demonstrationsvideor (räknevideor) tillgängliga för samtliga studenter.

Att undervisa i klassrum har fördelen att man kan interagera direkt med studenterna och fånga upp vilka moment de upplever som svåra.

##### **Vilket/vilka ämne/ämnen undervisar du i?**

Jag undervisar i mekanik och termodynamik.

##### **Använder du i nuläget modeller för att underlätta undervisningen inom mekanik?**

Inte i någon större utsträckning, då det är opraktiskt att ta med större modeller till undervisningen. Det lutande planet är en av få modeller jag använder. Vanligtvis använder jag det som finns tillgängligt i salen, exempelvis kriter, kursboken och svamp. För att illustrera fysikaliska koncept som friktion använder jag föremål i rummet.

Jag har övervägt att använda simuleringar eller datormodeller, men har inte använt fysiska modeller regelbundet.

**Begränsas användningen av modeller under undervisningen av ekonomiska skäl?**

Ibland kan jag tänka att en viss modell skulle vara användbar, men jag är osäker på hur den skulle se ut för att på bästa sätt illustrera konceptet. Många gånger räcker det med enkla modeller.

**Har ni tillgång till en 3D-skrivare och material?**

Jag vet att det finns en 3D-skrivare, men jag upplever inte att jag har tillgång till den i nuläget.

**Vilka moment inom mekanik anser du är mest utmanande för elever att förstå och visualisera? Ge gärna konkreta exempel.**

Friktion är ofta utmanande för elever, särskilt när det gäller att förstå riktningen i olika situationer. Många tror att friktionen alltid verkar i samma riktning som rörelsen, medan den i själva verket alltid motverkar rörelsen eller potentiell rörelse. Ett vanligt exempel är ett föremål som glider nedför ett lutande plan – det kan vara svårt att visualisera att friktionen verkar uppför planet.

Friläggning är en annan utmaning, särskilt vid hantering av olika stöd och randvillkor. Trigonometri är också problematiskt i början, särskilt vid arbete med kraftkomponenter där sinus och cosinus används. Kraftmoment och momentjämvikt är också svårt, och det hade varit användbart att ha en fysisk modell som kan illustrera hävarmseffekten, till exempel en skiftnyckel.

**Tror du att elever är intresserade av fysiska modeller?**

Ja, jag tror att många elever skulle uppskatta det. Eftersom eleverna har varierande bakgrundskunskaper i fysik kan fysiska modeller underlätta förståelsen av komplexa koncept.

**Förslag på användbara modeller (rangordnat):**

1. Lägesenergi till rörelseenergi - mycket användbart
2. Lutande plan - användbart, särskilt med olika ytfinish
3. Trissor - används teoretiskt men skulle vara bra att visualisera
4. Friktion - viktigt och relevant
5. Rörelsemängd - mycket välkommet
6. Pendel - mindre relevant (ingår inte)

**Finns det någon annan modell du skulle vilja se i framtiden?**

Det vore bra med en modell som kan integrera flera koncept, eftersom tentor ofta kräver förståelse av flera moment samtidigt. Modellen bör vara portabel och inte för stor.

# B

## Kravs specifikation

### B.1 Trissa

Chalmers		Kravspecifikation		Referens (Kravställare)	
Dokumenttyp		Trissa		Avstälare	
Kvalifikations		Sida: 2/8924		Avstälare	
Uppdrags		Modellnr: 249504		Avstälare/Handledare	
Funktion		Måttavsett		Intervju	
Kategori		Kvalitet		Intervju	
Kategori		Kvalitet		Handledare	
Hålls det trissa på plats					
Trissa ska kunna monteras och demonteras utan verktyg, men inte plats vid avställning					
Anpassningsbar till olika uppställningar					
Kan monteras i minst två olika uppställningar					
Lätt att transportera inlokalen					
Vikt < 1 kg					
1. Prestanda					
1.1	Monteringstid	< 5 min	K	1	Intervju
1.2	Belastning	> 0.5 kg	K	2	Handledare
2. Material					
2.1	Minska avställningen av material	< 1 kg	K	1	Handledare/Handledare enligt PrusaSlicer
2.2	Minska avställningen av material	< 0.5 kg	O	3	Handledare/Handledare enligt PrusaSlicer
2.3	Komponenterna ska tillverkas i PLA	Ja	K	2	Handledare/Handledare enligt PrusaSlicer
3. Miljö					
3.1	Material med låg miljöpåverkan	x kg filament	K	1	Handledare
4. Ljudnivå					
4.1	Ljudnivå för normalt slitage	> 2 dB	K	1	Handledare/Handledare enligt PrusaSlicer
5. Storlek					
5.1	Maximal dimension	Max 21 x 21 x 2 cm	K	1	Handledare/Handledare enligt PrusaSlicer
6. FFB					
6.1	Inköperpris/filamentpris	< 300 kr/stulle	K	2	Handledare/Handledare enligt PrusaSlicer
6.2	Tillverkningskostnad	< 100 kr/st	K	1	Handledare/Handledare enligt PrusaSlicer
6.3	Tillverkningskostnad	< 50 kr/st	O	3	Handledare/Handledare enligt PrusaSlicer
7. Tillverkningsmetod					
7.1	Tillverkningsmetod	< 18 h	K	1	Handledare/Handledare enligt PrusaSlicer och kabel
7.2	Tillverkningsmetod	< 15 h	O	2	Handledare/Handledare enligt PrusaSlicer och kabel

Figur B.1: Kravspecifikationen för uppställningen med trissor.

## B.2 Lutande plan

Chalmers	Dokumenttyp Kandidatarbete	Kravspecifikation Lutande plan		Kvalitetsmål	Pris (1-Högst)	Verifikationsmetod	Referens (Kvalitetsmål)
		Uppfattare: Projektgrupp	Skapat: 250324 Modifierat: 250504				
Funktion		Kvalitetsmål					
Kapacitet:		Material					
	Ha ett lutande plan	Platser ska ha en lutning synlig nog att tydligt demonstrera friktion		K	1	Testa produkten genom praktisk användning	Användare
	Anpassningsbar lutning på planet	Kan justera till minst två olika vinklar		K	2	Monteringsaset i olika konfigurationer	Användare/Handledare
	Lätt att transportera modellen	Vikt < 1 kg		K	3	Simulering i PrusaSlicer + praktiskt test	Intervju
<b>1. Prestanda</b>							
1.1	Monteringstid	< 5 min		K	1	Montera/ tidsstudie	Intervju
1.2	Belastning	> 0.5 kg		K	2	Viktest med standardvikter	Handledare
<b>2. Material</b>							
2.1	Minska användningen av material	< 1 kg		K	1	Materialförbrukning enligt PrusaSlicer	Produktplanering
2.2	Minska användningen av material	< 0.5 kg		Ö	3	Materialförbrukning enligt PrusaSlicer	Produktplanering
2.3	Komponenterna ska tillverkas i PLA	Ja		K	2	Granskning av materialval i CAD-PrusaSlicer	Produktplanering
<b>3. Miljö</b>							
3.1	Material med låg miljöpåverkan	x kg filament		K	1	Miljöanalys	Handledare
<b>4. Livslängd</b>							
4.1	Livslängd för normalt slitage	> 2 år		K	1	Långtidstest/ slitageprov	Produktplanering
<b>5. Storlek</b>							
5.1	Maximal dimension	Max 21 x 21 x 2 cm		K	1	Kontroll mot Prusa MK4:s byggevolymer	3D-utskrivaren/Användare
<b>6. Pris</b>							
6.1	Inköpspris filamentrulle	< 300 kr/rulle		K	2	Källa: återförsäljare	Produktplanering
6.2	Tillverkningskostnad	< 100 kr/st		K	1	Kosmadkalkyl	Produktplanering
6.3	Tillverkningskostnad	< 50 kr/st		Ö	3	Kosmadkalkyl	Produktplanering
<b>7. Tillverkningstid</b>							
7.1	Tillverkningstid	< 12 h		K	1	Programvaran PrusaSlicer och kalkyl	Produktplanering
7.2	Tillverkningstid	< 9 h		Ö	2	Programvaran PrusaSlicer och kalkyl	Produktplanering

Figur B.2: Kravspecifikationen för uppställningen med lutande plan.

## B.3 Kaströrelse

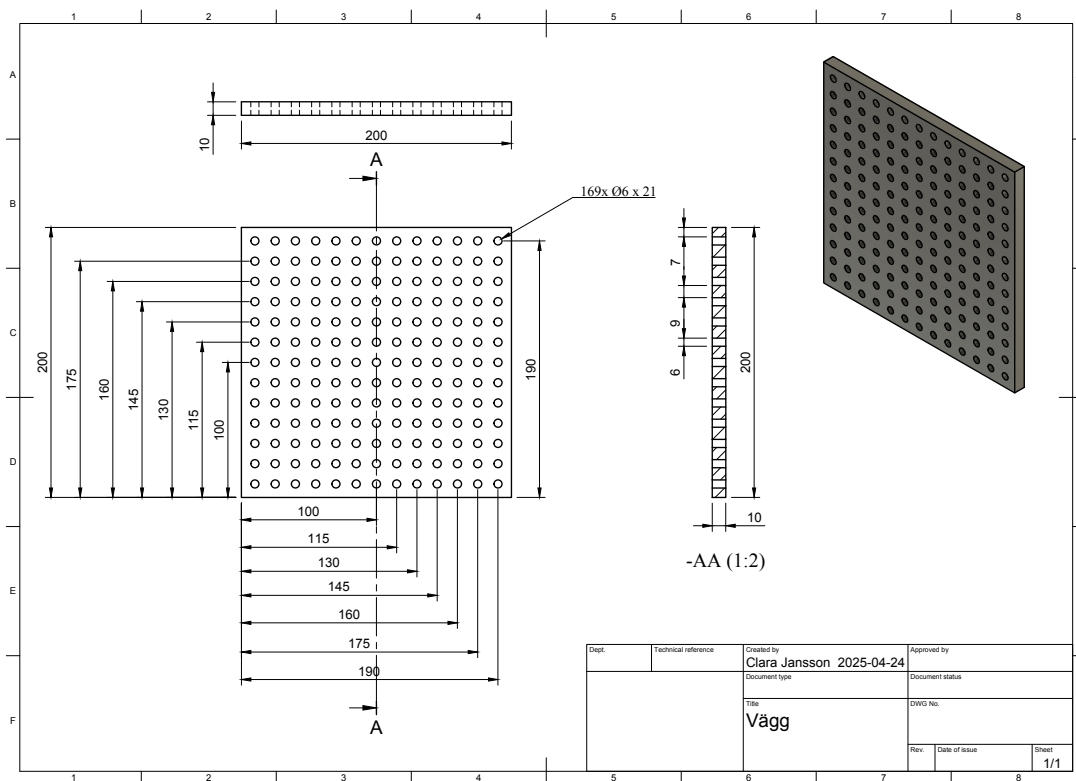
Chalmers		Dokumenttyp		Kravspecifikation		Referens (Krasvillera)	
Kandidatarbete		Kaströrelse		Skapad: 250324		Användare	
Uppfattare: Projektgrupp		Modifierad: 250504		Krav/Önskemål		Fris (1-tillgäst)	
Funktion		Måttavärde		Kvalitetsmätning		Referens (Krasvillera)	
Kapacitet:		Visuell representation av energiomvandling		Testa produkten genom praktisk användning		Användare	
Demonstrera energiprincipen		Modellen ska kunna skjuta ett föremål i bäge vid minst två olika inställningar		Monteringssteg i olika konfigurationer		Användare/Handledare	
Demonstrera kaströrelse		Vikt < 1 kg		Simulering i PrusaSlicer + praktiskt test		Intervju	
Lätt att transportera modellen		Monteringsstid < 1 min		Monter/ tidsstudie		Intervju	
<b>1. Prestanda</b>		1.1		K		K	
<b>2. Material</b>		2.1		K		K	
2.2		K		Ö		K	
2.3		K		K		K	
<b>3. Miljö</b>		3.1		K		K	
<b>4. Livslängd</b>		4.1		K		K	
<b>5. Storlek</b>		5.1		K		K	
<b>6. Pris</b>		6.1		K		K	
6.2		K		K		K	
6.3		Ö		K		K	
<b>7. Tillverkningsstid</b>		7.1		K		K	
7.2		Ö		K		K	

Figur B.3: Kravspecifikationen för uppställningen med kaströrelse.

