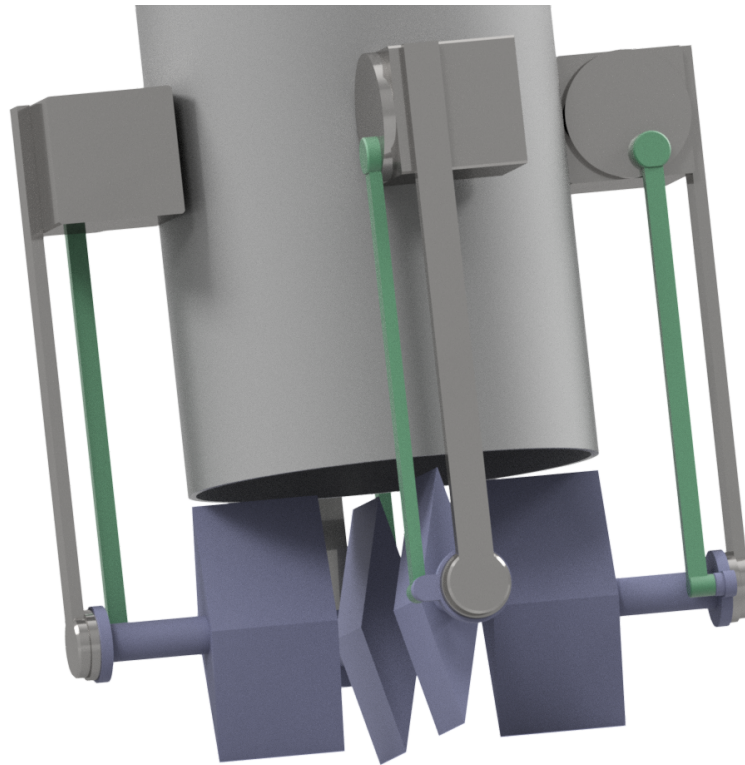




CHALMERS



Styr- och reglersystem för vertikal landning av studentraket

Modellering och simulering av thrust vector control med styrfenor

Kandidatarbete vid avdelningen för Maskinteknik

Alexander Berg, Albin Hansson, Hugo Larsson, Melker Ljungqvist, Olle Lundqvist, Aron Palmqvist

Institutionen för Mechanical engineering

CHALMERS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

Gothenburg, Sweden 2026

www.chalmers.se

KANDIDATARBETE 2026

Styr- och reglersystem för vertikal landning av studentraket

Modellering och simulering av thrust vector control med styrfenor

Alexander Berg
Albin Hansson
Hugo Larsson
Melker Ljungqvist
Olle Lundqvist
Aron Palmqvist



CHALMERS

Institutionen för Mechanical engineering
CHALMERS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
Gothenburg, Sweden 2026

Styr- och reglersystem för vertikal landning av studenttraket
Modellering och simulering av thrust vector control med styrfenor
Alexander Berg
Albin Hansson
Hugo Larsson
Melker Ljungqvist
Olle Lundqvist
Aron Palmqvist

© Alexander Berg, Albin Hansson, Hugo Larsson, Melker Ljungqvist, Olle Lundqvist, Aron Palmqvist, 2026.

Handledare: Filip Herbertsson, Institutionen för Mechanical engineering
Examinator: Carlos Xisto, Institutionen för Mechanical engineering

Kandidatarbete 2026
Institutionen för Mechanical engineering
Chalmers University of Technology
SE-412 96 Gothenburg
Telephone +46 31 772 1000

Cover: Conceptual design of a thrust vector control system based on jet vanes positioned in the rocket motor exhaust flow.

Typeset in L^AT_EX
Printed by Chalmers Reproservice
Gothenburg, Sweden 2026

Abstract

This thesis investigates how a motorized vertical landing can be enabled for a student rocket developed by Chalmers Aerospace Society for Advanced Rocketry (CAESAR) through the design and evaluation of a guidance system and a corresponding control strategy. Several steering concepts were evaluated, and based on the constraints of CAESAR's existing rocket design, a thrust vector control system based on jet vanes was selected. A mechanical concept for actuating the vanes was developed, and Computational Fluid Dynamics (CFD) simulations as well as prototype tests were used to investigate the force-generating capability of the vanes. Due to limitations in the CFD convergence and experimental uncertainties, these results were primarily used as qualitative support for the system model. A dynamic model of the rocket was developed in Simulink/MATLAB. The model includes translational and rotational dynamics, aerodynamics, rocket mass variation, wind disturbances, and a simplified model of the thrust vector control system. A cascaded PID-based control system was implemented to regulate vertical motion, lateral position, attitude, and angular rates during the landing phase.

The system was evaluated through deterministic simulations, extreme-case testing and a Monte Carlo analysis. For the nominal Monte Carlo case, 981 out of 1000 simulations resulted in successful landings, corresponding to a success rate of 98.1%. Successful landings also showed high landing precision, with an average distance of 1.06 m from the target point. However, the results also showed that the jet vane system has limited control authority compared to an idealized thrust vector control system, particularly due to limited jet deflection efficiency and the fact that only part of the exhaust flow is affected by the vanes. The results indicate that a jet-vane-based thrust vector control system can enable controlled vertical landing in simulation under the assumptions made in this work. However, the system is sensitive to modeling assumptions, actuator limitations and combinations of initial deviations.

Keywords: Rocket, Vertical Landing, Thrust Vector Control, Jet Vane, Computational Fluid Dynamics, Control System, Simulink/MATLAB.

Sammandrag

Den här studien undersöker hur en motoriserad vertikal landning kan möjliggöras för en studentraket utvecklad av Chalmers Aerospace Society for Advanced Rocketry (CAESAR) genom design och utvärdering av ett styrsystem samt en tillhörande reglerstrategi. Flera styrkoncept utvärderades och, baserat på begränsningarna i CAESARs befintliga raketdesign, valdes ett thrust vector control-system baserat på styrfenor. Ett mekaniskt koncept för styrfenorna utvecklades, och Computational Fluid Dynamics (CFD) simuleringar samt prototyp tester användes för att undersöka styrfenornas kraftgenererande förmåga. På grund av begränsningar i CFD-simuleringarnas konvergens och experimentella osäkerheter användes dessa resultat främst som kvalitativt stöd för systemmodellen. En dynamisk modell av raket utvecklades i Simulink/MATLAB. Modellen inkluderar translations- och rotationsdynamik, aerodynamik, variation i raketens massa, vindstörningar samt en förenklad modell av thrust vector control-systemet. Ett PID-baserat kaskadreglersystem implementerades för att reglera vertikal rörelse, lateral position, attityd och vinkelhastigheter under landningsfasen.

Systemet utvärderades genom deterministiska simuleringar, extremfallstester och en Monte Carlo-analys. För det nominella Monte Carlo-fallet resulterade 981 av 1000 simuleringar i lyckade landningar, vilket motsvarar en framgångsgrad på 98,1%. De lyckade landningarna uppvisade även hög landningsprecision, med ett genomsnittligt avstånd på 1,06 m från målpunkten. Resultaten visade dock också att styrfenesystemet har begränsad styrförmåga jämfört med ett idealiserat thrust vector control-system, särskilt på grund av begränsad avledningseffektivitet och det faktum att endast en del av avgasflödet påverkas av styrfenorna. Resultaten indikerar att ett thrust vector control-system baserat på styrfenor kan möjliggöra kontrollerad vertikal landning i simulering under de antaganden som gjorts i detta arbete. Systemet är dock känsligt för modellantaganden, aktuatorbegränsningar och kombinationer av initiala avvikelser.

Tackord

Vi vill rikta ett stort tack till vår handledare Filip Herbertsson för kontinuerlig, engagerad och värdefull vägledning under hela projektets gång. Hans stöd, återkoppling och tekniska expertis har varit avgörande för arbetets utveckling och kvalitet. Vi vill även tacka vår examinator Carlos Xisto. Slutligen riktas ett tack till Prototyp-labbet, Mohammed Kassem och Valentin Vikhorev för stöd och hjälp som bidragit till arbetets genomförande.

Akronymer & Nomenklatur

Nedan följer akronymer och nomenklatur för parametrar och variabler som används i arbetet.

Akronymer

AI	Artificiell intelligens
CAD	Computer-Aided Design
CAESAR	Chalmers Aerospace Society for Advanced Rocketry
CFD	Computational Fluid Dynamics
CM	Center of Mass, masscentrum
CP	Center of Pressure, tryckcentrum
DoF	Degrees of Freedom
EuRoC	European Rocketry Challenge
PID	Proportionell-integrerande-deriverande regulator
TVC	Thrust Vector Control

Parametrar

g	Gravitationsacceleration [m s^{-2}]
l	Raketens längd [m]
D_{ref}	Referenslängd, motsvarande raketens diameter [m]
S_{ref}	Referensarea, motsvarande raketens tvärsnittsarea [m^2]
ρ	Luftens densitet [kg m^{-3}]
m_0	Raketens massa vid start eller initialt massläge [kg]
m_1	Raketens massa efter att bränslet har förbrukats [kg]
I_{sp}	Motorns specifika impuls [s]
\mathbf{I}	Tröghetsmatris [kg m^2]
I_x, I_y, I_z	Tröghetsmoment kring raketens kroppsfixerade axlar [kg m^2]

CM	Masscentrums position längs raketens längdaxel [m]
r_m	Avstånd från stegmotorns rotationscentrum till länkarmens infästning på motorarmen [m]
r_v	Avstånd från fenans rotationscentrum till länkarmens infästning på fenarmen [m]
k_δ	Avledningseffektivitet mellan styrfenans geometriska vinkel och jetstrålens faktiska avböjning
k_a	Andel av motorns dragkraft som antas påverkas av en enskild styrfena
$C_{D_{\alpha^2}}$	Motståndskoefficient kopplad till total anfallsvinkel
$C_{L_{\alpha'}}$	Lyftkoefficient kopplad till total anfallsvinkel
$C_{L_{q^*}}$	Lyftkoefficient kopplad till normaliserad rotationshastighet
C_{l_p}	Rollmomentkoefficient kopplad till rollhastighet
C_{m_α}	Pitchmomentkoefficient kopplad till kartesisk anfallsvinkel α
$C_{m_{\alpha^3}}$	Icke-linjär pitchmomentkoefficient kopplad till α^3
C_{m_q}	Pitchmomentkoefficient kopplad till pitchhastighet
C_{n_β}	Yawmomentkoefficient kopplad till kartesisk sidvinkel β
$C_{n_{\beta^3}}$	Icke-linjär yawmomentkoefficient kopplad till β^3
C_{n_r}	Yawmomentkoefficient kopplad till yawhastighet
K_p	Proportionell förstärkning
K_i	Integrerande förstärkning
k_h	Lutning för den höjdberoende begränsningen av vertikal referenshastighet [s^{-1}]
b_h	Konstantterm för den höjdberoende begränsningen av vertikal referenshastighet [$m s^{-1}$]

Variabler

t	Tid [s]
s	Laplace-variabel
m	Raketens aktuella massa [kg]
\dot{m}	Massflöde eller förändring av raketens massa över tid [$kg s^{-1}$]
$\mathbf{P} = [x, y, z]^T$	Raketens position i det geografiska koordinatsystemet [m]
$\mathbf{V} = [u, v, w]^T$	Raketens hastighetsvektor i kroppsfixerat koordinatsystem [$m s^{-1}$]
$ \mathbf{V} $	Beloppet av raketens relativa hastighet mot luftflödet [$m s^{-1}$]
v_x, v_y, v_z	Hastighet i x -, y - respektive z -led [$m s^{-1}$]

$\dot{\mathbf{V}}$	Linjär acceleration [m s^{-2}]
Φ	Rollvinkel, rotation kring raketens längdaxel [rad] eller [°]
Θ	Pitchvinkel [rad] eller [°]
Ψ	Yawvinkel [rad] eller [°]
$\dot{\Phi}, \dot{\Theta}, \dot{\Psi}$	Tidsderivator av Euler-vinklarna [rad s^{-1}]
$\boldsymbol{\Omega} = [p, q, r]^T$	Kroppsfixerad vinkelhastighetsvektor kring raketens x -, y - och z -axlar [rad s^{-1}]
$\dot{\boldsymbol{\Omega}}$	Vinkelacceleration [rad s^{-2}]
\mathbf{g}	Gravitationsvektor [m s^{-2}]
\mathbf{F}_T	Motorns thrustvektor [N]
F_T	Beloppet av motorns thrust [N]
\mathbf{F}_A	Aerodynamisk kraftvektor [N]
F_D	Luftmotstånd [N]
F_g	Tyngdkraft [N]
\mathbf{F}_i	Kraftvektor från en enskild styrfena [N]
\mathbf{F}_{tot}	Total kraftvektor från motor och styrfenor [N]
\mathbf{M}_A	Aerodynamisk momentvektor [N m]
$\mathbf{M}_{\text{vanes}}$	Momentvektor som genereras av styrfenorna [N m]
\mathbf{r}_A	Positionsvektor från masscentrum till aerodynamiskt tryckcentrum [m]
\mathbf{r}_T	Positionsvektor från masscentrum till motorns kraftangreppspunkt [m]
$\mathbf{r}_F, \mathbf{r}_B, \mathbf{r}_R, \mathbf{r}_L$	Positionsvektorer från masscentrum till främre, bakre, högra respektive vänstra styrfenan [m]
θ_m	Stegmotorns rotationsvinkel [rad] eller [°]
θ_v	Styrfenans rotationsvinkel [rad] eller [°]
δ_y, δ_z	Avböjningsvinklar för dragkraften i respektive plan [rad] eller [°]
$\delta_F, \delta_B, \delta_R, \delta_L$	Vinkelutslag för främre, bakre, högra respektive vänstra styrfenan [rad] eller [°]
α	Kartesisk anfallsvinkel i höjddled [rad] eller [°]
β	Kartesisk sidorörelsevinkeln [rad] eller [°]
α'	Total anfallsvinkel mellan raketens längdaxel och den relativa hastighetsvektorn [rad] eller [°]
ϕ'	Aerodynamisk rollvinkel som beskriver vindvektorns orientering i raketens tvärsnittsplan [rad] eller [°]
q_{dyn}	Dynamiskt tryck [Pa]

q^*	Normaliserad rotationshastighet i det aerodynamiska systemet
C_D	Motståndskoefficient
C_L	Lyftkoefficient
C_l	Rollmomentkoefficient
C_m	Pitchmomentkoefficient
C_n	Yawmomentkoefficient
\mathbf{T}_G^b	Rotationsmatris från geografiskt koordinatsystem till kroppsfixerat koordinatsystem
\mathbf{T}_A^b	Rotationsmatris från aerodynamiskt koordinatsystem till kroppsfixerat koordinatsystem
C_i	Kort notation för $\cos(i)$
S_i	Kort notation för $\sin(i)$
\mathbf{W}	Vindvektor [m s^{-1}]
$\mathbf{W}_{\text{konst}}$	Konstant vindkomponent [m s^{-1}]
\mathbf{W}_{turb}	Turbulent vindkomponent [m s^{-1}]
u_Φ	Styrsignal från rollregulatorn
u_Θ	Styrsignal från pitchregulatorn
u_Ψ	Styrsignal från yawregulatorn

Innehåll

Nomenklatur	viii
Figurer	xv
Tabeller	xviii
1 Introduktion	1
1.1 Problembeskrivning	2
1.2 Syfte	2
1.3 Frågeställningar	2
1.4 Kravbild	3
1.5 Avgränsningar	3
1.6 Användning av AI	3
2 Styrssystem	5
2.1 Jämförelse av olika styrssystem	5
2.1.1 Styrfenor	5
2.1.2 Jetflikar	6
2.1.3 Gimbalstyrd motor	6
2.1.4 Sekundärinjektion	7
2.1.5 Kallgassystem	8
2.1.6 Sammanställning av jämförelse	8
2.2 Val av styrssystem	10
3 Teknisk bakgrund	11
3.1 Kraftdynamik	11
3.1.1 Strömningsmekanik	11
3.1.2 Verkande krafter på en raket	13
3.2 Reglerteori	15
3.2.1 PID-regulatorns struktur	15
3.2.2 PID-regulator i tids- och Laplace-domän	16
3.2.3 Kaskadreglering	16
3.3 Kalmanfilter	17
3.4 Computational Fluid Dynamics	18
3.4.1 Studie av beräkningsnät	19
4 Metod och genomförande	21

4.1	Modellantaganden	22
4.2	Design av styrsystem	23
4.3	CFD-simuleringar	27
4.3.1	Simuleringsuppställning	27
4.3.2	Optimering av beräkningsnät	31
4.4	Prototypstest	32
4.4.1	Styrfena	32
4.4.2	Uppställning av prototypstest	33
4.5	Matematisk modellering av raket	35
4.5.1	Koordinatsystem och transformationer	35
4.5.2	Fundamentala ekvationer för systemmodellen	37
4.5.3	Mass- och tröghetsmodell	38
4.5.4	Aerodynamisk modell	39
4.5.4.1	Val av aerodynamiska koefficienter	40
4.5.5	Extern miljö	41
4.5.6	TVC-modell	41
4.6	Reglersystem	43
4.6.1	Reglering i y-led	43
4.6.1.1	Yttre loop	43
4.6.1.2	Inre loop	44
4.6.2	Reglering av roll	44
4.6.3	Överföring från utsignal till TVC	45
4.6.4	Reglering i x-led	46
4.6.4.1	Yttre loop	46
4.6.4.2	Inre loop	47
4.6.4.3	Markkontakt	47
4.6.5	Parameterbestämning	47
4.7	Simulering av landning	51
4.7.1	Systemarkitektur	51
4.7.2	Verifiering	52
4.7.3	Test av extremfall	53
4.7.4	Monte Carlo-analys	53
5	Resultat	55
5.1	Resultat från simuleringar	55
5.1.1	Test av extremfall	56
5.1.2	Monte Carlo-analys	57
5.2	Resultat från CFD-analys	62
5.2.1	Konvergens av residualer	62
5.2.2	Fysikalisk konvergens av kraftresultat	63
5.2.3	Kraftresultat	65
5.2.4	Visualisering av flödesavböjning	66
5.2.5	Tryckfördelning på styrfenan	68
5.2.6	Lokala strömningsfenomen runt styrfenan	70
5.3	Resultat från prototypstest	72
5.3.1	Test vid 5°	73

Innehåll

5.3.2	Test vid 10°	74
5.3.3	Sammanställning av data	75
5.3.4	Jämförelse mellan CFD och prototypstest.	76
6	Diskussion	77
6.1	Simuleringar	77
6.2	Val av styrsystem	78
6.3	CFD	79
6.4	Prototypstest	80
6.5	Vidareutveckling	81
6.5.1	Test av hårdvara	81
6.5.2	Optimering	81
6.5.3	Brushantering	81
6.5.4	Analys av reglersystemets prestanda	81
6.5.5	Integration med grupp B	82
6.6	Slutsats	82
	Litteraturförteckning	85
A	Appendix 1	I
B	Appendix 2	VII

Figurer

2.1	Modell av TVC-system baserat på styrfenor.	5
2.2	Modell av TVC-system baserat på jetflikar.	6
2.3	Modell av gimbalskyrd raketmotor.	7
2.4	Illustration av sekundärinjektion.	7
2.5	Modell av ett kallgassystem.	8
3.1	Aerodynamiska krafter på fenan beroende på anfallsvinkel.	12
3.2	Styrande krafter och moment beroende på fenornas konstellation (sett från raketens undersida).	13
3.3	Verkande krafter på en raket.	13
4.1	Flödesschema över arbetsprocessen.	21
4.2	Geometri av styrfenan i olika vyer.	23
4.3	Modell av utväxling mellan stegmotor och styrfena.	24
4.4	Konstruktion av styrfenesystem: (a) sidovy med utväxling och stegmotorplacering, (b) vy underifrån med fyra fenor vid motorutgången.	26
4.5	Visualisering av beräkningsdomänen.	28
4.6	Visualisering av raket, styrfenorna och motorernas utlopp.	29
4.7	Beräkningsnätet visualiserat i x-planet med styrfenan vinklad 10°	30
4.8	Ritning av fena.	32
4.9	Uppställning av testrigg.	34
4.10	Motorernas kraft som funktion av tiden [Sierra Fox Hobbies, 2025].	34
4.11	Definition av vinklar i de två planen.	36
4.12	Definition av polära infallsvinklar.	37
4.13	Blockschema för representation av reglersystem y-led.	43
4.14	Blockschema för representation av reglersystem x-led.	46
4.15	Systemets respons i y-led vid en avvikelse från jämvikt.	49
4.16	Systemets respons i vertikalt led vid en avvikelse från jämvikt.	50
4.17	Flödesschema över systemarkitekturen.	52
5.1	Systemets respons vid initiala avvikelser från jämvikt.	56
5.2	Fördelning av felorsaker vid Monte Carlo-analys.	57
5.3	Landningspositioner i yz -planet för Monte Carlo-simuleringar.	58
5.4	Förstorad vy av landningspositioner i yz -planet för de lyckade simuleringarna.	59
5.5	Initiala positioner i yz -planet samt radien inom vilken framgångsgraden översteg 90 % för (a) ideal styrning och (b) styrfenesystem.	61

5.6	Residualer för de olika ekvationerna över iterationsantalet för styrvinkel 0° . Tke och Sdr representerar k respektive w	62
5.7	Vektorvy över hastigheten vid utloppet.	63
5.8	F_y för styrvinkel 0°	63
5.9	F_z för styrvinkel 0°	64
5.10	F_z för styrvinkel 10°	65
5.11	Hastighetsfält i yz-planet för styrvinkel 10°	67
5.12	Tryckfördelning på fena för styrvinkel 0° . Trycket är relativt mot atmosfärstrycket (101 325 Pa).	68
5.13	Skalärvy över tryckfördelningen på fenans yta för styrvinkel 10° . Trycket är relativt mot atmosfärstrycket (101 325 Pa).	69
5.14	Hastighet kring styrfenor i yz-planet.	70
5.15	Observerad deformation av styrfenan efter genomfört prototypstest.	72
5.16	Prototypstest vid 5° . Bilden till vänster visar testets inledande skede och bilden till höger visar testets avslutande skede.	73
5.17	Motståndskraft och lyftkraft för test vid 5°	74
5.18	Prototypstest vid 10° . Bilden till vänster visar testets inledande skede och bilden till höger visar testets avslutande skede.	74
5.19	Motståndskraft och lyftkraft för test vid 10°	75
A.1	Översikt av strukturen för systemmodellen i Simulink.	IV
A.2	Översikt av strukturen för Reglersystemet i Simulink.	V

Tabeller

1.1	Kravbild för vertikal landning	3
2.1	Jämförelse mellan olika styrsystem baserat på centrala egenskaper. . .	9
2.2	Fördelar och nackdelar för olika styrsystem.	9
4.1	Raketens parametrar från CAESARs OpenRocket.	22
4.2	Nätkänslighetsanalys för 5° vinkel på fena.	31
4.3	Överföring från utsignal till styrfenor.	45
4.4	Nominella värden och standardavvikelser för Monte Carlo-analysen. .	53
5.1	Största testade initialavvikelser som styrsystemet kunde stabilisera och landa.	56
5.2	Genomsnittligt sluttillstånd för de lyckade landningarna från det slump- mässiga simuleringsfallet.	60
5.3	Krafter på 4 fenor.	65
5.4	Krafter på vinklad fena.	66
5.5	Sammanställning av genomförda prototyp tester.	72
5.6	Jämförelse mellan uppmätt och approximerad lyftkraft för olika styr- vinklar.	76
5.7	Uppmätt lyftkraft och motståndskraft för olika styrvinklar.	76
5.8	L/D -jämförelse mellan CFD och prototyp test.	76
A.1	Aerodynamiska koefficienter.	I
A.2	Reglerparametrar för styrsystem med styrfenor.	II
A.3	Reglerparametrar för styrsystem med ideal styrning.	III
B.1	Använda fysikmodeller i CFD-simuleringarna.	VII
B.2	Randvillkor som användes i CFD-simuleringarna.	VII
B.3	Generella inställningar för beräkningsnätet.	VII
B.4	Lokala meshförfiningar för olika regioner och ytor.	VIII
B.5	Inställningar för prismatiska lager kring styrfenorna.	VIII

1

Introduktion

Sedan mitten av 1900-talet har raketeknik varit en central del av rymdindustrin, där stora framsteg skedde under rymdkapplöpningen 1957-1975. Under denna period prioriterades snabb teknisk utveckling, och fokus låg på att uppnå nya milstolpar, medan kostnadsaspekten ofta var sekundär. Raketerna konstruerades som engångssystem där större delar av raketerna brann upp i atmosfären eller gick förlorade under flygningen [Encyclopaedia Britannica, n.d.]. Som en följd behövdes hela eller delar av raketerna nyttillverkas inför varje färd, vilket ledde till mycket höga uppskjutningskostnader.

I takt med ett ökat kommersiellt intresse för rymden, i kombination med behovet av mer frekventa uppskjutningar, har fokus alltmer skiftat mot återanvändbara raketssystem. Ett tidigt exempel är den amerikanska rymdfärjan Space Shuttle, vars syfte var att göra rymden mer tillgänglig genom återanvändning av rymdfarkoster [NASA, 2022]. Space Shuttle programmet visade potentialen hos återanvändning, men på grund av systemets höga komplexitet krävdes omfattande underhåll mellan uppskjutningarna. Detta resulterade i högre faktiska kostnader och lägre uppskjutningsfrekvens än vad som ursprungligen förväntats, vilket begränsade programmets effektivitet.

Ett avgörande genombrott kom 2015 när det amerikanska företaget SpaceX för första gången lyckades genomföra en kontrollerad vertikal landning av ett raketsteg till en Falcon 9 raket [ScienceAlert, n.d.]. Detta visade att vertikal landning av raketerna var praktiskt möjligt och att återanvändning kan reducera både kostnaderna och miljöpåverkan genom färre nyttillverkade komponenter och därmed minskat materialbehov [Global-Aero, n.d.]. Samtidigt möjliggör lägre kostnader och högre uppskjutningsfrekvens ökad tillgänglighet till rymden och en ökad experimentell verksamhet.

Detta paradigmskifte påverkar även akademiska och studentdrivna raketprojekt. Inom internationella rakettävlingar har fokus traditionellt legat på att nå en specifik höjd, vilket exempelvis varit fallet i European Rocketry Challenge (EuRoC) [d'Ávila, 2025]. I kommande tävlingar förväntas fokus även ligga på en kontrollerad landning för att på så sätt driva tekniken och utvecklingen framåt. Detta påverkar även studentgruppen Chalmers Aerospace Society for Advanced Rocketry (CAESAR) som arbetar med att utveckla studentraketer och deltar i internationella rakettävlingar. De ökade kraven på återanvändbarhet och kontrollerad landning innebär nya tekniska utmaningar för gruppen.

