



CHALMERS
UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



Backa med långa fordonskombinationer

KANDIDATARBETE, SSYX02-16-12

Fredrik Johansson TKDAT
Joakim Boodh TKMAS
Johan Melin TKELT
Lorand Gergely TKELT

Abstract

Throughout the course of this project, the possibility of using long vehicles of lengths up to 32m in commercial use has been analyzed and evaluated. The group has chosen to limit the project to laws and regulations in Sweden. Presently (May 2016), trucks of these lengths from companies such as Volvo are being tested. However, a certificate is needed in order to drive vehicles of lengths exceeding 25,25m.

When reversing, as vehicle combinations are getting longer, the requirements on the automatic control systems are becoming more stringent. The system becomes more and more unstable as the number of semitrailers increases. This is mainly because of the increased number of joints. This can make it difficult for the driver to maneuver the vehicle, especially while reversing, and an automatic control system would be very useful. One of the requirements for the system is that it is modular and can therefore be applied to even longer vehicle combinations. Broadly speaking, the automatic control system uses the measurements from sensors placed on the vehicle to compute the input signals. The output signals are then sent to the servos which control the steering of the vehicle. All computations are performed by a microcomputer mounted on the tractor. The system is originally non-linear and to simplify, we have chosen to linearize it.

The project has been organized in a modular fashion. First, a mathematical model was developed in order to analyze the motion of the different parts, how they relate to each other as well as to define angles and velocities. To stabilize the system, an LQR-based state feedback has been used. This has not been fully implemented on the prototype, only parts of the regulator.

Sammanfattning

I detta projekt har möjligheten att använda långa fordonskombinationer upp till 32m för kommersiellt bruk analyserats och utvärderats. Projektgruppen har valt att begränsa sig till svenska lagar och regler. I dagsläget (maj 2016) körs lastbilar från bl.a Volvo på prov med denna längd. Det krävs dock fortfarande dispens för att få tillåtelse att köra fordonskombinationer längre än 25,25m.

Vid backning med längre fordonskombinationer ställs större krav på de reglertekniska systemen. Då man ökar antalet semitrailers som kopplas samman leder detta till att kombinationen blir mer instabil eftersom antalet böjbara leder ökar. Det kan då vara svårt för föraren att kontrollera fordonet och ett reglersystem skulle underlätta betydligt, framförallt vid backsituationer. Tanken med projektet är att utveckla ett modulärt system som även ska kunna appliceras på ännu längre fordonskombinationer.

Reglersystemet fungerar i stora drag så att sensorer mäter storheter som sedan omvandlas till insignaler till en mikrodator som sitter monterad på dragbilen. Mikrodatorn processar och tolkar sedan datan från insignalerna och skickar sedan utsignaler till servona som styr fordonskombinationen. Systemet är i grunden instabilt och behöver linjäriseras för att stabiliseras.

Projektet har delats upp i mindre delprojekt. Det första som gjordes var att ta fram en matematisk modell för att bestämma hur släpen rör sig, hur de förhåller sig till varandra samt för att definiera vinklar och hastigheter. För att få det reglertekniska systemet stabilt används en LQ-regulator som beräknar en återkopplingsvektor. När signalen multipliceras med denna vektor erhålls ett stabilt system. Simuleringar har visat bra resultat men tyvärr har inte implementeringen av detta lyckats fullt ut.

Innehåll

1	Inledning	1
1.1	Bakgrund	1
1.2	Syfte	2
1.3	Problem/Uppgift	2
1.4	Avgränsningar	3
1.5	Metod/Genomförande	4
1.5.1	Matematisk modell	4
1.5.2	Reglering	4
1.5.3	Simulering	5
1.5.4	Prototypbygge	5
1.5.5	Implementering	5
1.5.6	Rapportskrivning	5
1.5.7	Uppdelning	5
2	Matematik	6
2.1	Dragbil	7
2.2	Semitrailer 1	9
2.3	Dolly	10
2.4	Semitrailer 2	11
3	Simulering	13
4	Regulator	16
4.1	Öppet och återkopplat system	16
4.2	LQR - Linear Quadratic Regulator	17
4.3	Backa rakt bakåt	18
4.4	Backa i 90 grader	21
5	Prototyp	23
5.1	Användning	23
5.2	Uppbyggnad	23
5.2.1	Dragbil och dolly	24
5.2.2	Semitrailer	25
5.2.3	Mikrodator	25
5.2.4	Drivning	26
5.2.5	Sensorer	26
5.3	Material	27
5.3.1	Chassi	27
5.3.2	Hjul och däck	27
6	Implementering	28
6.1	Program	28

7	Tester	29
7.1	Dragbilen med linjeavläsare	29
7.2	Backa rakt med en semitrailer	30
8	Diskussion	32
8.1	Resultat	32
8.2	Problem	32
8.3	Reflektioner	33
8.4	Fortsatt arbete	35
8.4.1	Reglertekniskt	35
8.4.2	Prototyp konstruktion	35
8.4.3	Drivning på dolly	35
8.4.4	Globala koordinater/GPS	35
8.4.5	Fler sensorer	36
8.4.6	Backkameror	36
8.5	Kommersiellt bruk	36
	Bilaga A Ritningar	39
	Bilaga B Bilder	41

1. Inledning

1.1 Bakgrund

Enligt trafikanalys [1] står tunga lastbilar för 86% av all godstransport i Sverige. Ur ett miljöperspektiv motsvarar detta cirka en tredjedel av det totala koldioxidutsläppet. Detta inkluderar dock även lätta lastbilar [2]. EU-kommissionen har satt ett tydligt mål, nämligen att koldioxidutsläppen från transportsektorn ska ha minskat med 60% till 2050 jämfört med koldioxidutsläppen på 90-talet [3]. För att kunna möta dessa krav infördes ett euroklassningssystem [1], som syftar till att sänka emissioner för tunga lastbilar.

I Sverige finns, förutom euroklassningssystemet även ett annat försök att minska koldioxidutsläppen, nämligen med "Double Road Train" [4]. Detta innebär längre fordonskombinationer på upp till 32m. För att få framföra fordon längre än 25,25 m, vilket enligt lag är den längsta kombinationen som får köras på svenska vägar, krävs dispens. Ett antal företag har fått sin dispensansökan godkänd och lastbilarna trafikerar nu vägarna dygnet runt [5]. Layouten för en sådan fordonskombination ser i dagsläget ut på två olika sätt. En av de två kombinationerna består av en dragbil, semitrailer, dolly och ännu en semitrailer, se figur 1.1. Dollyn befinner sig mellan den första och andra semitrailern och behövs bland annat för att den andra semitrailern ska kunna fästas vid något, likt en dragbil. Den behövs även för att kunna koppla ihop den första semitrailern med den andra. Tack vare en dolly kan semitrailers kopplas ihop utan att göra några ändringar på de infästningar som finns på en semitrailer, vilket underlättar användandet av denna fordonskombination avsevärt. Det är denna typ av kombination, innehållande en dolly, som projektgruppen har valt att studera. Den andra typen som används består av en lastbil med två stycken släp, se figur 1.2.



Figur 1.1: Dragbil(1), semitrailer(2), dolly(3) och semitrailer(2)



Figur 1.2: Lastbil med två släp

Enligt DUO2, som driver ett av flera liknande projekt, lovas en minskning av koldioxidutsläppen med 20 % jämfört med om transporten skulle köras av traditionella lastbilar [5]. Denna typ av lösning är lockande för åkeriföretag på flera sätt. Delvis eftersom transporterna blir mer effektiva och kostnader för bränsle minskar. Delvis för att företagen sparar pengar då personalkostnaderna minskar. Det krävs även färre antal lastbilar för att köra samma mängd gods vilket även leder till mindre miljöpåverkan.

Införandet av långa fordonskombinationer ställer dock till svårigheter för föraren, eftersom det är väldigt svårt att manövrera en sådan typ av fordonskombination. Tydligast blir det vid backning, där fordonskombinationen blir ett system med flera ledade punkter, vilket gör det svårt att backa med precision.

År 2015 gjorde en kandidatgrupp från Chalmers ett reglersystem för att underlätta backning rakt bakåt samt att backa i en cirkel. Gruppen utförde datorsimuleringar för reglersystemet samt byggde en prototyp, på vilken de kunde implementera sitt system i verkligheten. I projektet användes en potentiometer som ändrade resistansen vid ändring av vinkeln mellan dragbil och den första semitrailern. Regulatorn kontrollerade dollyn med avseende på vinkeln så att styrningen och motorn jobbade ihop. På grund av att potentiometern inte var tillräckligt noggrann resulterade detta i att regulatorn inte kunde styra dollyn rakt, samt att vid backning i en cirkel fastnade semitrailarna i varandra.

I det här projektet har vi försökt att efterlikna två verkliga situationer som kan uppstå, nämligen att backa rakt bakåt samt att backa i en 90-gradig sväng ifall föraren inte har möjlighet att kunna backa rakt in i exempelvis en terminalport.

1.2 Syfte

Syftet med det här projektet är att göra det lättare att backa långa fordon så att industrin kan utnyttja resurserna bättre och effektivare. Detta projekt avser att vidareutveckla tidigare kandidatarbete för att komma närmare en implementering i en verklig fordonskombination. Det övergripande målet är alltså att utveckla dessa långa fordonskombinationer, men syftet med detta arbete är att utveckla en väl fungerande prototyp och utföra simuleringar. Resultatet som förväntas är dels en datorsimulering och dels en prototyp med inbyggt reglersystem. Dessa ska påvisa att det är fördelaktigt att använda sig av långa fordonskombinationer.

1.3 Problem/Uppgift

Ett problem med att göra fordonskombinationen längre är att det blir fler böjbara leder. Ett problem med flera leder är att utan styrhjälp tar de bakre släpen kortare väg vid manövrering framåt och vid backning uppstår flera svårigheter. Lederna tenderar att uppvisa så kallad fällknivseffekt vid backning eller vara allmänt svåra att manövrera önskvärt på grund av frihetsgraderna släpen emellan. En lastbil med flera leder kan även kräva större områden att backa på vilket oftast är en bristvara vid last- och avlastningsplatser. Det finns alltså ett behov av hjälpmedel för att förare lättare ska kunna manövrera dessa långa kombinationer både framåt och bakåt. Detta projekt behandlar enbart de problem som

uppstår vid backning. Alternativen till lösningar är många och skiljer sig åt. I detta projekt läggs dock fokus på att använda linjeavläsning för att underlätta backningen. Detta ställer krav på att de platser där fordonen måste backa har dessa linjer men i och med att många redan har det idag bör det inte vara ett för stort krav. Linjerna ger reglersystemet den information som krävs för att styra efter. Även dollyn har utrustas med servo för styrning.

Krav:

- Backa rakt: Fordonet ska kunna backa rakt bakåt med en avvikelse på max 10% av fordonets bredd från den tänkta banan.
- Backa runt hörn: Fordonet ska kunna backa i 90-gradig sväng med en avvikelse på max 10% av fordonets bredd från den tänkta banan.
- Backa i en bana: Fordonet ska kunna backa i en bana utan att komma utanför linjerna.
- Systemet ska vara modulärt. Med det menas att det inte ska spela någon direkt roll hur många släp som sitter på utan det ska fungera ändå.

Delproblem:

- Matematiskt modellbygge: Matematisk modell på hur en fordonskombinationen beter sig vid backning.
- Reglerdesign: Hur ska systemet regleras så att den klarar våra krav?
- Simulering: Lägga in matematisk modell och reglering i ett simuleringsprogram för att kunna genomföra virtuella tester.
- Prototyp: Bygga en prototyp för att använda vid verifieringen.
- Verifiering: Verifiera med hjälp av en prototyp att vårt system fungerar.

1.4 Avgränsningar

Eftersom ämnet som avhandlas i projektet är mycket brett och att relativt fria tygler har givits när det gäller uppgiften är det nödvändigt att införa vissa avgränsningar. Syftet med detta är att begränsa omfattningen av projektet. Det har inom gruppen bestämts att arbetet skall begränsas till att studera backning av långa fordonskombinationer. Fallet då fordonskombinationen kör framåt har inte studerats.

Det är framförallt tre olika fall som har analyserats. Basfallet, som innebär att fordonskombinationen ska backa rakt bakåt. Den ska även kunna backa i en bana med stöddlinjer utan att den hamnar utanför linjerna. I det sista fallet är målet att fordonskombinationen ska kunna backa runt hörn (både 90 grader höger- samt vänstersväng). Alla andra tänkbara fall begränsar sig projektgruppen ifrån.

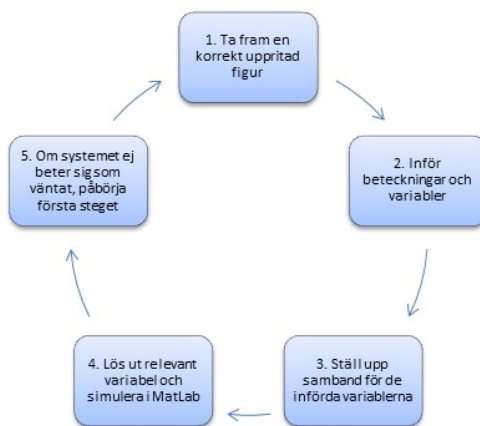
Det har också bestämts att projektet geografiskt skall begränsa sig till Sverige. Anledningen till detta är att lagar och regler skiljer sig åt från land till land.