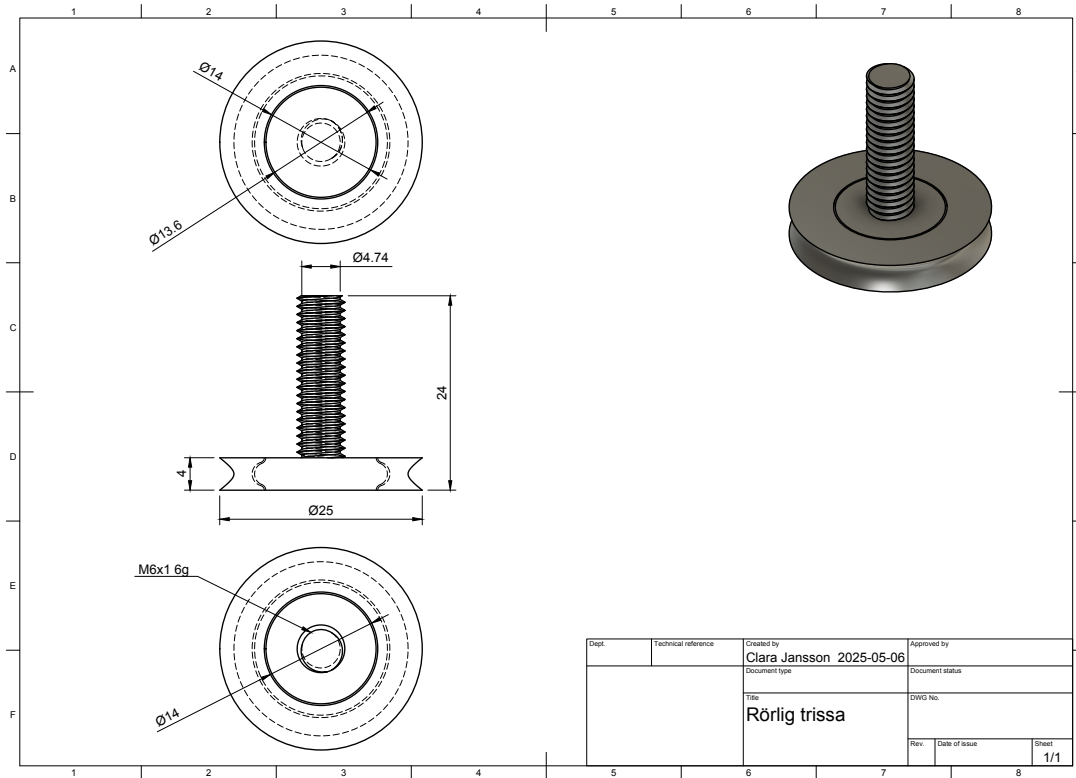
# C

## Ritningar

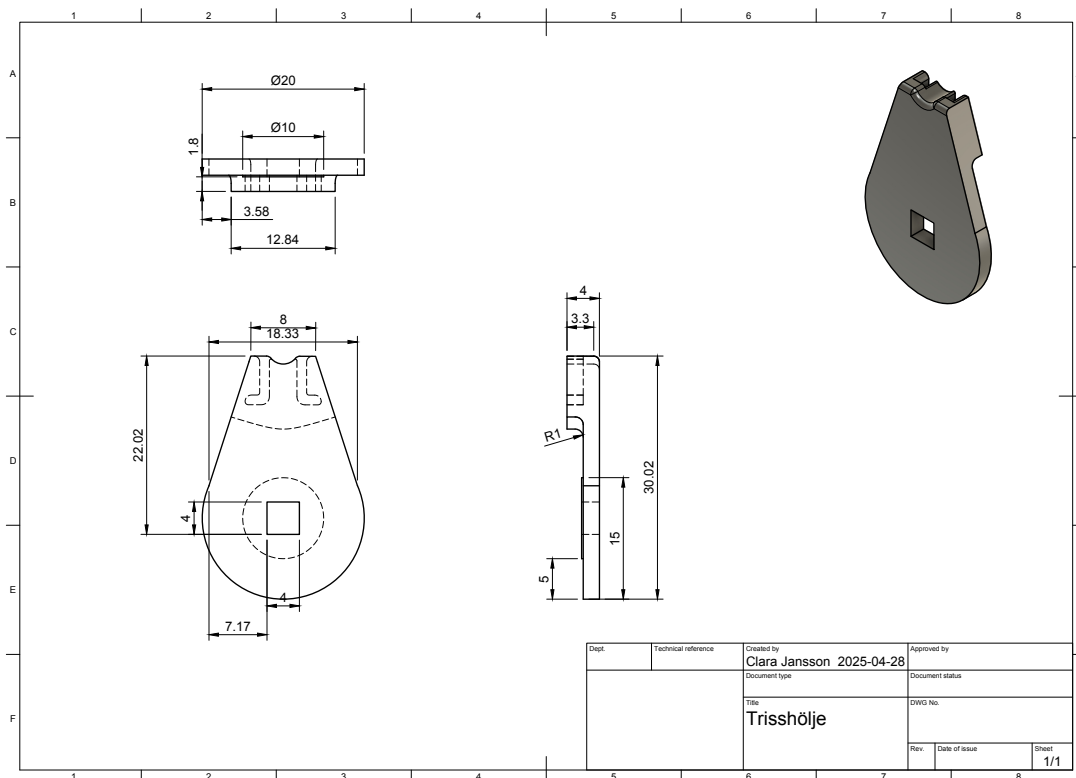
### C.1 Trissa



Figur C.1: Ritning över väggen för triss-uppställningen.

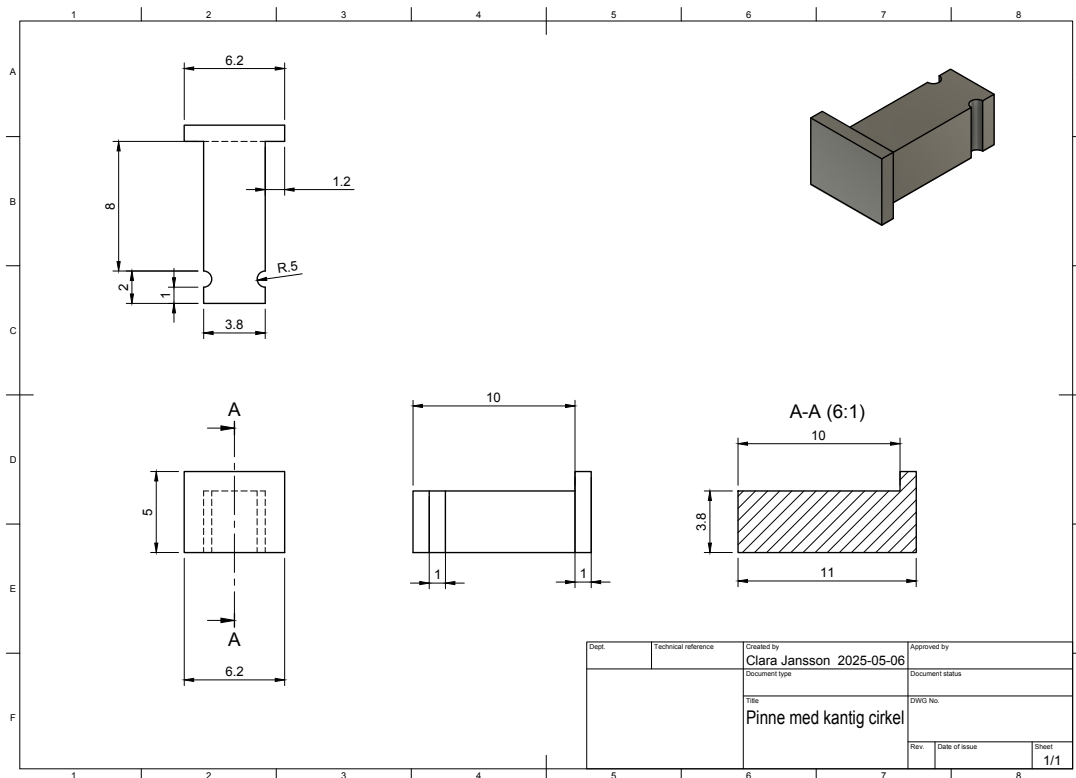


Figur C.2: Ritning över den fasta trissan.