1.1 Problembeskrivning

Vertikal landning av en raket är en tekniskt krävande uppgift eftersom raketerna under landningsfasen utgör ett i grunden instabilt system. Under nedstigningen påverkas raketerna av flera samtidiga krafter, däribland gravitation, aerodynamiska krafter samt varierande vindförhållanden [NASA, 2023a, 2019]. Raketens avlånga geometri innebär dessutom små stabilitetsmarginaler, vilket gör att även små avvikelser i orientering kan generera betydande moment [NASA, 2023b]. Under flygningen förändras även raketens massa, tyngdpunkt och tröghetsmoment när drivmedel förbrukas. Detta innebär att systemets dynamik varierar över tid och att reglersystemet måste kunna hantera dessa förändringar för att upprätthålla stabilitet och precision under hela landningsfasen.

Projektets övergripande målsättning är att möjliggöra en kontrollerad vertikal landning av CAESARs studentraket efter en atmosfärisk flygning. Landningen ska ske med tillräcklig precision för att raketerna ska kunna landa inom ett område på 40×40 m från uppskjutningsplatsen. Samtidigt ska landningen genomföras på ett sådant sätt att skador på raketens system och komponenter minimeras, med målet att raketerna ska kunna återanvändas efter eventuellt utbyte av enstaka komponenter.

Projektets resultat ska fungera som ett tekniskt underlag för CAESAR vid vidareutveckling och integrering av ett landningssystem i framtida raketer.

1.2 Syfte

Projektets syfte är att utveckla och utvärdera ett styr- och reglersystem som möjliggör en motoriserad vertikal landning av CAESARs studentraket. Fokus ligger på raketens landningsfas, där raketerna genom aktiv styrning ska stabiliseras och bromsas för att uppfylla definierade krav på hastighet, orientering och position vid markkontakt.

1.3 Frågeställningar

Utifrån problemanalysen och projektets syfte kan följande frågeställningar sammanställas:

1. Vilken typ av styrsystem är mest lämplig för att möjliggöra en vertikal landning av CAESARs studentraket?
2. Hur stora initiala positions-, vinkel-, hastighets- och vinkelhastighetsavvikelser klarar det valda styrsystemet att stabilisera och landa?
3. Uppnås kravbilderna av styr- och reglersystemet?

1.4 Kravbild

För att utvärdera om landningen är lyckad utformades en kravbild med krav för position, vertikal och horisontell rörelse, orientering och reglersystemet, se tabell 1.1.

Tabell 1.1: Kravbild för vertikal landning

Kategori	Parameter	Krav
Position	Landningsprecision	Inom 40×40 m från uppskjutningsplatsen
Vertikal rörelse	Vertikal hastighet vid markkontakt	≤ 1 m/s
Horisontell rörelse	Horisontell hastighet vid markkontakt	≤ 1 m/s
Orientering	Lutning vid markkontakt	$\leq 5^\circ$ från vertikal
Rotationsrörelse	Vinkelhastighet vid markkontakt	$\leq 0,1$ rad/s
Reglersystem	Styrprestanda	Uppnå stabil konvergens till referensvärden och hantera yttre störningar

1.5 Avgränsningar

Projektet delas mellan två grupper (A och B), där detta arbete behandlar landningens slutfas, definierad som tidsintervallet från det att motorn återantänds till dess att landning sker vid marknivå. Grupp B kommer istället att modellera raketens från apogeum till denna punkt. Målet är att arbetena därefter integreras för att simulera hela landningsförloppet.

Projektet omfattar inte design eller dimensionering av hårdvara för en flygdator. Inte heller behandlas design av landningsben eller annan lösning för att stabilisera raketens vid markkontakt. I stället kommer landningen att bedömas som lyckad om raketens når marken enligt kravbildens. Dessa avgränsningar görs för att hålla projektets omfattning på en nivå som är genomförbar inom tidsramen och möjliggör större fokus på styr- och reglersystem.

1.6 Användning av AI

Under projektets gång har artificiell intelligens (AI) använts som ett stödverktyg i delar av arbetsprocessen. AI har använts som stöd vid exempelvis parameterbestämning och analysarbete relaterat till Computational Fluid Dynamics (CFD). Verktöget har i begränsad utsträckning använts som stöd vid källsökning i syfte att effektivisera identifiering av relevanta vetenskapliga källor. Samtliga källor som

refereras till i rapporten har dock granskats och värderats manuellt av författarna, och ingen faktainformation har hämtats direkt från AI-verktyg.

Under rapportskrivningen har AI även använts som ett språkligt hjälpmedel exempelvis vid omformulering av meningar för att skapa bättre flyt i texten samt vid översättning av ämnesspecifika termer. Det slutgiltiga innehållet har utformats och formulerats av författarna. De verktyg som främst har använts i projektet är ChatGPT (OpenAI) och Google Gemini.

2

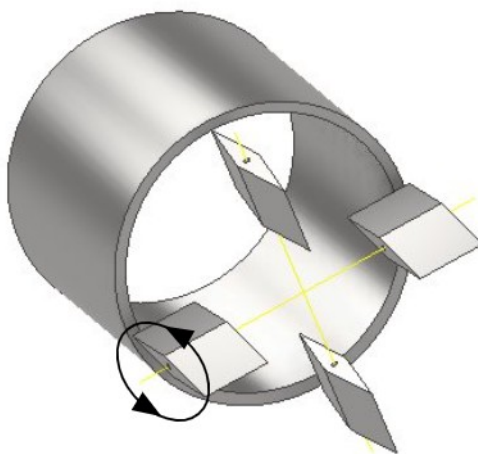
Styrsystem

2.1 Jämförelse av olika styrsystem

För att välja ett lämpligt styrsystem har fem olika alternativ jämförts och analyserats. Fyra av dessa utgörs av Thrust Vector Control (TVC)-system, vilket är en styrmetod där motorns dragkraftvektor (*thrust vector*) aktivt ändras för att generera styrmoment och därmed reglera raketens orientering. De TVC-baserade system som har undersökts är styrfenor, jetflikar, gimbalstyrd motor samt sekundärinjektion. Utöver dessa TVC-koncept har även kallgassystem utvärderats.

2.1.1 Styrfenor

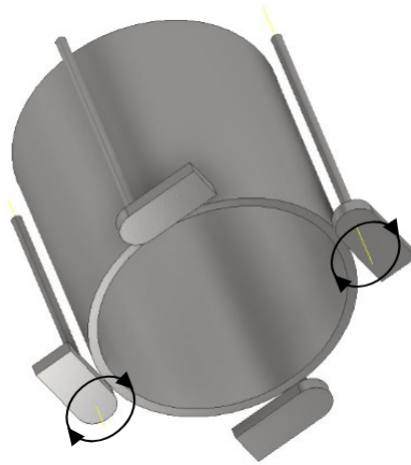
Ett TVC-system baserat på styrfenor (*jet vanes*) består av rörliga fenor placerade i motorns avgasstråle, vilka genom rotation kan styra dragkraftvektorn och därmed skapa moment. I figur 2.1 visas en representativ modell för styrsystemet baserat på styrfenor. Fördelen med denna lösning är att den ger relativt stort vridmoment, har snabb respons samt är en beprövad metod inom raketeknik [Sutton, 2017, kap. 18]. Dessutom kan den effektivt skapa moment kring samtliga rotationsaxlar: roll, pitch och yaw [Sheth et al., 2024]. Nackdelarna utgörs främst av dragkraftsförluster, reducerad effektiv dragkraftsavböjning samt betydande termisk belastning på fenorna, vilket kan leda till materialerosion [Sutton, 2017, kap. 18].



Figur 2.1: Modell av TVC-system baserat på styrfenor.

2.1.2 Jetflikar

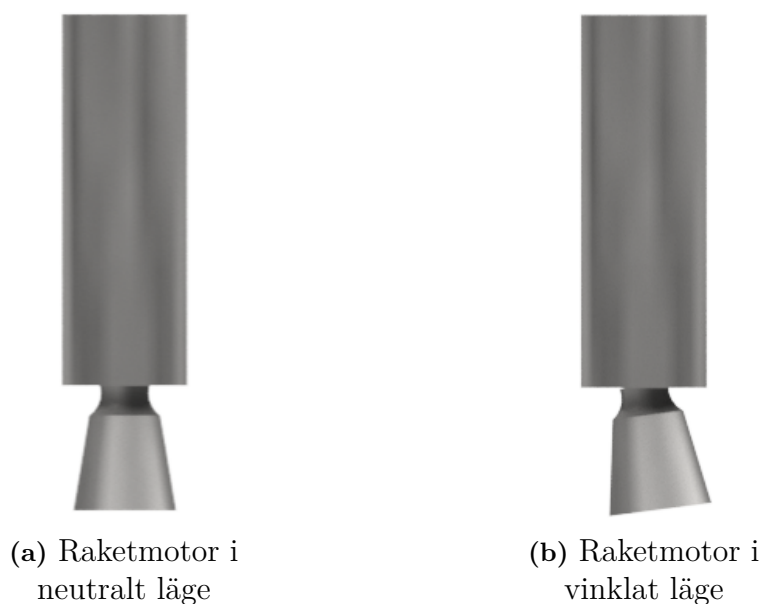
Jetflikar (*jet tabs*) fungerar genom att små plattor förs in i avgasströmmen endast vid behov av styrning, till skillnad från styrfenor som kontinuerligt befinner sig i avgasflödet. Detta möjliggör ändring av dragkraftvektorns riktning med mindre dragkraftsförluster. Jetflikar har snabb respons och god förmåga att skapa vridmoment, men trots den reducerade kontinuerliga påverkan på flödet kvarstår dock betydande dragkraftsförluster [Sutton, 2017, kap. 18]. Jetflikar har däremot begränsad förmåga att generera rollmoment och används därför främst för styrning i pitch och yaw [Bastian, 1978]. I figur 2.2 visas en representativ modell för styrsystem baserat på jetflikar.



Figur 2.2: Modell av TVC-system baserat på jetflikar.

2.1.3 Gimbalstyrd motor

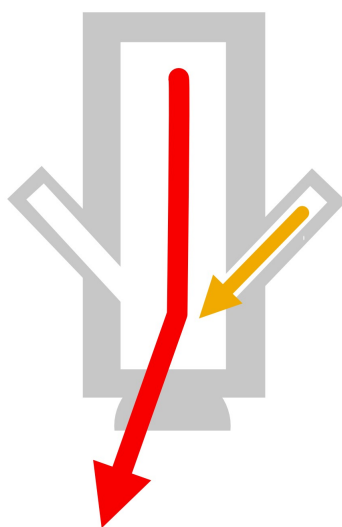
En gimbalstyrd motor (*gimbaled engine*) är ett styrssystem där dragkraftvektorns riktning kontrolleras genom att vinkla hela motorn eller munstycket relativt raketkroppen. Till skillnad från jetflikar och styrfenor sker styrningen genom att ändra själva flödesriktningen direkt. I dessa system kan munstyckets rörliga del roteras i förhållande till en fast struktur via olika mekaniska lösningar. Figur 2.3 visar en modell av den gimbalstyrda motorn. I figur 2.3a visas motorn i neutralt läge, medan figur 2.3b visar motorn i ett vinklat läge. Styrssystem med gimbalstyrd motor är generellt effektiva då ingen fysisk struktur placeras i avgasströmmen, vilket minimerar dragkraftsförluster och ökar resiliens för hög temperatur [Sögütcü, 2019]. En gimbalstyrd motor kräver en hög mekanisk komplexitet.



Figur 2.3: Modell av gimbalstyrd raketmotor.

2.1.4 Sekundärinjektion

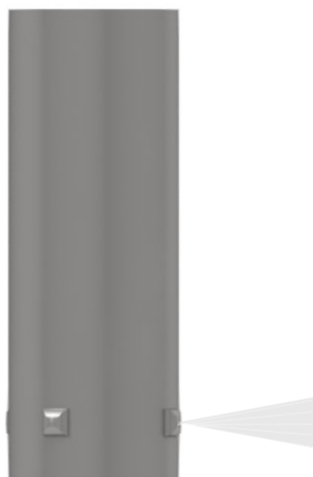
Sekundärinjektion avser ett system där en sekundär vätska eller gas injiceras in i motorns huvudsakliga avgasström för att på så sätt styra dragkraftvektorn. I figur 2.4 visas en illustrativ bild för ett TVC-system baserat på sekundärinjektion. Fördelen med ett sådant system är att raketten kan styras utan rörliga styrorgan i själva avgasströmmen [Söğütçü, 2019]. Styrssystem baserade på sekundärinjektion är vanligare i stora och tyngre raketsystem, då de extra komponenterna och den sekundära injektionsmassan medför en betydande massökning.



Figur 2.4: Illustration av sekundärinjektion.

2.1.5 Kallgassystem

Kallgassystem (*cold gas thrusters*) är ett styrssystem som skapar ett moment genom att en trycksatt gas får expandera genom ett munstycke som är riktat ut från raketkroppen, utan att någon form av förbränning sker. I figur 2.5 visas en illustrativ bild för ett kallgassystem. Systemet utnyttjar enbart gasens tryckenergi, vilket gör det tekniskt okomplicerat och tillförlitligt. Fördelarna med kallgassystem är att de kräver få komponenter och har låg massa. Dessutom har de god precision, då de kan generera små impulser och är därför väl lämpade för mindre raketer [NASA, 2024]. En begränsning med denna typ av system blir dock att den maximala genererade kraften och därmed momentet är relativt låg. De små impulser som kan åstadkommas är ofta otillräckliga för att ensamt kunna stabilisera en raket under hela landningsfasen. Kallgassystem lämpar sig därför bättre som ett komplement till andra styrssystem.



Figur 2.5: Modell av ett kallgassystem.

2.1.6 Sammanställning av jämförelse

I tabell 2.1 presenteras en sammanfattande jämförelse av de studerade styrsystemen utifrån fyra centrala bedömningskriterier: vridmoment, effektivitet, komplexitet och termisk belastning. Bedömningen är kvalitativ och baseras på hur väl respektive styrssystem uppfyller projektets krav. Färgmarkeringarna används för att tydliggöra systemens relativa lämplighet, där grön indikerar en fördelaktig egenskap, gul en acceptabel eller medelhög nivå, orange en tydlig nackdel som bedöms vara hanterbar, och röd en kritisk nackdel som kraftigt begränsar systemets lämplighet för projektet. Ett streck markerar att egenskapen inte bedömts vara relevant eller direkt jämförbar för det aktuella styrsystemet.

2. Styrssystem

Tabell 2.1: Jämförelse mellan olika styrssystem baserat på centrala egenskaper.

Styrssystem	Vridmoment	Effektivitet	Komplexitet	Termisk belastning
Styrfenor	Hög	Medel	Medel	Medel-Hög
Jetflikar	Hög	Medel	Medel	Medel-Hög
Gimbalstyrd motor	Hög	Hög	Hög	Låg
Sekundärinjektion	Medel	Hög	Hög	Låg
Kallgassystem	Låg	-	Låg	-

Som komplement till den sammanfattande bedömningen redovisas i tabell 2.2 en mer detaljerad jämförelse av de studerade styrsystemen. Tabellen sammanställer centrala fördelar och nackdelar för respektive lösning och tydliggör de huvudsakliga avvägningar som ligger till grund för valet av styrssystem.

Tabell 2.2: Fördelar och nackdelar för olika styrssystem.

Styrssystem	Fördelar	Nackdelar
Styrfenor	<ul style="list-style-type: none"> • Stort vridmoment • Snabb dynamisk respons • Kan skapa rollmoment • Väl beprövad och robust teknik 	<ul style="list-style-type: none"> • Dragkraftsförluster • Termisk belastning
Jetflikar	<ul style="list-style-type: none"> • Snabb respons • Mindre kontinuerlig påverkan på flödet • Stort vridmoment 	<ul style="list-style-type: none"> • Dragkraftsförluster • Termisk belastning • Begränsad rollkontroll
Gimbalstyrd motor	<ul style="list-style-type: none"> • Stort vridmoment • Minimala dragkraftsförluster • Hög effektivitet • Lämplig för höga temperaturer 	<ul style="list-style-type: none"> • Mekaniskt komplex • Kräver utrymme och lämplig struktur
Sekundärinjektion	<ul style="list-style-type: none"> • Inga rörliga delar • Låga mekaniska förluster 	<ul style="list-style-type: none"> • Tungt • Komplex integration • Mindre lämplig för små system
Kallgassystem	<ul style="list-style-type: none"> • Enkel konstruktion • God precision 	<ul style="list-style-type: none"> • Lågt vridmoment

2.2 Val av styrssystem

Eftersom CAESARs planerade raketdesign inte möjliggör implementering av en gimbalstyrd raketmotor har denna lösning inte beaktats vidare. Begränsningen beror på att raketens förbränningskammare och munstycke är relativt långa sett till kroppen, samtidigt som utrymmet mellan kammaren och det yttre höljet är mycket begränsat. Detta innebär att det saknas utrymme för den mekaniska rörelse som krävs för att kunna vinkla hela motorenheten. För att realisera ett sådant system hade i praktiken större delar av raketens nedre struktur behövt göras rörliga, vilket skulle innebära en avsevärt ökad mekanisk komplexitet, högre massa samt mer avancerade strukturella krav. En sådan omkonstruktion bedömdes inte vara realistisk för projektets omfattning och resurser.

TVC-lösningar baserade på sekundärinjektion valdes bort, då gruppens förkunskaper inom förbränningskemi bedömdes vara otillräckliga för att kunna analysera och implementera dessa system på ett tillförlitligt sätt. Kallgassystem ansågs inte heller vara lämpliga som ensam lösning, då de har begränsad kraft och därmed inte bedöms kunna skapa tillräckligt styrmoment för en kontrollerad landning. Med hänsyn till projektets tidsbegränsningar fattades beslutet att fokusera på endast en styrmetod.

Efter en jämförande analys av tillgängliga styrssystem valdes TVC baserad på styrfenor för projektet. Det avgörande skälet är behovet av ett högt tillgängligt styrmoment under landningsfasen, då raketten förväntas operera nära instabil jämvikt och därmed ställer höga krav på snabb och kraftfull attitydkontroll. Av de lösningar som bedömdes vara praktiskt genomförbara inom projektets ramar ansågs styrfenor ge den bästa kombinationen av styrmoment, respons och kontroll över flera rotationsaxlar. I jämförelse med jetflikar bedömdes styrfenor vara mer lämpliga eftersom de, i en konfiguration med fyra individuellt styrda fenor, kan generera moment kring roll-, pitch- och yaw-axeln. Detta är särskilt relevant under landningsfasen, där raketens orientering behöver kontrolleras noggrant i samtliga rotationsriktningar.

Nackdelar såsom dragkraftsförluster och termisk belastning på styrorganen har beaktats, men dessa anses acceptabla i förhållande till styrkapaciteten och genomförbarheten. Projektets primära mål är att möjliggöra en kontrollerad vertikal landning, snarare än att maximera uppnådd höjd. En viss reducering av effektiv motorkraft bedöms därför vara tolererbar. Den termiska belastningen bedöms vara hanterbar genom lämpligt materialval, exempelvis keramiska material eller metaller med hög temperaturtålighet.

3

Teknisk bakgrund

3.1 Kraftdynamik

För att beskriva raketens rörelse under landningen krävs modellering av de krafter som verkar på systemet. Dessa krafter uppstår huvudsakligen från raketens dragkraft, gravitationen samt raketens interaktion med omgivningen.

3.1.1 Strömningsmekanik

När ett fast föremål befinner sig i ett strömmande medium, såsom luft eller vatten, uppstår aerodynamiska krafter på grund av tryckfördelning och skjuvspänning över föremålets yta [Anderson, 2010, Kap. 1]. Trycket verkar vinkelrätt mot ytan medan skjuvspänningar, som orsakas av friktion, verkar tangentiellt mot ytan. Den resulterande aerodynamiska kraften (R) fås genom att integrera bidragen över hela kroppens yta.

Den resulterande kraften kan delas upp i två kraftkomponenter relativt strömningsriktningen, lyftkraft (L) som verkar vinkelrätt mot flödet och motståndskraft (D) som verkar parallellt med flödet [Anderson, 2010, Kap. 1] (se figur 3.1). Relationen kan beskrivas som

$$R = \sqrt{L^2 + D^2} \quad (3.1)$$

$$L = \frac{1}{2}\rho V^2 S_{ref} C_L \quad (3.2)$$

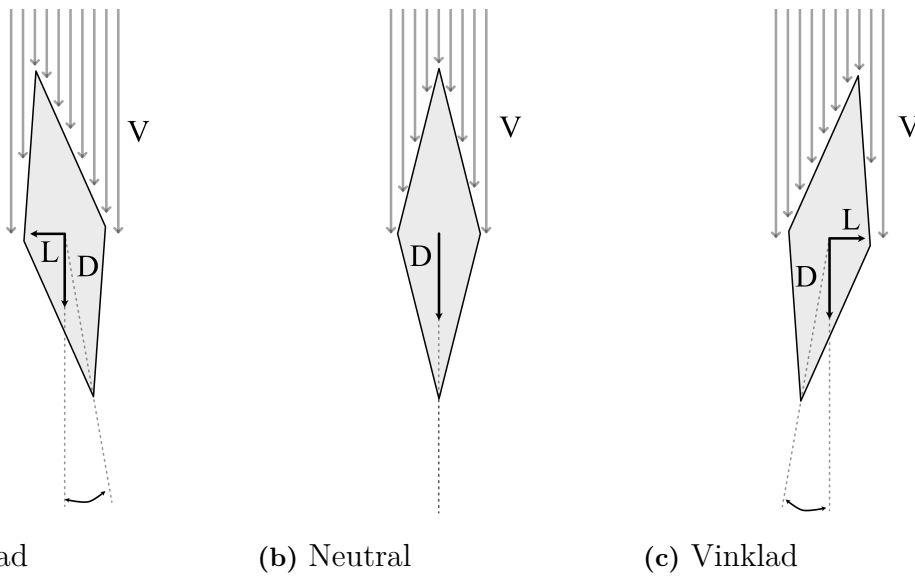
$$D = \frac{1}{2}\rho V^2 S_{ref} C_D \quad (3.3)$$

där ρ är fluidens densitet, V är strömningshastigheten, S_{ref} är referensarean, och C_L samt C_D är lyft- respektive motståndskoefficienter [NASA Glenn Research Center, 2023].

När styrfenorna vinklas i avgasflödet kan den resulterande aerodynamiska kraften ge upphov till ett styrmoment kring raketens masscentrum. Detta moment påverkar raketens orientering och kan beskrivas som

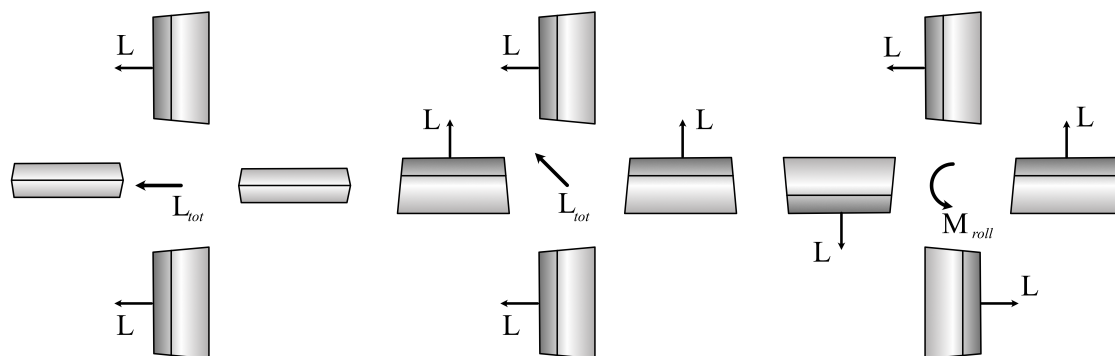
$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{R} \quad (3.4)$$

där \mathbf{r} representerar hävarmen, det vill säga vektorn från raketens masscentrum till kraftens angreppspunkt. Storleken på det genererade vridmomentet beror både på den resulterande kraftens magnitud och vinkel. Lyftkraften bidrar till att öka vridmomentet genom att öka den komponent av kraften som verkar vinkelrätt mot flödet.



Figur 3.1: Aerodynamiska krafter på fenan beroende på anfallsvinkel.

Genom att individuellt reglera vinkeln på fyra fenor kan deras kombinerade kraftbidrag generera styrmoment kring samtliga rotationsaxlar. Figur 3.2 visar olika vinkelkombinationer och deras resulterande lyftkraft eller moment.



(a) Pitch eller yaw

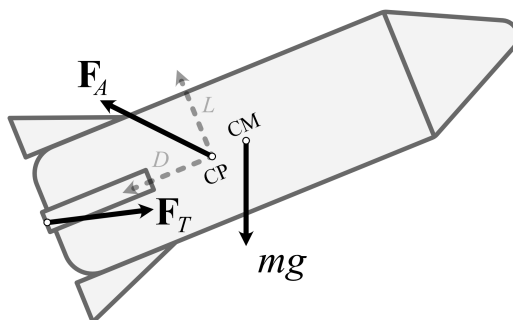
(b) Pitch och yaw

(c) Roll

Figur 3.2: Styrande krafter och moment beroende på fenornas konstellation (sett från raketens undersida).

3.1.2 Verkande krafter på en raket

När en raket rör sig genom atmosfären påverkas den av motorns dragkraft, gravitation samt aerodynamiska krafter. I figur 3.3 illustreras dessa krafter, där \mathbf{F}_T representerar motorns dragkraft, \mathbf{F}_A de aerodynamiska krafterna och mg gravitationskraften.



Figur 3.3: Verkande krafter på en raket.

Dessa krafter har olika fysikaliska ursprung, vilket ställer krav på hur dessa modelleras matematiskt. Gravitationskraften är bunden till planeten och verkar alltid från raketens masscentrum riktad mot jordens mittpunkt. De aerodynamiska krafterna, luftmotstånd och lyftkraft, uppstår däremot i mötet mellan raketens geometri och det strömmande mediet, vilket gör dem beroende av raketens orientering och hastighet i förhållande till den omgivande luften. Slutligen är dragkraften från motorn i regel fixerad längs raketens symmetriaxel, men kan även styras för att möjliggöra aktiv kontroll av raketens rörelse.

För att effektivt kunna modellera och simulera raketens rörelse är det därför inte tillräckligt att använda ett enskilt referenssystem [Zipfel, 2007, s. 69–79]. Istället används en uppsättning samverkande koordinatsystem. Ett geografiskt koordinatsystem används för att beskriva raketens position i rymden, medan ett kroppsfixerat koordinatsystem används för att beskriva krafter och moment kopplade till raketens struktur. Därutöver används ett vindbaserat koordinatsystem, i vilket de aerodynamiska krafterna kan uttryckas på ett naturligt sätt. Genom att formulera varje kraft i det koordinatsystem där den har en naturlig representation kan modelleringen förenklas och bli mer intuitiv.