1.5 Metod/Genomförande

Här ges beskrivningar av de delmoment som ansetts vara nödvändiga att genomföra.

1.5.1 Matematisk modell

En matematisk beskrivning av fordonskombinationen var det första steget i processen för att ta fram en regulator. Med en korrekt matematisk modell kan projektgruppen, med hjälp av exempelvis Matlab, enkelt och snabbt visualisera hur fordonskombinationen beter sig i olika scenarion. Modellen bygger till största delen på trigonometri och de ingående delarna betraktas som stela kroppar och därav används formler för stelkropps rörelse. Anledningen till att metoden för stelkropps rörelse valts är att det ansågs vara den tydligaste och till synes simplaste härledningen. Flera liknande arbeten har även de valt att beskriva systemet med hjälp av stelkropps rörelse [6]. Metoden som användes för att ta fram en korrekt matematisk modell kan förklaras med hjälp av bilden nedan.



Figur 1.3: Iterativ process för härledning av matematisk modell

1.5.2 Reglering

Med stöd av den matematiska modellen implementerades sedan en regulator för att styra systemet. Regulatorn som användes är av typ LQR som beskrivs mer utförligt senare i rapporten. En LQR bygger på att systemet som ska regleras är linjärt och eftersom fordonskombinationen resulterar i ett icke-linjärt system måste detta linjäriseras kring någon arbetspunkt. Denna regulator implementerades i dollyn på fordonskombinationen, mer precist dess framhjul. Detta var en komplicerad del av projektet och många delproblem uppstod där förenklingar var nödvändiga.

1.5.3 Simulering

Till att börja med ska simuleringen gå ut på att kontrollera den matematiska beskrivningen av fordonskombinationen. Detta innebär att de olika delarna ritas upp i grafer vid olika hastigheter och startpositioner. Sedan simuleras detta med hjälp av ode45 i Simulink och fordonskombinationens olika delar visualiseras och studeras. Här har felsökningar bland de framtagna uttrycken gjorts och resultaten presenterats. När detta hade kontrollerats simulerades fordonskombinationen med ett implementerat reglersystem och plottats för olika fall.

1.5.4 Prototypbygge

Parallellt med arbetet med reglering och simulering har även bygget av en prototyp pågått. För att kunna verifiera att kraven uppfylls och för att hålla reda på var fordonskombinationen befinner sig tejpas ledlinjer fast på golvet som linjeavläsaren använder sig av.

1.5.5 Implementering

När plottarna från simuleringen var tillfredställande började arbetet med att implementera detta. Först och främst var projektgruppen tvungen att köpa in eller på annat sätt inhämta de typer av sensorer som användes. Därefter undersöktes de och medlemmarna såg till att korrekt information kunde inhämtas ifrån dem. Sen började arbetet med själva överförandet av reglersystemet från dator till Arduino. Detta skedde i etapper där första steget var att få dragbilen att regleras med hjälp av den designade regulatorn för att sedan koppla på semitrailer 1, dolly och semitrailer 2.

1.5.6 Rapportskrivning

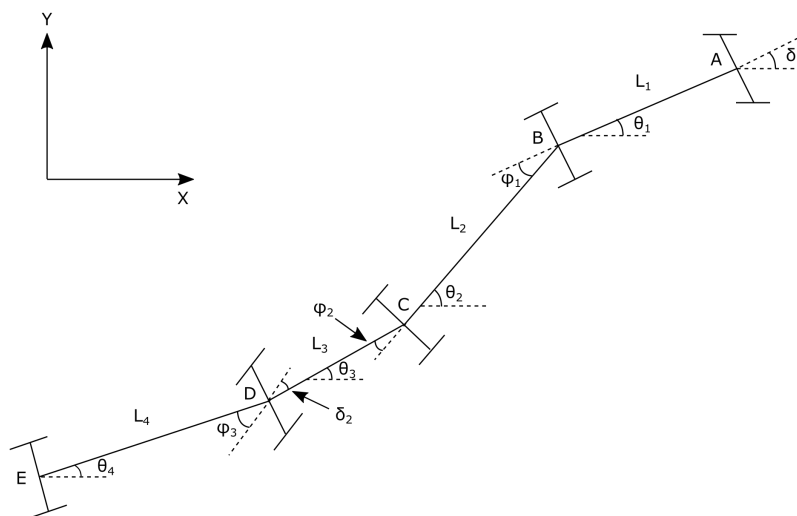
Även arbetet med slutrapporten har fortlöpt kontinuerligt under hela projektet. Detta för att säkerställa att alla delresultat och analyser dokumenteras löpande under projektets gång.

1.5.7 Uppdelning

För att arbetet skulle fortgå så effektivt som möjligt delades arbetet upp mellan de fyra gruppmedlemmarna. Lämplig uppdelning ansågs vara att två personer åtog sig att syssla med den matematiska härledningen och framtagningen av reglersystemet och två personer arbetade med prototypen. Tidigt i projektet gjordes även en uppdelning av de roller som ansågs vara nödvändiga, nämligen projektledare och sekreterare. Ett schema för när byten mellan rollerna skulle ske upprättades så att alla medlemmar fick vara båda dessa roller någon gång under projektet.

2. Matematik

Den fordonskombination som projektgruppen räknar på består som tidigare nämnts av en dragbil, semitrailer, dolly och en semitrailer. För att beskriva denna rent matematiskt har en cykelmodell av fordonskombinationen tagits fram. En cykelmodell underlättar förståelsen för den verkliga modellen genom att skala av den samt att införandet av vinklar och hastigheter blir tydligt. Detta är



Figur 2.1: Cykelmodell för hela fordonskombinationen

även en kinematisk modell vilket innebär att det enda som tas hänsyn till är hastighetsvektorer och vinklar. Förenklingarna detta innebär är att hastigheter endast sker i hjulens riktning, dvs translaterande rörelser såsom att hjulen skulle glida tas inte hänsyn till. Eftersom systemet endast kommer att betraktas i låga hastigheter anses dessa antaganden vara rimliga.

I detta kapitel kommer härledningen av matematiken att presenteras. Denna kommer utgöra grunden för det regelsystem som senare ska införas. Det är även dessa uttryck och formler som implementeras i Matlab för att kunna visualisera fordonskombinationen som simuleringar.

Projektgruppen utgår från formler och teorier som används för stelkropps-rörelse och det främsta syftet var att komma fram till uttryck för vinkeländringarna för de olika modulerna. Detta resulterade i ett uttryck för en första ordningens differentialekvation. En sådan ekvation är svår att lösa analytiskt och istället användes Matlabs funktion ode45.

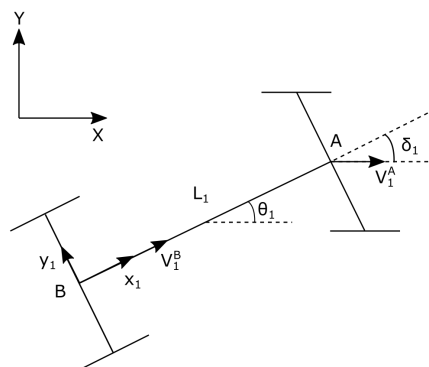
I följande härledning kommer ett lokalt koordinatsystem att fästas vid änden av varje del i fordonskombinationen. Detta ger fyra lokala koordinatssystem som kommer att benämnas med en nedsänkt siffra från 1 till 4 i stigande ordning där dragbilen är först och får siffran 1. Nedsänks inte en beteckning i någon siffra syftar det till att denna beskrivs i ett globalt koordinatsystem. För att skilja på

vilken punkt en beteckning tillhör infördes även bokstäverna A till E. En beteckning kopplas till en punkt genom att få bokstaven i exponenten. Härledningen kommer att skifta mellan dessa två koordinatsystem för att få så enkla uttryck som möjligt. Gällande hastigheterna betecknas en vektorhastighet med versalt V och hastigheten i en riktning i ett lokalt koordinatsystem betecknas med ett gement v . Positionen för en punkt betecknas med versalt X . Detta införs för att göra härledningen så tydlig och enkel att följa som möjligt.

I figur 2.1 visas en cykelmodell över hela fordonskombinationen. Cykelmodeller används flitigt inom dessa typer av arbeten och anledningen är att den är avskalad och enkel att överskåda. Modellen kommer sedan att delas upp i dess moduler och kinematiken kommer till största delen att beskrivas för varje enskild modul.

2.1 Dragbil

Figur 2.2 visar dragbilen som cykelmodell med införda beteckningar.



Figur 2.2: Cykelmodell för dragbilen

Origo för dragbilens koordinatsystem är placerad i punkten B. Det är även i punkten B som utgångshastigheten är definierad och utgångspositionen likaså. Uttrycken som tas fram kommer, som tidigare nämnts, att vara definierade i någon av dessa koordinater. En vinkel θ_1 införs med positiv riktning moturs som startar vid den globala x -axeln. Längden på dragbilen betecknas L_1 . Styrvinkeln på framhjulen startar vid x_1 -axeln med positiv riktning moturs. Hastigheten är definierad i samma riktning som V^B .

I dragbilens koordinater betecknas hastigheten i punkten B som V_1^B och uttrycks i x -, y - och z -led som

$$V_1^B = \begin{bmatrix} v_1^B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Där z -axeln inte är inritad i figuren men är definierad ut ur koordinatsystemet. För att komma fram till hastigheten i punkten A används, som tidigare nämnts, metodik för stelkropps rörelse med formeln

$$V_1^A = V_1^B + \omega_1^{\hat{z}} \times (X_1^A - X_1^B) \quad (2.2)$$

där $\omega_1^{\hat{z}}$ är definierad från

$$\omega_i^{\hat{z}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_i \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Kryssprodukten mellan $\dot{\theta}_1$ och skillnaden i sträcka mellan punkten A och B utgör den roterande rörelsen. Hastigheten i punkten A i kroppens koordinatsystem uttrycks som

$$V_1^A = \begin{bmatrix} \cos(\delta_1) \\ \sin(\delta_1) \\ 0 \end{bmatrix} v_1^A \quad (2.4)$$

Dessa uttryck sätts sedan in i ekvation (2.2) där kryssprodukten är uträknad och detta uttryck fås:

$$\begin{bmatrix} \cos(\delta_1) \\ \sin(\delta_1) \\ 0 \end{bmatrix} v_1^A = \begin{bmatrix} v_1^B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ L_1 \dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Detta ger sedan för första raden i ekvationssystemet

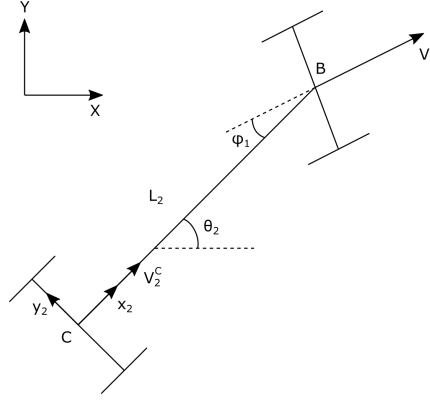
$$\cos(\delta_1) v_1^A = v_1^B \implies v_1^A = \frac{v_1^B}{\cos(\delta_1)} \quad (2.6)$$

och andra raden ger

$$\sin(\delta_1) v_1^A = L_1 \dot{\theta}_1 \implies \dot{\theta}_1 = \frac{v_1^A}{L_1} \sin(\delta_1) = \frac{v_1^B \sin(\delta_1)}{L_1 \cos(\delta_1)} = \frac{v_1^B}{L_1} \tan(\delta_1) \quad (2.7)$$

Där den sista ekvationen ger den värdefulla ekvationen för dragbilens vinkelhastighet vars användning och implementering kommer att beskrivas senare.