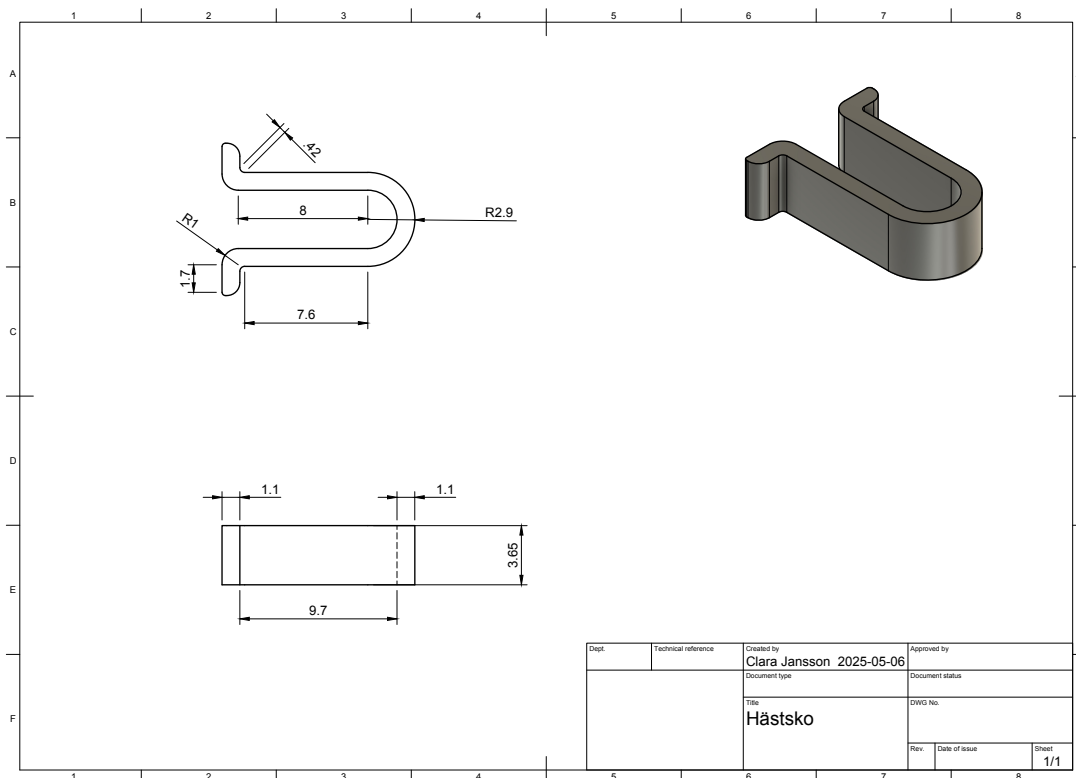


Figur C.3: Ritning över trisshöljet.

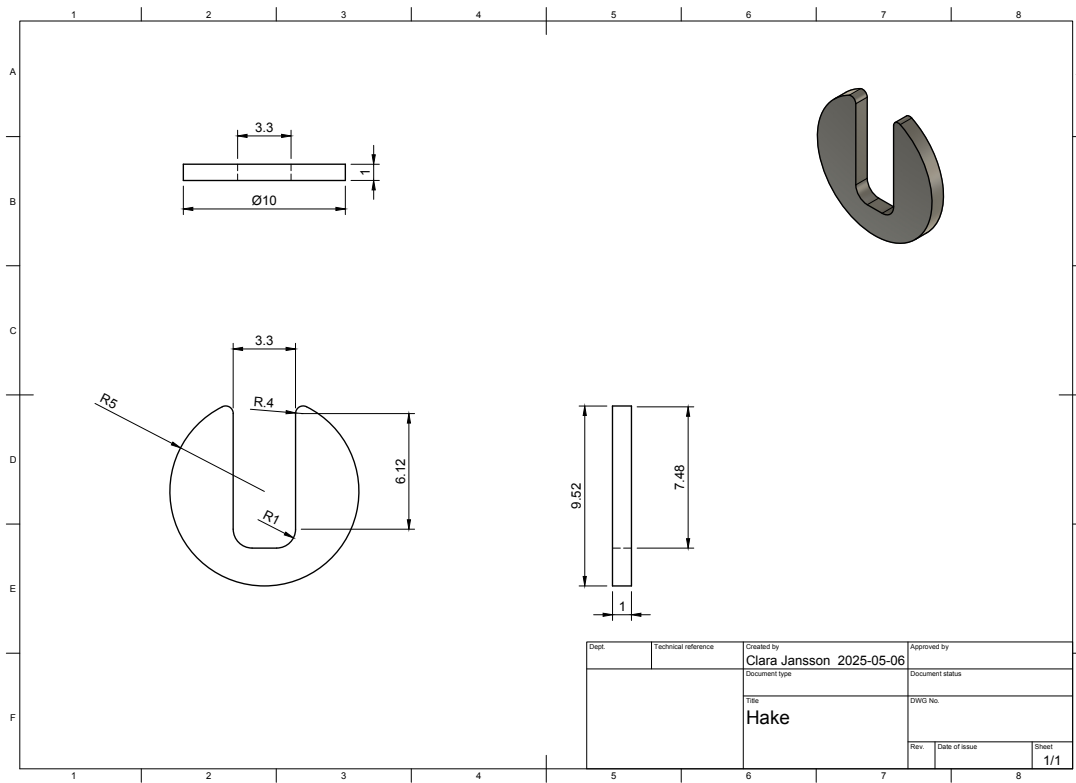
## C. Ritningar



Figur C.4: Ritning över pinnen som används för att sätta ihop den rörliga trissan.

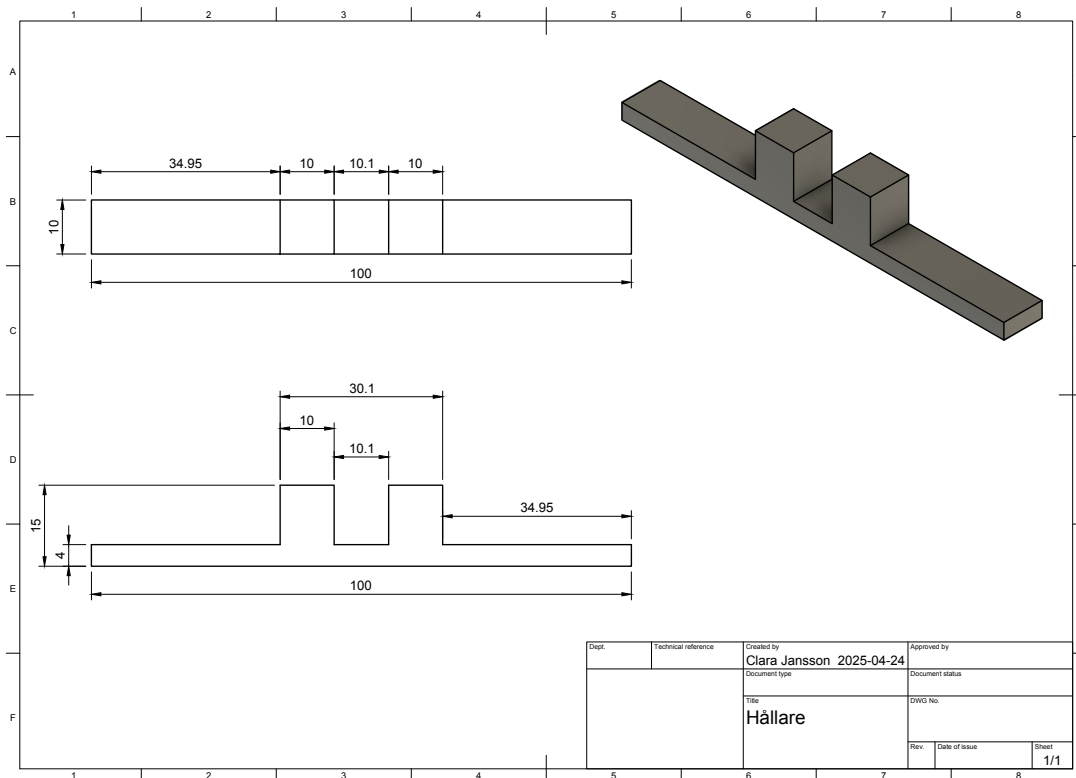


Figur C.5: Ritning över kroken för den rörliga trissan.