För att sammanställa bidragen från de olika koordinatsystemen till en total kraft och acceleration krävs transformationer mellan systemen. Dessa transformationer beskrivs med hjälp av Eulervinklar samt polära aeroballistiska vinklar [Zipfel, 2007, s. 74–79]. Eulervinklarna utgörs av roll (Φ), pitch (Θ) och yaw (Ψ) medan de polära aeroballistiska vinklarna består av den totala anfallsvinkeln (α') och den aerodynamiska rollvinkeln (ϕ'). Dessa vinklar fungerar som en matematisk brygga som möjliggör transformation av vektorer mellan de olika koordinatsystemen. För en visuell representation av dessa vinklar, se figur 4.11 och 4.12.

3.2 Reglerteori

För att styra raketens orientering och position används PID-reglering. Detta val görs framförallt för att gruppen har tidigare erfarenheter av system- och parameterdesign av denna typ av regulator. PID-reglering bedöms baserat på tidigare studentprojekt och litteratur vara tillräckligt avancerad för att uppfylla kraven för en studentraket, samtidigt som den är robust och praktiskt implementerbar utan alltför komplex modellering [Hägglund, 2021, Oliveira Junior et al., 2025].

En PID-regulator är en sluten återkopplingsregulator, vilket innebär att systemets aktuella tillstånd kontinuerligt mäts och jämförs med ett önskat referensvärde [Hägglund, 2021].

Reglerfelet definieras som

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (3.5)$$

där $r(t)$ är referensvärdet (börvärdet) och $y(t)$ är det uppmätta aktuella värdet (ärvärdet). Regulatorn genererar därefter en styrsignal $u(t)$ som syftar till att minimera felet och kompensera för yttre störningar, exempelvis vindpåverkan. Yttre laststörningar, betecknade v , modelleras som additiva störningar som påverkar systemet före processens överföringsfunktion $G(s)$.

3.2.1 PID-regulatorns struktur

PID-regulatorn delas upp i tre delar: proportionell, integrerande och deriverande verkan [Hägglund, 2021].

Proportionell del (P)

Den proportionella delen är direkt proportionell mot felet och ges av

$$u_P = K_p e \quad (3.6)$$

där K_p är den proportionella förstärkningen. Ett högre K_p ger snabbare respons men kan leda till instabilitet eller oscillationer om värdet väljs för stort.

Integrerande del (I)

Den integrerande delen ackumulerar felet över tid och ges av

$$u_I = K_i \int e(t) dt \quad (3.7)$$

där K_i är den integrerande förstärkningen. Denna del eliminerar stationärt fel och är nödvändig för exakt referensföljning vid konstanta störningar. För stora värden på K_i kan försämra stabilitetsmarginalen och ge långsamma svängningar.

Deriverande del (D)

Den deriverande delen baseras på förändringshastigheten av felet och ges av

$$u_D = K_d \frac{de}{dt} \quad (3.8)$$

där K_d är den deriverande förstärkningen. Den deriverande delen fungerar dämpande, förbättrar transientresponsen och minskar översläng. Nackdelen är ökad känslighet för mätbrus, vilket i praktiken ofta kräver filtrering [Hägglund, 2021].

3.2.2 PID-regulator i tids- och Laplace-domän

PID-regulatorn kan i tidsdomänen skrivas på standardformen

$$u = K \left(e + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de}{dt} \right) \quad (3.9)$$

där K är regulatorns förstärkning, T_i är integraltiden, T_d är derivattiden.

I Laplace-domänen ges regulatorns överföringsfunktion av

$$G_R(s) = K \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \quad (3.10)$$

där s är Laplacevariabeln.

3.2.3 Kaskadreglering

Kaskadreglering används i detta arbete för att möjliggöra reglering i olika tidskalor. Kaskadreglering är en reglerstrategi där flera regulatorer kopplas samman hierarkiskt, så att en regulators utsignal används som börvärde till en annan regulator i samma system [Control, 2023]. På så sätt kan olika delar av processen regleras separat men samverka mot ett gemensamt mål.

I den enklaste formen består systemet av en yttre (primär) och en inre (sekundär) reglerloop, där den yttre loopen bestämmer referensvärdet till den inre [Control, 2023]. Den inre loopen reglerar en snabbare del av systemet och kan därmed kompensera för störningar innan de påverkar den övergripande processen. För att kaskadreglering ska vara effektiv krävs att den inre loopen har snabbare dynamik än den yttre loopen.

Den inre loopen hanterar därmed snabba variationer och störningar, medan den yttre loopen säkerställer att systemets huvudvariabel följer sitt referensvärde [Control, 2023]. Genom denna uppdelning kan kaskadreglering förbättra både hantering av störningar och stabiliteten i reglersystemet.

3.3 Kalmanfilter

För att erhålla en tillförlitlig uppskattning av raketens tillstånd med sensorbrus kan ett Kalmanfilter användas. Sensormätningar kommer ofta med osäkerheter i praktiska system vilket innebär att direkt användning av uppmätt data kan ge brus och en instabil reglering. Kalmanfilter används för att kombinera information från systemets dynamiska modell med sensormätningar för att erhålla en förbättrad uppskattning av systemets tillstånd [Welch and Bishop, 2006].

Kalmanfilter arbetar iterativt i två steg, ett prediktionssteg och ett uppdateringssteg [Welch and Bishop, 2006]. I prediktionssteget används systemmodellen för att uppskatta nästa tillstånd baserat på styr signaler och tidigare tillstånd. Detta kan skrivas på formen

$$x_{k|k-1} = Ax_{k-1|k-1} + Bu_k \quad (3.11)$$

Där x är tillståndsvektorn, A är systemmatrisen och B insignalmatrisen. Därefter korrigeras denna uppskattning i uppdateringssteget med hjälp av sensormätningar

$$x_{k|k} = x_{k|k-1} + K_k (z_k - Hx_{k|k-1}) \quad (3.12)$$

där z_k är mätvektorn, H mätmatrisen och K_k förstärkningsmatrisen, även kallad *Kalman gain*.

I praktiska tillämpningar kan Kalmanfiltret användas för att uppskatta raketens orientering och vinkelhastigheter genom att kombinera sensordata med en dynamisk modell. Den uppskattade tillståndsvektorn används därefter som insignal till regler systemet vilket möjliggör mer stabil och robust reglering trots störningar och mätbrus.

I detta arbete implementeras dock inte Kalmanfilter då fokus ligger på simulering och modellering av regler systemet. Vid fysisk implementation hade däremot Kalmanfilter eller liknande tillståndsobservatör sannolikt varit nödvändigt för att hantera mätbrus och osäkerheter.

3.4 Computational Fluid Dynamics

Computational Fluid Dynamics (CFD) är en datorbaserad simuleringsmetod som används för att analysera flödande gaser och vätskor genom numeriska metoder [Malalasekera, 2007, kap. 1]. CFD fungerar som en virtuell vindtunnel där flöden och aerodynamiska fenomen kan studeras utan behov av kostsamma och praktiskt komplicerade experimentella tester. Detta är särskilt användbart vid utveckling av raket, där verkliga tester ofta är resurskrävande och svåra att genomföra under kontrollerade former.

CFD bygger på Navier-Stokes ekvationer, vilka beskriver bevarandet av massa, rörelsemängd och energi i ett flöde. För flöden i höga hastigheter, vilket är fallet vid analys av TVC-fenor, råder kompressibilitet, vilket innebär att Navier-Stokes ekvationerna behöver kompletteras av tillståndsforneln för en ideal gas. Tillsammans bildar dessa ekvationer ett system av PDE:er som fullständigt beskriver ett kompressibelt visköst flöde. För att underlätta formuleringen av Navier-Stokes-ekvationerna skrivs de ofta på konservativ form enligt nedan [Malalasekera, 2007, avsnitt 2.4]:

$$\text{Kontinuitet: } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (3.13a)$$

$$\text{X-moment: } \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \text{div}(\rho u \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \text{div}(\mu \text{ grad } u) + S_{Mx} \quad (3.13b)$$

$$\text{Y-moment: } \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \text{div}(\rho v \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{ grad } v) + S_{My} \quad (3.13c)$$

$$\text{Z-moment: } \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \text{div}(\rho w \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \text{div}(\mu \text{ grad } w) + S_{Mz} \quad (3.13d)$$

$$\text{Energi: } \frac{\partial(\rho i)}{\partial t} + \text{div}(\rho i \mathbf{u}) = -p \text{ div } \mathbf{u} + \text{div}(k \text{ grad } T) + \Phi + S_i \quad (3.13e)$$

$$\text{Ideal gas: } p = \rho RT \quad (3.13f)$$

där ρ är fluidens densitet, \mathbf{u} är hastighetsvektorn och u , v och w är fluidens hastighet i x-, y- samt z-riktning. Vidare är p det statiska trycket, μ fluidens (dynamiska) viskositet, i den termiska energin per massenhet, T temperatur och k termisk konduktivitet. Termerna S_{Mx} , S_{My} och S_{Mz} representerar yttre volymkrafter medan S_i beskriver den energi som tillförs eller avlägsnas från externa källor. Slutligen beskriver termen Φ den hastighet med vilken mekanisk energi omvandlas till värme genom visköst arbete när fluiden deformeras. För härledning av de sistnämnda termerna, se [Malalasekera, 2007, kap. 2].

Eftersom ekvationerna saknar analytiska lösningar för komplexa geometrier och turbulenta flöden, krävs numeriska metoder för att erhålla approximativa lösningar [NASA, 2024]. Mer specifikt baseras lösningen i CFD-analys på Finita-volymmetoden [Malalasekera, 2007, kap. 1]. Metoden innebär att den simulerade volymen diskretiseras i ett stort antal mindre kontrollvolym, så kallade celler. Genom att lösa de diskretiserade Navier-Stokes-ekvationerna numeriskt för varje enskild cell kan en

sammansatt lösning för hela flödesfältet genereras [Malalasekera, 2007, kap. 1].

Vid simulering av supersoniska raketflöden uppstår i regel turbulenta strömningsstrukturer samt kraftiga hastighets- och tryckgradienter. För att beskriva turbulensens påverkan på flödet används därför turbulensmodeller. En turbulensmodell som passar bra för raketflöden är $k-\omega$ SST-modellen, som kombinerar fördelar hos $k-\omega$ -modellen nära väggar med $k-\varepsilon$ -modellens stabilitet längre bort från ytor [Malalasekera, 2007, s. 91–92]. Kombinationen av egenskaperna från två olika modelleringstekniker gör modellen optimal för komplexa aerodynamiska flöden, såsom flöden från en raket. För noggrannare beskrivning och jämförelse av modeller samt härledningar, se [Malalasekera, 2007, avsnitt. 3.7].

Vid fasta ytor används vanligtvis så kallade *no-slip* villkor, vilket innebär att fluidens hastighet relativt ytan går mot noll, något som leder till bildandet av gränsskikt nära väggen. En korrekt beskrivning av gränsskiktet är viktig för att kunna modellera friktion, flödesseparation och aerodynamiska krafter som verkar på fasta objekt som flödet passerar. För kompressibla och supersoniska flöden är tryck, densitet och hastighet starkt beroende av varandra. För att förbättra numerisk stabilitet passar det att använda en så kallad *coupled flow solver*, där de styrande ekvationerna löses samtidigt för hela kontrollvolymen, istället för separat för varje variabel (*segregated flow solver*). Nackdelen med lösaren är att varje iteration tar längre tid jämfört med det andra alternativet, men lösningen i sin helhet tenderar att konvergera snabbare [COMSOL, 2025].

För att representera den omgivande luften kring objektet som simuleras används ofta randvillkor av typen *free-stream*, där omgivningens tryck, temperatur och hastighet specificeras långt från den studerade geometrin. Dessa randvillkor används för att approximera ett ostört omgivande flöde och minimera påverkan från beräkningsdomänens gränser på lösningen nära den studerade kroppen.

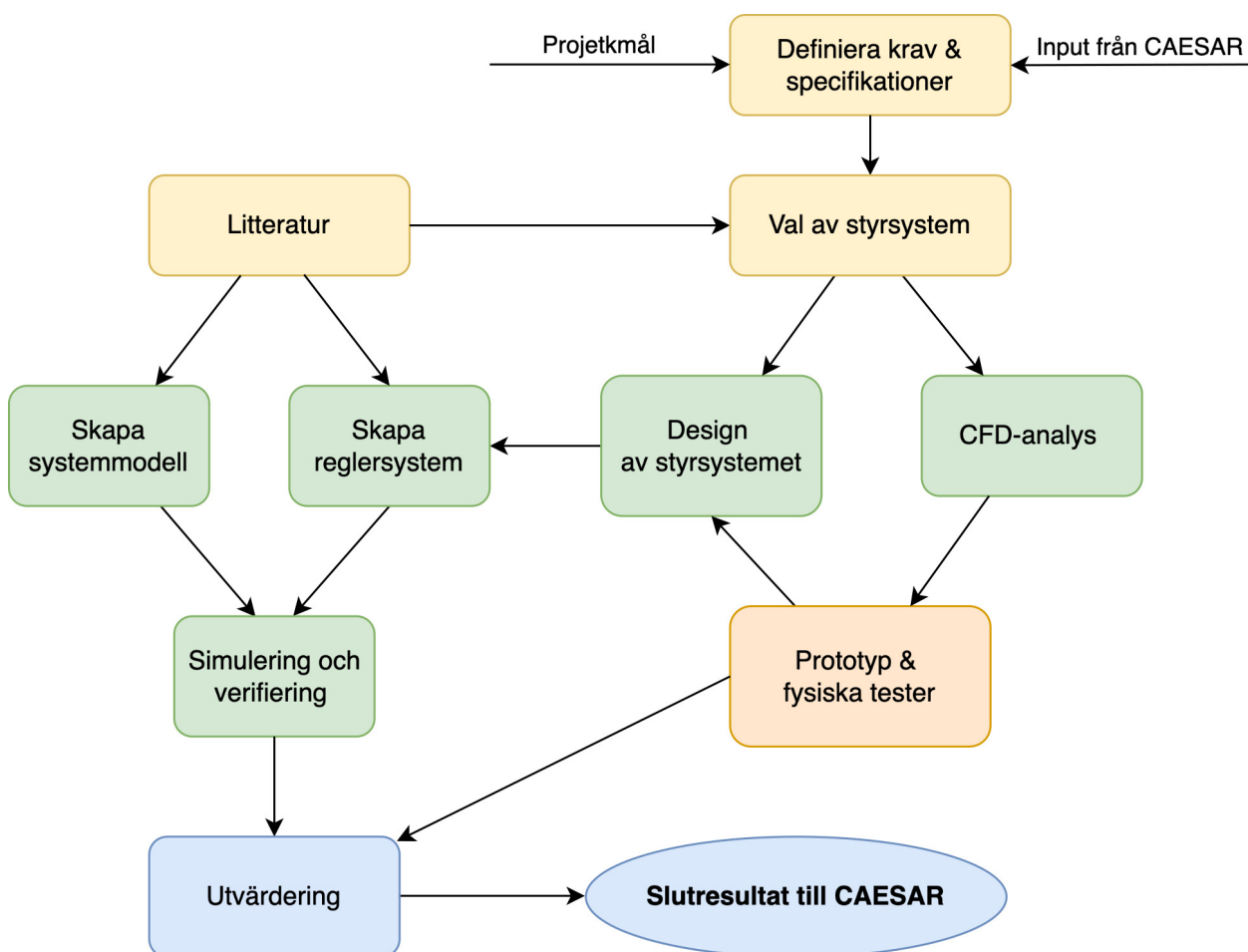
3.4.1 Studie av beräkningsnät

För att få trovärdiga resultat från CFD-simuleringar används en så kallad nätkonvergensstudie (mesh sensitivity study) för att säkerställa att resultaten konvergerar. Studien genomförs genom att utföra simuleringen i flera steg, där upplösningen på den diskretiserade volymen, det så kallade beräkningsnätet, förfinas för varje simulering. Målet med studien är att säkerställa att simuleringens residualer samt de relevanta krafterna, momenten och y^+ konvergerar mot samma värden oberoende av en ytterligare förfining av beräkningsnätets upplösning [Gasparini, 2025]. För att studien ska ses som lyckad krävs det att residualerna för simuleringarna alla når ett värde under 10^{-4} .

4

Metod och genomförande

Arbetet har genomförts iterativt, där analys, design och verifiering kontinuerligt har påverkat varandra. En översikt av arbetsprocessen presenteras i figur 4.1. Färgerna används för att skilja mellan olika typer av arbetsmoment. Gult representerar externa förutsättningar och kunskapsunderlag, grönt utvecklings- och modelleringsarbete, orange praktiska moment samt blått utvärdering och slutresultat. Nedan ges en kortfattad beskrivning av de ingående stegen, medan mer detaljerade redogörelser ges i rapportens senare delar.



Figur 4.1: Flödesschema över arbetsprocessen.

Processen inleddes med att krav och specifikationer definierades utifrån projektets mål samt input från CAESAR. Därefter genomfördes en jämförelse av olika styr-

system baserad på befintlig litteratur. Detta låg till grund för valet av styrsystem, som därefter designades och dimensionerades.

CFD-analyser genomfördes för att uppskatta den styrverkan som fenorna kan generera. Utifrån detta togs en fysisk prototyp fram för att möjliggöra experimentella tester samt utvärdering av de numeriska modellernas rimlighet.

Parallellt utvecklades en dynamisk systemmodell och ett reglersystem, vilka implementerades i Simulink/MATLAB och användes för att simulera raketens dynamik och styrförmåga. Resultatet utgör ett underlag för vidare utveckling av CAESAR:s raketsystem.

4.1 Modellantaganden

Eftersom ingen fysisk raket ännu existerar finns det ingen experimentell data att tillgå, vilket medför att ett antal modellparametrar måste fastställas genom antaganden. I tabell 4.1 presenteras den data som hämtats från en OpenRocket-modell av CAESARs nuvarande raket. Start motsvarar den fulltankade raket, medan Slut avser fallet då allt bränsle är förbrukat.

Tabell 4.1: Raketens parametrar från CAESARs OpenRocket.

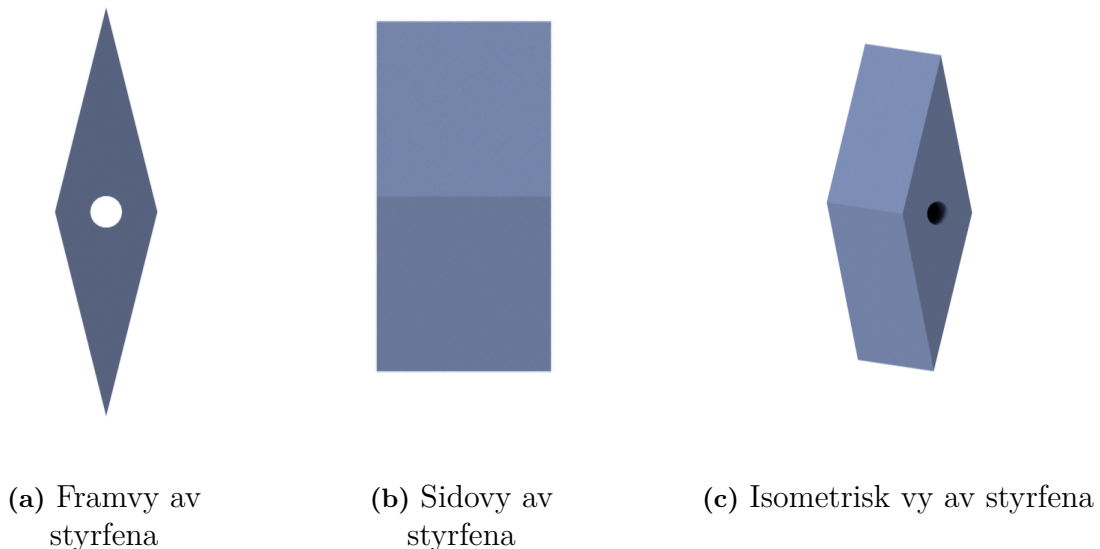
Parameter	Beteckning	Start	Slut
Längd [m]	l	2,27	
Diameter [m]	d	0,128	
Utloppsdiаметer [mm]	d_E	30,76	
Massa [kg]	m	26,215	22,33
Masscentrum [m]	CM	1,3213	1,3169
Tröghetsmoment x [kg m ²]	I_x	0,062	0,055
Tröghetsmoment y, z [kg m ²]	$I_{y,z}$	10,498	9,902

4.2 Design av styrsystem

Då flödet från raketmotorn kan antas vara lokalt supersoniskt innebär detta att flödet är kompressibelt och att tryck- och densitetsvariationer uppstår [NASA Glenn Research Center, 2021]. När ett sådant flöde tvingas ändra riktning vid en lutande yta så bildas en sned chockvåg (*oblique shock wave*). Till skillnad från en normal chock, där flödet bromsas kraftigt, möjliggör den sneda chockvågen en mer gradvis avböjning av ett supersoniskt flöde med mindre energiförluster.

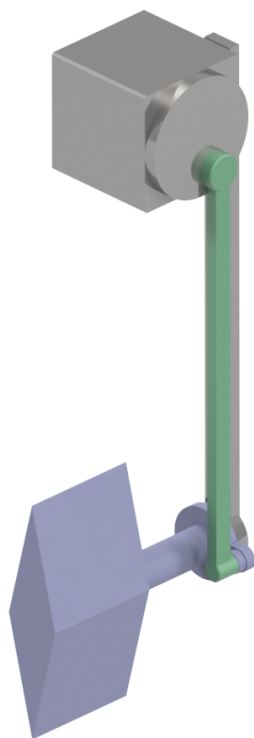
Tidigare studier har undersökt hur geometrin hos styrfenan påverkar den resulterande kraften i ett TVC-system. Jämförelser mellan olika profiler har genomförts med hjälp av numeriska simuleringar, där samtliga geometrier genererar sneda chockvågor men med varierande effektivitet. För att jämföra fenornas effektivitet används förhållandet mellan genererad lyftkraft och dragkraftsförluster, uttryckt som L/D , där högre värden indikerar mer effektiv kraftgenerering [Balaji et al., 2025]. Resultatet visar att även om vissa geometrier kan generera en högre resulterande kraft, så sker det ofta på bekostnad av ett högre motstånd och därmed större förluster.

Den kilformade geometrin uppvisar genomgående det högsta förhållandet mellan lyftkraft och dragkraftsförluster, vilket indikerar en mer effektiv kraftgenerering [Balaji et al., 2025]. För att möjliggöra en stabil och effektiv avböjning av flödet har därför en kilformad profil valts för styrfenorna. Geometrin i fram-, sido- och isometrisk vy visas i figur 4.2 a–c.



Figur 4.2: Geometri av styrfenan i olika vyer.

Den föreslagna designen av styrsystemet baseras på styrfenor som är placerade i motorns avgasström där varje fena är monterad på en roterande axel. Axeln är kopplad till en stegmotor via en mekanisk länkarm. När stegmotorn roterar överförs rotation genom länkarmen till axeln, vilket i sin tur vrider styrfenan. Utöver den drivande länkarmen finns även ett parallellt stödstag vars funktion är att hålla komponenterna i rätt position. I figur 4.3 visas en modell av den föreslagna designen på utväxlingen.



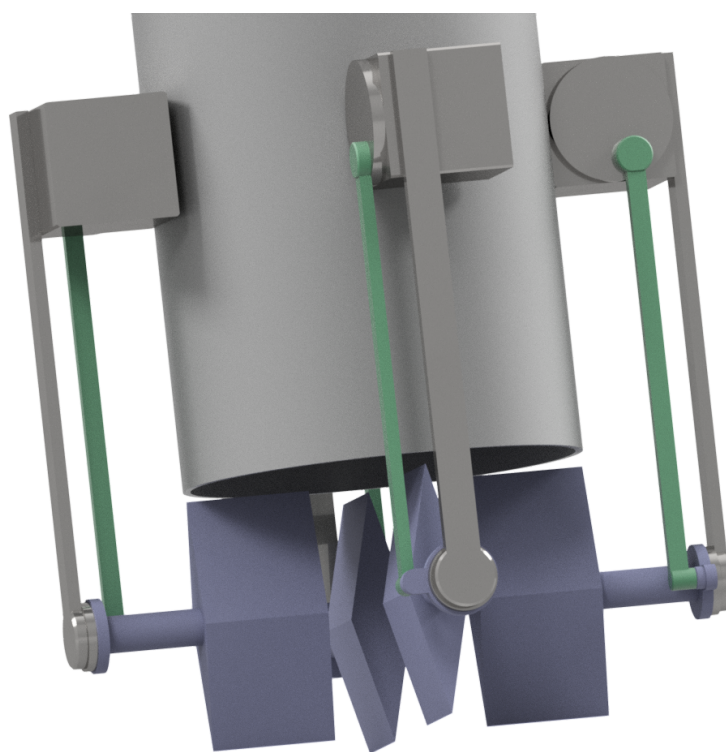
Figur 4.3: Modell av utväxling mellan stegmotor och styrfena.