2.2 Semitrailer 1



Figur 2.3: Cykelmodell för första semitrailern

I figur 2.3, som beskriver semitrailer 1, är punkten B med. Det är samma punkt som den i bilden på dragbilen. Den bakre änden av den första semitrailern benämns som punkten C. Även i detta fall betraktas två olika koordinatsystem, det globala och ett lokalt för semitrailer 2. Vinkeln θ_2 införs och startar i det globala koordinatsystemets x -axel med positiv riktning moturs. Vinkeln mellan dragbilen och första semitrailern införs som

$$\varphi_1 = \theta_1 - \theta_2 \quad (2.8)$$

Sedan uttrycks vektorn V_2^B i koordinatsystemet för kroppen 2 med hjälp av att utnyttja trigonometri

$$V_2^B = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_1) \\ \sin(\varphi_1) \\ 0 \end{bmatrix} V_1^B \quad (2.9)$$

Hastigheten i den första semitrailerns x -axel, dvs x_2 , blir

$$V_2^C = \begin{bmatrix} v_2^C \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Sedan transformeras denna vektor som nu består av en hastighet i x_2 -axeln och en hastighet vinkelrät x_2 -axeln i y_2 -axeln till punkten C med den tidigare använda formeln för stelkroppsrorelse

$$V_2^C = V_2^B + \omega_2^z \times (X_2^C - X_2^B) \quad (2.11)$$

som med insatta uttryck ger

$$\begin{bmatrix} v_2^C \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_1) \\ \sin(\varphi_1) \\ 0 \end{bmatrix} V_1^B + \begin{bmatrix} 0 \\ -L_2 \dot{\theta}_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

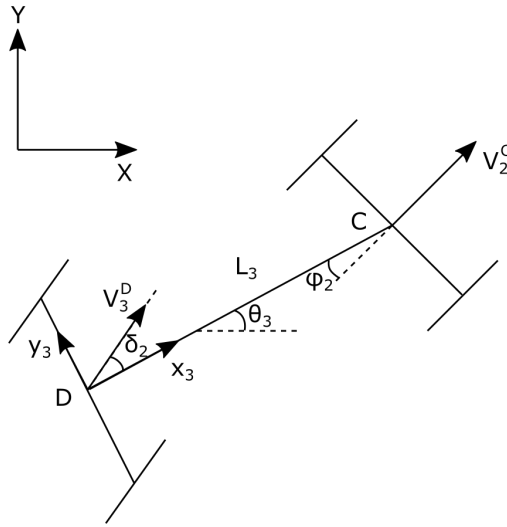
Där första raden ger

$$v_2^C = \cos(\varphi_1) V_1^B \quad (2.13)$$

och andra raden ger uttrycket för vinkeländringen

$$\dot{\theta}_2 = \frac{\sin(\varphi_1) V_1^B}{L_2} \quad (2.14)$$

2.3 Dolly



Figur 2.4: Cykelmodell för dolly

Dollyn är i detta projekt utformad så att dess framhjul är styr- och reglerbara. Denna styrvinkel är införd i figur 2.4 som δ_2 . Den införda längden L_3 syftar till avståndet från sammanlänkningen mellan den första semitrailern och dollyn till dollyns framaxel. Här gjordes nämligen förenklingen att avståndet mellan dollyns axelpar är så pass litet att det kan försummas. Vinkeln dollyn har i förhållande till det globala koordinatsystemet införs som θ_3 och skillnaden mellan θ_2 och θ_3 införs i figuren och beräknas som

$$\varphi_2 = \theta_2 - \theta_3 \quad (2.15)$$

I detta fall delas härledningen upp i två steg, i första steget kommer hastigheten räknas ut i punkten c i koordinatsystemet för dollyn. Därefter projiceras hastigheten V_3^D så att även den följer dollyns koordinatsystem. Denna tänkta hastighet betecknas med U_3^D , som följer dollyns axel, och eftersom denna inte existerar är den inte införd i figuren.

$$V_3^C = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_2) \\ \sin(\varphi_2) \\ 0 \end{bmatrix} V_2^C \quad (2.16)$$

Därefter räknas den tänkta hastigheten U_3^D ut.

$$U_3^D = \begin{bmatrix} \cos(\delta_2) \\ \sin(\delta_2) \\ 0 \end{bmatrix} V_3^D \quad (2.17)$$

Denna ekvation används sedan för att med hjälp av formeln inom stelkroppsrörelse ta fram hastigheten och rotationshastigheten i punkten D

$$U_3^D = V_3^C + \omega_3^{\hat{z}} \times (X_3^D - X_3^C) \quad (2.18)$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \cos(\delta_2) \\ \sin(\delta_2) \\ 0 \end{bmatrix} V_3^D = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_2) \\ \sin(\varphi_2) \\ 0 \end{bmatrix} V_2^C + \begin{bmatrix} 0 \\ -L_3\dot{\theta}_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

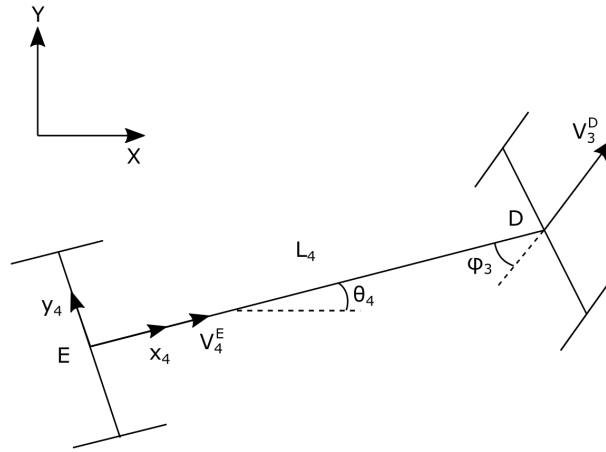
Där första raden ger hastigheten i D

$$V_3^D = \frac{\cos(\varphi_2)V_2^C}{\cos(\delta_2)} \quad (2.20)$$

och dollyns vinkelhastighet fås från andra raden i ekvation (2.18)

$$\dot{\theta}_3 = \frac{\sin(\varphi_2)V_2^C - \sin(\delta_2)V_3^D}{L_3} \quad (2.21)$$

2.4 Semitrailer 2



Figur 2.5: Cykelmodell för andra semitrailern

Här införs punkten E som är änden på hela fordonskombinationen, även vinkeln θ_4 införs som utgör vinkeln mellan den globala x -axeln och semitrailern. Vinkelskillnaden mellan dollyn och den sista semitrailern betecknas

$$\varphi_3 = \theta_3 - (\theta_4 + \delta_2) \quad (2.22)$$

Med hjälp av den tidigare uträknade hastigheten, v^D , kan hastighetsvektorn i punkten E räknas ut med formeln

$$V_4^E = V_4^D + \omega_4^z \times (X_4^D - X_4^E) \quad (2.23)$$

Där V_4^D är

$$V_4^D = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_3) \\ \sin(\varphi_3) \\ 0 \end{bmatrix} V_3^D \quad (2.24)$$

Och V_4^E är

$$V_4^E = \begin{bmatrix} v_4^E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Vilket ger

$$V_4^E = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_3) \\ \sin(\varphi_3) \\ 0 \end{bmatrix} V_3^D + \begin{bmatrix} 0 \\ -L_4 \dot{\theta}_4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Då fås från andra raden i ekvationen vinkeländringen som

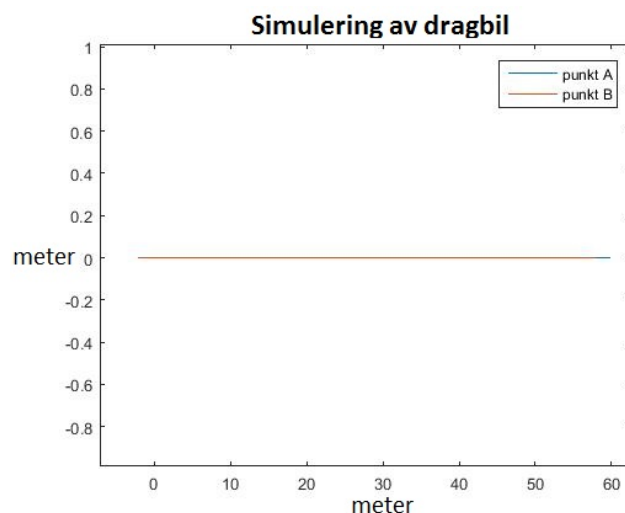
$$\dot{\theta}_4 = \frac{\sin(\varphi_3) V_3^D}{L_4} \quad (2.27)$$

där V_3^D hämtas från ekvation (2.20)

3. Simulering

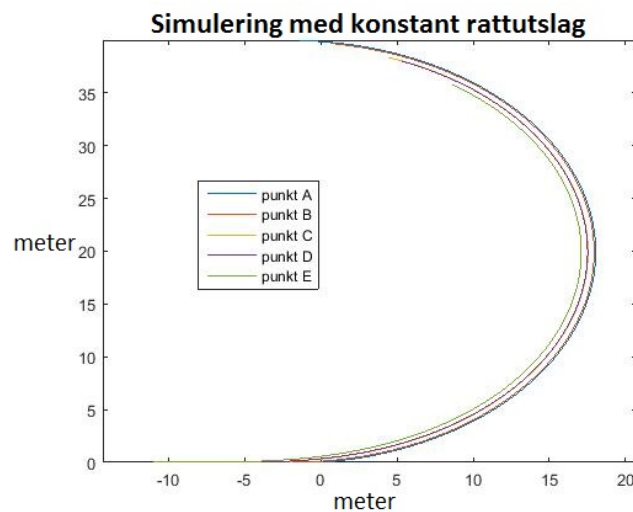
För att verifiera att de uttryck som härletts tidigare är korrekta används ode45 i Matlab och Simulink. Ode45 står för ordinär differentialekvation och denna vill ha derivator som invariabler. Här kommer derivatan för de fyra θ -vinklarna till stor användning. Dessa skickas in till ode45 som räknar ut den nya positionen ett kort tidssteg senare. I denna simulering har projektgruppen valt att utgå från punkt B, dvs hastigheter och positioner räknas ut med B som utgångspunkt.

Till en början simulerades endast dragbilen vid manövrering framåt och dessutom utan någon styrning, dvs dragbilen körs rakt fram. Både punkten A och B plottades vid simuleringen för att kontrollera att resultatet såg verklighetstroget ut. Detta är en iterativ process där simuleringen utvärderades och om något inte såg ut att stämma felsöktes den matematiska härledningen och en ny simulering utfördes.



Figur 3.1: Simulering av punkt A och B vid manövrering rakt fram

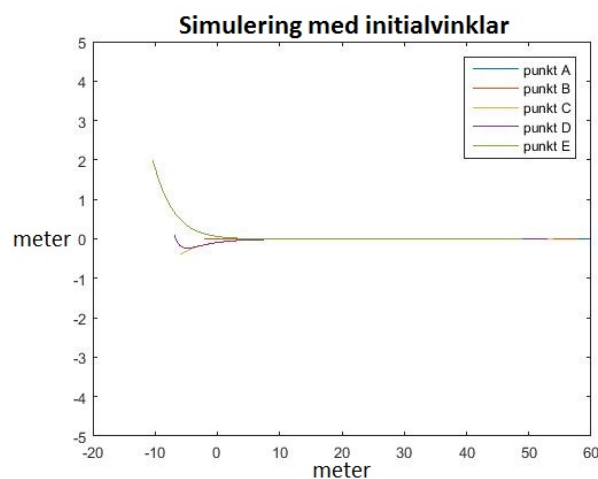
Vid önskvärt resultat läggs sedan uttrycken för de resterande modulerna till i Matlab-koden och simulerades en efter en. Under tiden detta gjordes uppstod flera komplikationer och processen utfördes flertalet gånger. Nästa steg bestod av att införa ett konstant rattutslag så att fordonskombinationen skulle röra sig i en cirkel.



Figur 3.2: Simulering av hela fordonskombinationen där dragbilen svänger med konstant rattutslag

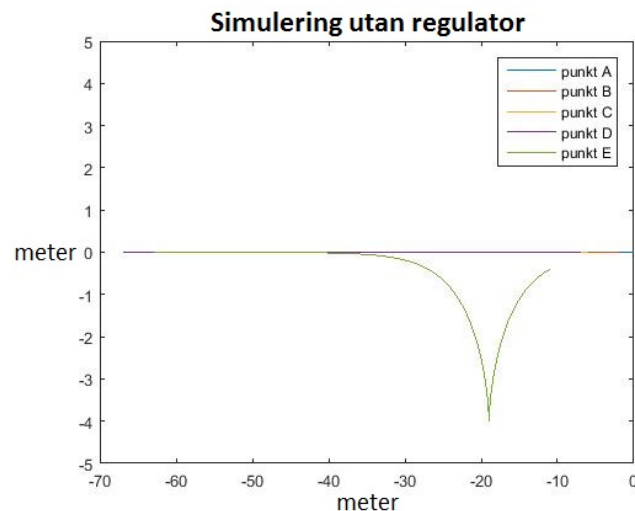
Punkterna ligger nära varandra i simuleringen i figur 3.2 vilket gör simuleringen mer svårtolkad men det viktiga är att punkt A befinner sig längst bort från centrum i cirkelrörelsen och de andra punkterna tar en kortare väg vilket intuitivt bedöms som verklighetstroget.

Nästa test var att låta de olika delarna av fordonskombinationen starta med olika vinklar i förhållande till varandra för att verifiera att när dragbilen manövrerar framåt så rätar de bakomvarande delarna ut sig och följer dragbilens trajektor.



Figur 3.3: Figuren visar hur fordonskombinationen beter sig efter att ha startat med vinklar mellan delarna

Ett sista test gjordes då fordonskombinationen backade. Den andra semitrailern hade då en vinkel gentemot dollyn för att en så kallad fällknivseffekt skulle uppstå, dvs att den andra semitrailern vänder sig och följer med dragbilen åt fel håll. Detta är i praktiken omöjligt eftersom delarna skulle krocka och haka i varandra men rent matematiskt går detta att simulera eftersom ingen begränsning för hur nära punkterna kan komma varandra har lagts in i Matlabkoden. Som syns i figur 3.4, där fordonskombinationen nu rör sig från höger till vänster



Figur 3.4: Fordonskombinationen backar och en så kallad fällknivseffekt uppstår

i figuren, vänder den andra semitrailern där x -axeln antar värdet cirka -20 och fortsätter sedan i riktning framåt utmed den backande fordonskombinationen. Det är just denna händelse som är svår för en lastbilschaufför att förhindra vid manövrering bakåt. Projektet fortsätter härifrån med att ta fram en regulator som hjälper till att styra dollyn och som förhindrar detta från att ske.