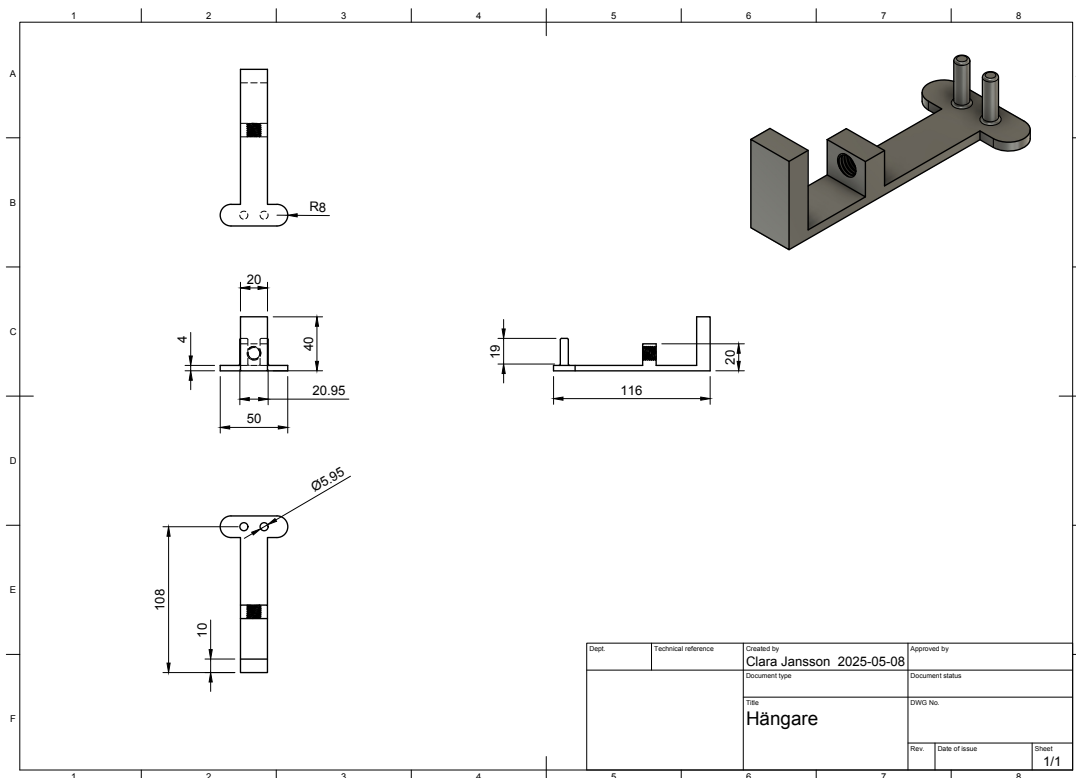


**Figur C.6:** Ritning över haken som används för att pinnen inte ska åka ut från den rörliga trissan.

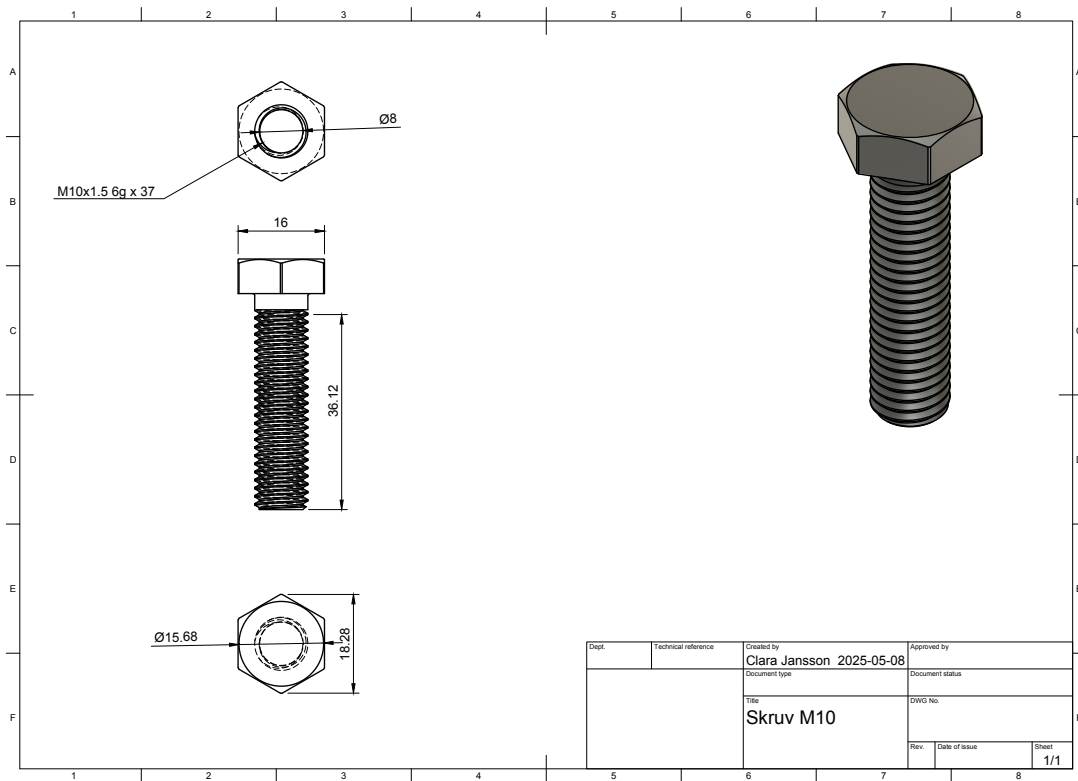
## C. Ritningar



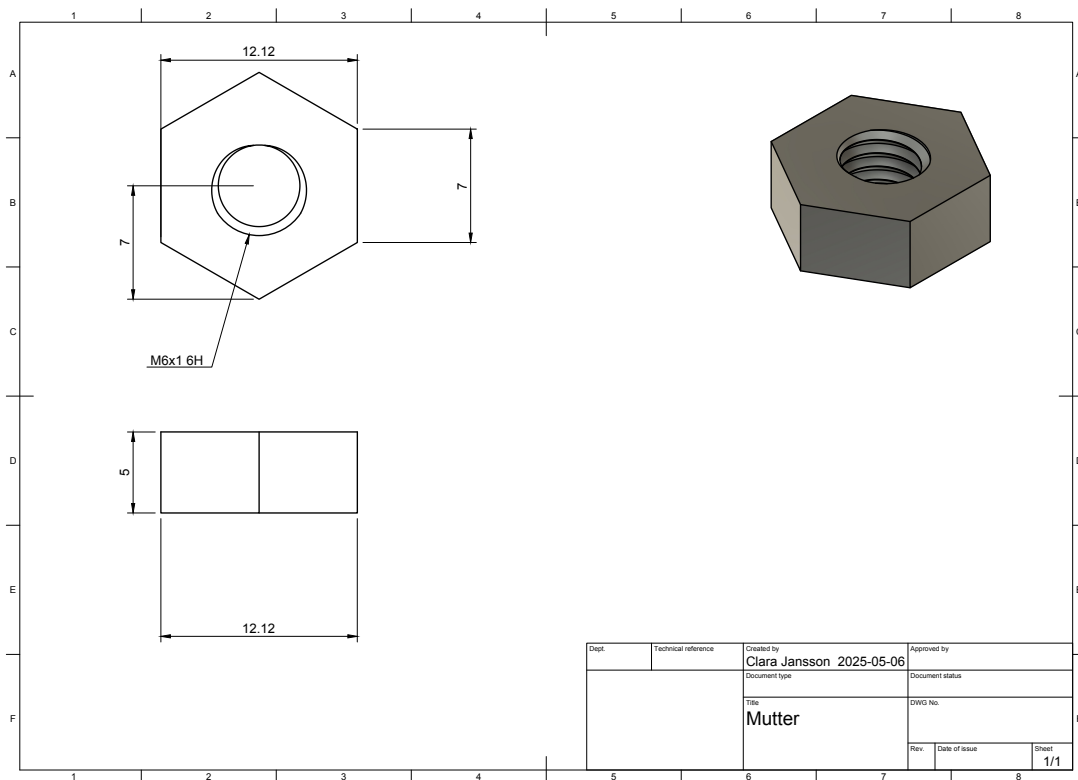
Figur C.7: Ritning över stödet för väggen för att ställa den på ett bord.



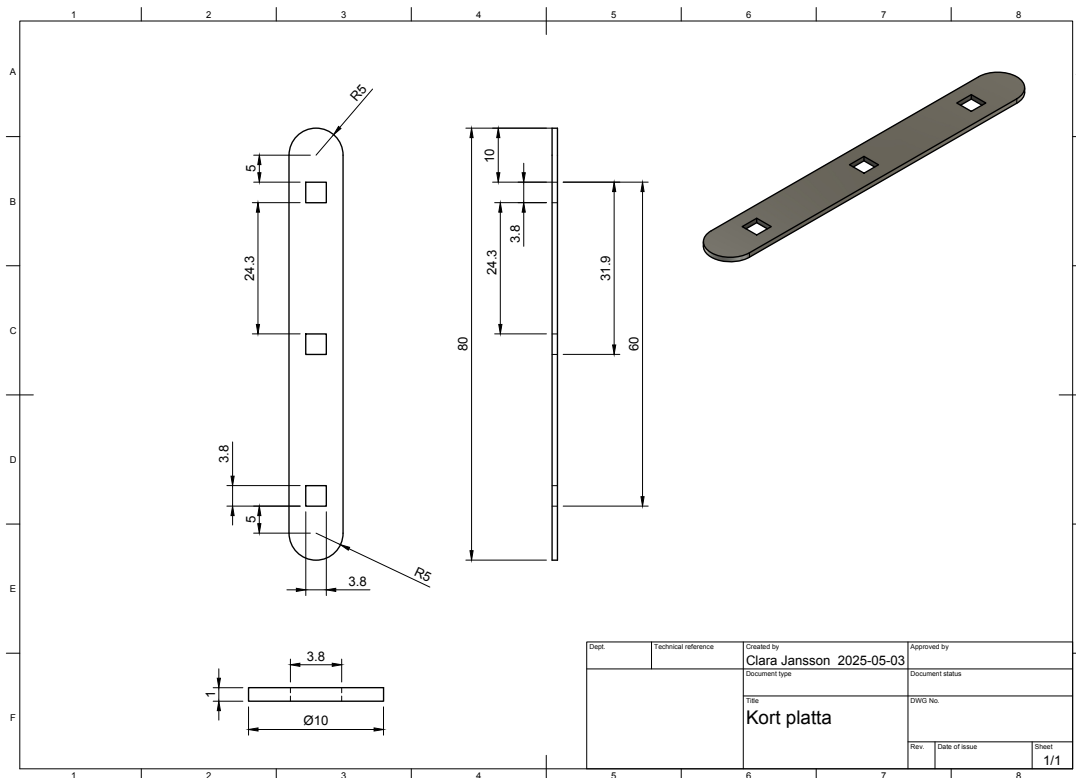
Figur C.8: Ritning över hångaren för att hänga väggen på en bordskant.



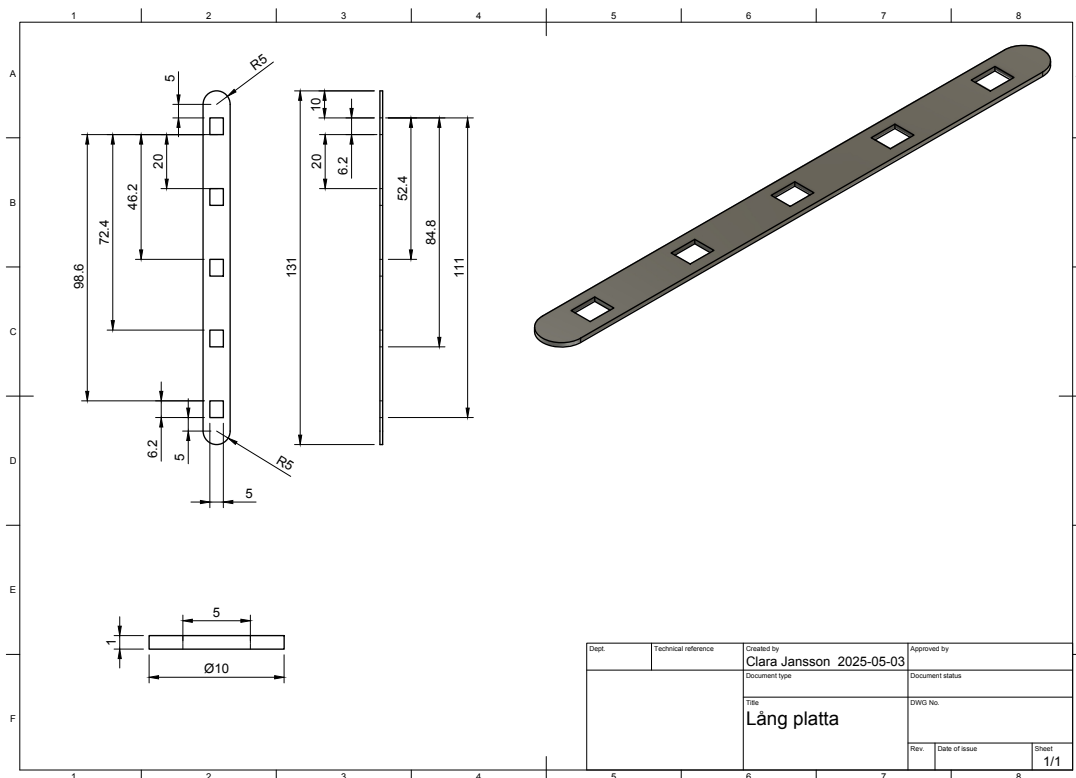
Figur C.9: Ritning för skruven som används till hängaren.