Denna lösning möjliggör en mekanisk utväxling mellan stegmotorn och styrfenan. Eftersom stegmotorer roterar i diskreta steg med en fast ställvinkel, vilket vanligtvis är 1.8° per steg [Oriental Motor, 2023], innebär detta att den minsta möjliga vinkeländringen för styrfenan annars hade begränsats av motorns ställvinkel. För att kunna reglera raketens orientering är en mer precis ställvinkel än 1.8° önskad. Utväxlingen bestäms av förhållandet mellan avstånden från respektive rotationscentrum till länkarmens infästningspunkt. För små rotationsvinklar kan relationen approximeras som

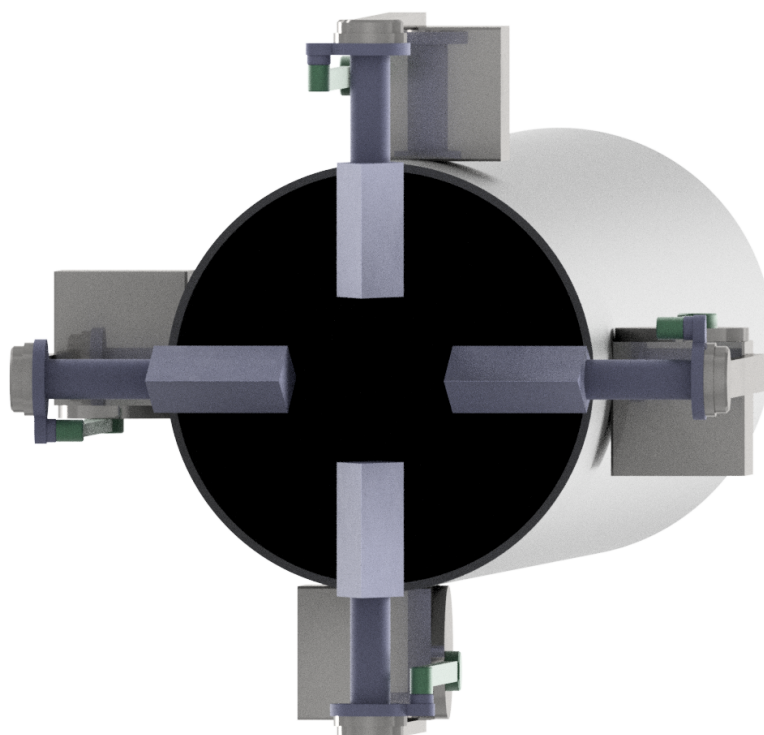
$$\theta_v \approx \frac{r_m}{r_v} \theta_m \quad (4.1)$$

där θ_m är stegmotorns rotationsvinkel och θ_v är styrfenans rotationsvinkel. Vidare är r_m radien från stegmotorns axel till länkarmens infästning på motorarmen och r_v radien från fenaxeln till länkarmens infästning på fenarmen [Norton, 2020]. Genom denna utväxling reduceras den resulterande rotationsvinkeln hos styrfenan, vilket gör det möjligt att uppnå mindre och mer precisa vinkeländringar än vad stegmotorns ställvinkel annars skulle tillåta.

Konstruktionen har även utformats för att placera stegmotorn utanför själva avgasströmmen i munstycket. Endast styrfenorna exponeras för den heta avgasströmmen, medan stegmotorn och övriga komponenter är placerade i en svalare del av systemet. Detta minskar den termiska belastningen på stegmotorn och förbättrar systemets tillförlitlighet. I figur 4.4a visas en sidovy av den föreslagna konstruktionen. De fyra fenorna är placerade direkt under motorns utgång, medan stegmotorn (representerad av de grå blocken) är placerad längre upp för att möjliggöra utväxling samt minska exponeringen för värme. I figur 4.4b visas konstruktionen underifrån, där de fyra fenorna är symmetriskt placerade kring motorutgången.



(a)



(b)

Figur 4.4: Konstruktion av styrfenesystem: (a) sidovy med utväxling och stegmotorplacering, (b) vy underifrån med fyra fenor vid motorutgången.

4.3 CFD-simuleringar

I projektet används CFD för att analysera hur raketens styrfenor påverkar avgasströmmen och vilka aerodynamiska krafter som uppstår vid olika vinkelutslag under landningsfasen. Detta ger ett underlag för att bedöma styrsystemets förmåga att orientera och stabilisera raketerna under nedstigningen.

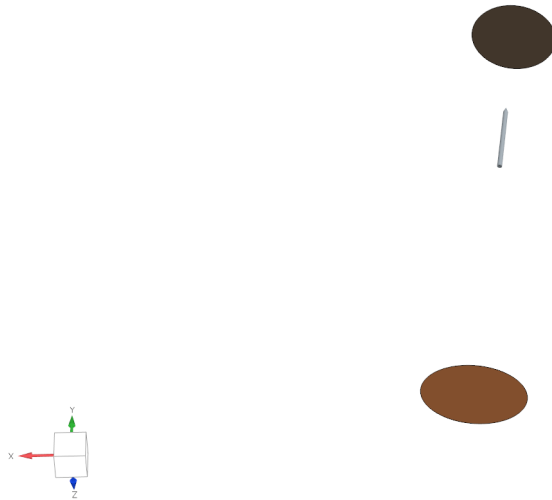
4.3.1 Simuleringsuppställning

För att genomföra simuleringarna modellerades en raketgeometri i CAD-programmet Autodesk Inventor, baserad på specifikationer från CAESAR. Modellen importerades därefter till STAR CCM+ och representerar raketkroppen samt de fyra styrfenor som är placerade i anslutning till raketmotorernas utlopp.

Runt modellen skapades en cylindrisk beräkningsdomän för att representera den omgivande atmosfären. Domänens utsträckning valdes till drygt en raketlängd framför nosen och tre raketlängder bakom raketerna, med en radie motsvarande ungefär nitton gånger raketens radie. Dessa dimensioner valdes för att minimera påverkan från domänens gränser på flödet nära raketerna, så att strömningen kan utvecklas fritt utan att begränsas artificiellt av randvillkoren.

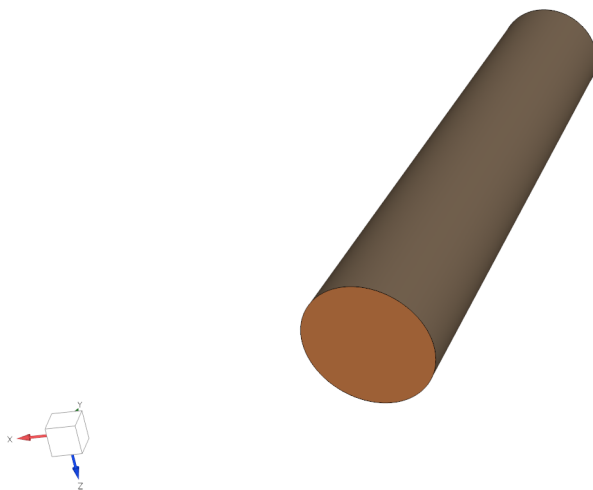
För att simulera flödet definierades en sammanhängande fluidregion bestående av domänens volym. På domänens övre ytor och längs sidorna applicerades randvillkor i form av typen *free-stream* med stillastående omgivande luft, alltså i ett läge då raketerna svävar utan några externaliteter. Den nedre ytan av domänen definierades däremot som en *pressure-outlet* för att underlätta utströmning av raketens avgasström och minska risken för numeriska återflöden i domänens område nedströms från raketerna. Figur 4.5 illustrerar dessa randvillkor.

Simcenter STAR-CCM+



(a) Beräkningsdomänens övre- och nedre yta, markerade i brunt respektive orange.

Simcenter STAR-CCM+

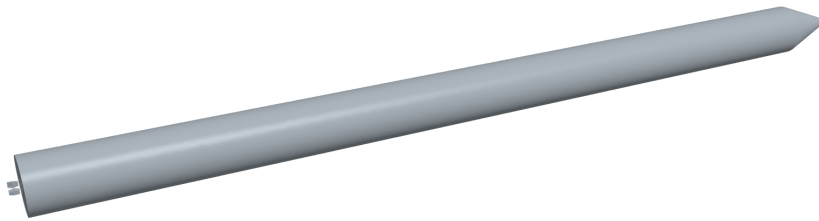


(b) Domänens sidor markerade i brunt.

Figur 4.5: Visualisering av beräkningsdomänen.

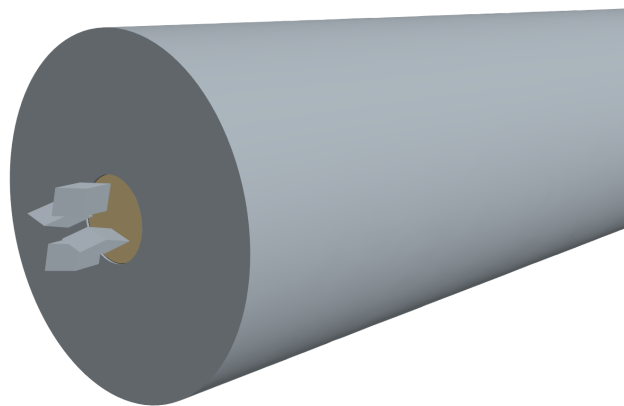
Motorns avgasström modellerades som ett riktat massflöde av luft med hög hastighet och temperatur baserat på uppskattad data från CAESAR. Ytorna på raketkroppen och styrfenorna modellerades som väggar med randvillkoret *no-slip*. Flödet modellerades som stationärt och tredimensionellt med en kompressibel fluid beskriven som en ideal gas. Simuleringarna genomfördes med en *coupled flow solver* tillsammans med turbulensmodellen $k-\omega$ SST enligt teorin i avsnitt 3.4.

Simcenter STAR-CCM+



(a) Den fullständiga raketgeometrin.

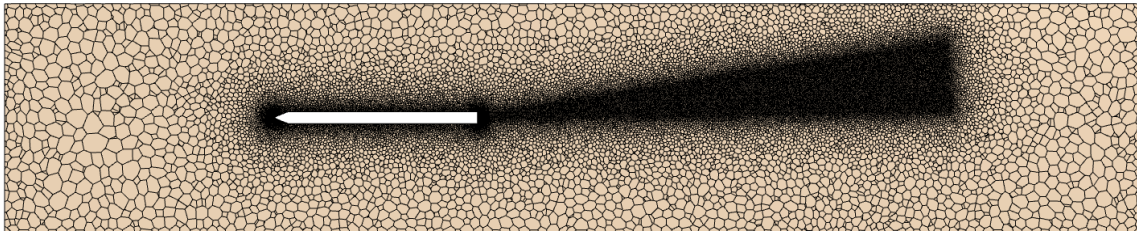
Simcenter STAR-CCM+



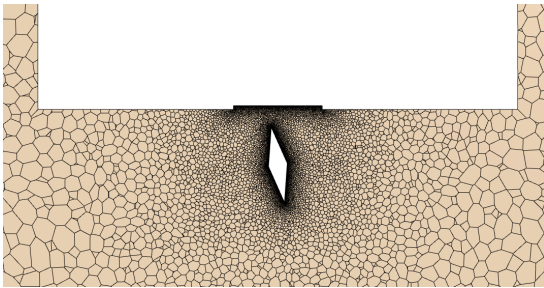
(b) Styrfenor placerade vid motorns utlopp.

Figur 4.6: Visualisering av raketen, styrfenorna och motorns utlopp.

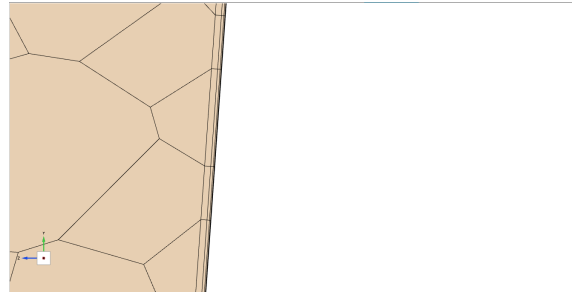
För att numeriskt lösa flödet diskretiserades domänen i ett stort antal kontrollvolymer, ett så kallat beräkningsnät. I områden med stora hastighets- och temperaturgradienter, särskilt kring styrfenorna och raketens avgasström, förfinades beräkningsnätet lokalt för att bättre kunna fånga upp de komplexa strömningsstrukturerna. Längs fenornas ytor användes prismatiska lager för att mer noggrant beskriva gränsskiktets utveckling. Figur 4.7 visualiserar beräkningsnätet i x-planet.



(a) Hela beräkningsnätet



(b) Vy över styrfenan



(c) Prismatiska lager längs fenans yta

Figur 4.7: Beräkningsnätet visualiserat i x-planet med styrfenan vinklad 10° .

Under simuleringens gång övervakades relevanta storheter såsom residualer och krafter för att säkerställa att lösningen stabiliserades och uppnådde ett tillräckligt konvergent tillstånd. Utvecklingen av dessa storheter visualiserades med hjälp av grafer, vilka användes för att bedöma validiteten hos de erhållna resultaten. För en mer detaljerad beskrivning av specifikationer angående beräkningsnätet och randvillkoren, se appendix B.

4.3.2 Optimering av beräkningsnät

I syfte att säkerställa att lösningen var oberoende av storleken på cellerna i beräkningsnätet genomfördes en nätkänslighetsanalys för krafterna och genomsnittligt y^+ på styrfenan. Metoden innebar att beräkningsnätet förgrovades med en faktor 2, varpå resultaten jämfördes med de erhållna värdena från referensnätet. Analysen utfördes för fallet med 5° styrvinkel och resultatet presenteras i Tabell 4.2.

Tabell 4.2: Nätkänslighetsanalys för 5° vinkel på fena.

Beräkningsnät	Motståndskraft [N]	F_x [N]	F_z [N]	y^+
Grovt nät	43,22	0,46	24,90	0,110
Referensnät	42,14	0,52	23,31	0,092
Relativ skillnad	2,6 %	-11,5 %	6,8 %	19,6 %

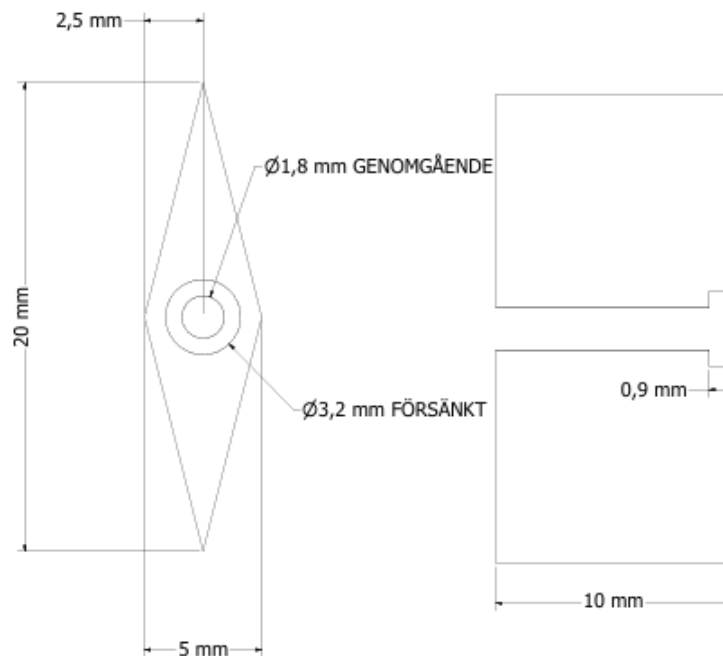
Den lägst uppmätta förändringen i känslighetsanalysen var för motståndskraften som skiljde sig med 2,6%. F_x minskade från 0,52 N till 0,46 N. Den parameter som uppvisade störst procentuell förändring var y^+ med en ökning på 19,6%. Vidare ökade F_z från 23,31 N till 24,90 N, vilket representerar en relativ skillnad på 6,8%. Trots de höga procentuella skillnaderna i F_x och y^+ bör det noteras att skillnaderna i absoluta tal är låga. För F_x är skillnaden endast 0,06 N. För y^+ ligger båda värdena kring 0,1, vilket enligt [Malalasekera, 2007, s. 85–86] är ett kriterium för att fånga flödet nära fenan.

4.4 Prototyptest

För att experimentellt undersöka styrfenans kraftgenerering utvecklades en testuppställning där styrfenans lyftkraft och motståndskraft mättes vid olika vinkellägen, enligt den teoretiska beskrivningen i avsnitt 3.1.1. Syftet var att möjliggöra en kvalitativ jämförelse med CFD-simuleringarna, då de experimentella testerna och simuleringarna genomfördes under olika förutsättningar.

4.4.1 Styrfena

Styrfenor tillverkades enligt ritningen i figur 4.8.



Figur 4.8: Ritning av fena.

Som material valdes en tio millimeter tjock stålplåt. Styrfenans yttre kontur skars ut med hjälp av vattenskarvning som följde ritningens profil, varvid även hålet initialt skars ut för att definiera dess centrum. Denna metod valdes för att möjliggöra hög geometrisk noggrannhet samt att undvika värmepåverkan på materialet. Eftersom vattenskarvning kräver att detaljen är fixerad i råmaterialet lämnades en mindre restsektion kvar vid utskärningen, vilken därefter bearbetades bort genom manuell slipning för att erhålla den slutliga geometrin.

Efter utskärningen bearbetades hålet ytterligare med hjälp av en pelarborrmaskin för att uppnå korrekt dimension. För att utföra försänkningen användes en pinnfräs monterad i bormaskinen, vilket möjliggjorde en plan anliggningsyta för infästning. Slutligen finslipades styrfenan för att eliminera vassa kanter och erhålla en jämnare yta.

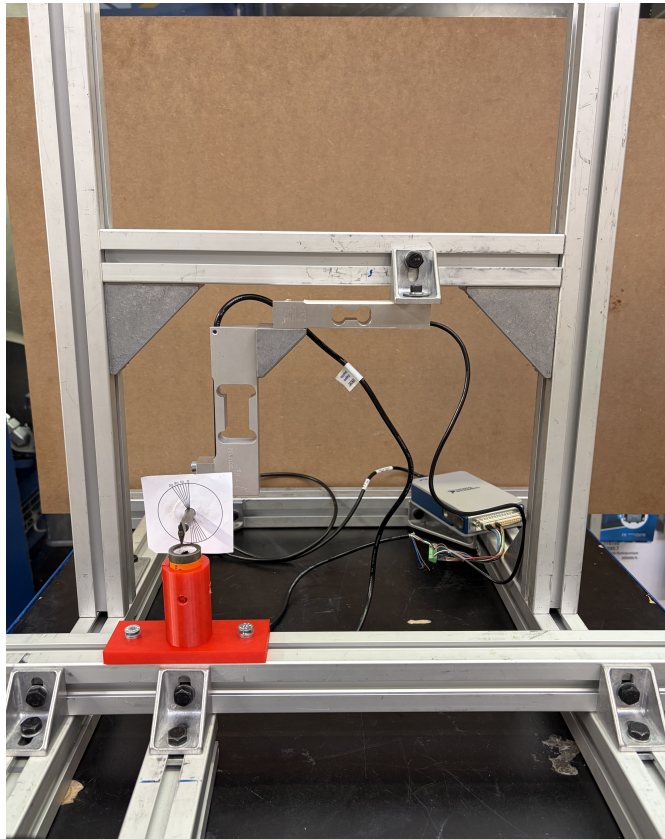
4.4.2 Uppställning av prototypstest

Testen genomfördes i en testrigg uppbyggd av aluminiumprofiler där styrfenan monterades på en axel i olika vinkellägen, motsvarande de som analyserats i CFD-modellen, se figur 4.9. Vinklarna ställdes in manuellt med hjälp av en graderad referensskiva och visuell avläsning. För kraftmätning integrerades två lastceller i strukturen. Den ena var direkt kopplad till styrfenans axel och monterad vertikalt relativt rotationsaxeln. Genom denna infästning kunde kraften i horisontell riktning mätas, vilket motsvarar lyftkraften (L). Den andra lastcellen var inte direkt kopplad till styrfenans axel utan monterades i serie med den första och orienterades horisontellt relativt rotationsaxeln. Därigenom kunde kraftkomponenten parallellt med flödesriktningen bestämmas, det vill säga motståndskraften (D). Genom att mäta både lyftkraft och motståndskraft kunde även förhållandet mellan dessa, uttryckt som L/D , analyseras som ett mått på styrfenans effektivitet. Slutligen placerades en motor under fenan för att generera ett flöde och mätdata samlades in för samtliga vinkellägen. Den motor som användes genererade en genomsnittlig kraft på 20 Newton med en maxkraft på 36 Newton, se figur 4.10.

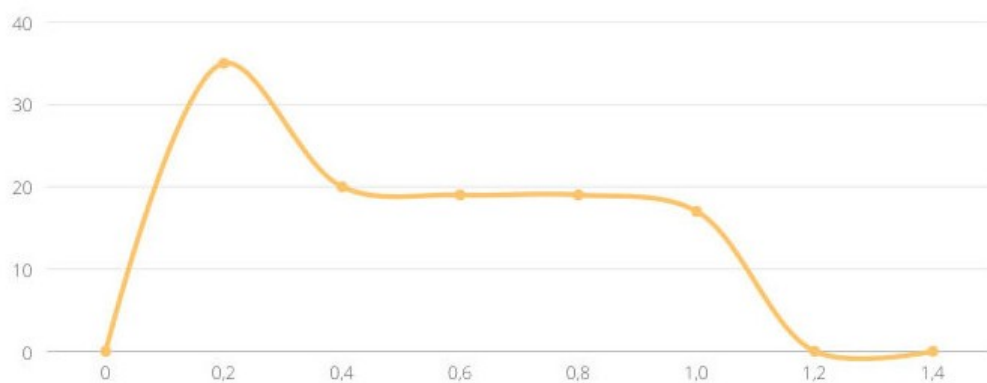
För att uppskatta sambandet mellan motorns dragkraft och den genererade lyftkraften användes under testet en förenklad geometrisk approximation av dragkraftsavböjningen. Ur ett idealiserat perspektiv kan lyftkraften approximeras som

$$L \approx F_T \sin(\delta) \tag{4.2}$$

där F_T är motorns dragkraft och δ är styrfenans vinkel. Approximationen bortser därmed från aerodynamiska parametrar såsom lyftkoefficient, tryckfördelning och turbulenta flödes effekter.



Figur 4.9: Uppställning av testrigg.



Figur 4.10: Motorns kraft som funktion av tiden [Sierra Fox Hobbies, 2025].

4.5 Matematisk modellering av raket

För att kunna simulera raketens fysik samt designa ett reglersystem som justerar styrvinklarna utvecklades en dynamisk modell av raketen. Modellen baserades på CAESARs raketdesign och beskriver raketens rörelse med avseende på orientering och verkande krafter. Dragkraftvektorn modelleras med en förenklad TVC-modell baserad på litteraturvärden och antaganden om styrfenornas påverkan på avgasströmmen. De aerodynamiska krafterna modellerades med hjälp av koefficientbaserade samband där parametrar uppskattades utifrån CAESARs digitala raket.

Raketten modelleras som en stel kropp med sex frihetsgrader (6 DoF), vilket innebär att modellen både tar hänsyn till raketens rörelse i rymden och rotation kring raketens egna axlar. Dynamiken härleds från Newtons andra lag och Eulers rotationslagar, där dragkraftens storlek och riktning utgör de primära styrsignalerna.

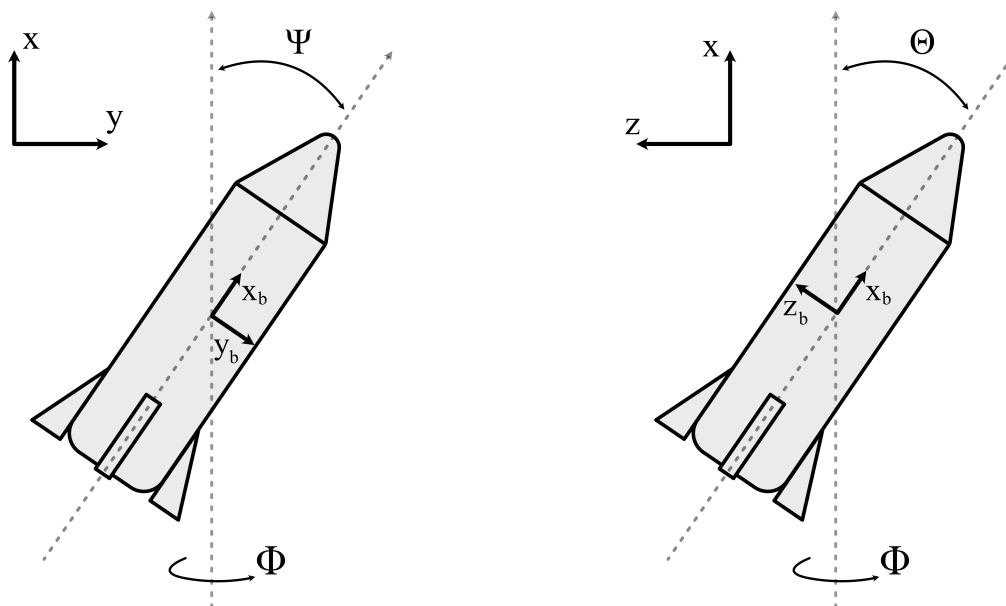
4.5.1 Koordinatsystem och transformationer

Inledningsvis definieras två koordinatsystem för att beskriva raketens rörelse. Ett geografiskt system (G) används för att beskriva raketens position och hastighet i relation till marken. Här pekar x -axeln i tyngdkraftens motsatta riktning (uppåt, från jordens centrum), z -axeln i nordlig riktning och y -axeln i östlig riktning. Detta koordinatval görs för att minimera risken för gimbal-låsning (*gimbal lock*), vilket innebär förlust av en rotationsaxel som annars hade uppkommit då raketten har den önskade vertikala positionen. För att beskriva krafter som är beroende av raketens orientering, såsom motorns dragkraft och rotationer, används ett kroppsfixerat system (b) med origo i raketens masscentrum. I det kroppsfixerade koordinatsystemet pekar x_b -axeln från raketens masscentrum mot raketens nos, medan y_b - och z_b -axlarna pekar ut från raketens kropp, vinkelrätt mot x_b axeln och varandra.

För att transformera vektorer mellan dessa system används en rotationsmatris, \mathbf{T}_G^b (4.3), baserad på Euler-vinklarna roll (Φ), pitch (Θ) och yaw (Ψ) enligt rotationssekvensen Z-Y-X [Zipfel, 2007, s. 69–75]. Se figur 4.11 för relationen mellan Euler-vinklarna och de två koordinatsystemen.

$$\mathbf{T}_G^b = \begin{bmatrix} C_\Theta C_\Psi & S_\Phi S_\Theta C_\Psi - C_\Phi S_\Psi & C_\Phi S_\Theta C_\Psi + S_\Phi S_\Psi \\ C_\Theta S_\Psi & S_\Phi S_\Theta S_\Psi + C_\Phi C_\Psi & C_\Phi S_\Theta S_\Psi - S_\Phi C_\Psi \\ -S_\Theta & S_\Phi C_\Theta & C_\Phi C_\Theta \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

där C_i och S_i är en kortare notation för $\cos i$ respektive $\sin i$.

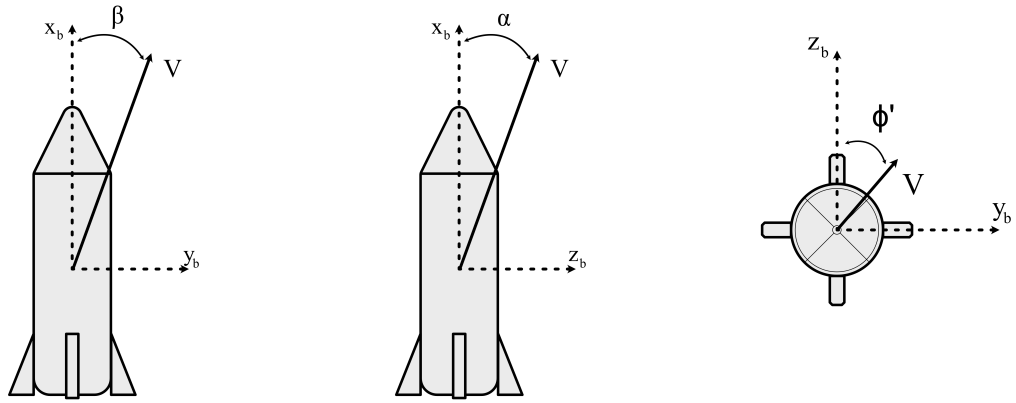
(a) xy -planet(b) xz -planet**Figur 4.11:** Definition av vinklar i de två planen.