Viktigt att komma ihåg vid simulering är att det kan skilja sig på flera sätt från hur systemet skulle bete sig i verkligheten. En skillnad är att hjulen i detta fall inte tillåts att glida i sidled utan följer utan undantag hjulens riktning. I verkligheten kan friktionen mellan hjul och vägbana övervinnas och hjulen kan komma att glida. Eftersom simuleringen sker vid låga hastigheter skulle dock denna förenkling kunna anses vara godtagbar. Vid simuleringen tas heller inte hänsyn till att de olika delarna kan kollidera med varandra. Detta är viktigt att vara medveten om och måste tas i beaktning när simuleringarna analyseras.

4. Regulator

4.1 Öppet och återkopplat system

Det finns framförallt två olika typer av reglering, antingen med ett öppet eller med ett återkopplat system. Bägge typerna har för- och nackdelar beroende på situationen, därför är det viktigt att bestämma sig för vilken typ man bör använda sig av. Nedan följer en kort beskrivning av båda reglersystemen.

Ett återkopplat system bygger på att ett önskat värde, en så kallad referens, jämförs med det verkliga värdet. Skillnaden mellan dessa används för att skapa en ny insignal till systemet. Ett exempel på detta är då temperaturen i ett hus ska regleras. Den önskade temperaturen antas vara inställd på 20 grader, vilket ses som referensvärdet. En sensor i rummet mäter den verkliga temperaturen i rummet till 22 grader. Differensen är då +2 grader vilket är vad som ska regleras bort. Målet med ett återkopplat system är att se till att denna differens blir lika med 0, dvs att referensen är samma som det verkliga värdet. Fördelarna med ett återkopplat system är att systemet lättare kan ta hand om störningar i systemet. Beroende på design av regulatorn kan dessa filtreras bort eller tas hand om snabbt. Det är även lättare att erhålla det önskade värdet över tid, även om systemet kan behöva kalibreras med jämna mellanrum. Det negativa med ett återkopplat system är att systemet måste göras stabilt vilket kan vara svårt i många fall. Ett återkopplat system är även dyrt, det kräver ofta fler komponenter och tar längre tid att utforma[7].

Ett öppet styrsystem innebär att utsignalen varken mäts eller tas tillvara på. Systemet får således ingen information om huruvida insignalen korrigerade det som skulle korrigeras eller inte. I många fall är detta inte nödvändigt för att ändå uppnå önskat resultat. Fördelarna med ett öppet styrsystem är att man slipper stabiliseringsprocessen, det är billigare och enklare att utforma samt fungera över tid. Därför kan en kombination av öppna och återkopplade system vara att föredra[7].

Systemet som studeras i detta arbete är ett ickelinjärt system som linjäriserats. Detta innebär att den matematiska beskrivningen är en approximation av verkligheten och att det kommer att finnas en skillnad mellan dessa två. Denna skillnad, eller fel, som uppstår kräver ett återkopplat system för att kunna reglera bort det. Därför designas ett återkopplat reglersystem i detta kandidat-arbete.

4.2 LQR - Linear Quadratic Regulator

Efter att systemet har analyserats visar det sig att en LQ -regulator är mest lämplig för att kontrollera systemet. Den främsta anledningen till detta är att den kan stabilisera ett instabilt system, vilket också är fallet i detta projekt samt att denna regulator är väl beprövad inom liknande arbeten.

För att kunna designa en LQ -regulator måste det ickeinjära systemet linjäriseras enligt:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \quad (4.1)$$

där A - och B matriserna representerar systemets dynamik, u är systemets insignal och x är dess tillståndsvektor.

Utmaningen med regulatorn består av att hitta ett u som minimerar kostnadsfunktionen:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} (x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k) \quad (4.2)$$

vilket medför att

$$u_k = -Kx_k \quad (4.3)$$

där K är återkopplingens förstärkningsvektor och räknas ut enligt

$$K = (R + B^T P B)^{-1} B^T P A \quad (4.4)$$

där P är lösningen till Riccatis differentialekvation:

$$A^T P B + Q - A^T P B (R + B^T P B)^{-1} B^T P A = 0 \quad (4.5)$$

I ekvation (4.2) är Q -matrisen reell, symmetrisk och positivt semidefinit, R -matrisen är reell, symmetrisk och positivt definit. Dessa matriser kallas för vikt-faktorer och kan bestämmas av användaren. Enligt ekvation (4.2) bestämmer R vikten för regulatorns insignal och Q vikten för tillståndsvektorn. Stora värden i matrisen R och små värden i matrisen Q medför att regulatorns inverkan på systemet minskar. Om det omvända gäller dvs små värden i R och stora värden i Q , kommer hastigheten att öka och om Q blir för stor finns risken att systemet kommer att översvänga.

Genom att göra simuleringar på systemet är det möjligt att på empirisk väg hitta optimala värden på R och Q .

För att kunna få fram ett värde på K definieras en arbetspunkt som styr i vilken riktning systemet skall styras. I detta projekt, när fordonskombinationen ska backa rakt bakåt, är målet att tillståndet skall gå mot noll. Efter att detta är valt kan man med hjälp av kommandot `lqr` i Matlab räkna ut K -vektorn.

4.3 Backa rakt bakåt

För att kunna använda sig av LQ-regulatorn måste således systemet linjäriseras vid en arbetspunkt. När fordonskombinationen simulerades vid backning rakt bakåt linjäriserades systemet vid arbetspunkten då alla vinklar var satta till 0. Även positionen i x -led linjäriseras vid $x = 0$ och fordonskombinationen tilläts starta ett visst avstånd i x -led därifrån för att sedan ta sig mot just $x = 0$. Hur långt ifrån origo fordonskombinationen tilläts starta berodde delvis på hur lång sträcka fordonskombinationen och regulatorn behövde för att reglera ett potentiellt fel.

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ X^B \\ Y^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

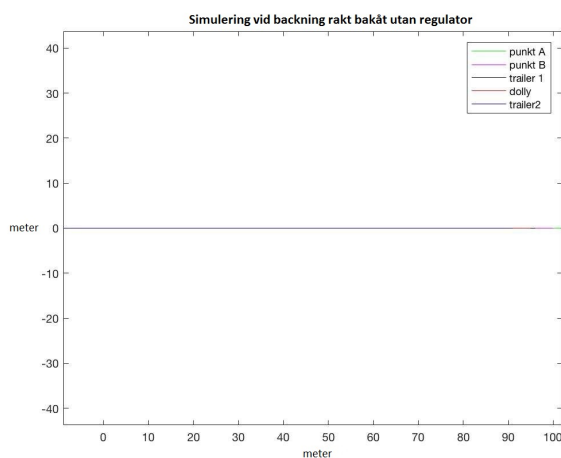
Efter att systemet linjäriserats vid dessa arbetspunkter fås tillståndmatriserna

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V^B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V^B}{L_2} & -\frac{V^B}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{V^B}{L_3} & -\frac{V^B}{L_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{V^B}{L_4} & \frac{V^B}{L_4} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{V^B}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{V^B}{L_3} & 0 \\ 0 & -\frac{V^B}{L_4} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

I matriserna är V^B hastigheten i punkten B, se figur 2.2, som i detta fallet även återkopplas och $L_1 = 0.3$, $L_2 = 0.42$, $L_3 = 0.18$ och $L_4 = 0.42$, se figur 2.1.

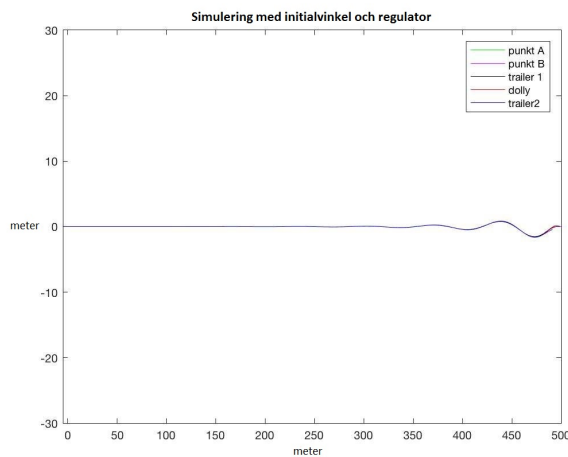
När en simulering vid backning, där utgångsvinklarna och positionerna är satta till noll, utförs är systemet oberoende av en regulator. Eftersom systemet är beskrivet kinematiskt och utan några felaktigheter kommer kombinationen kunna backa utan att någon led viker sig.



Figur 4.1: Bilden visar backning rakt bakåt utan reglersystem och utan initialvinkel

Bilden ovan visar att systemet kan backa rakt bakåt utan regulator.

För att testa denna regulator måste alltså en initialvinkel införas vilket blir motsägelsefullt mot vad som togs upp i början av kapitlet. Det som dock kan verifieras är att om en tillräckligt liten vinkel införs som startvärde kan regulatorn ta hand om denna genom att styra både δ_1 och δ_2 för att sedan backa fordonskombinationen rakt bakåt.



Figur 4.2: Bilden visar backning rakt bakåt med reglersystem och en liten initialvinkel

Som visas i figur 4.2 reglerar regulatorn bort initialvinkeln och ganska snabbt stabiliserar systemet och fortsätter rakt bakåt. Värdena för Q och R -matriserna

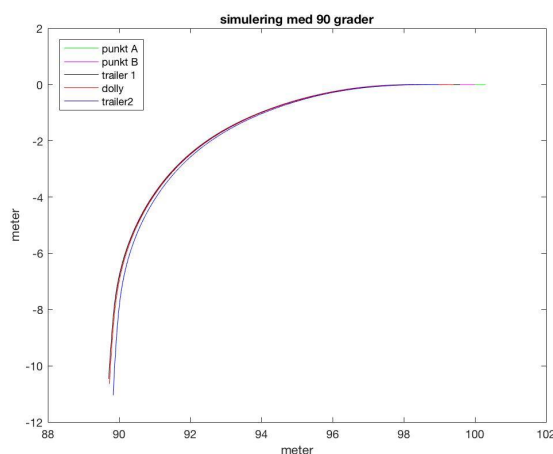
designades på detta sätt

$$Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^3 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$R = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 10^8 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

4.4 Backa i 90 grader

När det kommer till regulatorn som användes för att backa i 90 grader har projektgruppen antagit, precis som vid backning rakt bakåt, att systemet fortfarande skulle linjäriseras vid då alla tillstånd är 0. Det innebär att samma A och B-matris kunde användas för backning i 90 grader som vid backning rakt bakåt. För att fordonskombinationen ändå skulle svänga skickades hela tiden en störning in i systemet. Störnsignalen representerade en vinkelskillnad vid den andra semitrailern som regulatorn då ville reglera bort. Detta tvingade kombinationen att ändra position vilket resulterade i att kombinationen svängde. Med tanke på att denna regulator linjäriserades vid arbetspunkten då vinklar och styrsignaler var satta till 0 innebär det även att fordonskombinationen inte kunde vika sig mer än cirka 5-10 grader. Därför fick den cirkulära trajektorian en minsta möjliga radie och alltför snäva svängar var inte möjliga att uppnå.



Figur 4.3: Backning i 90 grader

I figur 4.3 visas hur fordonskombinationen backar i en cirkulär trajektoria.

De ändringar som var tvungna att göras på regulatorn från att backa rakt skedde i R och Q matriserna. I R -matrisen var värdena tvungna att vara högre så att styrsignalerna hölls låga, annars klarade inte regulatorn av att stabilisera systemet utan började oscillera.

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$R = \begin{bmatrix} 90000 & 0 & 0 \\ 0 & 50000 & 0 \\ 0 & 0 & 10^8 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Denna störsignal som hela tiden skickas in till systemet skulle i verkligheten kunna liknas vid en linjeavläsare som läser av en linje. Om denna linjer kröker som i simuleringen är detta ett gott tecken på att en implementering på en prototyp skulle fungera som väntat.

5. Prototyp

Detta kapitel behandlar den prototyp som har tagits fram. Frågor som rör användning, uppbyggnad, material osv behandlas i kapitlet.

5.1 Användning

För att kunna verifiera att de matematiska- och reglertekniska modellerna som har tagits fram går att implementera och testa har en prototyp tagits fram som en del av slutprodukten. Den ska även användas för att verifiera att kraven som är uppställda i delkapitlet 1.3 uppfylls. Dessutom kommer arbetet med prototypen även att på ett bra sätt varva teoretiska resonemang med mer praktiskt orienterat arbete.