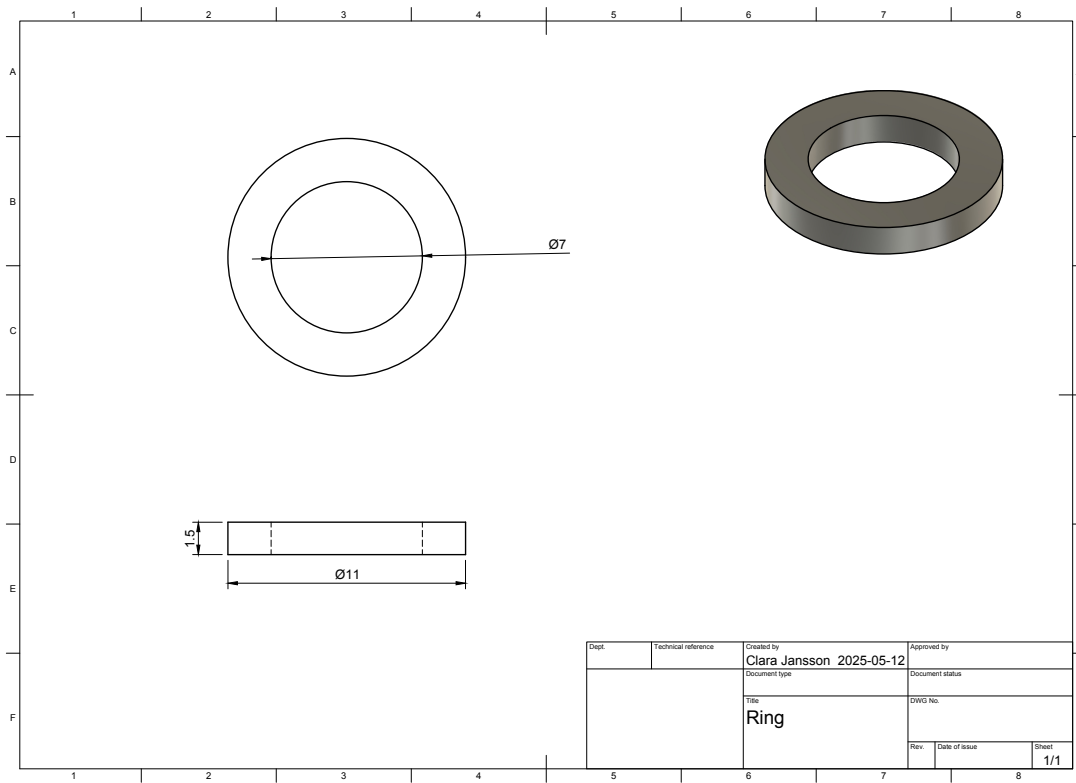
Figur C.10: Ritning över muttern som används till uppställningen med trissor.



Figur C.11: Ritning över plattan för att sammankoppla två rörliga trissor.

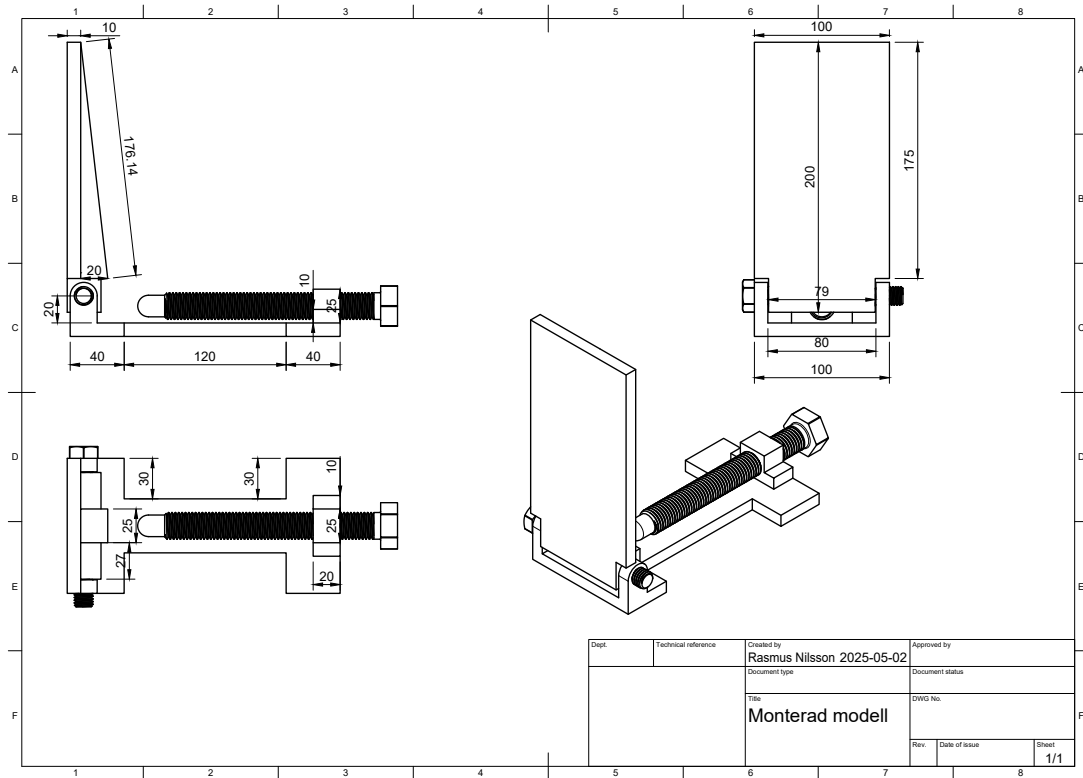


Figur C.12: Ritning över den långa plattan för att sammankoppla tre rörliga trissor.

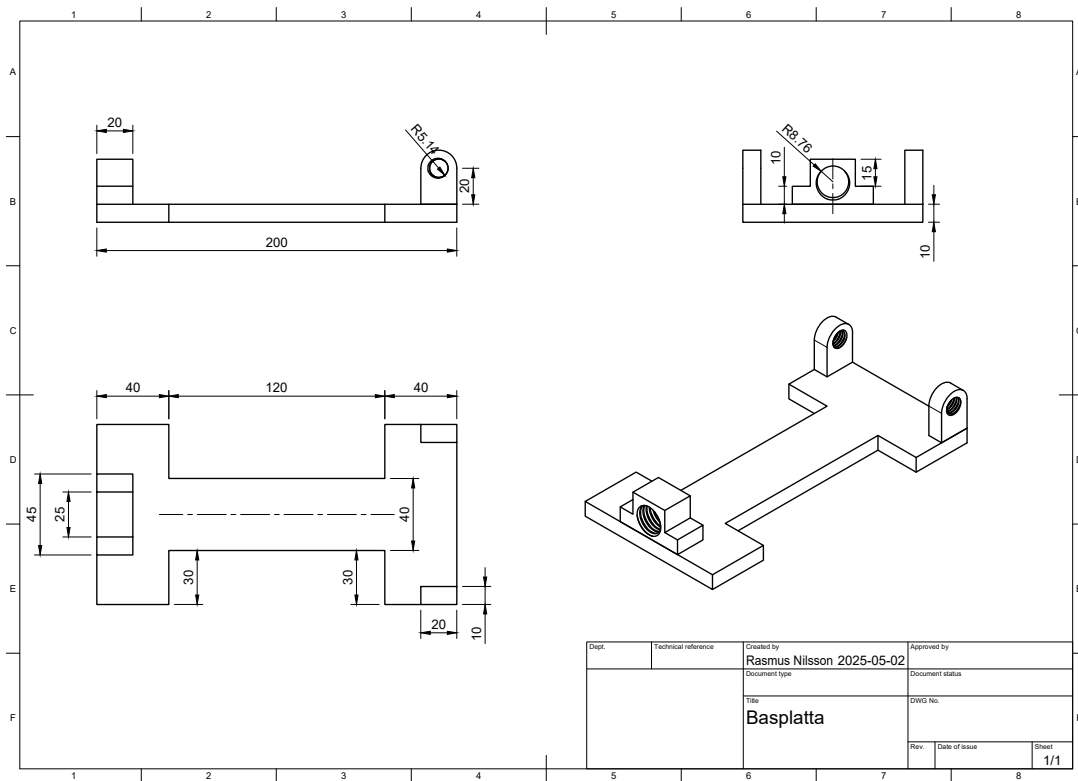


**Figur C.13:** Ritning över ringen som används för att den fasta trissan ska komma en liten bit utanför väggen. Detta för att den yttre delen ska kunna rotera fritt runt den inre utan friktion från väggen.