Ett ytterligare koordinatsystem används för att beskriva hur aerodynamiska krafter påverkar raket. Detta utgår från raketens hastighet relativt luftflödet och påverkas då också av vindens riktning och styrka. Vidare introduceras anfallsvinkeln (α) samt sidorörelsevinkeln (β), som är avvikelser från det tillstånd då raketerna färdas rakt emot vinden [Zipfel, 2007, s. 76–77].

Utöver de kartesiska infallsvinklarna (α, β) introduceras även de polära infallsvinklarna, den totala attackvinkeln α' samt den aerodynamiska roll-vinkeln ϕ' [Zipfel, 2007, s. 77–79]. Medan α och β är praktiska för att bryta ner momenten för raketens styrbara axlar, är α' användbar för att bestämma storleken på de totala aerodynamiska krafterna. Vinkeln α' definieras som den totala vinkeln mellan raketens x -axel och hastighetsvektorn, medan ϕ' beskriver vindvektorns orientering i raketens tvärsnittsplan. En ytterligare transformationsmatris, (4.4), används därefter för att transformera vektorer mellan aerodynamiska- och det kroppsfixerade koordinatsystemet baserat på de polära infallsvinklarna.

$$\mathbf{T}_A^b = \begin{bmatrix} C_{\alpha'} & S_{\alpha'} S_{\phi'} & S_{\alpha'} C_{\phi'} \\ 0 & C_{\phi'} & -S_{\phi'} \\ -S_{\alpha'} & C_{\alpha'} S_{\phi'} & C_{\alpha'} C_{\phi'} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Figur 4.12 beskriver hur de polära infallsvinklarna ser ut i förhållande till raket.



(a) $x_b y_b$ -planet

(b) $x_b z_b$ -planet

(c) $y_b z_b$ -planet

Figur 4.12: Definition av polära infallsvinklar.

4.5.2 Fundamentala ekvationer för systemmodellen

För att kunna simulera raketens rörelse i sex frihetsgrader behöver vi fysikaliska samband som beskriver hur raketens position, hastighet och vinkelhastighet förändras över tid. Dessa kan beskrivas med hjälp av fyra ekvationer som blir centrala för modelleringen.

Linjär acceleration (Newtons andra lag)

$$\dot{\mathbf{V}} = \frac{1}{m} \left(m \mathbf{T}_G^b \mathbf{g} + \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_T - m \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V} \right) \quad (4.5)$$

Newtons andra lag beskriver raketens rörelse utifrån dess masscentrum. Kraftvektorererna \mathbf{F}_A och \mathbf{F}_T är aerodynamiska krafter respektive motorns dragkraft, \mathbf{g} är gravitationen $[-g \ 0 \ 0]^T$ och $m \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}$ är corioliseffekten som uppstår när ett objekt har en hastighet och roterar samtidigt [Zipfel, 2007, s. 143–145]. Här och i ekvationerna nedan betecknas raketens vinkelhastighet som $\boldsymbol{\Omega} = [p \ q \ r]^T$ medan hastighetsvektorn skrivs som $[u \ v \ w]^T$ [Głębocki, 2022].

Vinkelacceleration (Eulers rotationslag)

$$\dot{\boldsymbol{\Omega}} = \mathbf{I}^{-1} (\mathbf{M}_A + \mathbf{r}_A \times \mathbf{F}_A + \mathbf{M}_{\text{vanes}} - \boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{I} \boldsymbol{\Omega})) \quad (4.6)$$

Eulers rotationslag beskriver hur raketens vinkelhastighet förändras över tid till följd av de vridmoment som verkar på kroppen. I ekvationen representerar \mathbf{M}_A de rent aerodynamiska momenten medan termen $\mathbf{F}_A \times \mathbf{r}_A$ beskriver det stabilitetsmoment som uppstår då de aerodynamiska krafterna verkar i tryckcentrum med en hävarm till raketens masscentrum. $\mathbf{M}_{\text{vanes}}$ är det moment som skapas när vektorn för motorns dragkraft inte går igenom raketens masscentrum (när dragkraften vinklas med

TVC), enligt ekvation (4.33). Termen $\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\Omega}$ representerar de gyroskopiska momenten, vilka beskriver den fysikaliska kopplingen mellan rotationer kring raketens olika axlar [Zipfel, 2007, Kapitel 10]. Genom att inkludera tröghetsmatrisen \mathbf{I} tar man hänsyn till hur raketens massfördelning motverkar förändringar i rotationsrörelsen.

Kinematisk positionsförändring

$$\dot{\mathbf{P}} = (\mathbf{T}_G^b)^T \mathbf{V} \quad (4.7)$$

Ekvationen beskriver hur raketens position förändras över tid, utifrån det geografiska systemet. Eftersom raketens hastighet \mathbf{V} beräknas i det kroppsfixerade systemet, krävs en transformation för att erhålla den faktiska rörelsen i förhållande till marken. Genom att multiplicera hastighetsvektorn med den transponerade rotationsmatrisen erhålls hastighetskomponenterna i det geografiska koordinatsystemet. Positionsvektorn $\mathbf{P} = [x \ y \ z]^T$ [Głębocki, 2022].

Kinematisk rotation

$$\begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \Phi \tan \Theta & \cos \Phi \tan \Theta \\ 0 & \cos \Phi & -\sin \Phi \\ 0 & \frac{\sin \Phi}{\cos \Theta} & \frac{\cos \Phi}{\cos \Theta} \end{bmatrix} \boldsymbol{\Omega} \quad (4.8)$$

Den sista fundamentala ekvationen beskriver sambandet mellan raketens kroppsfixerade vinkelhastigheter $\boldsymbol{\Omega} = [p \ q \ r]^T$ och tidsderivatan av Euler-vinklarna i det geografiska systemet. Transformationsmatrisen i ekvation (4.8) är nödvändig för att "översätta" de lokala mätvärdena från raketens gyroskop till en global orientering som kan användas för navigering och kontroll. Notera att matrisen innehåller en singularitet vid $\Theta = \pm 90^\circ$ (gimbal-låsning), vilket i denna modell hanteras genom att begränsa raketens tillåtna pitch-vinkel under landningsfasen [Zipfel, 2007, s. 119–121].

4.5.3 Mass- och tröghetsmodell

Eftersom drivmedel förbrukas under inbromsningen kommer raketens massa att minska med tiden. Förändringen i massa är direkt kopplad till den genererade dragkraften och motorns specifika impuls [Sutton, 2017]. Massförändringen kan skrivas som

$$\dot{m} = -\frac{F_T}{I_{sp} \cdot g} \quad (4.9)$$

där I_{sp} är motorns specifika impuls. När drivmedelet töms kommer massdistributionen förändras, vilket gör att raketens tröghet och masscentrums position kommer påverkas. I_x, I_y, I_z och CM modelleras som linjärt beroende av massan enligt

$$f(m) \approx f(m_0) + \frac{f(m_1) - f(m_0)}{m_1 - m_0} (m - m_0) \quad (4.10)$$

där m_0 är raketens massa vid uppskjutning och m_1 massan efter landning. Storheternas värde vid de två masslägena fås genom simulering av CAESARs raketmodell i OpenRocket.

4.5.4 Aerodynamisk modell

Under avsnitt 4.5.2 presenterades de aerodynamiska kraft- respektive momentvektorererna \mathbf{F}_A och \mathbf{M}_A vilka definieras i (4.11) och (4.12)

$$\mathbf{F}_A = q_{\text{dyn}} S_{ref} \mathbf{T}_A^b \begin{bmatrix} -C_D \\ -C_L \sin(\phi') \\ -C_L \cos(\phi') \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{M}_A = q_{\text{dyn}} S_{ref} D_{ref} \begin{bmatrix} C_l \\ C_m \\ C_n \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Termerna q_{dyn} och S_{ref} är gemensamma för de bägge ekvationerna där $q_{\text{dyn}} = \frac{1}{2} \rho |\mathbf{V}|^2$ är det dynamiska trycket och S_{ref} referensarean (raketens tvärsnittsarea ovanifrån). $|\mathbf{V}| = |\mathbf{V}_b - \mathbf{V}_{vind}^b|$ är beloppet av luftflödets hastighet och ρ är luftens densitet. Vidare är D_{ref} raketens referenslängd [Głębocki, 2022]. C_D och C_L är motstånd- respektive lyftkoefficienter medan C_l , C_m och C_n är koefficienter för roll-, pitch- respektive yaw-moment. Dessa koefficienter behöver vidare härledning och presenteras i ekvationer (4.13) – (4.15). De aerodynamiska koefficienterna för motstånd- och lyftkraft modelleras som funktioner av den totala anfallsvinkeln α' , vilket är vinkeln mellan raketens x -axel och hastighetsvektorn \mathbf{V} . Detta utnyttjar raketens rotationssymmetri där storleken på de resulterande krafterna främst beror på raketens lutning mot luftströmmen [Głębocki, 2022].

$$C_D = C_{D_0} + C_{D_{\alpha'^2}} \sin^2 \alpha' \quad (4.13)$$

$$C_L = C_{L_0} + \frac{1}{2} C_{L_{\alpha'}} \sin 2\alpha' + C_{L_{q^*}} \frac{q^* D_{ref}}{2|\mathbf{V}|} \quad (4.14)$$

$$q^* = P \sin \alpha' \sin \phi' + Q \cos \phi' + R \cos \alpha' \sin \phi' \quad (4.15)$$

Här representerar C_{D_0} grundmotståndet utan någon anfallsvinkel medan termen $\sin^2 \alpha'$ fångar upp det inducerade motståndet. För lyftkraften inkluderas även en dämpningsterm baserad på den normaliserade rotationshastigheten q^* i det aerodynamiska systemet.

För att beskriva koefficienterna för momenten krävs det en uppdelning kring raketens specifika kroppssaxlar. Här används de kartesiska infallsvinklarna α och β . Dessa vinklar agerar som komponenter av den totala anfallsvinkeln och kopplar luftströmmens tryck direkt till momenten kring raketens y - respektive z -axel [Głębocki, 2022].

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha} \sin \alpha + C_{m_{\alpha^3}} \sin^3 \alpha + C_{m_q} \frac{q D_{ref}}{2|\mathbf{V}|} \quad (4.16)$$

$$C_n = C_{n_0} + C_{n_\beta} \sin \beta + C_{n_{\beta^3}} \sin^3 \beta + C_{n_r} \frac{r D_{ref}}{2|\mathbf{V}|} \quad (4.17)$$

Dessa ekvationer inkluderar både statiska stabilitetstermer ($C_{m_\alpha}, C_{n_\beta}$) och dynamiska dämpningstermer, proportionella mot raketens vinkelhastigheter q och r . För roll-momentet (C_l) antas en linjär dämpning beroende på roll-hastigheten p [Glębocki, 2022].

$$C_l = C_{l_0} + C_{l_p} \frac{p D_{ref}}{2|\mathbf{V}|} \quad (4.18)$$

Slutligen kan vi bestämma både de kartesiska- och de polära infallsvinklarna enligt

$$\alpha = \arctan\left(\frac{w}{u}\right) \quad (4.19)$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{v}{|\mathbf{V}|}\right) \quad (4.20)$$

$$\alpha' = \arccos\left(\frac{u}{|\mathbf{V}|}\right) \quad (4.21)$$

$$\phi' = \arctan\left(\frac{v}{w}\right) \quad (4.22)$$

där u , v och w är komponenter av $|\mathbf{V}|$ i raketens x -, y - respektive z -riktning [Zipfel, 2007, s. 78–79].

4.5.4.1 Val av aerodynamiska koefficienter

De aerodynamiska koefficienternas värden bestäms baserat på OpenRocket-data och antaganden för att modellen ska vara så representativ som möjligt inom projektets ramar. För detta arbetets syfte accepteras en viss osäkerhet i dessa värden då de aerodynamiska krafterna förväntas vara snabbt avtagande och sedermera obetydliga under inbromsningen.

Eftersom raketens geometri inte genererar en lyftkraft eller ett moment vid nollgradig anfallsvinkel och vinkelhastigheter kan följande koefficienter exkluderas

$$C_{L_0} = C_{l_0} = C_{m_0} = C_{n_0} = 0 \quad (4.23)$$

För att reducera komplexiteten görs även följande förenkling

$$C_{m_{\alpha 3}} = C_{n_{\beta 3}} = C_{L_{q^*}} = 0 \quad (4.24)$$

Som en konsekvens av raketens symmetri och hur det aerodynamiska koordinatsystemet är definierat, tvingas följande samband mellan pitch- och yaw-momenten

$$[C_{m_\alpha}, C_{m_Q}] = [-C_{n_\beta}, C_{n_R}] \quad (4.25)$$

De numeriska värdena på samtliga koefficienter återfinns i tabell A.1.

4.5.5 Extern miljö

För att göra en mer realistisk simulering av raketfärden adderas en extern störning i form av vind. Vinden modelleras som en hastighetsstörning baserad på årsmedelvärdet för vindhastigheten i Kiruna (Esrangle), vilket har fastställts till 3,2 m/s vid marknivå [WeatherSpark, 2024]. Vindmodellen representeras som en vektor \mathbf{W} , där medelvinden verkar i y-led enligt ekvation (4.26).

$$\mathbf{W}_{\text{konst}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3,2 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ m/s} \quad (4.26)$$

För att simulera atmosfärisk turbulens adderas ett filtrerat brusbidrag till varje komponent. Bruset genereras som bandlimerat vitt brus och filtreras genom ett första ordningens lågpassfilter. Lågpassfiltret ges av

$$G_W(s) = \frac{1}{\tau_W s + 1}$$

där $\tau_W = 4$ s är filtrets tidskonstant. Den totala vindvektorn ges av ekvation (4.27).

$$\mathbf{W}(t) = \mathbf{W}_{\text{konst}} + \mathbf{W}_{\text{turb}}(t) \quad (4.27)$$

Turbulensbidraget har komponentvisa standardavvikelser enligt (4.28).

$$\boldsymbol{\sigma}_W = \begin{bmatrix} 0,078 \\ 0,372 \\ 0,372 \end{bmatrix} \text{ m/s} \quad (4.28)$$

4.5.6 TVC-modell

Raketmotorns dragkraft, \mathbf{F}_T kommer att variera beroende på de aktuella styrvinklarna. I en ideal modell antas det att dragkraften kan avledas i direkt proportionalitet till styrvinkeln, den resulterande kraftvektorn kan då beskrivas av

$$\mathbf{F}_T = \begin{bmatrix} F_T \cos(\delta_y) \cos(\delta_z) \\ F_T \sin(\delta_y) \\ F_T \cos(\delta_y) \sin(\delta_z) \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

där δ_y och δ_z beskriver avböjningen i respektive plan.

I verkligheten följer dock inte avgasströmmen styrfenornas vinkel fullt ut. Studier av styrfenor visar att den faktiska avböjningsvinkeln hos avgasströmmen är lägre än den geometriska styrvinkeln. Detta kan beskrivas genom en avledningseffektivitet k_δ som uppskattas enligt

$$k_\delta = \frac{\delta_{\text{jet}}}{\delta_{\text{vane}}} \quad (4.30)$$

där δ_{jet} är avgasströmmens avböjningsvinkel och δ_{vane} är styrfenans vinkel. Enligt [Balaji et al., 2025] uppskattas avledningseffektiviteten till $k_\delta \approx 0.4$, medan [Weidenfeld et al., 2016] anger ett något högre värde omkring $k_\delta \approx 0.5$. Detta indikerar

att endast cirka 40—50 % av fenans geometriska vinkel överförs till avgasströmmens faktiska avböjning. En mer noggrann bestämning av k_δ skulle kräva numeriska beräkningar eller experimentella studier med den specifika motorn och den aktuella fenkonfigurationen. I denna modell antas därför ett representativt medelvärde baserat på litteratur $k_\delta = 0,45$, vilket innebär att cirka 45% av fenans vinkel överförs till avgasströmmens avböjning.

Vardera fena täcker cirka 6,6% av mynningens area vid neutralt läge. I ett supersoniskt flöde bestäms dock inte fenans påverkan på avgasströmmen enbart av dess projicerade area. I avgasströmmen kommer snedvågor att uppstå, vilka sprider sig utanför fenans fysiska yta. I denna modell antas därför att varje fena effektivt påverkar cirka 10% av avgasströmmen. Denna andel betecknas som $k_a = 0,1$. Detta innebär att totalt $4k_a = 0,4$ av den totala dragkraften antas kunna påverkas av styrfenorna och resterande del antas verka i raketens längdriktning utan avböjning. Antagandet innebär stora osäkerheter och en mer exakt bestämning av denna effekt kräver experimentella studier, vilket ligger utanför projektets omfattning.

För varje enskild styrfena beräknas således en tredimensionell kraftvektor, \mathbf{F}_i enligt

$$\mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} k_a F_T \cos(k_\delta \delta_y) \cos(k_\delta \delta_z) \\ k_a F_T \sin(k_\delta \delta_y) \\ k_a F_T \cos(k_\delta \delta_y) \sin(k_\delta \delta_z) \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Den totala kraftvektorn F_{tot} ges av

$$\mathbf{F}_{\text{tot}} = \begin{bmatrix} F_T(1 - 4k_a) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{F}_F + \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_L \quad (4.32)$$

För att bestämma hur dessa krafter påverkar raketens rotation beräknas momentet från varje styrfena. Detta görs genom kryssprodukten mellan positionsvektorn från masscentrum och från raketens längdaxel till respektive fena samt fenans kraftvektor. Det totala momentbidraget från styrfenorna ges därmed av

$$\mathbf{M}_{\text{vanes}} = \mathbf{r}_F \times \mathbf{F}_F + \mathbf{r}_B \times \mathbf{F}_B + \mathbf{r}_R \times \mathbf{F}_R + \mathbf{r}_L \times \mathbf{F}_L \quad (4.33)$$

där \mathbf{r}_F , \mathbf{r}_B , \mathbf{r}_R och \mathbf{r}_L är positionsvektorerna till de främre, bakre, högra respektive vänstra styrfenorna enligt

$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} CM - l \\ 0 \\ r_f \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

där CM är masscentrum, l är raketens längd och r_f är avståndet från fenans mittpunkt till längdaxeln. Detta moment används sedan i raketens rotationsdynamik enligt ekvation 4.6.

4.6 Reglersystem

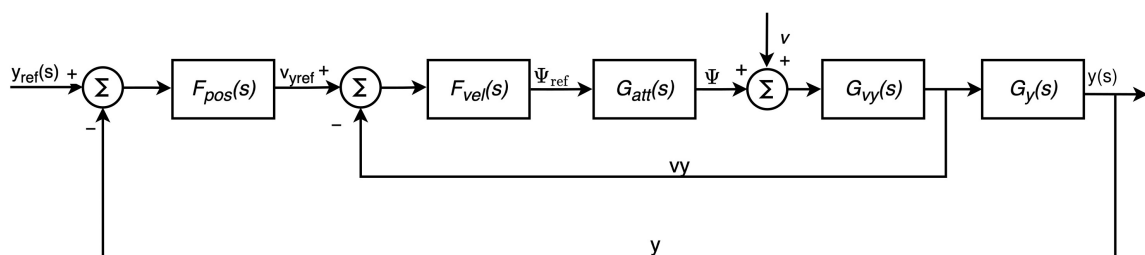
Baserat på systemmodellen utvecklades ett reglersystem vars uppgift är att stabilisera raketens orientering kring ett vertikalt och horisontellt referensläge under nedstigning och landning. Regulatorn genererar styrsignaler till styrsystemet för att kontrollera landningen.

Reglersystemet är uppbyggt av fyra återkopplade delsystem som tillsammans styr raketens rörelse och orientering. Det första delsystemet hanterar reglering av höjd och vertikalkhastighet, det vill säga rörelse i x-led. Det andra delsystemet ansvarar för stabilisering av raketens rotation kring dess längdaxel (roll). De återstående delsystemen reglerar raketens position i sidled, det vill säga i y- och z-led, samt dess orientering i form av Euler-vinklarna Ψ (yaw) och Θ (pitch).

Eftersom regleringen i y- och z-led är uppbyggd på ett analogt sätt, presenteras här en detaljerad beskrivning av regleringen i y-led samt tillhörande attitydreglering i Ψ -led.

4.6.1 Reglering i y-led

Regleringen i y-led är uppbyggd som en kaskadreglering där positionsloopen genererar en hastighetsreferens, hastighetsloopen genererar en attitydreferens och attitydregleringen genererar en vinkelhastighetsreferens och vinkelhastighetsregleringen genererar slutligen styrsignaler till styrfenorna. Genom denna struktur kan systemet hantera både långsamma och snabba dynamiska förlopp på ett effektivt sätt. Reglersystemet representeras av blockschemat i figur 4.13.



Figur 4.13: Blockschemat för representation av reglersystemet i y-led.

4.6.1.1 Yttre loop

Den yttre loopen ansvarar för att driva raket mot önskad position i y-led. Referenspositionen definieras som

$$y_{\text{ref}} = 0 \quad (4.35)$$

vilket motsvarar målet att raket ska landa vid origo i y-led.

Referensvärdet jämförs med den uppmätta positionen y , vilket ger reglerfelet

$$e_y = y_{\text{ref}} - y \quad (4.36)$$

Detta fel behandlas av en positionsregulator $F_{\text{pos}}(s)$, vilken utgörs av en proportionell regulator med förstärkningen $K_{p,y}$. Regulatorn genererar en referenshastighet

$$v_{y,\text{ref}} = K_{p,y} \cdot e_y \quad (4.37)$$

för att säkerställa stabil rörelse i de laterala leden begränsades referenssignalen $v_{y,\text{ref}}$ med en höjdberoende funktion som kontinuerligt minskar den maximalt tillåtna hastigheten. Detta innebär att högre laterala referenshastigheter tillåts på större höjder, medan lägre hastigheter tillåts närmare marken.

4.6.1.2 Inre loop

Den inre loopen stabiliserar raketens orientering och säkerställer att värdet på hastighetsreferensen uppnås. Den genererade referenshastigheten $v_{y,\text{ref}}$ jämförs med den uppmätta hastigheten v_y , vilket ger ett nytt fel

$$e_{vy} = v_{y,\text{ref}} - v_y \quad (4.38)$$

Detta fel behandlas av hastighetsregulatorn $F_{\text{vel}}(s)$, en P-regulator med förstärkningen $K_{p,vy}$. Utsignalen från denna regulator är en referens för raketens lutningsvinkel

$$\Psi_{\text{ref}} = K_{p,vy} \cdot e_{vy} \quad (4.39)$$

Referensvinkeln Ψ_{ref} används som insignal till attitydregleringen. Denna består av en kaskadstruktur med en yttre loop som reglerar vinkeln Ψ och en inre loop som hanterar vinkelhastigheten $\dot{\Psi}$. Vinkeln regleras med en P-regulator med förstärkning $K_{p,\Psi}$ medan vinkelhastigheten regleras med en PI-regulator enligt

$$e_{\dot{\Psi}} = \dot{\Psi}_{\text{ref}} - \dot{\Psi} \quad (4.40)$$

$$u_{\Psi} = K_{p,\dot{\Psi}} \cdot e_{\dot{\Psi}} + K_{i,\dot{\Psi}} \int e_{\dot{\Psi}} dt \quad (4.41)$$

Där u_{Ψ} utgör styrsignalen som appliceras på styrsystemet. Attityddynamiken kan i detta sammanhang förenklat beskrivas med överföringsfunktionen $G_{\text{att}}(s)$, vilken relaterar styrsignalen till den resulterande orienteringsvinkeln Ψ . För att beakta påverkan från omgivningen introduceras en extern störning, exempelvis vind, betecknad v . Sambandet mellan lutningsvinkeln och den laterala hastigheten v_y beskrivs av överföringsfunktionen $G_{v_y}(s)$. Slutligen modelleras positionen y som integralen av hastigheten, vilket beskrivs av överföringsfunktionen $G_y(s)$.

4.6.2 Reglering av roll

Rollregleringen syftar till att stabilisera raketens kring dess längdaxel och säkerställa att ingen oönskad rotation uppstår. Referensvinkeln definieras som

$$\Phi_{\text{ref}} = 0 \quad (4.42)$$

Referensvärdet jämförs med den uppmätta vinkeln Φ , vilket ger reglerfelet

$$e_\Phi = \Phi_{\text{ref}} - \Phi \quad (4.43)$$

Detta fel behandlas av en proportionell regulator med förstärkningen $K_{p,\Phi}$, vilken genererar en referens för vinkelhastigheten

$$\dot{\Phi}_{\text{ref}} = K_{p,\Phi} \cdot e_\Phi \quad (4.44)$$

Den genererade referensen $\dot{\Phi}_{\text{ref}}$ jämförs med den uppmätta vinkelhastigheten $\dot{\Phi}$, vilket ger ett nytt fel

$$e_{\dot{\Phi}} = \dot{\Phi}_{\text{ref}} - \dot{\Phi} \quad (4.45)$$

Detta fel behandlas av en PI-regulator enligt

$$u_\Phi = K_{p,\dot{\Phi}} \cdot e_{\dot{\Phi}} + K_{i,\dot{\Phi}} \int e_{\dot{\Phi}} dt \quad (4.46)$$

där u_Φ utgör styrsignalen till styrsystemet.

4.6.3 Överföring från utsignal till TVC

De utsignaler som genereras i attitydregleringen omvandlas till styrsignaler för raketens styrfenor, vilka representeras som vinkelutslag δ_i för vardera fena. Den maximala styrsignalen som skickas från regulatorerna begränsas av styrfenornas maximala ställvinkel för effektiv TVC, vilket sätts till 12° baserat på litteratur [Balaji et al., 2025].

En mixerfunktion används för att omvandla signalerna u_Ψ , u_Θ och u_Φ till styrvinklar för vardera fena enligt tabell 4.3.