5.2 Uppbyggnad

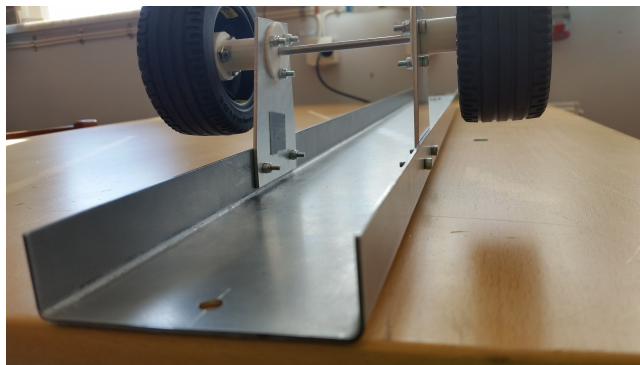
Prototypen kommer bestå av samma DRT uppsättning som har nämnts i tidigare kapitel (dragbil, semitrailer, dolly och semitrailer).

Förra året byggdes dragbilen och dollyn i skalan 1:14 och semitrailarna har bredden i samma skala men med kortare längd. Målet i detta projekt var att få hela kombinationen i samma skala och därför byggdes nya semitrailrar. Dragbil och dolly återanvändes från fjolåret. En av fördelarna med att tillverka prototypen i 1:14 skala är att det är en vanlig skala vid försäljning av modeller och radiostyrda lastbilar och det underlättar när man vill köpa in färdiga delar.

Chassit för varje komponent består av en U-formad böckad plåt, 80 mm bred och 20 mm nedhängande på varje sida. För att kunna fästa däcken och axlarna används så kallade expandrar, vilka fästs på de nedböjda flänsarna. På nedre delen av expandrarna har det sen gjorts hål där hjulaxeln går igenom och för att minska friktionen fästs 3D-utskrivna bussningar vid hålen. Dessa visas i figur 5.1



Figur 5.1: Bilden visar bussningarna som använts för att minska friktionen



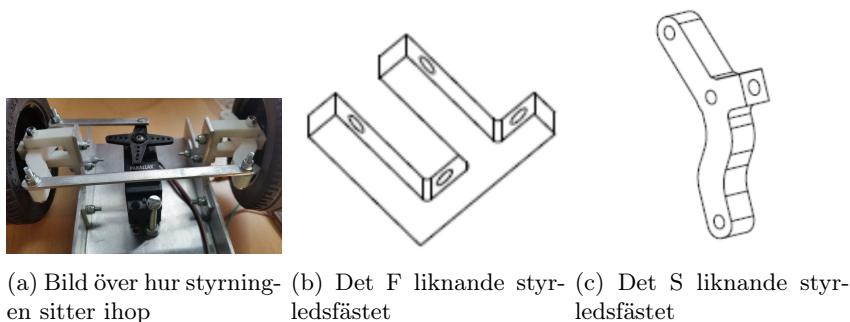
Figur 5.2: Chassit är bockat, expandrarna sitter fast på flänsarna och hjulen sitter fast i expandrarna.

I figur 5.2 ser ni hur plåten är bockad, hur expandrarna sitter fast och hur hjulaxeln går igenom bussningarna.

5.2.1 Dragbil och dolly

Dragbilen har både styrning och drivning och ändringen jämfört med förra årets projekt är att även dollyn har styrning. För dragbilens drivning används en DC-motor och för styrningen av dragbilen och dollyn används servon.

Servot sitter fast direkt i chassit och för att få ihop kontakten mellan servot och hjulen det ska styra har styrledsfästen skrivits ut. Först sitter en F liknande del fast mot expandern. På den sitter sedan en S liknade del där hjulet sitter fast. Därpå sitter även kopplingen från servot till ena hjulet. Mellan hjulen sitter en koppling för att båda hjulen ska svänga. Exakt hur allt är fastsatt och hur delarna till styrledsfästena ser ut visas i figur 5.3

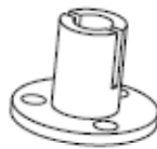


Figur 5.3

5.2.2 Semitrailer

Semitrailarna består endast av ett chassi med ett hjulpar. På chassit finns hål och fästen för rotationsenkodrar. I figur 5.4 visas det 3D-utskrivna fästet för rotationsenkodern. På den sitter sedan en slangklämma för att kunna spänna fast rotationsenkodern så att rotationsenkodern och semitrailern rör sig likvärdigt. Under projektet byggdes även nya semitrailrar.

De nybyggda semitrailarna provades genom att låta dragbilen framföra hela fordonskombinationen. Det visade sig då att den inte orkade dra hela kombinationen. Vid senare tester upptäcktes dock att batteriet var dåligt laddat och därför gjordes nya tester när batteriet var laddat. De tester som då gjordes var på hela kombinationen (med de gamla semitrailarna) där de nya semitrailarna lades ovanpå. Resultatet från det testet var att dragbilen orkade dra hela fordonskombinationen men då var tiden för knapp för att hinna byta tillbaka.



Figur 5.4: Fäste för rotationsenkodern

5.2.3 Mikrodator

För att kontrollera fordonskombinationen används Arduino, vilket är en liten dator som använder sig av öppen källkod. Till en början var det tänkt att använda en Arduino 101 (nämns senare som 101:an) på grund av att målet var att kunna fjärrstyra fordonet med någon typ av kontroll och med tanke på att 101:an har inbyggd BLE (Bluetooth Low Energy) verkade det som ett passande val. Efter att inköpet var gjort och det var dags att börja programmera så upptäcktes ett problemet med att 101:an var för ny och saknade stöd för Simulink. Detta ledde till att det införskaffades en Arduino Mega (nämns senare som Megan) istället. En extra fördel med Megan är att det finns fler analoga och digitala portar att utnyttja. Det visade sig vara en väldigt bra egenskap när projektgruppen studerade linjeavläsaren (nämns mer i kapitel 6).



(a) Bild på Arduino 101 som valdes bort
(b) Bild på Arduino Mega som blev det slutgiltiga valet
(c) Bild på motor-skölden som sätts på en Arduino

Figur 5.5: Mikrodatorer och motorsköld som använts i projektet

5.2.4 Drivning

För att driva fordonskombinationen framåt används en mindre DC-motor med nominell spänning 12V. Eftersom Megan inte kan ge tillräckligt spänning till DC-motorn har även en motorsköld införskaffats. En motorsköld är ett kort som sätts på en mikrodator där det kan kopplas upp till två DC-motorer och ett batteri med spänning från 7V till max 20V. På så sätt uppnås mer spänning till DC-motorn vilket var nödvändigt.

Det batteriet som användes i detta arbetet är ett 11,2V lithium polymer (Li-Po) batteri. Detta batteri ger tillräckligt med spänning för att få kombinationen att förflytta sig.

Ursprungsmålet var att ha drivning på två hjul och därför införskaffades en differentialväxel. Efter flera försök att få fast differentialväxeln togs beslutet att återgå till drivning på ett hjul. Problemet som stöttes på var att hitta ett tillfredsställande sätt att fästa DC-motorn till differentialväxeln. De varianterna som testades ledde alla till att kopplingen slutade fungera när dragbilen belastades med exempelvis en semitrailer.

5.2.5 Sensorer

För att reglersystemet skall kunna fungera på ett korrekt sätt användes tre olika typer av sensorer. Signalerna från sensorerna skickas sedan till Arduinon. Hur dessa fungerar mer i detalj finns beskrivet i kapitel 6.

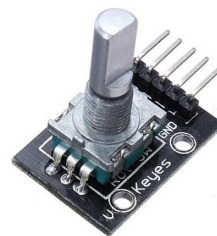
För att få fordonskombinationen att backa i önskade riktningar valdes att använda en linjeavläsare av modell Zumo Reflectance Sensor Array. Den består av sex IR-sensorer som sitter monterade på ett kretskort. Dessa mäter styrkan på reflektionen mot underlager. På så sätt kan den avgöra om ledlinjen har hittats. Signalerna från de sex olika sensorerna skickas sedan till Arduinon för tolkning och bearbetning.

Reglersystemet behöver veta vinklarna mellan de olika delarna. Gruppen har valt att använda rotationsenkodrar för detta syfte. Det behövs totalt tre stycken rotationsenkodrar som mäter vinklarna φ_1 , φ_2 och φ_3 , dessa definierades i den matematiska modellen. Hur rotationsenkodrarna fungerar finns beskrivet närmare i kapitel 6.

Även en hastighetsmätare inhandlades men på grund av tidsbrist hann den aldrig implementeras.



(a) Linjeavläsare



(b) Rotationsenkodern

Figur 5.6

5.3 Material

I detta avsnitt presenteras vilka material som har använts till de olika delarna i fordonskombinationen samt korta motiveringar till varför vi valde just dessa.

Flera delar av framförallt chassit och hjulen/däcken har kunnat återanvändas från tidigare års projekt. Detta har skett antingen via direkt återanvändning eller genom modifieringar av befintliga komponenter.

5.3.1 Chassi

Chassit består till största delen av böckad och tillkapad aluminiumplåt med 2 mm tjocklek. De nya semitrailrarna tillverkades av 1,5 mm stål på grund av att det vid tillverkningstillfället inte fanns tillräckligt med aluminium.

Fördelen med aluminium är att det är ett viktjämsamt lätt material och det är även smidigt att jobba med. Sen utsätts inte aluminium för någon direkt korrosion vilket leder till att delar kan användas fler år vid behov.

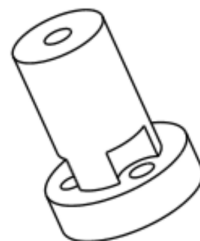
För att konstruktionen ska hålla ihop har skruvar och muttrar används. Till största delen är det M3 skruvar som har används men även M2.5 och för att fästa hjulen till de 3D-utskrivna hjulfästena användes M4 skruvar.

5.3.2 Hjul och däck

Hjulen och däcken som används i konstruktionen kommer från LEGO och är av modell: Black Wheel 56x34mm Technic Racing Medium, Black Tire 81.6x36mm Technic Straight Tread. För att få hjulen att fästa i hjulaxeln används 3D-utskrivna hjulfästen. Anledning till att vi valde dessa är att de fanns kvar från tidigare års arbete samt att de passar väl in i befintliga konstruktioner.



(a) LEGO hjul



(b) Fäste för hjulet



Figur 5.7: Fäste för drivhjulet

6. Implementering

När resultaten från simuleringen ansågs vara bra nog påbörjades arbetet med att överföra detta till prototypen. Projektgruppen har valt att använda sig av en Arduino mega 2650m med en motorsköld för att styra prototypen. För att implementera detta på prototypen krävs även att de sensorer som används skickar tillbaka rätt information och att den kan tas fram och användas på rätt sätt.

I detta fall har prototypen tre olika typer av sensorer. En av sensorerna är en linjeavläsare som består av sex monterade sensorer på rad som var och en läser av reflektionen från en ir-stråle. Är reflektionen stark tyder det på att underlaget är ljust vilket sensorn visar i form av att ge tillbaka ett lågt värde från just den sensorn. Är reflektionen låg ger sensorn ett högt värde. Värdena varierar mellan 0 och 1023 [8]. Detta läses av med hjälp av en tilläggsfunktion i Simulink för just den zumo-reflektorn som används. För att linjeavläsaren ska ge så bra värden som möjligt användes svart tejp på vit bakgrund. Projektgruppen ansåg att detta ideala fall var tillräckligt vid detta test. Signalen filtrerades även så att värden över 300 endast ansågs som att sensorn upptäckte tejp. Detta värde kan ifrågasättas och justeras beroende på färg på bakgrund och tejp men efter tester i just detta fall ansågs värdet 300 vara en bra brytpunkt mellan att befinna sig över tejp eller inte.

En annan typ av sensor som används är rotationsenkodrar. Dessa är monterade vid de tre lederna som finns och ger värdena för φ_1 , φ_2 och φ_3 . Värdet från enkodern visade 0 i utgångsläget och gav antingen 1 eller -1 beroende på om den vreds 4, 5 grader medurs eller moturs. I Simulink räknas sedan detta värde om till radianer.

Den sista sensorn som inhandlats är en hastighetsmätare men på grund av tidsbrist har denna inte hunnits implementeras. Hastigheten uppmättes istället då en konstant signal skickades till motorn och hölls sedan konstant.

6.1 Program

Projektgruppen har använt sig av både Simulink och Matlab vid framtagning av detta reglersystem. Till en början ansågs kod i Matlab vara det mest lämpade men en bit in i arbetet och i samråd med andra kandidatgrupper byttes det ut mot Simulink. Detta för att Simulink har inbyggda funktioner med färdiga formler anpassade för just Arduino. Det visade sig vara genomförbart men inte utan mycket efterforskning. Ett annat alternativ som kod är med programmeringsspråket C++. Det finns mycket färdig kod att tillgå på Arduinos hemsida i just C++ vilket talar för att använda sig av detta. Dock har de flesta i projektgruppen dålig kunskap i just detta programmeringsspråk och den valdes därför bort.

För rapportskrivning har gruppen använt $\text{\LaTeX}$. Eftersom ingen i gruppen kunde något om $\text{\LaTeX}$ blev det ännu ett moment att läsa in och lära sig.