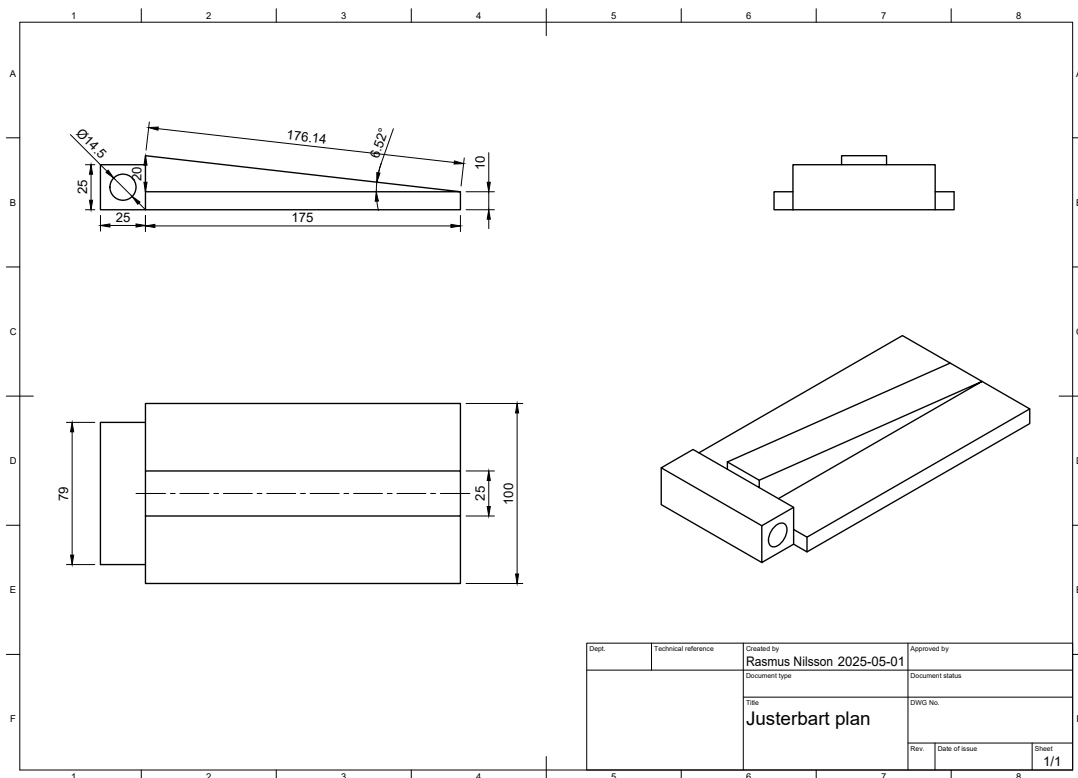
## C.2 Lutande plan



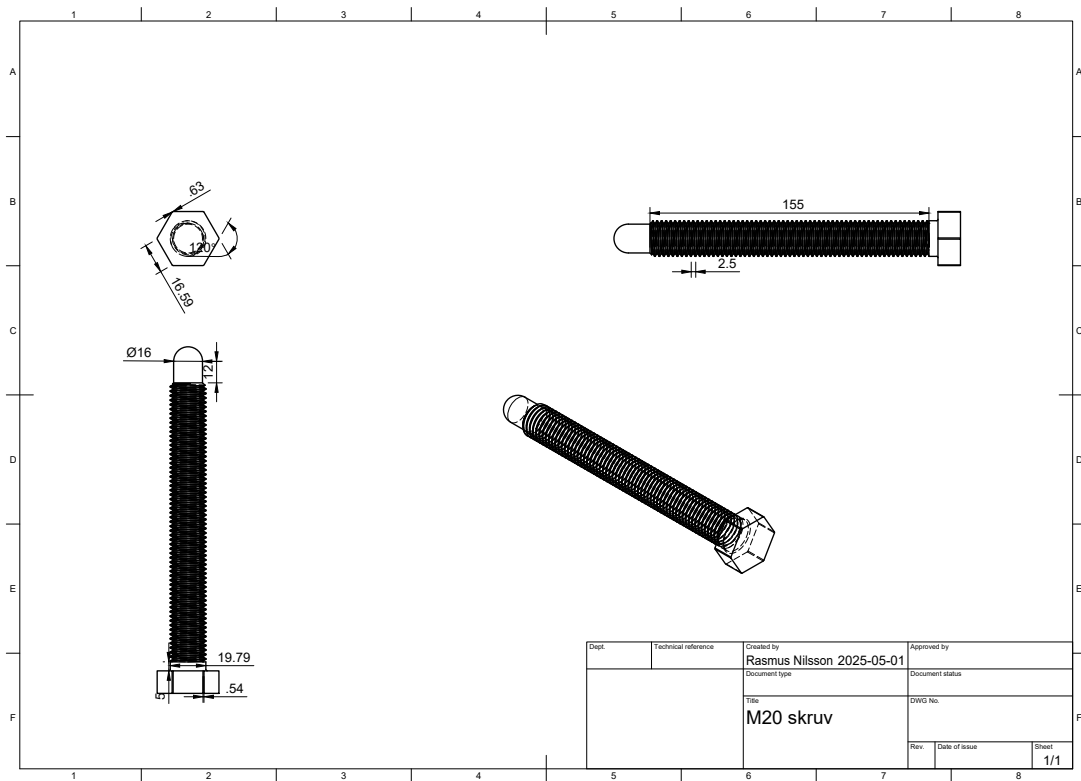
Figur C.14: Ritning av en fullt monterad modell för det lutande planet.



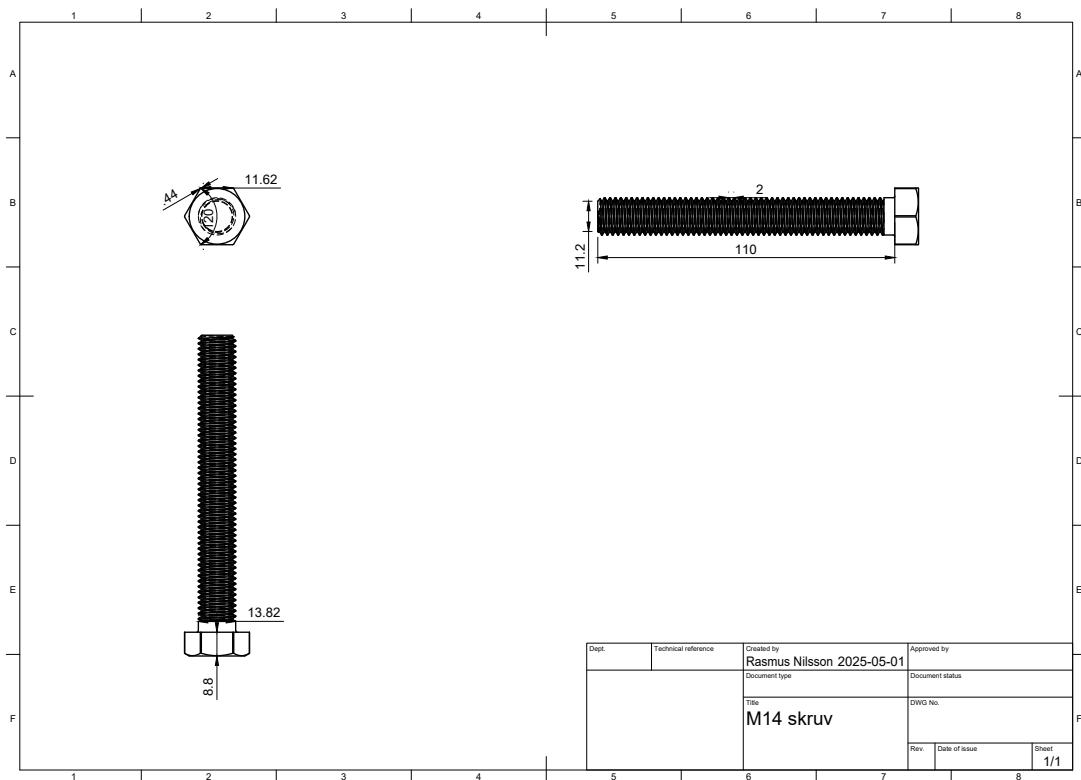
Figur C.15: Ritning av basplattan för modellen lutande plan.



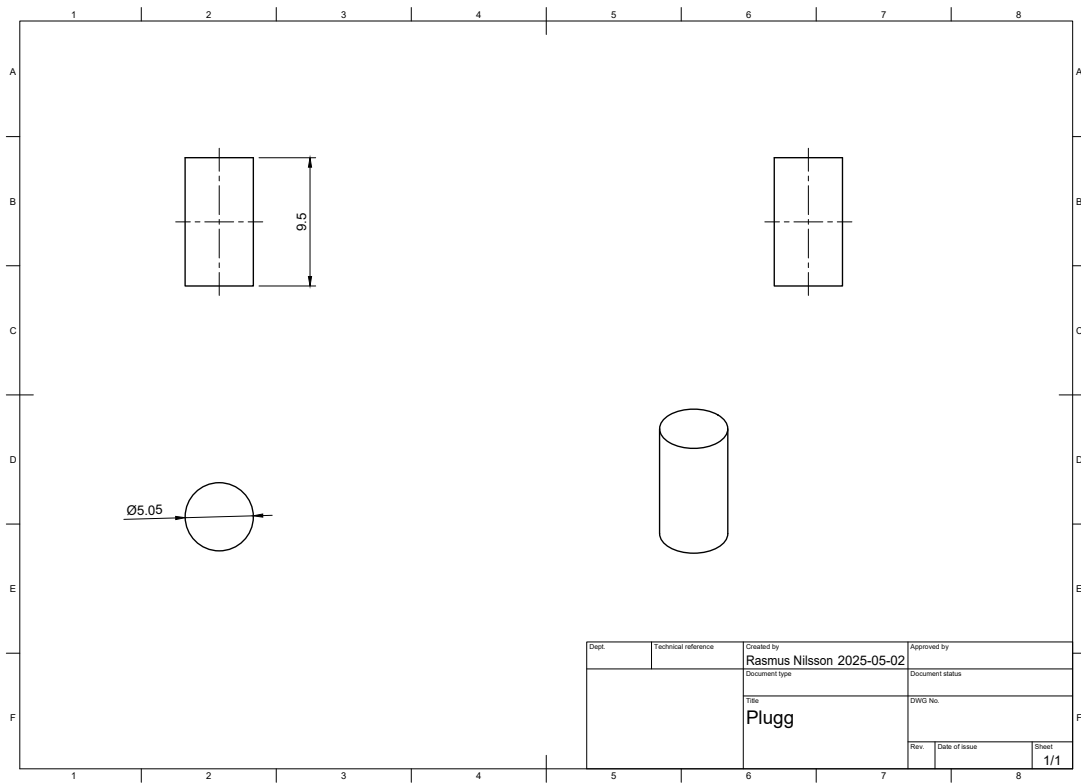
Figur C.16: Ritning av det justerbara planet för modellen lutande plan.



Figur C.17: Ritning av en M20 skruv.

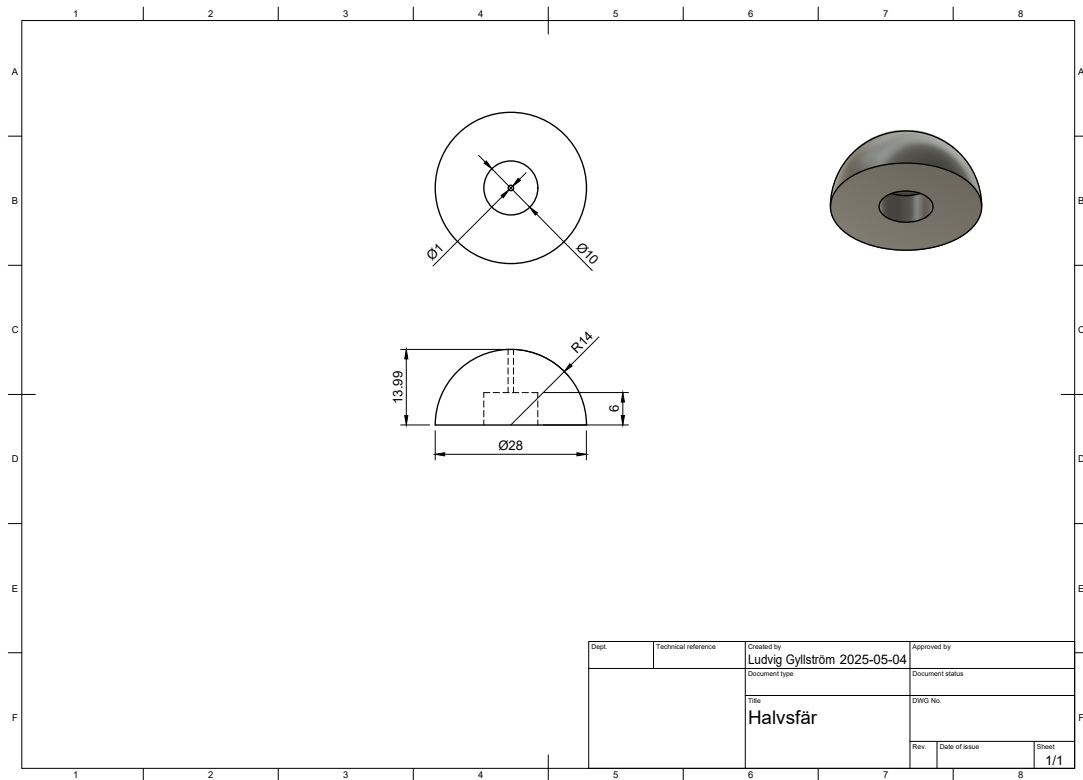


Figur C.18: Ritning av en M14 skruv.