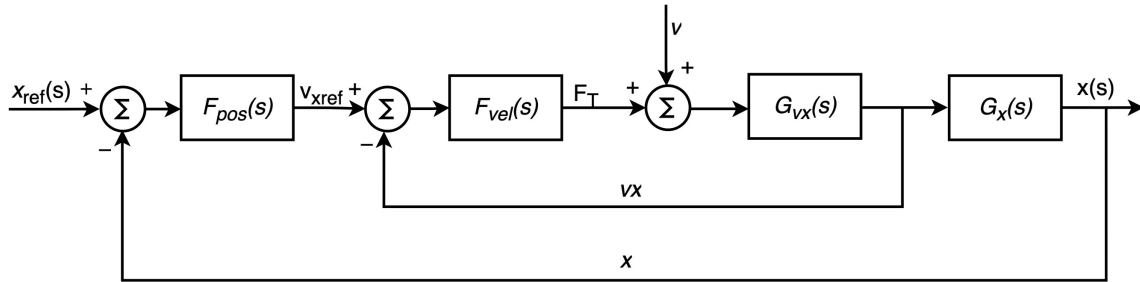
Tabell 4.3: Överföring från utsignal till styrfenor.

Styrfena	Signal
δ_F	$u_\Psi - u_\Phi$
δ_B	$u_\Psi + u_\Phi$
δ_R	$u_\Theta + u_\Phi$
δ_L	$u_\Theta - u_\Phi$

Efter att reglersystemets utsignaler har fördelats till respektive styrfena omvandlas dessa till individuella fenutslag δ_i . Varje styrfena påverkar lokalt riktningen på en del av motorns totala dragkraft, vilket innebär att kraften inte längre enbart verkar längs raketens längdaxel. På så sätt uppstår laterala kraftkomponenter som kan användas för att styra raketens orientering. Hur styrfenorna påverkar raketens beskrivs i avsnitt 4.5.

4.6.4 Reglering i x-led

För att möjliggöra en kontrollerad landning av raketen implementeras även en återkopplad loop för reglering av höjd och hastighet i x-led, vilket representeras av blockschemat i figur 4.14. Syftet är att styra raketen från en initialhöjd h till marknivå med en kontrollerad hastighet och mjuk landning. Även detta system är uppbyggt med hjälp av kaskadreglering med en inre och en yttre loop, där den inre snabbare loopen hanterar hastigheten v_x och den yttre loopen hanterar höjden x .



Figur 4.14: Blockschemat för representation av regelsystemet i x-led.

4.6.4.1 Yttre loop

Den yttre loopen ansvarar för att generera en lämplig referens för den vertikala hastigheten utifrån raketens höjd. Referenshöjden definieras som

$$x_{\text{ref}} = 0 \quad (4.47)$$

vilket motsvarar målet att raketen ska landa på marknivå.

Referensvärdet jämförs med den uppmätta höjden x , vilket ger reglerfelet

$$e_x = x_{\text{ref}} - x \quad (4.48)$$

Detta fel behandlas av en höjddregulator, vilken genererar en referens för den vertikala hastigheten, $v_{x,\text{ref}}$.

För att uppnå en mjuk och kontrollerad nedstigning tillåts högre vertikala hastigheter vid större höjder, medan lägre hastigheter eftersträvas närmare marken. Detta implementeras genom en landningslogik som begränsar referenssignalen för vertikalhastigheten, $v_{x,\text{ref}}$, som en funktion av höjden. På så sätt anpassas den maximalt tillåtna vertikalhastigheten kontinuerligt under nedstigningen, vilket bidrar till en stabil och säker landning.

$$|v_{x,\text{ref}}| \leq v_{x,\text{ref,max}}(x) \quad (4.49)$$

Där den höjdberoende referensprofilen definieras enligt

$$v_{x,\text{ref,max}}(x) = k_h x + b_h \quad (4.50)$$

4.6.4.2 Inre loop

Den inre loopen ansvarar för att reglera den faktiska vertikalthastigheten v_x till den referens som genereras av höjddregulatorn. Felet definieras som

$$e_{vx} = v_{x,\text{ref}} - v_x \quad (4.51)$$

Detta fel behandlas av en hastighetsregulator som genererar en styrsignal för dragkraft, F_T . För att kompensera för gravitation används en feedforward-term motsvarande tyngdkraften, vilket ger

$$F_T = m(g + K_{p,vx} \cdot e_{vx}) \quad (4.52)$$

där m är raketens massa, g är tyngdaccelerationen och $K_{p,vx}$ är regulatorförstärkningen för vertikalthastighetsloopen.

Det resulterande dragkraftskommandot begränsas därefter enligt motorns fysiska möjligheter

$$F_{\min} \leq F_T \leq F_{\max} \quad (4.53)$$

där $F_{\min} = 0$ N och $F_{\max} = 1500$ N är baserat på CAESARs specifikationer, där motorns nominella kraft uppskattas till 1000N.

Den resulterande dragkraften F_T påverkar raketens rörelse i x -led genom att generera en vertikal acceleration. Detta modelleras med två dynamiska block. $G_{vx}(s)$ beskriver sambandet mellan dragkraft och vertikalthastighet v_x , där både tyngdkraft och eventuell lutning hos raketen påverkar den resulterande accelerationen. $G_x(s)$ beskriver integrationen från vertikalthastighet till position x , vilket motsvarar raketens höjd över marken. Denna reglerstruktur förutsätter att motorns dragkraft kan regleras kontinuerligt inom det angivna intervallet.

4.6.4.3 Markkontakt

Eftersom modellen i Simulink annars tillåter att raketen passerar marknivån, implementeras en markkontakt-logik. När raketens höjd över marken är 2,5 cm skickas en signal som stänger av motorn, och raketens höjd över marken får falla fritt tills den når $x = 0$ och då stoppas simuleringen. Denna logik förhindrar simuleringen att fortsätta genom marken och möjliggör samtidigt en utvärdering av raketens tillstånd precis vid landning.

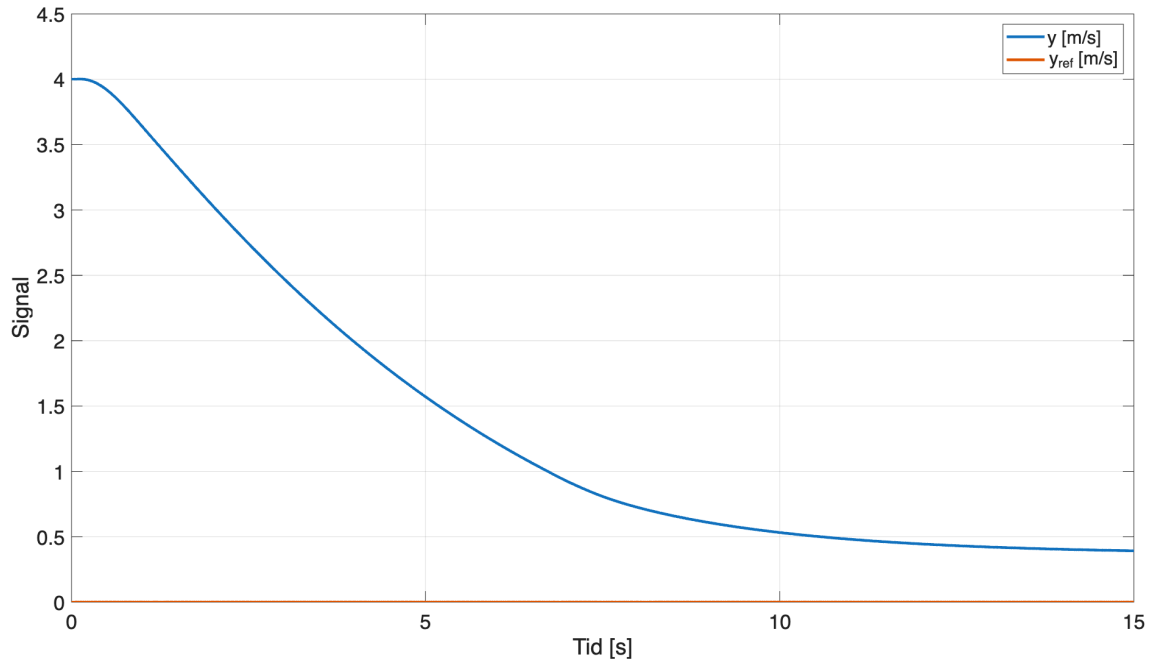
4.6.5 Parameterbestämning

Regulatorparametrarna har bestämts med en modellbaserad kaskadmetod, där systemet dimensionerats successivt inifrån och ut. Innerloopar analyserades och justerades först medan yttre loopar tillfälligt hölls fränkopplade, varefter dessa aktiverades stegvis. Vid parameterbestämningen eftersträvades en tydlig separation av tidskalor, där varje yttre loop är långsammare än den närmast inre.

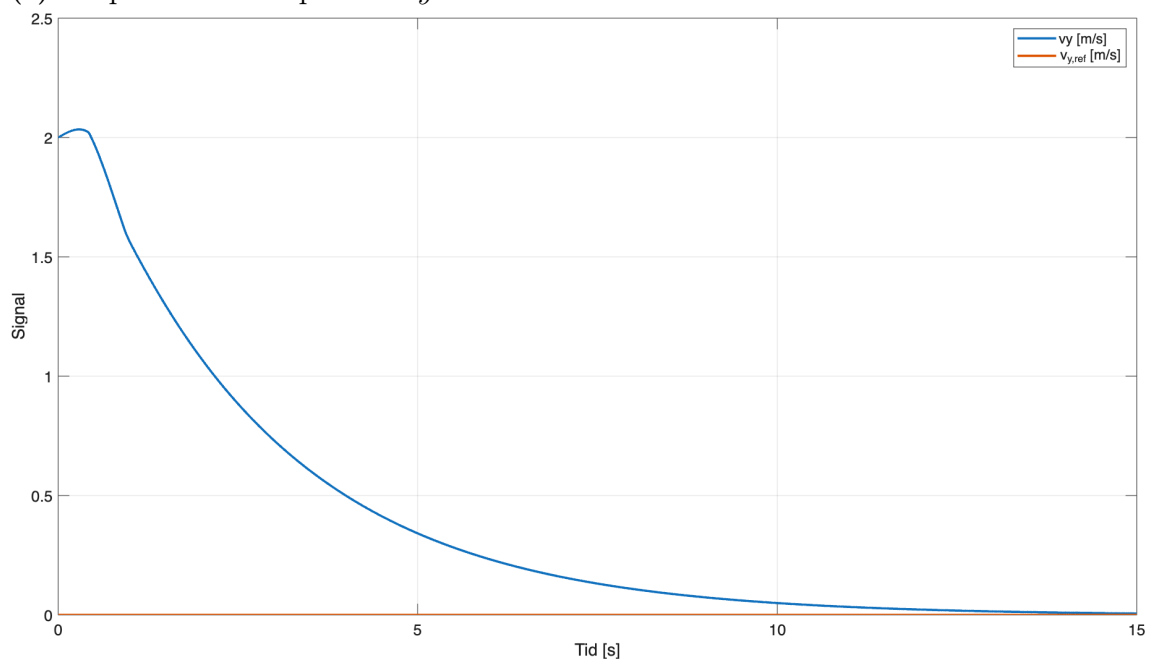
Initiala parameterintervall togs fram med hjälp av enkla reglertekniska resonemang. De slutliga parametrarna bestämdes därefter genom systematiska simuleringar och manuell utvärdering i Simulink/MATLAB. Systemets respons analyserades genom variation av initialtillstånd och utvärdering av dess förmåga att återgå till referensläget. Förstärkningarna justerades systematiskt med avseende på stabilitet, dämpning och responshastighet. Innerlooparna dimensionerades för snabb referensföljning utan att orsaka oscillationer eller mätnader i styrsignalerna, medan de yttre looparna anpassades för att säkerställa en långsammare dynamik. De slutliga parametrarna valdes som en kompromiss mellan snabb respons och god dämpning, där överdrivna oscillationer och styrbegränsningar undveks. Samtliga parameteruppsättningar återfinns i appendix.

I figur 4.15 visas systemets respons vid avvikelser från jämvikt i y-led. I figur 4.15a visas reglersystemets respons vid en initial positionsavvikelse $y_0 = 4$ m, ($x_0 = 200$ m, $v_{x,0} = -100$ m/s). Systemet förflyttar raketerna successivt mot referensvärdet, men på grund av den höjdberoende begränsningen av den laterala hastigheten v_y nära marknivå hinner referensvärdet inte uppnås fullt ut. Slutpositionen hamnar dock inom ett acceptabelt avstånd från målpunkten. I figur 4.15b visas motsvarande respons för en initial hastighetsavvikelse $v_{y0} = 2$ m/s. I figur 4.16 visas på analogt vis responsen för reglersystemet som hanterar vertikalt led. Figur 4.16a visar responsen för positionen i x-led vid en initialavvikelse $x_0 = 4$ m och figur 4.16b visar responsen för en hastighetsavvikelse $v_{x0} = 2$ m/s. I både x- och y-led går systemet mot referensvärdet och responsen är väldämpad och visar ingen kvarstående oscillation. Detta indikerar att de valda regulatorparametrarna ger stabil reglering.

4. Metod och genomförande



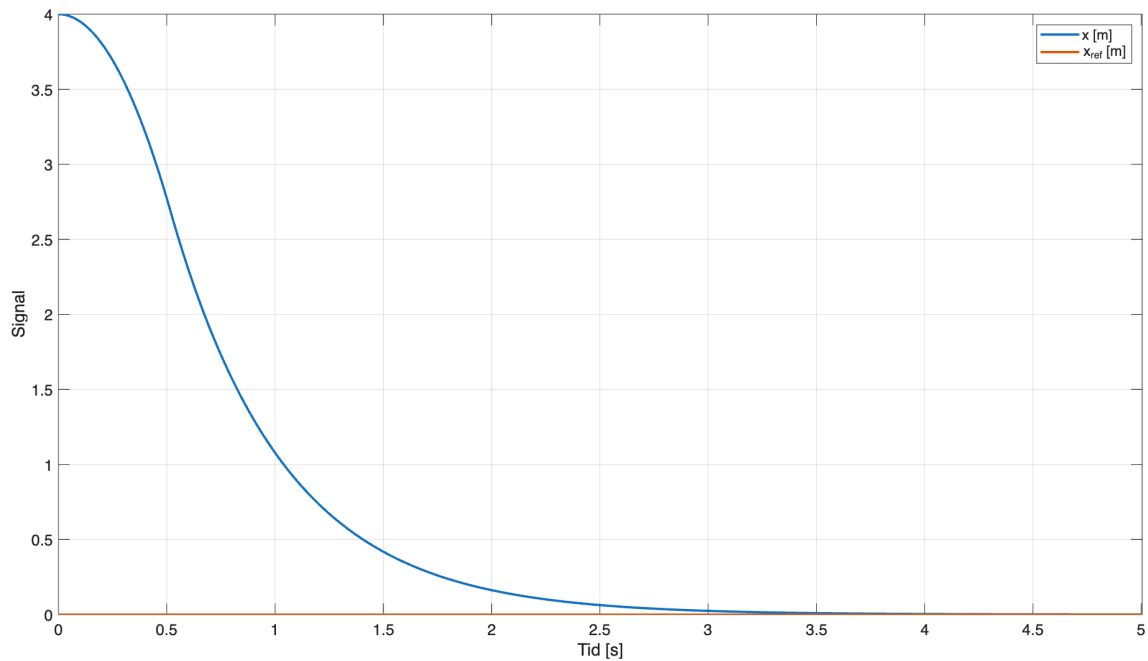
(a) Respons i lateral position y



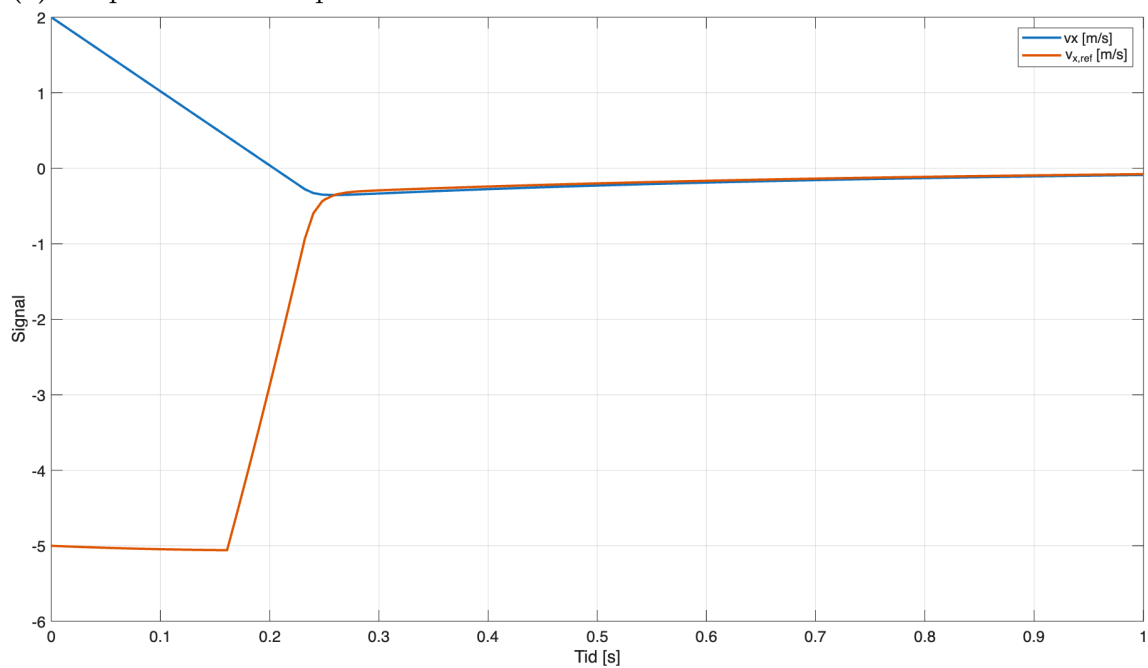
(b) Respons i lateral hastighet v_y

Figur 4.15: Systemets respons i y -led vid en avvikelse från jämvikt.

4. Metod och genomförande



(a) Respons i vertikal position x



(b) Respons i vertikal hastighet v_x

Figur 4.16: Systemets respons i vertikalt led vid en avvikelse från jämvikt.

4.7 Simulering av landning

Den dynamiska modellen och reglersystemet som presenterades i avsnitt 4.5 respektive 4.6 implementerades i simuleringsmiljön Simulink. Valet av Simulink som verktyg motiverades främst av dess grafiska programmering med blockscheman, vilket ger en tydlig visuell överblick över hur de olika delsystemen interagerar med varandra. Dessutom finns det ett stort bibliotek med fördefinierade block, vilket förenklar hanteringen av bland annat integration av signaler, annan matematik och datavisualisering.

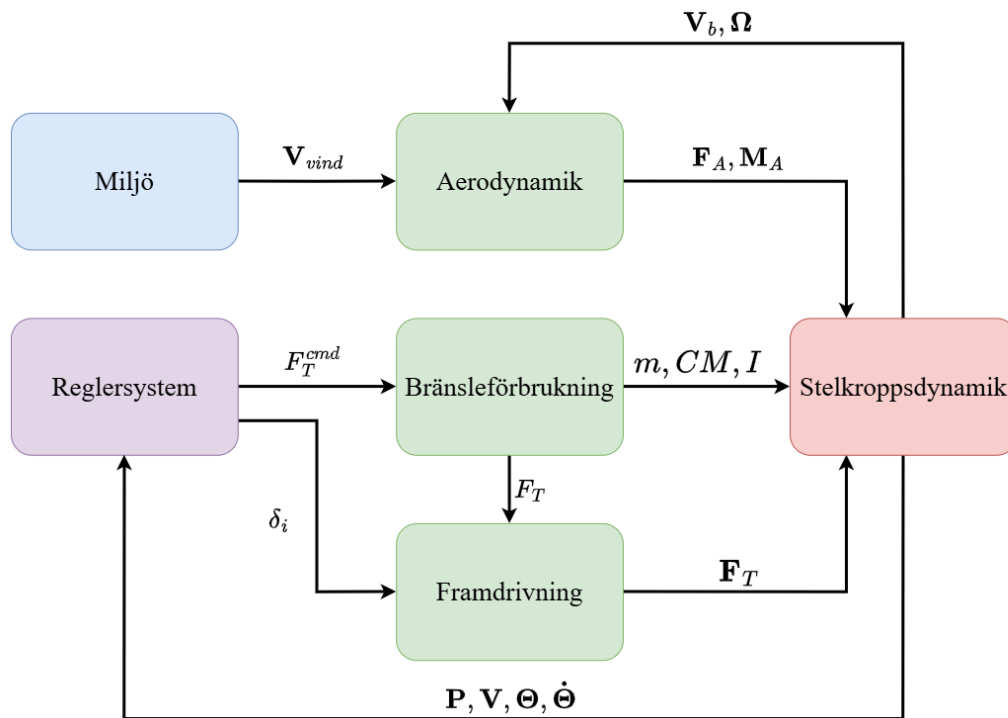
Simuleringarna gav, baserat på reglersystemet och den dynamiska modellen, en modellbaserad uppskattning för hur väl styrsystemet fungerade. Simuleringarna utfördes för att utvärdera om styrsystemet kan uppnå en stabil orientering och en kontrollerad inbromsning under den sista fasen av landningen.

4.7.1 Systemarkitektur

Simulink-modellen byggdes som ett modulärt system för att kunna analysera de olika delarna separat, samt för att enkelt kunna utöka i framtiden. De olika delsystemen är följande:

- **Reglersystem:** Bestämmer styrfenornas vinkel och kraftvektorns storlek baserat på aktuella tillstånd och referens.
- **Stelkroppsdyamik:** Två block som beräknar acceleration respektive vinkelacceleration i det kroppsfasta koordinatsystemet utifrån verkande krafter och moment samt aktuella tillstånd.
- **Framdrivning:** Beräknar motorns totala kraftvektor \mathbf{F}_T samt varje styrfenas bidrag utifrån magnitud F_T och aktuella styrvinklar.
- **Bränsleförbrukning:** Tar F_T som indata, beräknar massförändringen och uppdaterar raketens massa. Om bränslemängden når noll tvingas F_T till 0. Uppdaterar även masscentrum och tröghetsmoment baserat på aktuell massa.
- **Aerodynamik:** Beräknar de aerodynamiska krafterna \mathbf{F}_A och momenten \mathbf{M}_A utifrån hastighet, vinkelhastighet och vind.
- **Extern miljö:** Genererar vindens hastighetsvektor.

En förenklad bild av delsystemen och deras samverkan ges i figur 4.17. Blå block representerar pålagda störningar, lila block representerar styrsignalgenerering, gröna block representerar projektspecifika modeller och röda block representerar fundamentala fysikmodeller. I figur A.1 visas en översikt av systemmodellens implementation i Simulink, vilken ger en mer detaljerad bild över systemet. I figur A.2 visas hur reglersystemet är implementerat i Simulink samt dess interaktion med den dynamiska modellen.



Figur 4.17: Flödesschema över systemarkitekturen.

4.7.2 Verifiering

För fortsatt arbete är det väsentligt att datormodellen stämmer och simulerar raketen på ett korrekt fysikaliskt vis. För att säkerställa detta gjordes ett antal tester där varje komponent kontrollerades och eventuella fel åtgärdades.

För att testa att stelkroppsdyamiken var korrekt implementerad jämfördes den mot en referensmodell. Till detta användes ett 6DOF-block från MathWorks Aerospace Blockset, och de båda modellerna testades mot samma pålagda krafter och moment. Detta verifierade att de fundamentala ekvationerna, och framför allt transformationerna mellan de olika koordinatsystemen var korrekt utförda.

För den aerodynamiska modellen, till skillnad från stelkroppsdyamiken, saknas det ett exakt facit att jämföra med då den bygger på empiriska samband och förenklingar. Istället verifieras modellen baserat på rimlighetsbedömningar och förväntat fysikaliskt beteende. Samtliga aerodynamiska koefficienter testades i isolerade simuleringar för att säkerställa att de verkade i rätt riktning och i rimlig storlek. Därefter kunde den aerodynamiska modellen i sin helhet bekräftas genom ytterligare simuleringar.

4.7.3 Test av extremfall

För att undersöka styrsystemets förmåga att stabilisera raketerna från initiala avvikelser varierades ett initialtillstånd åt gången medan övriga initialvärden hölls konstanta. För varje parameter ökades avvikelsen successivt tills systemet inte längre uppfyllde landningskraven. Metoden ger en uppskattning av systemets tolerans mot enskilda initialavvikelser, men beskriver inte nödvändigtvis systemets robusthet mot kombinerade avvikelser. Initial höjd och vertikalhastighet varierades inte, utan hölls konstanta vid $x_0 = 200$ m och $v_{x,0} = -100$ m/s.

4.7.4 Monte Carlo-analys

För att testa reglersystemets robusthet genomfördes en Monte Carlo-analys med $N = 1000$ iterationer. Initialtillstånd för position (x_0, y_0, z_0) , hastighet $(V_{x,0}, V_{y,0}, V_{z,0})$, orientering $(\Phi_0, \Theta_0, \Psi_0)$ och vinkelhastighet (p_0, q_0, r_0) genererades slumpmässigt och oberoende av varandra utifrån normalfördelningar $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$, där μ är det nominella värdet och σ standardavvikelsen. Dessa värden syftar till att representera de avvikelser från den ideala banan som raketerna kan förväntas möta under normala förhållanden. Variationerna kan exempelvis komma från yttre störningar och mätfel från sensorer. I tabell 4.4 presenteras parametrarna för variablernas normalfördelningar, där ett intervall om $\pm 3\sigma$ har använts för att definiera det område inom vilket 99,73% av de initiala osäkerheterna förväntas ligga. Simuleringarna kördes med vind enligt modellen i avsnitt 4.5.5, men hölls konstant mellan iterationerna.

Anledningen till varför Monte Carlo-analys användes är främst systemets höga komplexitet, vilket gör det svårt att beskriva analytiskt och härleda lösningar för alla tänkbara scenarier. Systemet ses som en "svart låda" där endast in- och utdata studeras, som i dessa simuleringar utgörs av raketens initialtillstånd respektive tillståndet då raketerna når marken. Med hjälp av ett stort antal simuleringar med varierande indata kan en meningsfull analys göras, trots att det som händer där emellan ignoreras.

Tabell 4.4: Nominella värden och standardavvikelser för Monte Carlo-analysen.