7. Tester

Olika fall har implementerats på prototypen och testats i verkligheten. Även i detta skede fortgår arbetet genom att börja med de enklaste fallen för att sedan lägga till delar av fordonskombinationen.

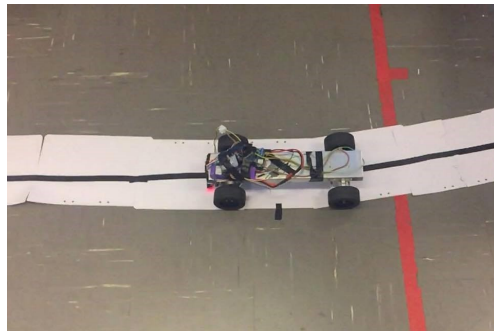
7.1 Dragbilen med linjeavläsare

Det första testet som genomfördes var att låta enbart dragbilen backa utefter en linje. Linjeavläsaren användes som sensor för att ge rätt information till det servo som styr δ_1 . I överkanten på linjeavläsaren, som syns i 7.1, sitter de sex

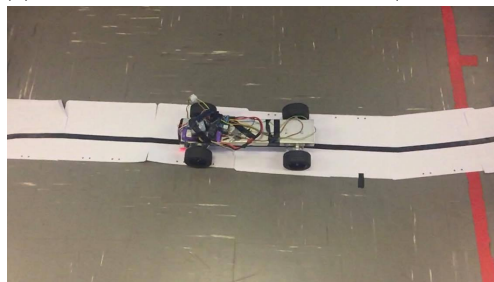


Figur 7.1: Den använda linjeavläsaren

sensorerna som läser av reflektionen från marken. På grund av tjockleken på den tejp som användes som linje användes inte de två sensorerna i mitten. Om någon av de två innersta sensorerna upptäckte linjen programmerades servot att ge ett rattutslag på 30 grader och om någon av de yttersta läste av linjen skickades en signal till servot om att ge ett rattutslag på 45 grader. Rattutslagen som implementerades valdes genom att testa med olika värden. Vid för stora rattutslag blev systemet svängigt och vid mindre rattutslag var risken stor att dragbilen inte lyckades hålla sig till linjen. Anledningen till att rattutslaget bestämdes genom tester var för att den erhållna K-matrisen, som styr insignalerna i Simulink, inte var anpassad för att följa en utsatt linje utan istället för att eftersträva linjäriseringspunkterna. Vid simuleringen av backning i 90 grader följer fordonskombinationen en typ av trajektoria men implementeringen av denna till prototypen lyckades projektgruppen inte att genomföra. Bildsekvensen nedan visar ett lyckat test när dragbilen följer linjen hela vägen och både det mindre och det större rattutslaget används. Linjen är relativt krokig och systemet anses robust nog. Notera att dragbilen rör sig från höger till vänster i denna sekvens.



(a) Dragbilen startar ovanför linjen (tid: 0 sek)



(b) Dragbilen följer linjen följsamt (tid: 2 sek)



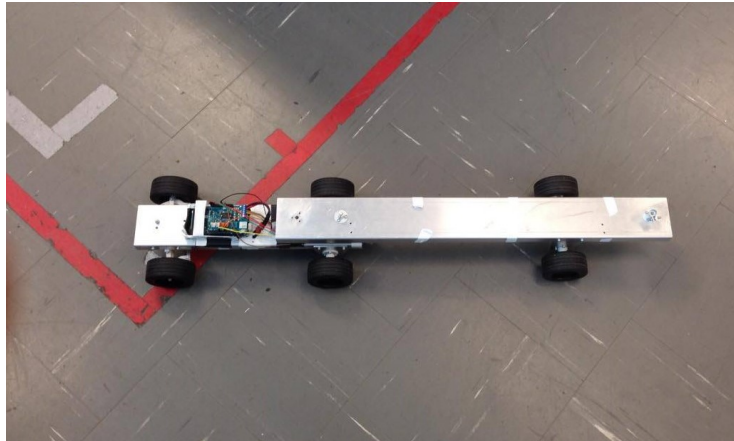
(c) I slutet av testet svänger linjen betydligt mer (tid: 7 sek)

7.2 Backa rakt med en semitrailer

Nästa test gick ut på att koppla på första semitrailern och låta fordonskombinationen backa rakt bakåt. Istället för linjeavläsaren som referens användes en rotationsenkoder som läste av vinkeln mellan dragbilen och första semitrailern. Dragbilen hade alltså ingen trajektoria att följa utan referensen utgjordes av vinkelskillnaden delarna emellan. Regleringen som skedde syftade till att reglera vinkelskillnaden till noll genom att skicka styrsignaler till servot för framhjulen. I detta fall används K-värdet som räknats ut i Simulink för att få rätt styrsignal till servot.

På grund av tidsbrist har projektgruppen inte kunnat testa reglersystemet på hela fordonskombinationen. Dock visar de tester som utförts att åtminstone delar av fordonskombinationen kan följa en linje eller att backa rakt bakåt. Att utöka systemet med fler delar anses inte vara den svåra biten. Inte heller att implementera regulatorn som används vid backning i 90 grader eftersom denna

har allt som även verkligheten har.



Figur 7.3: Dragbilen och första semitrailern startar i rak position (tid: 0 sek)



Figur 7.4: Servot regleras för att hålla kombinationen rak (tid: 3 sek)



Figur 7.5: Styrsystemet arbetar även här för att reducera vinkelskillnaden (tid: 6 sek)

8. Diskussion

I detta kapitel diskuteras hur arbetet har fortskridit, hur nöjda vi är med hur vi har löst de problem som vi har stött på under projektets gång, hur arbetet har delats upp mellan gruppmedlemmarna samt några önskemål om vad man skulle kunna förbättra i fortsatta arbeten.

8.1 Resultat

Målet med detta projektarbete var att ta fram simuleringar och en programmerad prototyp som uppvisar samma beteende som simuleringen, det vill säga att backa rakt bakåt, backa i 90 grader samt att backa intill en lastkaj. Tyvärr har inte alla dessa mål uppnåtts på grund av olika faktorer och framförallt tidsbrist. De resultat som ändå uppnåtts presenteras här nedan.

Målet att presentera simuleringar vid backning rakt bakåt med hjälp av ett regelsystem har uppnåtts väl. Reglersystemet kan hantera små vinkelförändringar och behålla fordonskombinationen i ett läge där alla φ -vinklar är noll. I detta fall utnyttjas alla tre kontrollerbara parametrar, nämligen styrning på dollyn, styrning på dragbilen samt hastigheten. Detta sker på ett verklighetstroget sätt och uppför sig som önskat.

Att uppnå målet med att simulera en backning av fordonskombinationen i 90 grader är svårare men även detta uppnåddes till slut. Fordonskombinationen startar i en position, precis som i det tidigare fallet, där alla φ -vinklar är lika med noll för att sedan inta en position för att kunna backa i en cirkelformad rörelse. Precis som i stycket ovan används alla de tre kontrollerbara parametrarna fullt ut och fordonskombinationen uppvisar ett verklighetstroget beteende.

När det kommer till implementeringen har dessa två fall delvis uppnåtts. Projektgruppen har kunnat få delar av fordonskombinationen att backa rakt bakåt samt följa en linje men tyvärr inte hela fordonskombinationen.

Resultatet av detta kandidatarbete presenteras inte enbart här utan läsaren hänvisas till den löpande texten i kapitlen om simuleringar och tester.

8.2 Problem

Ett problem projektgruppen har haft är ett överföra regulatorn från ett kontinuerligt tidsperspektiv till ett diskret. När regulatorn började designas var det naturligt att utforma den i ett kontinuerligt tidsperspektiv. Fördelarna med kontinuerligt tidsperspektiv är att systemet blir lättare att reglera eftersom styrsignaler skickas simultant till respektive mottagare. Då reagerar systemet snabbare på förändringar än i ett diskret tidsperspektiv. Skillnaden är att i det diskreta tidsperspektivet hålls styrsignalerna konstanta över ett visst tidsintervall. Hur styrsignalen ser ut beror på hur systemet såg ut vid intervallets början. Beroende på hur långt intervallet är kan systemet uppträda relativt ryckigt. Anledningen till att systemet var tvunget att överföras från kontinuerligt till diskret är att Arduinon arbetar i ett diskret tidssystem, dvs det uppdateras efter ett

visst tidsintervall. Detta löste dock projektgruppen efter mycket efterforskning med hjälp av ändringar i Simulinkkoden.

Problemen som har uppstått vid framtagningen av reglersystemen är många och det har varit mycket tidskrävande. Bland annat var tanken att som första test börja nära $x = 0$. Men eftersom systemet skickar styrsignaler till bland annat δ_1 och δ_2 krävs en rörelse av fordonskombinationen i någon riktning för att styrsignalen ska kunna utföra någon förändring. Om då fordonskombinationen startar vid linjäriseringspunkten med nollskilda vinklar mellan delarna kan reglersystemet inte åtgärda detta utan tappar sin funktion. Detta tog tid att komma fram till då projektgruppen antog att reglersystemet hade brister, men så var alltså inte fallet.

Ett annat bekymmer har varit att få systemet kontrollerbart med avseende på matriserna R och Q . Dessa måste väljas på ett visst sätt för att systemet ska vara kontrollerbart. Detta har varit en iterativ process där olika väl valda värden testats för att lyckas få systemet kontrollerbart.

En situation som måste lösas är att regulatoren måste veta om systemets begränsningar. Både i fallet med prototypen och i verkligheten kan δ_1 och δ_2 inte bli större än cirka 45 grader. Utan reglering av detta kan systemet rent matematiskt svänga 360 grader vilket alltså är omöjligt att implementera. Detta har lagts in i regulatoren som ett krav på att om vinkeln överstiger 45 grader så skickas det inte vidare utan stannar vid 45 grader. Detta är för att rädda komponenter snarare än att få reglersystemet att fungera bättre. Om styrsystemet behöver ett större vinkelutslag kan det resultera i att systemet antingen blir instabilt eller att det tar längre tid för regulatoren att åtgärda felet.

Ytterligare fall som måste tas hänsyn till är vid implementeringen på prototypen. Skulle prototypen exempelvis inte röra sig i den hastighet den tillgivits utan slira kommer regulatoren att tro att fordonskombinationen tagit sig en sträcka utan att den gjort det i verkligheten. När en sådan skillnad mellan regulatoren och verklighet uppstår klarar inte regulatoren av att kontrollera systemet. Detta har projektgruppen tagit hänsyn till genom att verkligen se till att det drivande hjulet hela tiden får fäste, dels genom att använda sig av ett underlag med hög friktion och dels genom att lägga tyngder på det drivande hjulet så att friktionskoefficienten ökar.

Vid varje simulering fås en graf som ska tolkas. Hur detta ska tolkas kan vara svårt då resultatet ofta visar ett fall där reglersystemet inte har kunnat reglera felet i det återkopplade systemet. Lärdomar som har dragits ur detta är att plotta alla värden som räknas ut för att se hur de beter sig och på så sätt kunna felsöka lättare. Exempelvis räknas styrsignalerna ut i ett steg för att skickas vidare till de parametrar som ska styras. Denna kan plottas för att verifiera att den uppför sig som väntat.

8.3 Reflektioner

Att få till ett robust reglersystem visade sig vara svårt. Mycket hjälp har efterfrågats utifrån själva kandidatgruppen såsom handledare och andra kunniga inom området. Trots detta är reglersystemet i dagsläget inte fullt utvecklat och heller inte helt felfritt. Det har satts höga krav på projektgruppen vilket har varit givande. Dels för att hantera den pressen men även för att på egen hand samla på sig kunskap inom ämnet.

I detta projekt lades mycket tid på att designa reglersystemet och mindre tid på själva implementeringen. Detta skulle kunna ha fördelats mer jämbördigt då implementeringen är tidskrävande och många oväntade händelser kan inträffa som att en viss Arduino inte stödjer Simulink eller att koden som krävs för vissa sensorer är svår att hitta eller ta fram.

Vad gäller rollerna i detta kandidatarbete har dessa roterat medlemmarna emellan. För projektledaren har det dock varit svårt att vara insatt i alla delar av projektet. Tidigt delades nämligen uppgifter upp medlemmarna emellan där två stycken främst arbetat med prototypen och två stycken främst med den matematiska delen och reglersystemet. Att sätta sig in i vad de andra gjorde prioriterades bort vilket märktes när de båda skulle mötas upp för att implementera reglersystemet på prototypen. Var de andra befann sig i arbetet var inte uppenbart under projektets gång. Projektledarens roll i projektet kan även ha att göra med bristande dokumentation gällande pågående arbete. Om en bättre dokumentation skett skulle projektledaren förmodligen haft möjligheten att överskåda arbetet bättre.

Önskvärt för kommande arbeten är även att alla medlemmar är helt eller åtminstone delvis insatta i samtliga delar av arbetet. Om någon har svårlosta problem kan det vara fördelaktigt att flera personer försöker lösa detta. Under detta arbete var uppgifterna ganska strikt fördelade. Ett sätt att lösa detta skulle kunna vara att projektledaren tar på sig uppgiften att ha inblick i hela arbetet och informerar gruppen om hur långt de olika undergrupperna har kommit med respektive uppgifter. Detta skulle alltså vara fördelaktigt även för problemet som beskrevs tidigare i stycket.