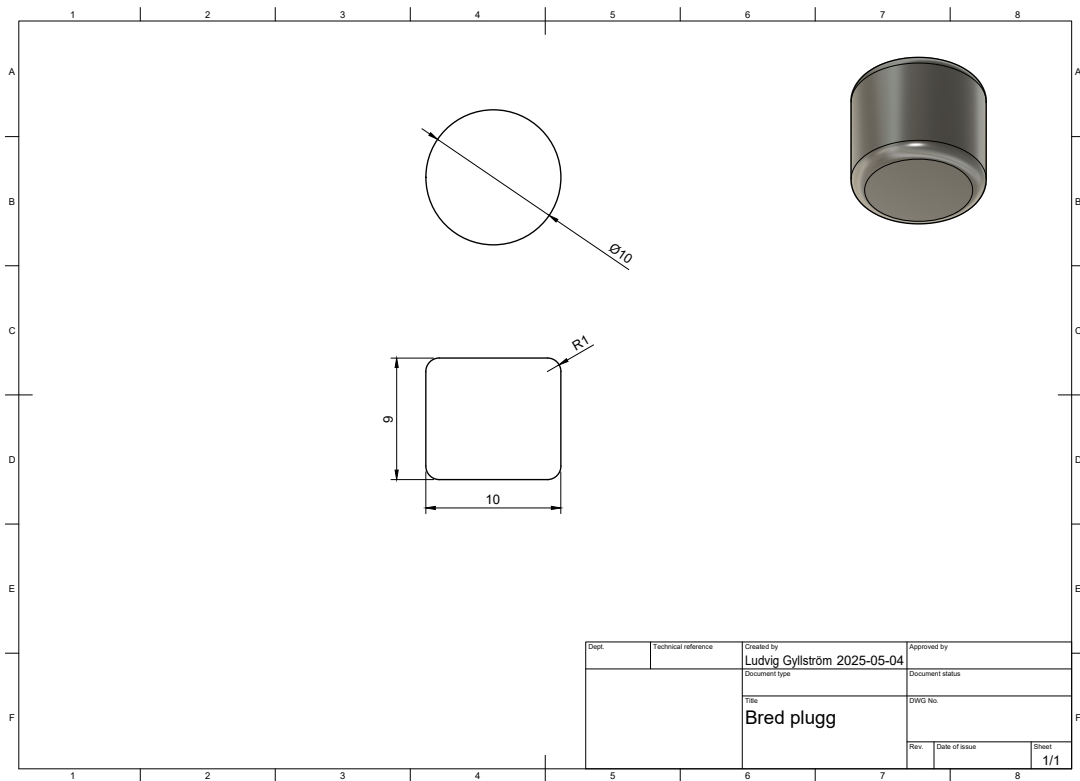


Figur C.19: Ritning av en plugg för modellen lutande plan.

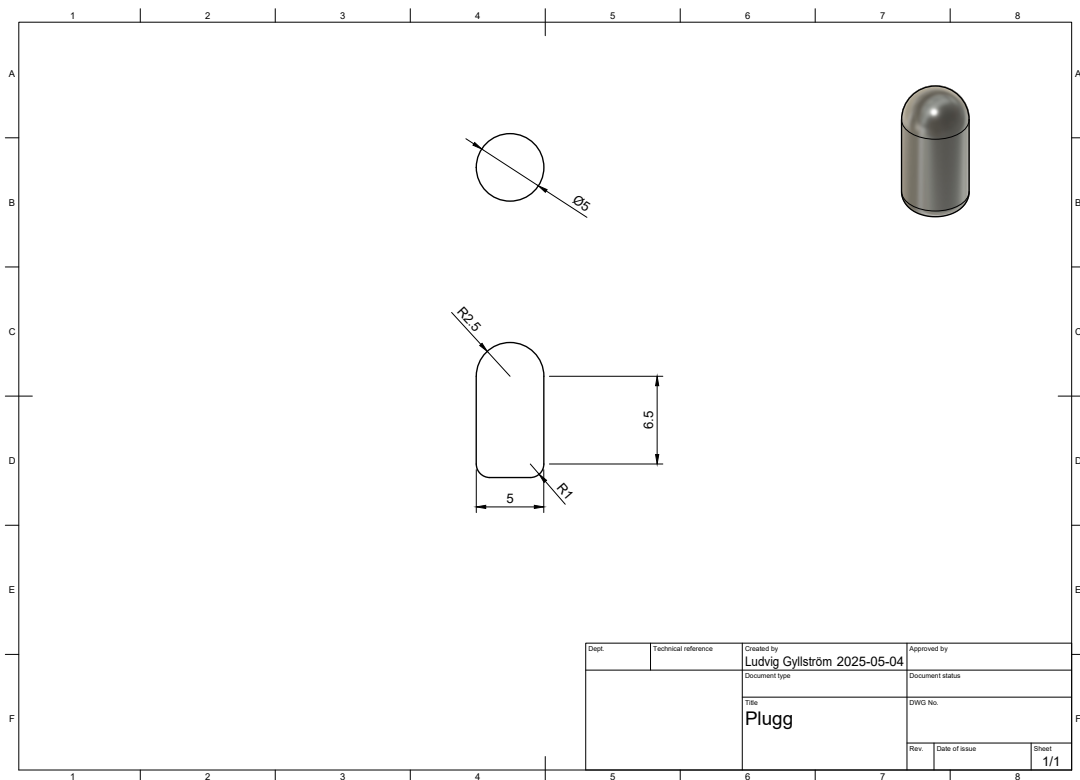
### C.3 Kaströrelse



Figur C.20: Ritning av en halvsfär.

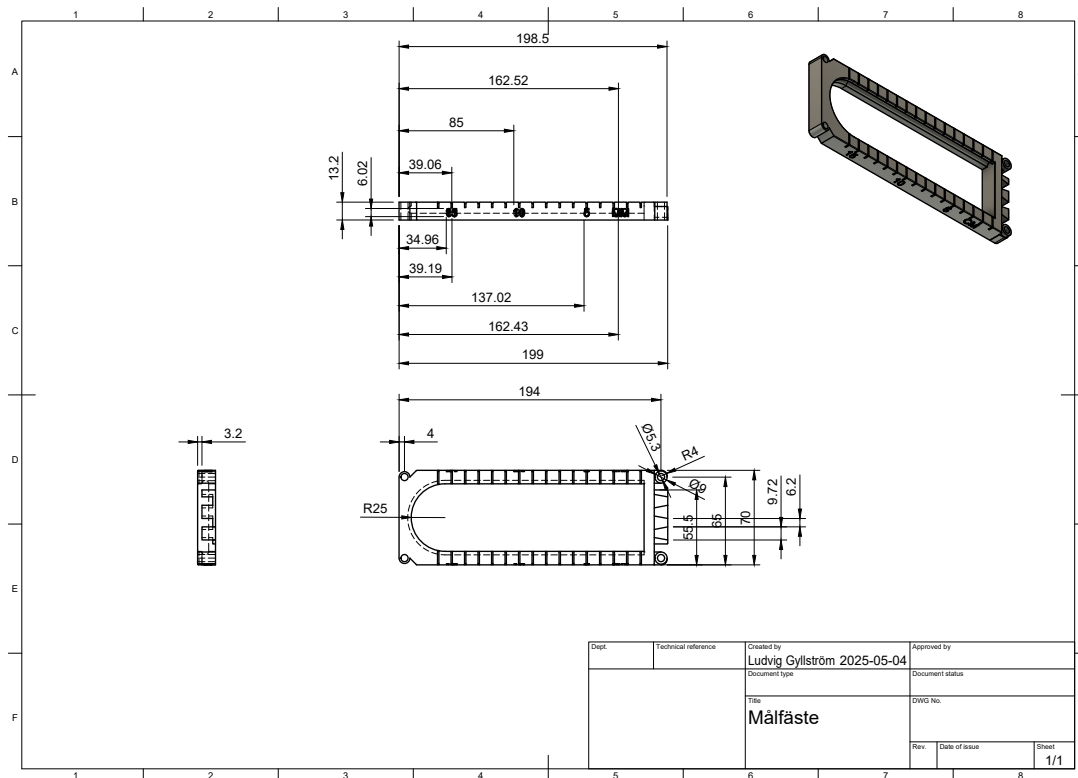


Figur C.21: Ritning av en bred plugg.

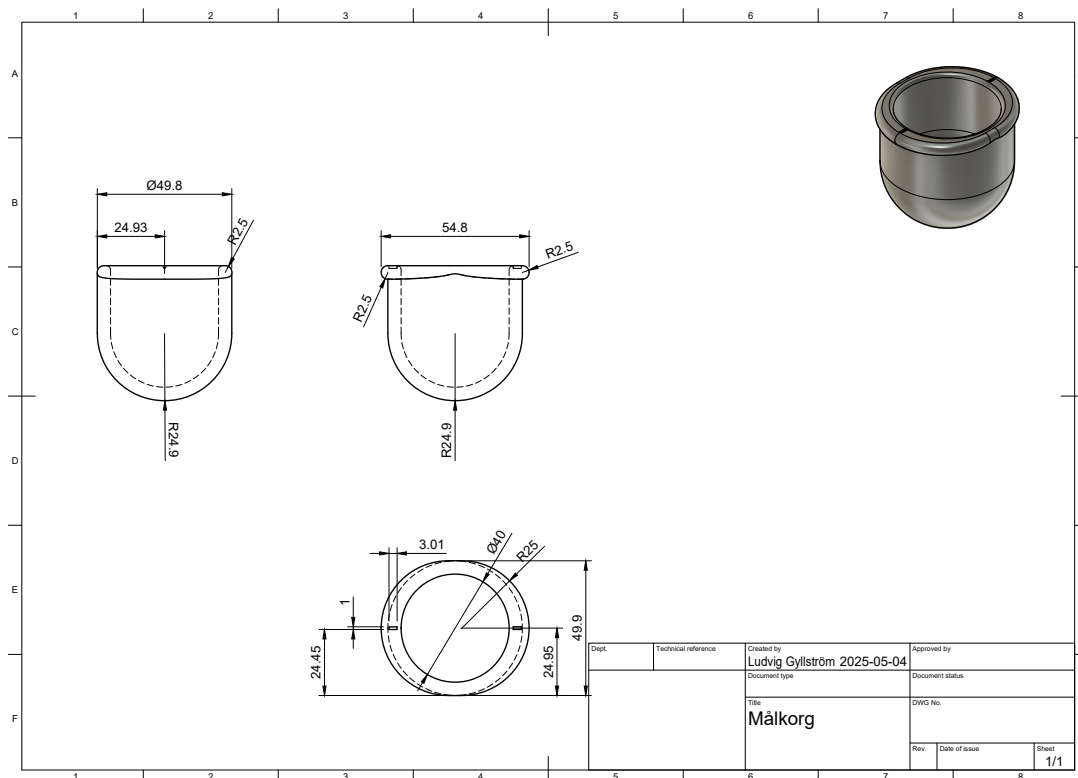


Figur C.22: Ritning av en plugg.