Parameter	μ	3σ
Position (x)	200 m	5 m
Position (y, z)	0 m	5 m
Lutning (Θ, Ψ)	0°	5°
Hastighet (v_x)	-100 m/s	2 m/s
Hastighet (v_y, v_z)	0 m/s	2 m/s
Vinkelhastigheter (Ω)	0 rad/s	0,05 rad/s

För att besvara frågeställningen om hur långt från målpunkten raketerna kan befinna sig i yz -planet och ändå lyckas landa, gjordes ytterligare en uppsättning simuleringar. Testet utfördes dels med den TVC-modell som presenterades i avsnitt 4.5.6, det vill säga för styrfenestystemet. Utöver det kommer testet utföras på en idealiserad modell där hela motorns dragkraft kan avlänkas utan begränsningar. Den

idealiserade modellen används som jämförelsefall och motsvarar ungefär en ideal gimbalstyrning. Här användes samma vind och variationer i initialtillstånd som i normalfallet (tabell 4.4), med skillnaden att y_0 och z_0 bestäms, för respektive modell, enligt en likformig fördelning inom ett intervall som valdes tillräckligt stort för att få en god spridning mellan lyckade och misslyckade resultat. Anledningen till denna modifikation är att få en högre upplösning av simuleringar längre från det nominella värdet, vid systemets gränsfall. För att analysera simuleringarna skrevs program i Python.

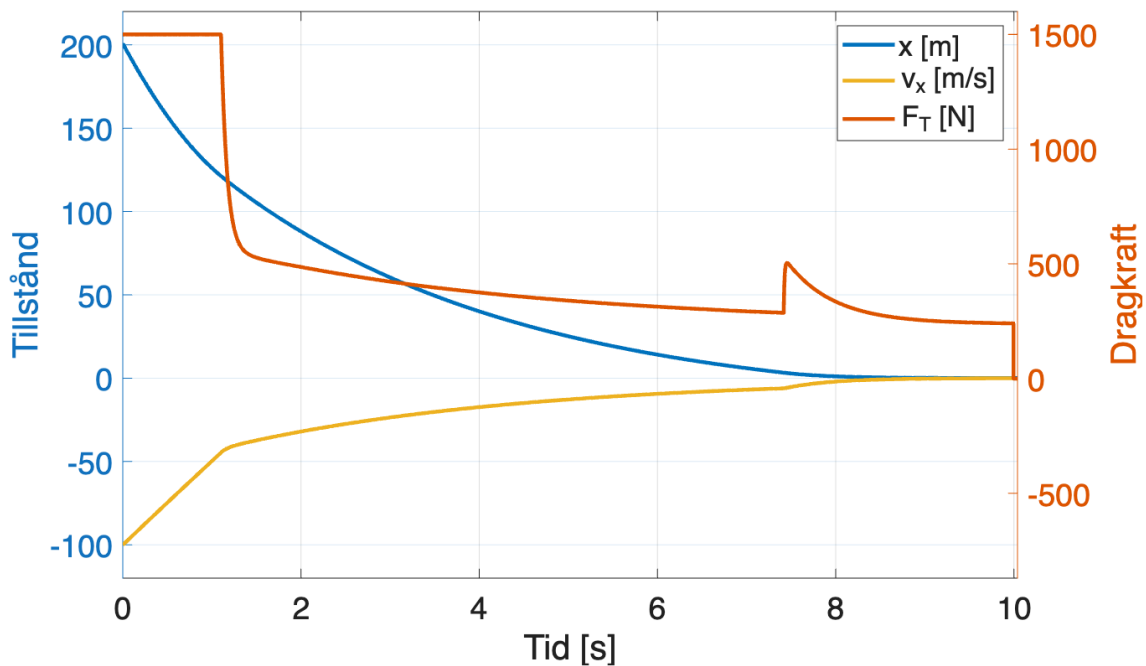
5

Resultat

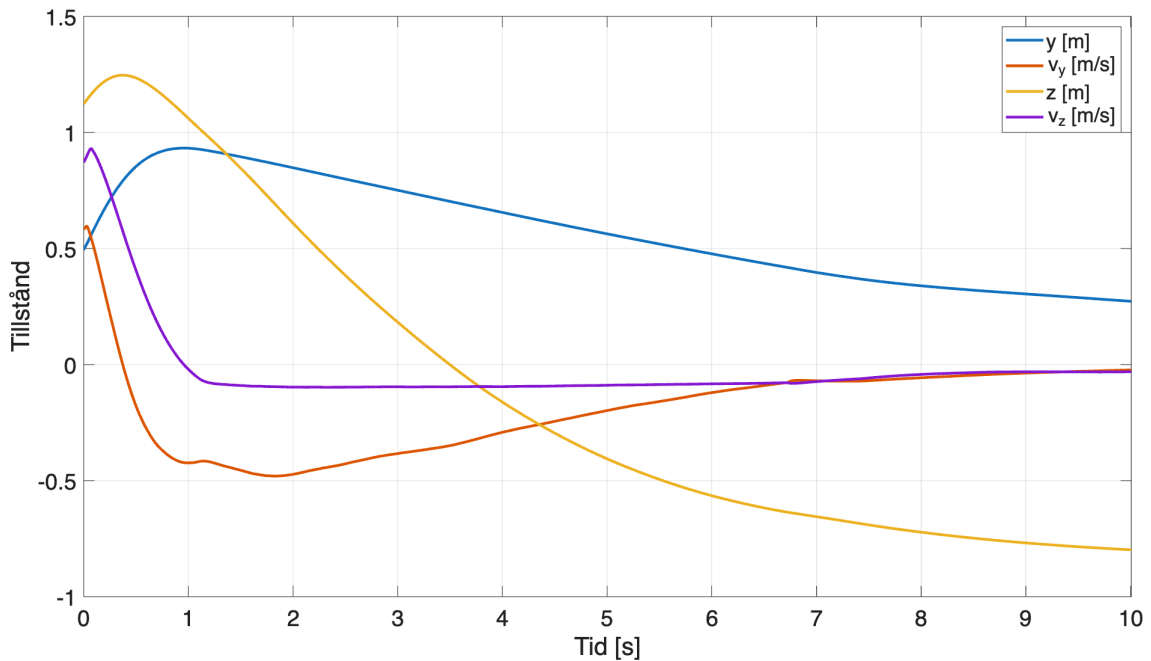
I detta kapitel presenteras resultat från simuleringar, CFD-analys och prototyp-test. Fokus ligger på huruvida styrsystemet och det framtagna reglersystemet kan uppfylla projektets kravbild (tabell 1.1) vid markkontakt.

5.1 Resultat från simuleringar

I figur 5.1 visas ett slumpmässigt genererat simuleringsfall från Monte Carlo-analysen. Figur 5.1a visar responsen för den vertikala regleringen, där raketens vertikala position och hastighet, x respektive v_x , samt hur dragkraften förändras under landningsförloppet. Figur 5.1b visar motsvarande respons för de laterala riktningarna. Resultaten visar hur både de vertikala och laterala tillstånden regleras mot sina respektive referensvärden samt att raketen genomför en stabil landning som uppfyller projektets kravspecifikation.



(a) Simulering i vertikal riktning (x , v_x och F_T).



(b) Simulering i laterala riktningar (y , v_y , z och v_z).

Figur 5.1: Systemets respons vid initiala avvikelser från jämvikt.

5.1.1 Test av extremfall

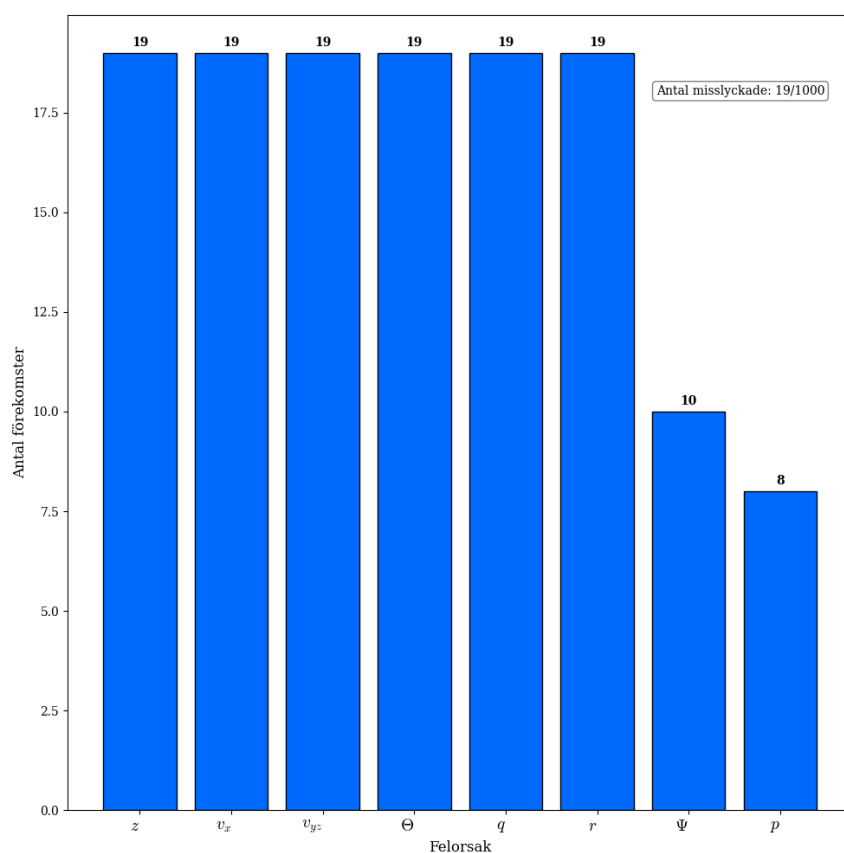
I tabell 5.1 visas resultat från de största testade enskilda initialavvikelserna som fortfarande resulterade i en landning som uppfyllde kravbilden. Noterbart är skillnaden i styrförmåga mellan de initialavvikelser som främst påverkar rörelse i z -led ($v_{z,0}$, Θ_0 , q_0) jämfört med de som främst påverkar rörelse i y -led ($v_{y,0}$, Ψ_0 , r_0). De största initialavvikelser som kan hanteras för $v_{z,0}$, Θ_0 och q_0 är mindre än hälften av motsvarande maximala avvikelser vilka påverkar y -led.

Tabell 5.1: Största testade initialavvikelser som styrsystemet kunde stabilisera och landa.

Initialtillstånd	Avvikelse
y_0	39 m
z_0	36 m
$v_{y,0}$	16,8 m/s
$v_{z,0}$	7 m/s
Φ_0	103°
Θ_0	3,5°
Ψ_0	9,3°
p_0	6,2 rad/s
q_0	0,4 rad/s
r_0	0,8 rad/s

5.1.2 Monte Carlo-analys

Vid simulering med den variation i initialtillstånd som presenterades i tabell 4.4 uppnåddes en framgångsgrad på 98,1%, vilket motsvarar 981 lyckade landningar av 1000 simuleringar. Totalt misslyckades 19 simuleringar. I figur 5.2 visas fördelningen av vilka krav som bröts i de misslyckade landningarna. Här framgår det att i samtliga 19 misslyckade landningar överskreds kraven för position i z -led, vertikalhastighet v_x , laterala hastigheter, lutningen Θ samt vinkelhastigheterna q, r . Detta indikerar att misslyckade landningar främst uppstår i situationer där reglersystemet helt förlorar kontrollen över raketens orientering och rörelse, vilket leder till en kraschlandning snarare än mindre avvikelser från referensvärdena.

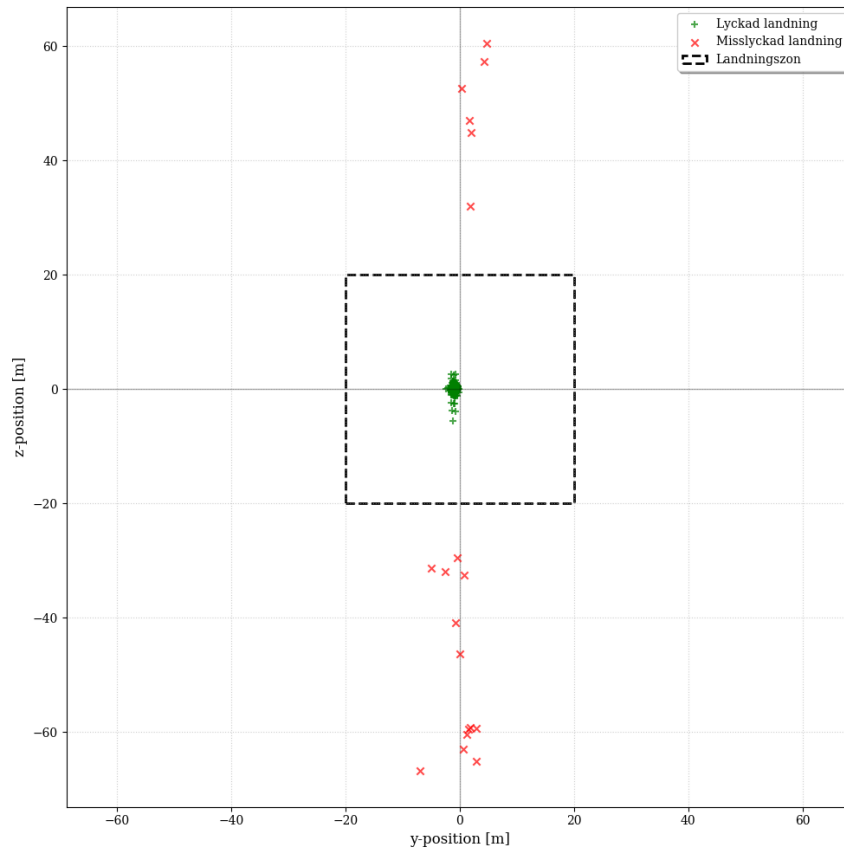


Figur 5.2: Fördelning av felorsaker vid Monte Carlo-analys.

Figur 5.3 visar landningspositionerna för samtliga simuleringar och i figur 5.4 visas en förstorad bild över de lyckade försöken. Den streckade kvadraten markerar det 40×40 m stora området inom vilket raketerna behöver landa, definierat i kravbilderna. Från figur 5.3 framgår att flera av de misslyckade landningarna hamnar långt från sina initiala positioner i det laterala planet. Detta stärker tolkningen att systemet tappar kontrollen under dessa landningar. En tydlig tendens kan observeras mellan kraschlandningar och stora avvikelser i slutposition i z -led vilket indikerar en sämre styrförmåga. Samma tendens framträder även i simuleringarna av extremfall, där reglersystemet uppvisar en tydligt sämre förmåga att hantera störningar och initi-

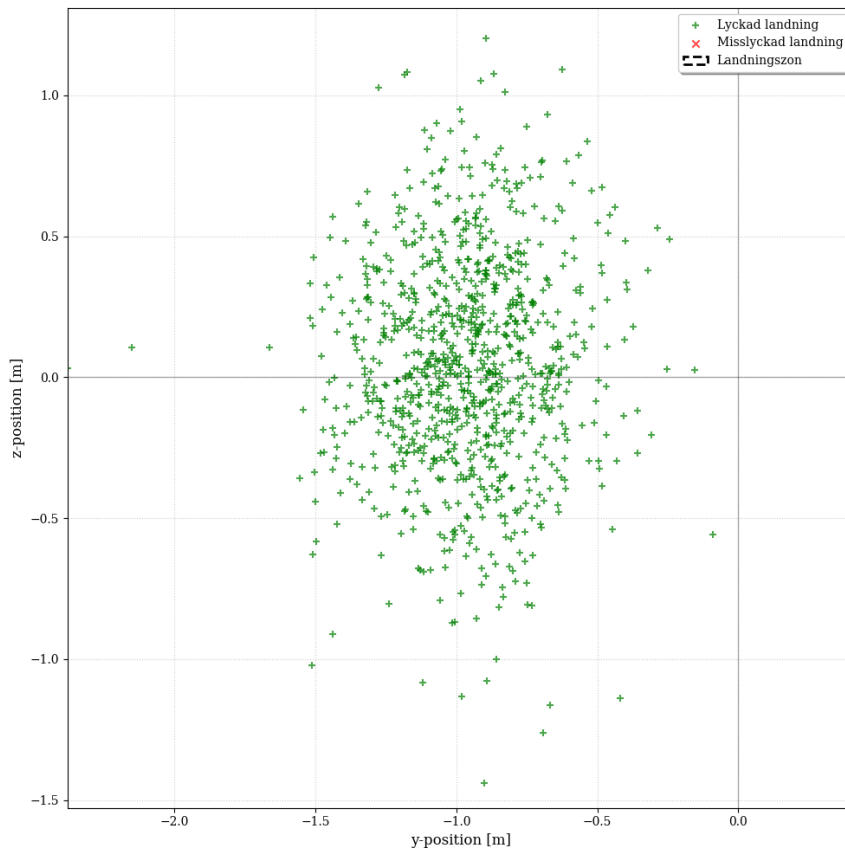
5. Resultat

alavvikelser som påverkar z -led jämfört med motsvarande avvikelser som påverkar y -led. Den begränsade styrförmågan i z -led avspeglas även i valet av regulatorparametrar, där förstärkningarna $K_{p,z}$ och $K_{p,vz}$ har behövt väljas lägre än $K_{p,y}$ och $K_{p,vy}$ för att undvika instabilitet och kraschlandningar. Reglerparametrarna återfinns i appendix. Detta indikerar att systemet i z -led är känsligare för aggressiv reglering och har mindre stabilitetsmarginaler.



Figur 5.3: Landningspositioner i yz -planet för Monte Carlo-simuleringar.

En tydlig observation från simuleringarna är att reglersystemet generellt uppvisar hög precision vid lyckade landningar. Figur 5.4 visar att majoriteten av de lyckade landningarna samlas nära målpunkten, med ett genomsnittligt avstånd på endast 1,06 m från centrum av landningsområdet. Detta indikerar att regulatorerna inte enbart klarar av att stabilisera raketerna, utan även kan korrigera laterala avvikelser med relativt hög noggrannhet trots förekomsten av varierande initialtillstånd. Resultaten från Monte Carlo-analysen visar att reglersystemet är robust mot små initiala avvikelser i flera led. I figur 5.4 kan även en kollektiv förskjutning i vindens riktning iakttas, vilket tyder på att styrsystemet inte kan eliminera vindstörningar på ett önskvärt sätt.



Figur 5.4: Förstorad vy av landningspositioner i yz -planet för de lyckade simuleringarna.

För att utvärdera hur väl styrsystemet uppfyller kravbilden samlas resultaten från Monte Carlo-analysen i tabell 5.2. Tabellen visar medelvärden från raketens sluttillstånd för de lyckade landningarna. Dessa jämförs med de krav som definierats för en lyckad landning. Därtill presenteras andelen drivmedel som i genomsnitt förbrukats under simuleringarna.

Resultaten visar att de lyckade landningarna uppfyller samtliga krav i kravspecifikationen med god marginal. Den parameter som ligger närmast gränsvärdet för underkänd landning är den vertikala hastigheten vid markkontakt. Detta beror främst på den implementerade markkontakts-logiken, där motorn stängs av när raketerna befinner sig 2,5 cm över marken och raketerna därefter tillåts falla fritt den sista sträckan. Den ökade vertikalhastigheten vid markkontakt är därmed i huvudsak en konsekvens av modellens förenklade hantering av den avslutande landningsfasen snarare än en begränsning i själva reglersystemets stabilitet eller styrförmåga. I en verklig implementering hade motorn sannolikt kompletterats med landningsben vilket hade dämpat landningen.

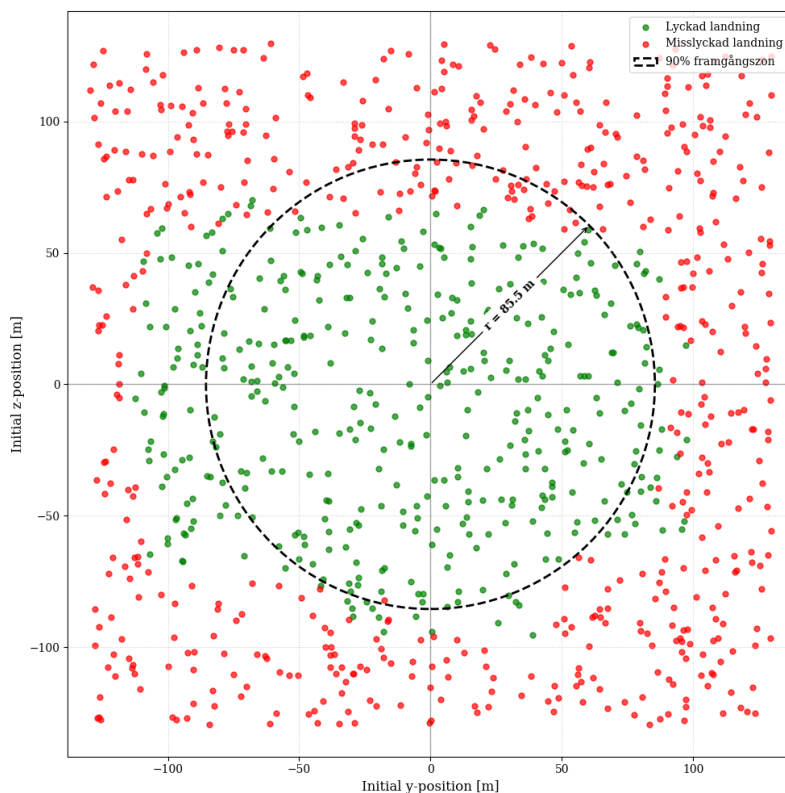
Tabell 5.2: Genomsnittligt sluttillstånd för de lyckade landningarna från det slumpmässiga simuleringsfallet.

Parameter	Resultat (medelvärde)	Krav
Landningsposition	1,06 m från mittpunkt	inom 40×40 m
Vertikal hastighet	0,70 m/s	≤ 1 m/s
Horisontell hastighet	0,04 m/s	≤ 1 m/s
Lutning	0,08°	$\leq 5^\circ$
Vinkelhastighet	0,00 rad/s	$\leq 0,1$ rad/s
Förbrukat drivmedel	49%	-

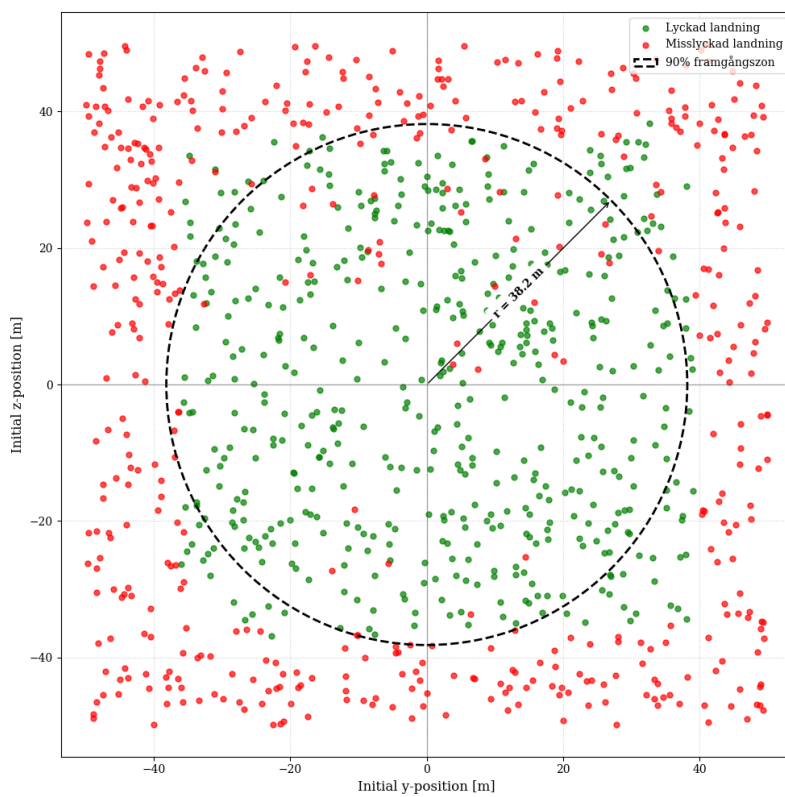
Resultatet från testet som syftade till att bestämma från vilket initialt avstånd från målet i yz -planet som raketerna kan landa visas i figur 5.5a och 5.5b. I figurerna representerar varje markering den slumpmässigt valda positionen i horisontalplanet för en simulering. Markeringarna är färgade gröna eller röda, beroende på om de uppfyller kraven vid markkontakt. Både ideal styrning och styrfenor uppvisar en stark korrelation mellan avstånd till origo och huruvida landningen lyckas. Med ideal styrning var 90% av landningarna lyckade inom radien 85,5 meter. För styrsystemet med styrfenorna, där den tillgängliga styrkraften reduceras av både den begränsande avledningseffektiviteten (k_δ) och den begränsade andelen dragkraft som påverkas av fenorna (k_a), uppnåddes samma framgångsgrad inom radien 38,2 m. Detta betyder att styrsystemet i teorin kan styra in raketerna från upp till 18 meter utanför landningszonen 9/10 gånger.

Vid jämförelse mellan styrsystemen framträder tydliga skillnader i styrförmåga och robusthet. Framgångszonen för det idealiserade systemet har en radie som är cirka 47 m större än motsvarande zon för styrfenesystemet. Detta visar att begränsningarna i styrfenornas förmåga att avleda dragkraftsvektorn har en betydande påverkan på systemets totala reglerprestanda. Vidare kan det observeras att det inom framgångszonen för styrsystemet med styrfenor förekommer flera misslyckade landningar som inte enbart återfinns längs zonens rand utan är spridda över området, se figur 5.5b. Detta skiljer sig från det idealiserade systemet där misslyckade landningar huvudsakligen uppstår nära systemets gränfall. De spridda misslyckandena i styrfenefallet tyder på att vissa kombinationer av initialtillstånd och störningar kan leda till abrupt förlust av kontroll, trots att raketerna initialt befinner sig inom ett område som i teorin bör vara hanterbart. Detta indikerar att styrfenesystemet är mer känsligt och visar begränsningar i den tillgängliga styrkraften.

5. Resultat



(a) Ideal styrning.



(b) Styrfenestystem.

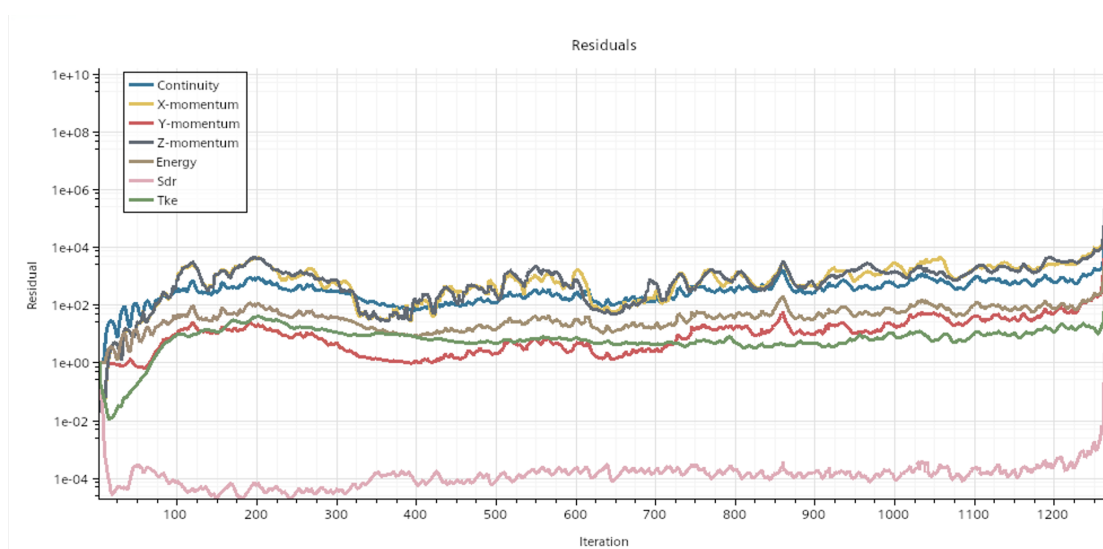
Figur 5.5: Initiala positioner i yz -planet samt radien inom vilken framgångsgraden översteg 90% för (a) ideal styrning och (b) styrfenestystem.