Bygget i detta projekt syftade framförallt till att modifiera en redan befintlig prototyp. Viktigt när detta sker är att när en ändring görs bör denna verifieras genom att testa den rent praktiskt. Projektgruppen testade i detta arbete att backa med hela den nya fordonskombinationen när kort tid återstod och upptäckte då att dragbilen inte orkade driva hela fordonskombinationen på grund av den nya vikten. Mycket jobb var då förgäves och nytillverkade delar kunde inte användas. Detta skulle kunna ske på ett bättre sätt genom att noga överväga beslut och tidigt testa om dessa fungerar eller inte och vid behov göra ytterligare ändringar.

Att överföra större delar av regulatorn till prototypen borde gjorts i detta arbete. Även att kontrollera hur väl dollyns styrning på prototypen fungerar. Projektgruppens reflektion angående införandet av styrning på dollyn är att det kan förbättra backningen med långa fordonskombinationer. Graferna skulle kunna tyda på detta men stödjer dock inte påståendet. För att utvärdera detta fullt ut bör detta implementeras på en prototyp och testas i olika fall. Dollyns styrning kräver förmodligen ett väldigt robust reglersystem för att fungera i verkligheten men tester på en prototyp skulle ge mycket information till att börja med. Vi anser att det kan utgöra en bra lösning för att underlätta backningen för förare med långa fordonskombinationer.

8.4 Fortsatt arbete

Det finns fortfarande många saker man skulle kunna utveckla i vårt projekt. Eftersom att det har rört sig om en begränsad tidsperiod har det inte funnits tid att implementera alla de delar som vi från början hade tänkt ha med. I detta avsnitt presenteras förslag på förbättringsområden inom ramen för projektet.

8.4.1 Reglertekniskt

Kommande arbete med reglersystemet är bland annat att utveckla detta för att bli mer robust i verklighetstroga miljöer. Till exempel skulle linjeavläsaren kunna läsa av en svart, eller vit, linje mot olika bakgrunder. De värden för linjeavläsaren som användes i testerna i detta projekt fungerade väl när den svarta tejpens befann sig på en vit bakgrund. Ändras värdena skulle sensorn kunna identifiera linjen även mot mörkare bakgrund.

På grund av tidsbrist har inte matriserna Q och R ställts in helt tillfredsställande. Läggs mer tid på detta i form av fler experiment i olika situationer kan man säkerligen ge dessa andra värden som fungerar bättre än de som finns i nuläget. Vid backning i 90 grader bör systemet ses över för att delar av fordonskombinationen inte skall oscillera som det gjorde vid denna simulering.

8.4.2 Prototyp konstruktion

Några av de stora utmaningarna har varit att styrning ska ske på både dragbil och dolly samt att kunna få DC-motorn att orka driva fordonskombinationen.

Tyvärr visade det sig att drivning på bägge framhjulen var svårare än projektgruppen hade förväntat sig. Det kan i framtida projekt vara önskvärt att lösa problemet med kraftöverföring, framförallt mellan DC-motor och differentialväxel. DC-motorn som användes räckte för att kunna driva fordonskombinationen framåt. Dock skulle det vara önskvärt med en starkare motor, särskilt om man skulle vilja lägga till delar tex ett ekipage som skulle öka vikten på konstruktionen. Det kan även vara fördelaktigt att använda däck med bättre fäste till drivhjulet/hjulen.

8.4.3 Drivning på dolly

För att förenkla backningen ytterligare skulle en möjlighet vara att införa drivning på dollyn. Det skulle innebära att de delar som befinner sig framför dollyn, det vill säga första semitrailern och dragbilen, skulle utgöra ett stabilt system som inte kräver en regulator. Det enda som då skulle behöva regleras är den andra semitrailern vilket är betydligt enklare att utforma och att få robust.

8.4.4 Globala koordinater/GPS

Till skillnad från förra årets arbete används en linjeavläsare i detta arbete. Det ger fordonskombinationen någon form av information om var den befinner sig i förhållande till omgivningen. Detta är önskvärt och skulle kunna utvecklas ännu mer till att ha en inbyggd GPS. Då skulle exempelvis lastkajens koordinater kunna läggas in och fordonet vet om slutdestinationen. Varianterna att ta sig dit kan vara många och reglersystemet skulle kunna välja den minst tidskrävande

istället för att som med linjeavläsning vara tvungen att ta just den vägen till slutmålet. Dock kan en riktigt GPS vara svår att använda sig av på en prototyp då den i sig är liten och sträckan den ska ta sig är kort. Det ställer höga krav på noggrannhet i koordinaterna som GPSen anger. Kraven kan innebära att budgeten blir svår att hålla eller att en sådan GPS är svår att finna. Detta är något som kommande arbeten borde se över.

8.4.5 Fler sensorer

På grund av tidsaspekten har gruppen valt att begränsa oss till att mäta de viktigaste storheterna. Man skulle kunna montera in fler sensorer för att mäta fler storheter som tex moment, lutning, effekt m.m. Att mäta dessa storheter är inte något som är direkt nödvändigt för att lösa det reglertekniska grundproblemet. Det kan dock vara trevligt att skicka värdena från dessa till t.ex en monitor som sedan kan visas vid tex demo och presentationer. I de projekt som idag bedrivs av bl.a Volvo inom området loggas tusentals signaler från sensorer placerade runt om på lastbilen. Värdena från dessa skickas sedan i realtid via 3G/Wi-Fi till molntjänster. På så vis är det enkelt att övervaka lastbilar både i kommersiellt bruk och sådana som används för test. Framtida kandidatarbeten inom området skulle kunna analysera möjligheten att utveckla liknande system.

8.4.6 Backkameror

För att underlätta för föraren i en verklig (tex vid backning mot lastkaj) situation skulle det vara fördelaktigt att använda sig av backkameror. Det kan ibland vara svårt för föraren att få en uppfattning om fordonets position, särskilt då väldigt långa kombinationer används. Med backkameror skulle man kunna minska risken för kollisioner. Med den befintliga prototypen kan man inte detektera objekt som befinner sig bakom fordonskombinationen, vilket också skulle kunna lösas med backkameror. Det fanns tidigt planer på att montera backkameror längst bak på semitrailer 2 som sedan skulle skicka bilderna till en extern skärm. Tyvärr fanns det inte tid att implementera detta steg.

8.5 Kommersiellt bruk

Det reglersystem som har utvecklats under projektets gång skulle kunna appliceras på en verklig fordonskombination. Detta skulle dock ställa en del krav på sensorerna vad gäller känslighet och tålighet. Fler säkerhetsanalyser skulle också behöva göras inom ramarna för projektet.

En verklig fordonskombination i kommersiellt bruk utsätts för stora påfrestningar och starka krafter och moment. Det krävs att sensorerna placeras på ett sätt så att de inte dukar under för dessa. Detta kan leda till dyra och onödiga reparationer och att fordonskombinationen står stilla. Tex så kommer knutpunkterna där potentiometrarna sitter monterade att utsättas för stora påfrestningar.

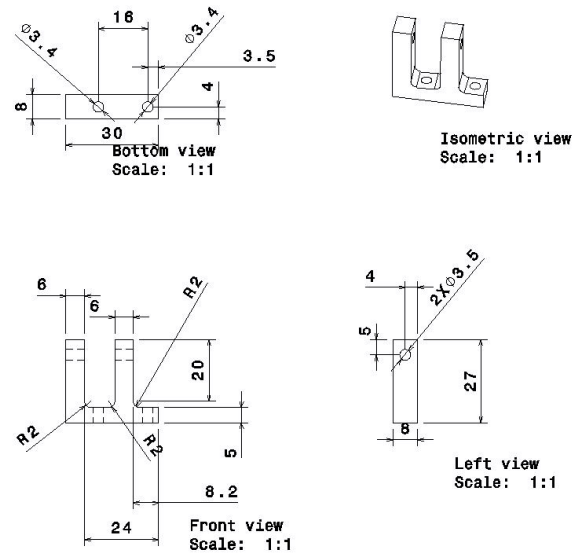
I takt med att autonoma fordon blir allt vanligare ställs också större krav på säkerheten hos de tekniska systemen. Förhoppningen med de autonoma fordonen är att minska antalet personskador och också öka framkomligheten i trafiken. Ifall det skulle uppstå tekniska fel eller buggar i systemet skall det finnas en möjlighet för föraren att koppla från systemet och manuellt manövrera fordonet

tills dess att problemet är åtgärdat. Ett system med varningslampor och indikatorer bör också installeras i förarhytten så att föraren kan övervaka systemet och vidta nödvändiga åtgärder.

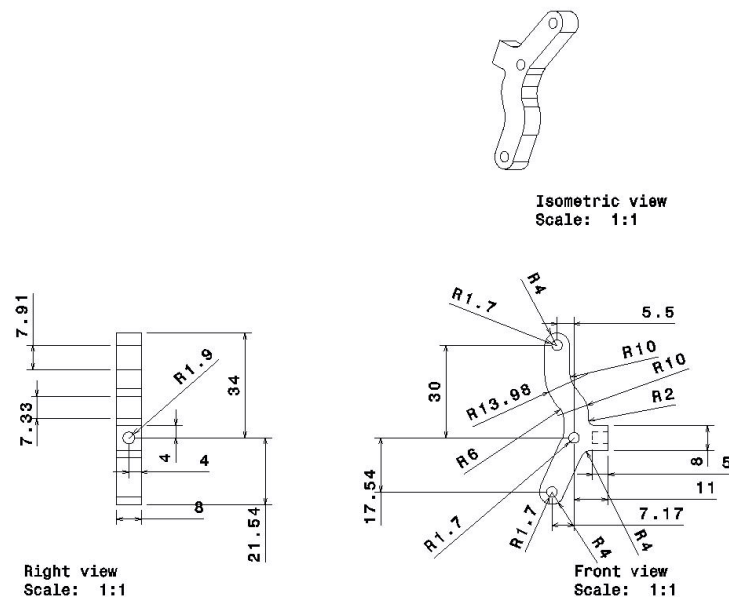
Litteraturförteckning

- [1] M. Izzo and A. Myhr, “Lastbilar klimateffektivitet och utsläpp,” Jun. 2015. [Online]. Available: http://www.trafa.se/globalassets/rapporter/rapport-2015_12-lastbilar-klimateffektivitet-och-utslapp.pdf
- [2] Naturvårdsverket, “Utsläpp av växthusgaser från inrikes transporter,” Nov. 2015. [Online]. Available: <http://www.naturvardsverket.se/Sa-mar-miljon/Statistik-A-O/Vaxthusgaser-utslapp-fran-inrikes-transporter>
- [3] E. Commission, “Transport 2050: Kommissionen presenterar en ambitiös plan för att öka rörligheten och minska utsläppen,” Oct. 2015. [Online]. Available: http://europa.eu/rapid/press-release_IP-11-372_sv.htm
- [4] A. Börjesson, J. Nilsson, and M. Olsson, “Backa med långa fordonskombinationer,” 2015. [Online]. Available: <http://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/219280/219280.pdf>
- [5] Duo2, “Klimatsmarta transporter,” Mar. 2015. [Online]. Available: <http://duo2.nu>
- [6] J. Morales, A. Mandow, J. L. Martinez, J. L. Mert??nez, and A. J. Garcia-Cerezo, “Driver assistance system for backward maneuvers in passive multi-trailer vehicles,” in *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, 2012, pp. 4853–4858. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp={&}arnumber=6385799>
- [7] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, 5th ed. Prentice Hall PTR, 2010. [Online]. Available: <http://research.iaun.ac.ir/pd/mahmoodian/pdfs/UploadFile{ }9809.pdf>
- [8] “Pololu - 3. QTRSensors Methods & Usage Notes.” [Online]. Available: <https://www.pololu.com/docs/0J19/3>