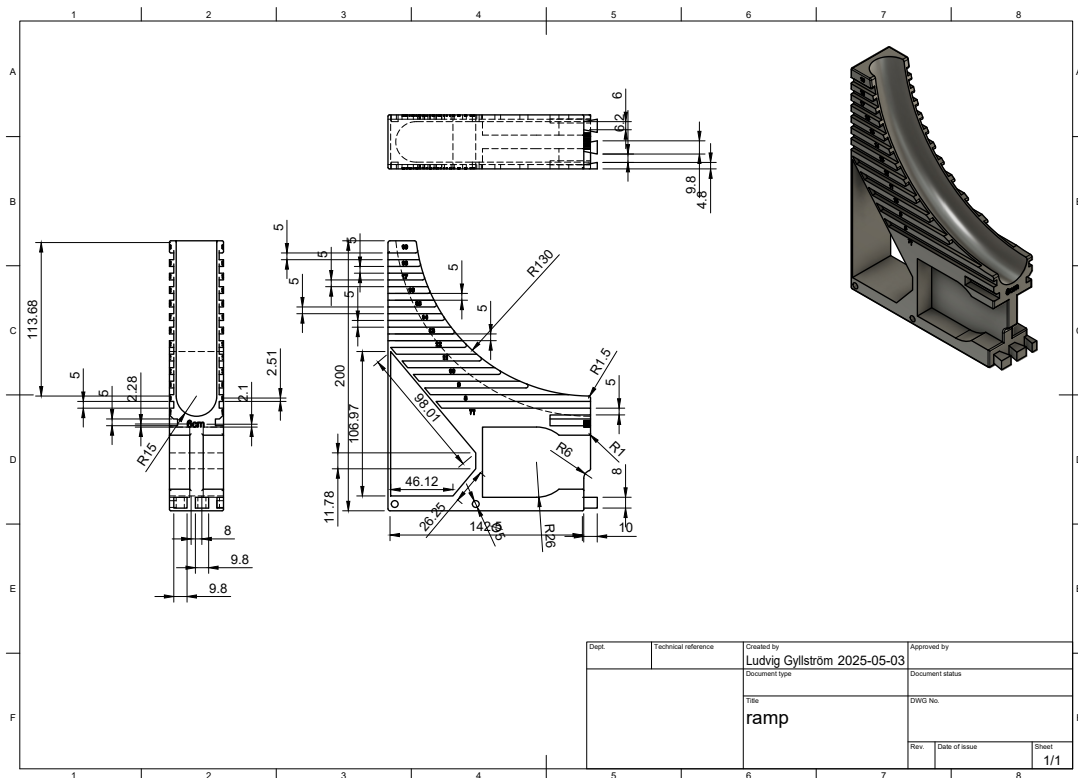
## C. Ritningar



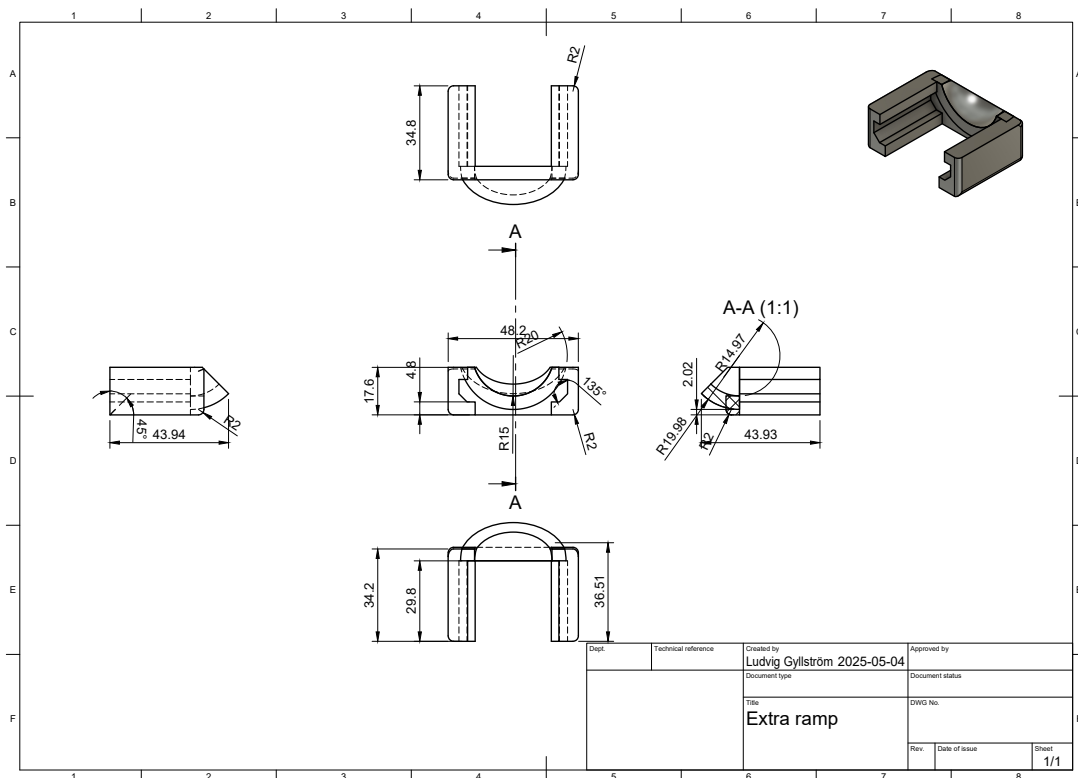
Figur C.23: Ritning av ett målfäste.



Figur C.24: Ritning av en målkorg.

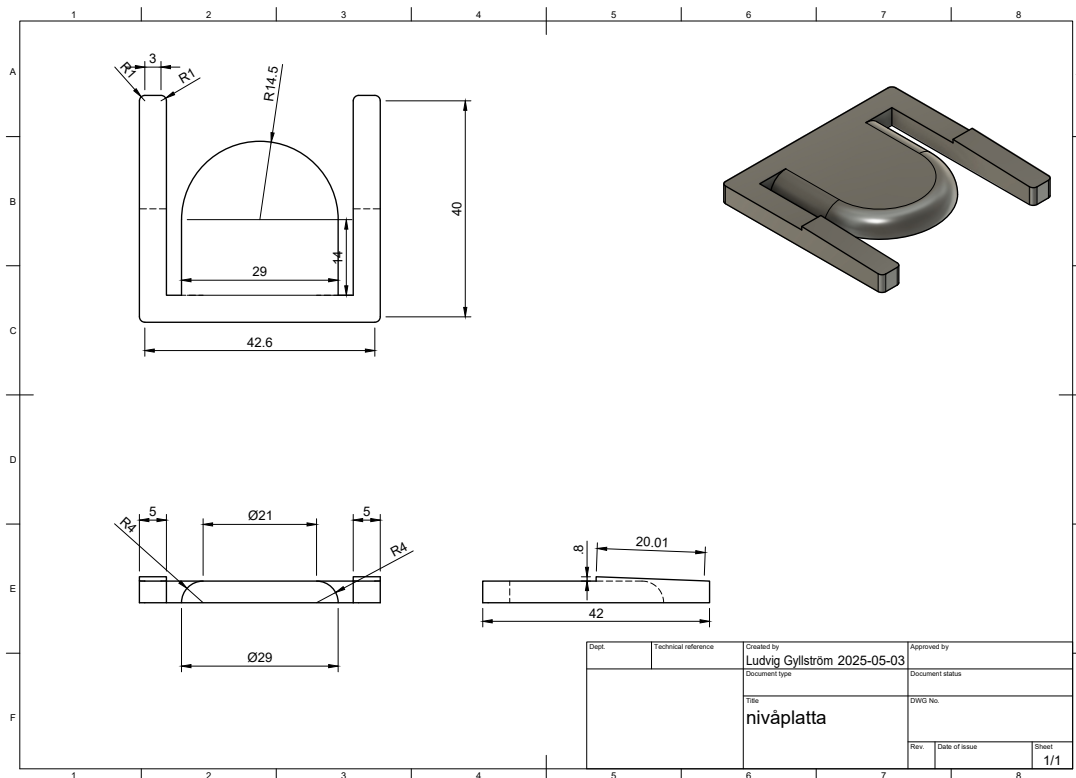


Figur C.25: Ritning av en ramp.

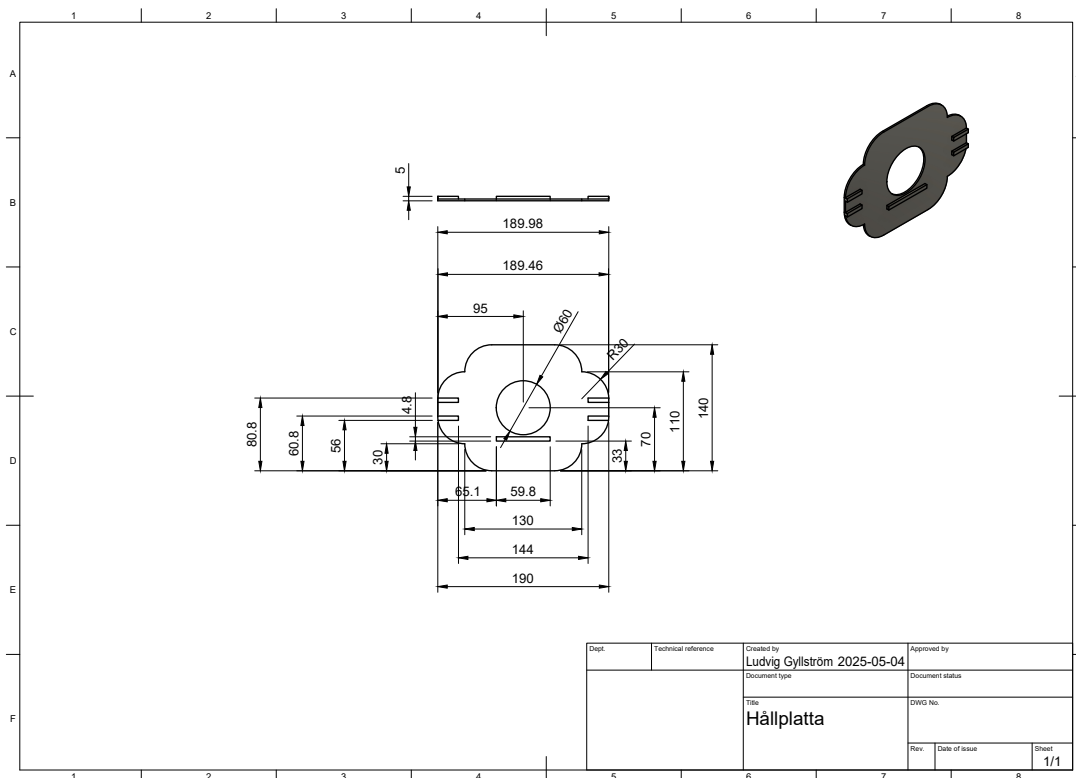


Figur C.26: Ritning av en extra ramp.

## C. Ritningar



Figur C.27: Ritning av en nivåplatta.



Figur C.28: Ritning av en hållplatta.

**INSTITUTIONEN FÖR MEKANIK OCH MARITIMA VETENSKAPER**  
**CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA**

Göteborg, Sverige 2025

[www.chalmers.se](http://www.chalmers.se)

---



**CHALMERS**