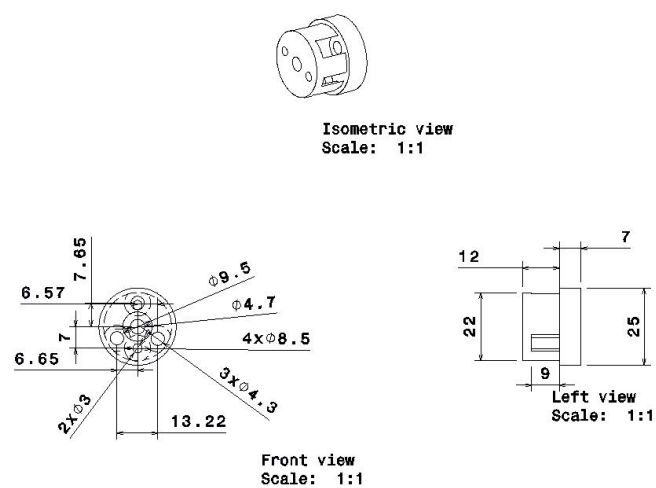
A. Ritningar



Figur A.1: Styrledsfäste

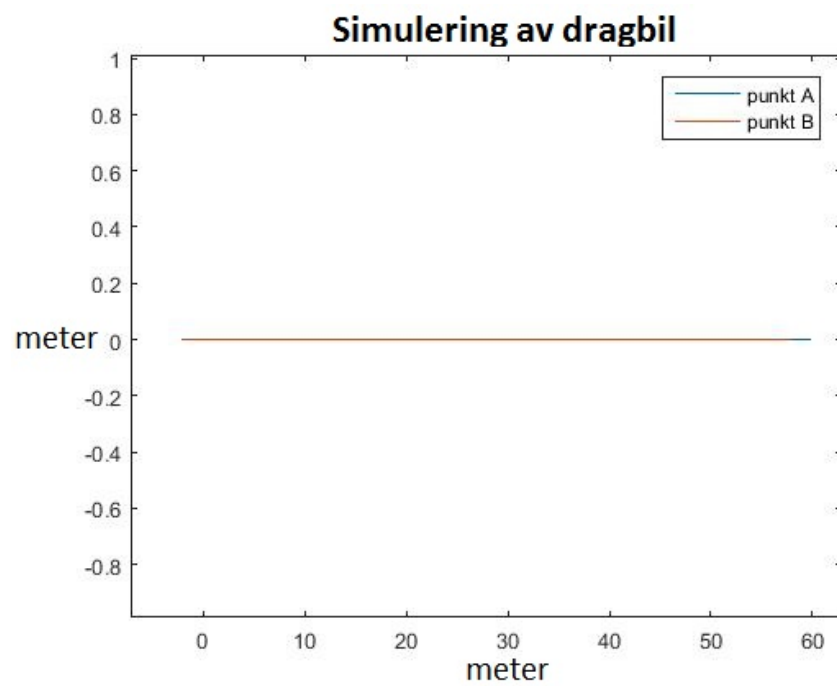


Figur A.2: Styrled

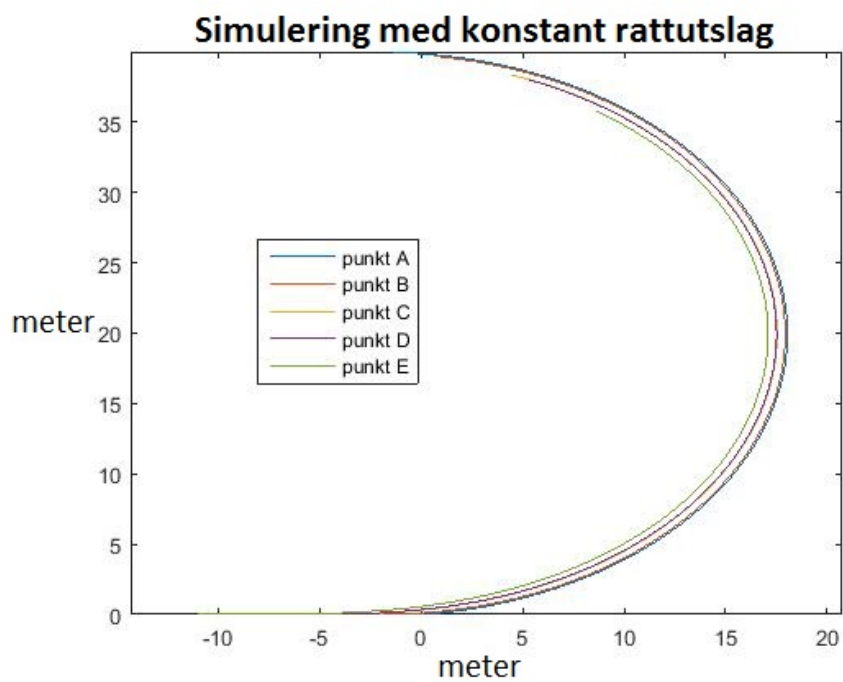


Figur A.3: Hjulfäste för drivande hjul

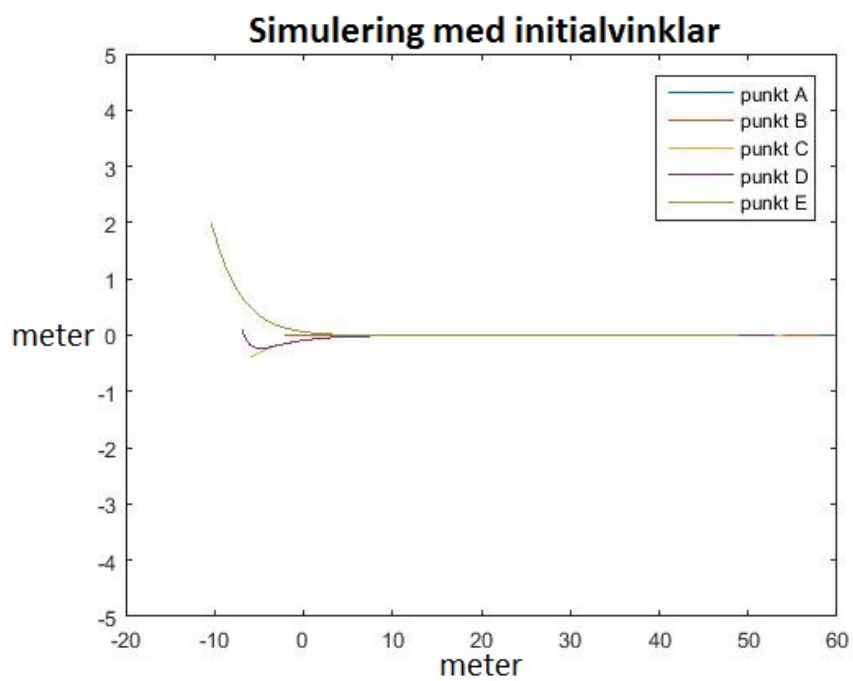
B. Bilder



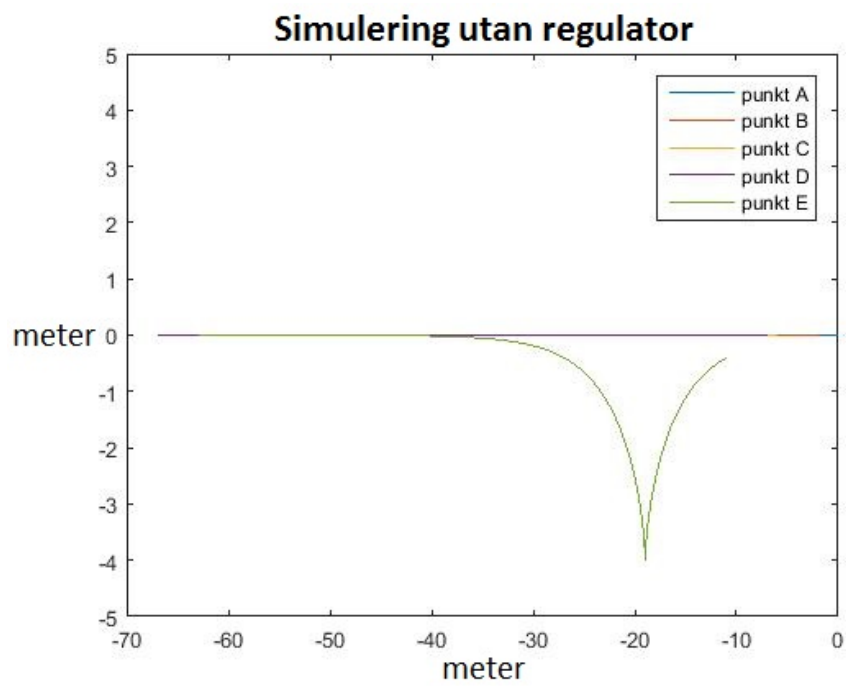
Figur 3.1



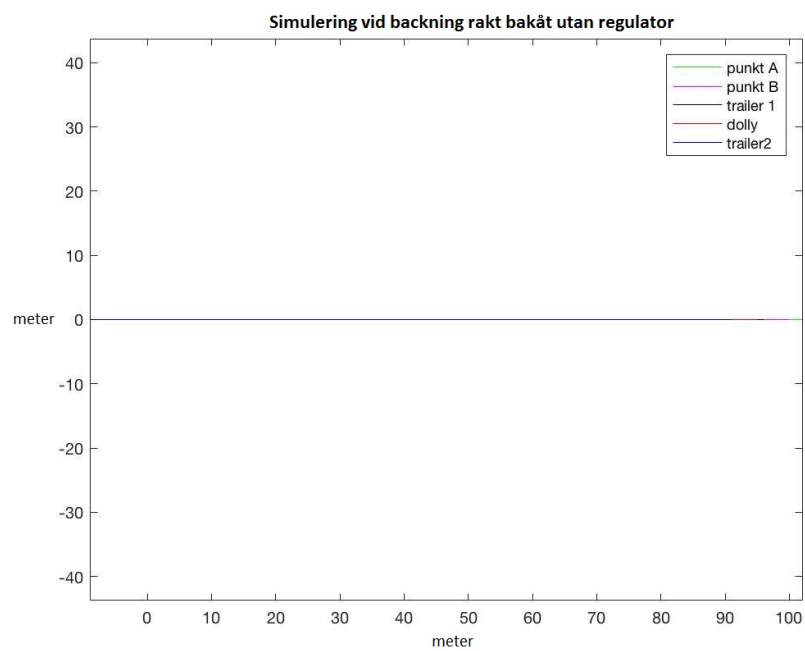
Figur 3.2



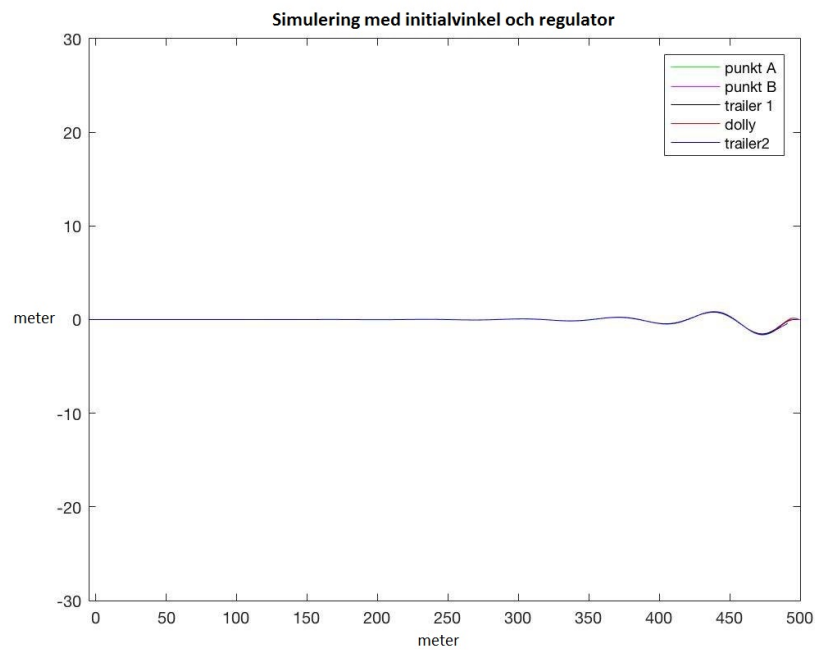
Figur 3.3



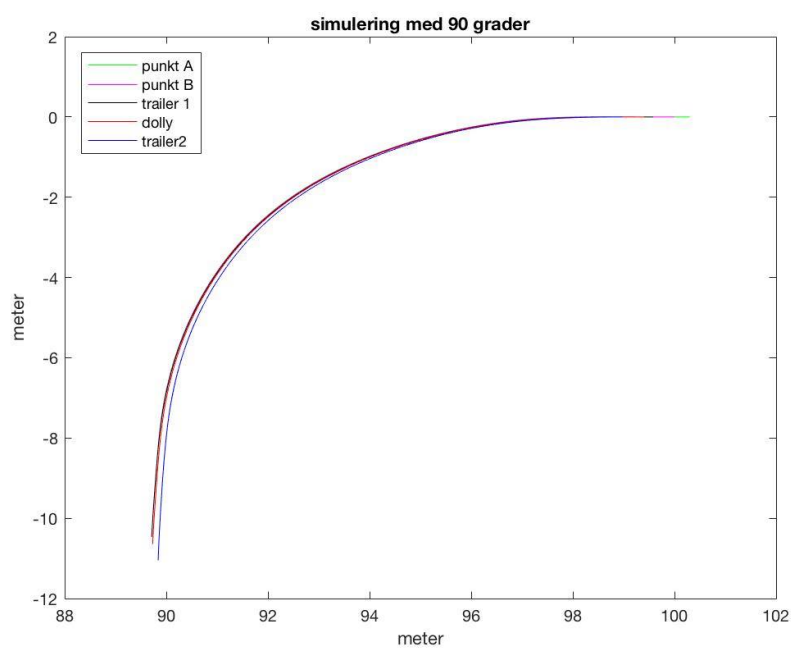
Figur 3.4



Figur 4.1



Figur 4.2



Figur 4.3