5.2 Resultat från CFD-analys

I detta avsnitt presenteras resultaten från CFD-simuleringarna. Först analyseras lösningarnas konvergens och stabilitet, följt av en sammanställning av de krafter som uppmättes på styrfenorna vid olika styrvinklar. Därefter visualiseras hastighets- och tryckfältet kring och på fenorna för att tydliggöra hur fenornas vinkling påverkar raketens avgasström.

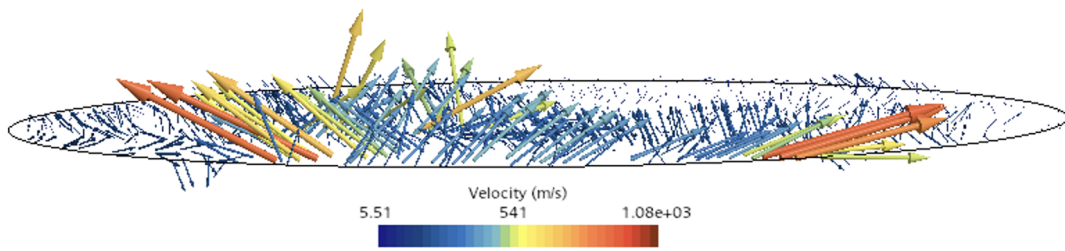
5.2.1 Konvergens av residualer

Lösningens numeriska konvergens studerades genom att granska residualernas förlopp. Dessa presenteras i figur 5.6 nedan.



Figur 5.6: Residualer för de olika ekvationerna över iterationsantalet för styrvinkel 0° . Tke och Sdr representerar k respektive w .

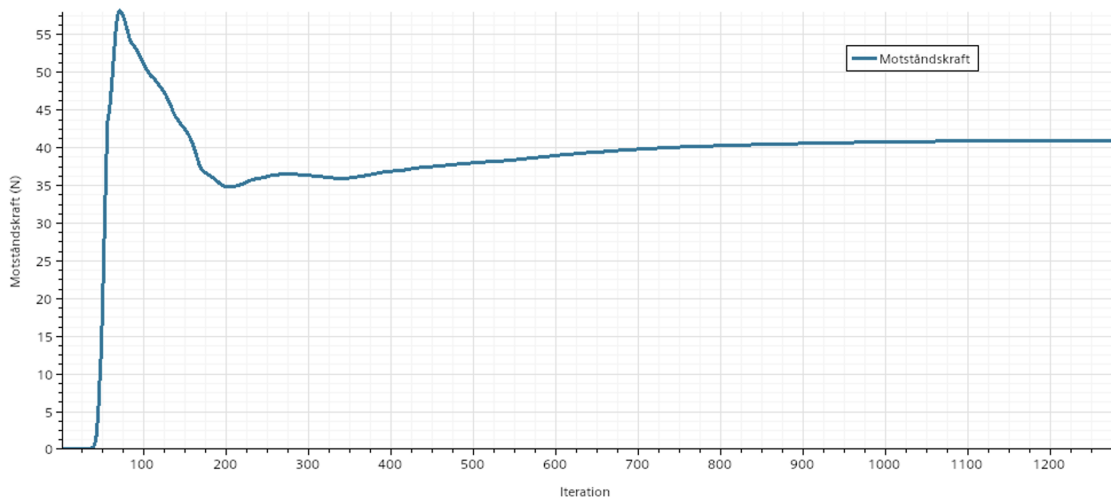
Kriteriet för numerisk konvergens var att residualerna skulle stabiliseras under tröskelvärde på 10^{-4} . Som framgår av figur 5.6 var residualerna för w -ekvationen för specifik dissipationsgrad (benämnd Sdr i bilden) de enda som närmade sig denna nivå, även om de stabiliserades något över gränsen. De andra ekvationerna låg under hela simuleringen på betydligt högre nivåer, i storleksordningen 1 till $5 \cdot 10^3$. Residualerna för X- och Z-momentum uppvisade liknande förlopp. Relativa likheter fanns också mellan residualerna för Y-momentum, energin och kontinuitet om än vid olika magnituder. Kurvan för den turbulenta kinetiska energin, k (Tke i Figur 5.6), skiljde sig från de övriga på så vis att den hade lägre oscillation. Efter ca. 1250 iterationer sågs en kraftig ökning av samtliga residualer. Samtidigt rapporterade lösaren bakåtriktat flöde (*reversed flow*) vid utloppet. Detta bekräftades med en vektorvy över hastigheten vid utloppet där det tydligt framgick att flödet rörde sig i fel riktning. Se figur 5.7 nedan.



Figur 5.7: Vektorvy över hastigheten vid utloppet.

5.2.2 Fysikalisk konvergens av kraftresultat

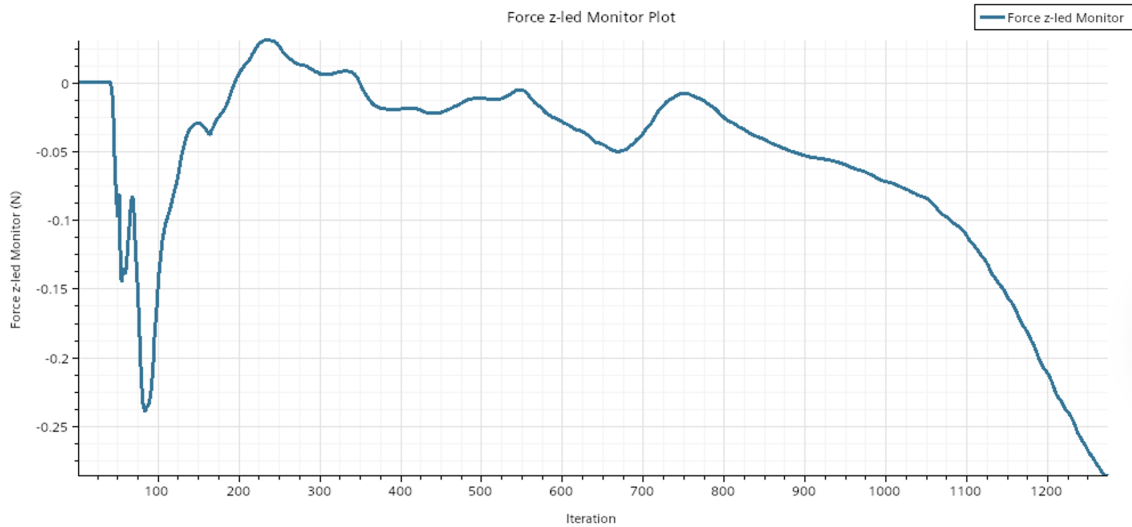
Höga residualer betyder inte att lösningen är inkorrekt över hela domänen, den kan fortfarande vara tillförlitlig i mindre delvolymmer [Malalasekera, 2007, s. 301]. Därför studerades den fysikaliska konvergensen lokalt vid fenorna, genom granskning av plottar för krafter på de fyra fenorna. Ett urval av representativa plottar presenteras för att illustrera detta. Flödet är riktat i negativ y-riktning och motståndskraften som fenorna genererar betecknas därmed som F_y . Vidare betecknas de horisontellt verkande krafterna som F_z och F_x . I figurerna nedan visas ett urval av kraftkurvor som representerar de huvudsakliga beteenden som observerades under simuleringarna.



Figur 5.8: F_y för styrvinkel 0° .

I figur 5.8 framgår det att motståndskraften, efter viss oscillation inledningsvis, började konvergera mot ett värde kring 41 N. Vid närmare granskning noterades en stigande trend även mot slutet av simuleringen. Simultant med att residualerna steg abrupt stabiliserades kraften vid 40,91 N. Detta leder till en viss osäkerhet eftersom kraften inte nådde ett stabilt värde innan residualernas ökning. Trots detta anses kraften ha uppnått ett tillräckligt stationärt tillstånd för att ligga till grund för den fortsatta analysen, då förändringstakten i slutfasen är minimal i förhållande till totalkraften.

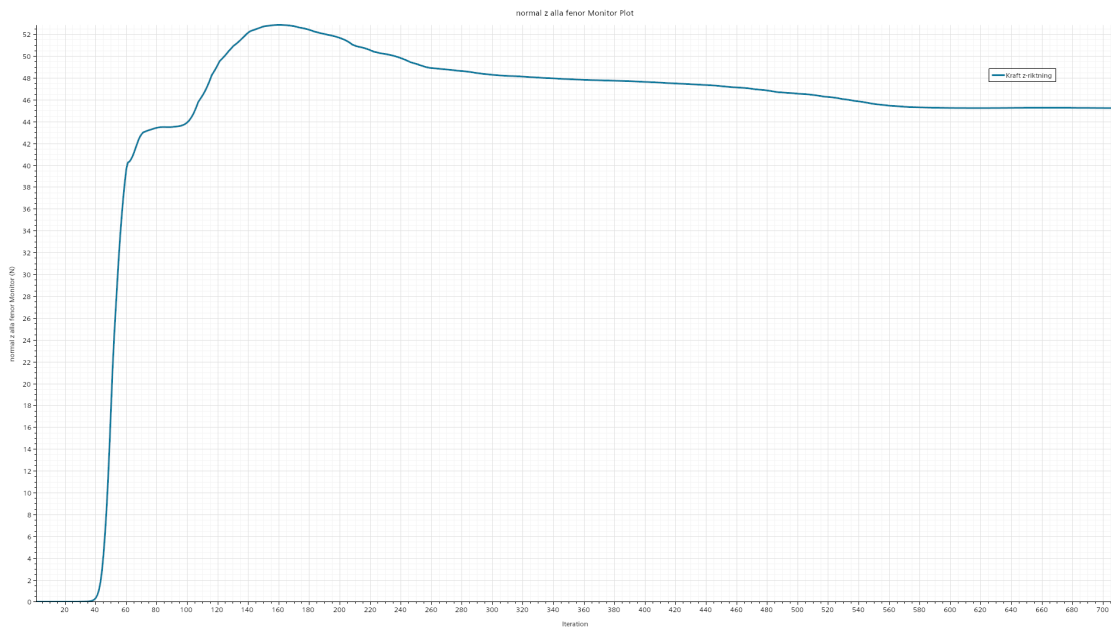
5. Resultat



Figur 5.9: F_z för styrvinkel 0° .

Den horisontella kraften F_z visas i figur 5.9. Vid 0° styrvinkel bör de horisontella kraftkomponenterna idealt vara nära noll, eftersom ingen avsiktlig avvikelser av avgasströmmen sker. Efter en period av större avvikelser i initialskedet oscillerade kraften med låg amplitud kring 0 N. Därefter steg kraften mot högre värden. Simuleringen avslutades då residualerna ökade vid 1250 iterationer. Således kan inte F_z -kraften sägas ha konvergerat. I detta fall är det dock av mindre vikt, eftersom kraften uppvisade försumbara värden i relation till motståndskraften under hela simuleringen.

För F_z vid 10° styrvinkel ökar kraften snabbt efter att kraften började bevakas, därmed en stabil kurva under de första iterationerna. Därefter når kraften ett maximalt värde innan den gradvis minskar och stabiliseras runt 49 N. Den initiala ökningen kan kopplas till att flödet fortfarande utvecklas, medan den senare utplaningen visar att kraften når ett relativt stabilt tillstånd. Eftersom kraften planar ut mot slutet och ligger i samma storleksordning som slutvärdet (49,05 N) bedöms detta värde vara användbart som en uppskattning av den genererade sidkraften. Grafen presenteras i figur 5.10.



Figur 5.10: F_z för styrvinkel 10° .

Sammantaget var bedömningen att lösningen visade tydliga indikationer på fysikalisk konvergens. Utöver ovanstående exempel planade merparten av krafterna ut efter cirka 500 iterationer. Värdena på krafterna ses som tillförlitliga uppskattningar, men det ska vägas in att krafterna inte hinner stabiliseras helt mot asymptotiska värden.

5.2.3 Kraftresultat

I simuleringarna representerar F_z den genererade lyftkraften från styrfenorna, medan F_x representerar en horisontell kraftkomponent som inte förväntas uppstå i ett idealt symmetriskt flöde. F_z betecknar motståndskraften. De uppmätta krafterna totalt för alla fyra fenor presenteras i tabell 5.3.

Tabell 5.3: Krafter på 4 fenor.

Styrvinkel [$^\circ$]	F_y (Motståndskraft) [N]	F_x [N]	F_z (Lyftkraft) [N]
0	40,91	0,44	0,28
5	42,14	0,52	23,31
10	49,05	0,95	45,22
12	53,01	1,19	53,59

Ur tabell 5.3 kan det utläsas att motståndskraften ökar icke-linjärt med styrvinkel. Mellan 0° och 5° skiljer sig motståndskraften marginellt i absoluta termer, med ökning från 40,91 till 42,14 N. Tillväxten är mer framträdande mellan 5° och 10° , då den ökar med 6,91 N. Även vid en styrvinkel på 12° är ökningen relativt stor med en skillnad på 3,96 N.

Lyftkraften följer ett tydlig linjärt samband för styrvinklarna 0° , 5° och 10° då den inledningsvis stiger med 23,03 N och därefter med 22,91 N. Denna trend fortsätter mellan 10° och 12° där kraften ökar med 8,37 N, vilket motsvarar en relativ ökning på 18,5%. Noterbart är att den horisontella kraften i x-riktning ökar från 0,44 N till 1,19 N trots att fenorna inte vinklas i denna riktning. Detta indikerar en viss asymmetri i flödesfältet.

För att erhålla en ökad förståelse för den enskilda styrfenans styrförmåga analyserades krafterna på en vinklad geometri. Vidare redovisas även L/D-förhållandet för att möjliggöra jämförelse med prototyptesterna. Resultaten sammanställs i tabell 5.4.

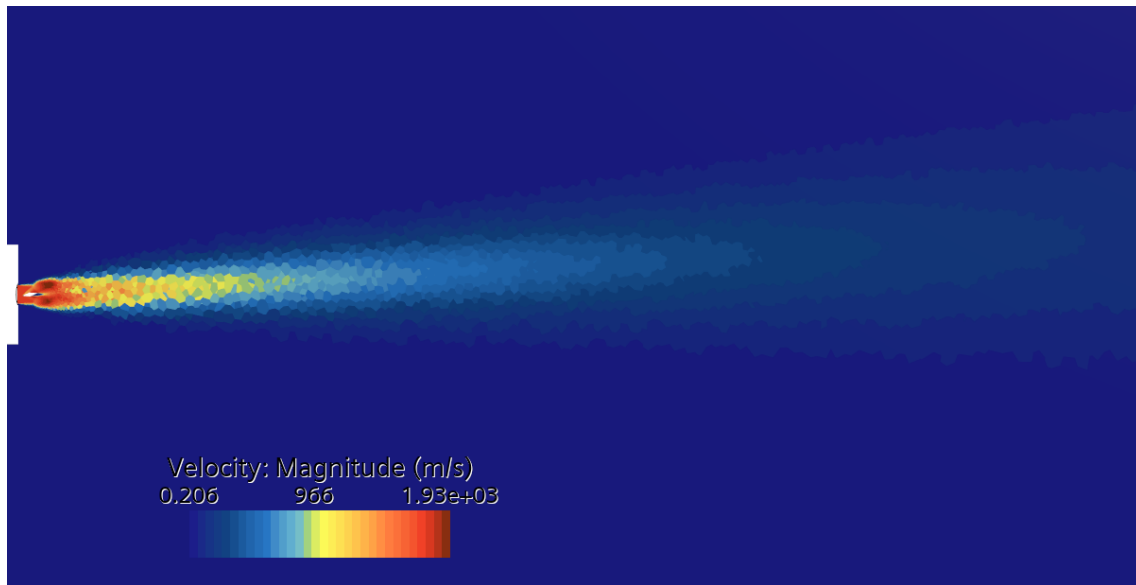
Tabell 5.4: Krafter på vinklad fena.

Styrvinkel [$^\circ$]	F_y (Motståndskraft) [N]	F_z (Lyftkraft) [N]	L/D
5	10,7	11,9	1,11
10	14,33	23,67	1,65
12	16,45	28,22	1,72

Som framgår av tabell 5.4 ökade motståndskraften när fenan vinklades, från 10,7 N vid styrvinkel 5° till 16,45 N vid 12° . Detta innebär att raketens nettokraft minskar, vilket resulterar i en lägre acceleration. De uppmätta värdena för lyftkraft bekräftar det linjära förhållandet till styrvinkel som noterades i tabell 5.3. Detta illustreras vid en jämförelse mellan 5° och 10° , där lyftkraften ökade närmast proportionellt från 11,9 N till 23,67 N. Från L/D-förhållandet kan utläsas att styrfenans verkningsgrad ökar ju mer den vinklas inom det här intervallet. Observera emellertid att ökningstakten avtar mellan 10° och 12° , vilket tyder på att kvoten börjar närma sig maximalvärdet.

5.2.4 Visualisering av flödesavböjning

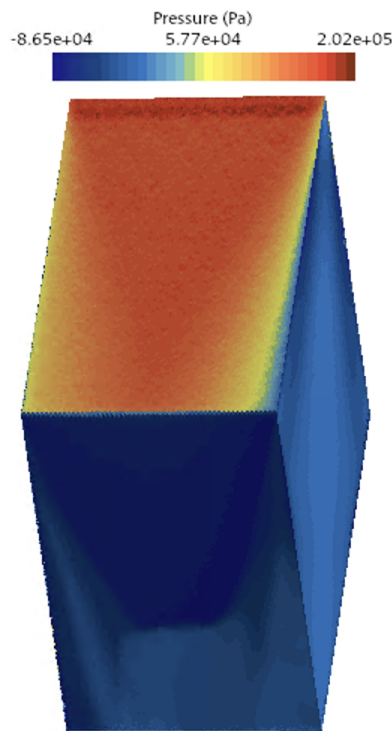
För att visualisera styrfenornas påverkan på raketens avgasström studerades hastighetsfältet i ett tvådimensionellt snitt i yz-planet. Figur 5.11 visar hur avgasströmmen avböjs i negativ z-riktning då två motsatta styrfenor vinklas med 10° . Detta överensstämmer med den kraftgenererande mekanism som beskrivits i avsnitt 3.1.1, där en vinklad fena omdirigerar en mängd av flödets rörelsemängd och därmed ger upphov till en sidokraft. Den asymmetriska utbredningen av flödet indikerar även att fenorna styr flödet i önskad riktning, vilket ligger i linje med de sidkrafter som presenterades i tabell 5.3 och tabell 5.4.



Figur 5.11: Hastighetsfält i yz-planet för styrvinkel 10° .

5.2.5 Tryckfördelning på styrfenan

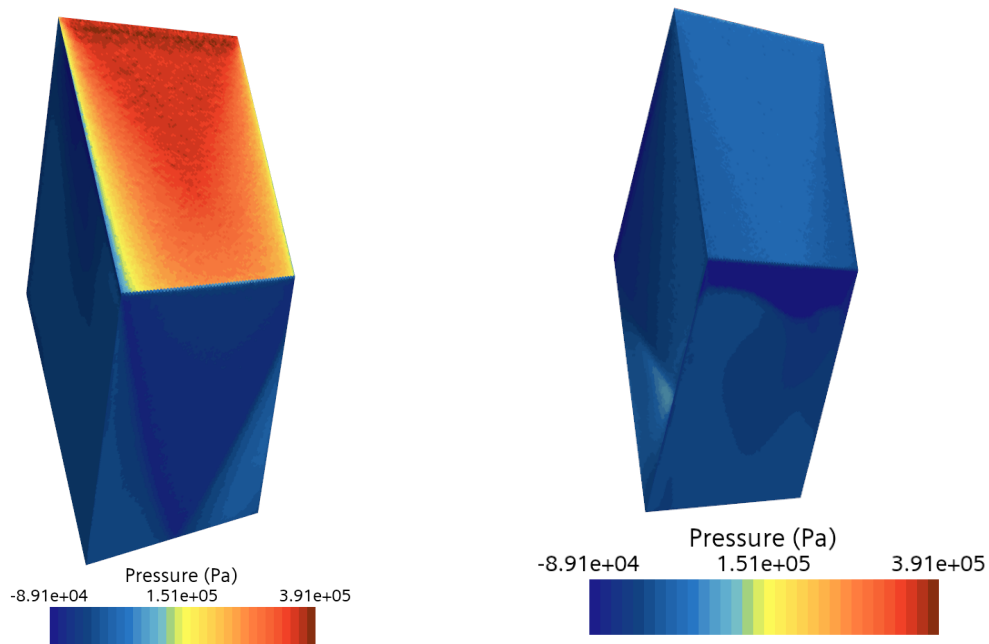
Trycket på fenans yta, som genereras av raketens avgasström, analyserades detaljerat för att kartlägga hur tryckfördelningen bidrar till den resulterande styrkraften för olika vinklar. Nedanstående skalärvy (Figur 5.12) visar tryckfördelningen vid styrvinkel 0° . Tryckfördelningen är symmetrisk så endast ena sidan visas i det här fallet.



Figur 5.12: Tryckfördelning på fena för styrvinkel 0° . Trycket är relativt mot atmosfärstrycket ($101\,325\text{ Pa}$).

Det högsta trycket uppmättes längs fenans framkant, ca $2,02 \times 10^5\text{ Pa}$. Anledningen till detta är att flödets hastighet bromsas ned till noll vid en så kallad stagnationspunkt [White, 1999, s. 40]. På fenans övre del låg trycket sedan stabilt en bit över atmosfärstrycket, runt $1,0 \times 10^5\text{ Pa}$ till $1,5 \times 10^5\text{ Pa}$. När gasen passerade fenans hörn sjönk trycket. Detta beror på att gasen släpper från fenans yta vid skarpa hörn (så kallad flödesavlossning), vilket skapar en zon med undertryck [White, 1999, s. 518].

När fenan vinklades hade tryckfördelningen en annan profil. I figur 5.13 presenteras en skalärvy över trycket vid styrvinkel 10° .



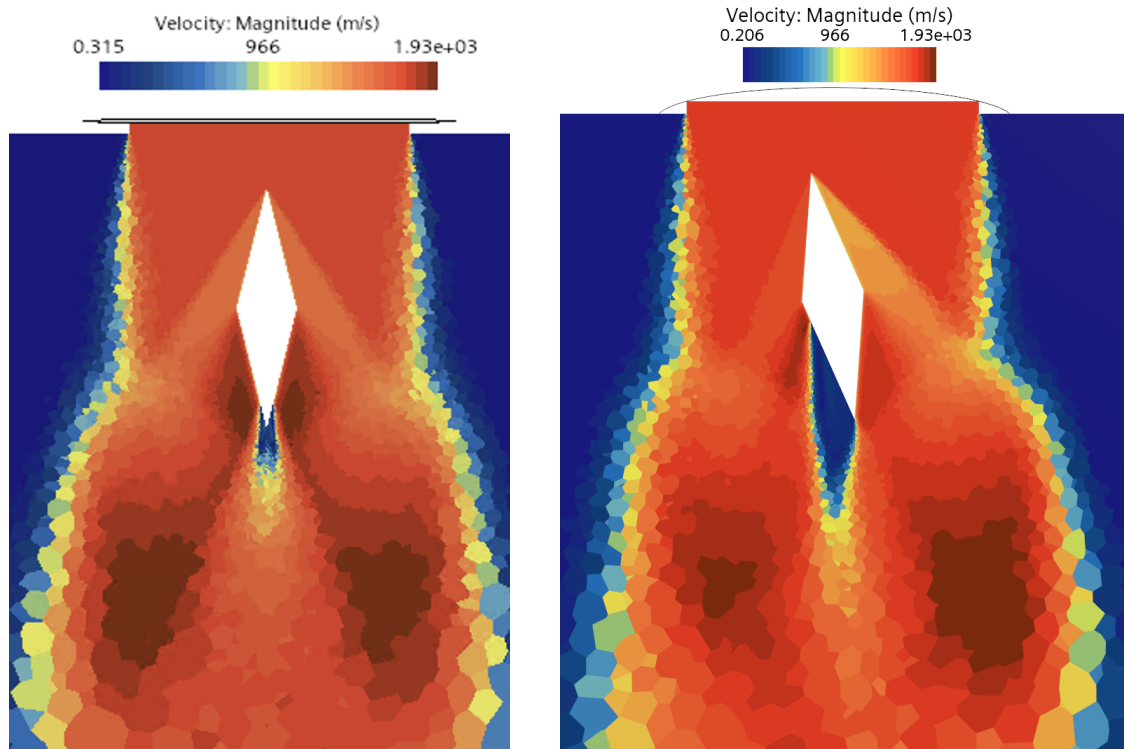
(a) Tryckfördelning på den anströmmade sidan. (b) Tryckfördelning på den avvända sidan.

Figur 5.13: Skalärvy över tryckfördelningen på fenans yta för styrvinkel 10° . Trycket är relativt mot atmosfärstrycket ($101\,325\text{ Pa}$).

I figur 5.13 identifieras ett högre maxtryck vid stagnationspunkten jämfört med vad som var fallet för styrvinkel 0° . Detta beror på att flödet träffar fenan mer vinkelrätt som en följd av styrvinkeln på 10° . Notera att trycket på den anströmmade sidan breder ut sig mer i det här fallet och visar ett genomgående övertryck i förhållande till atmosfärstrycket. Till skillnad från fallet med styrvinkel 0° , där tryckfördelningen var symmetrisk, uppstod ett undertryck på den avvända sidan av fenan. Förklaringen till det är att gasen tvingas accelerera runt den spetsiga framkanten av fenan. Detta leder enligt Bernoullis princip till att trycket sjunker och det blir en sugeffekt [White, 1999, s. 520-521]. Kombinationen av övertrycket på den anströmmade sidan och suget på den avvända sidan skapar en tryckskillnad som ger fenan dess resulterande kraft och därmed dess styrförmåga [White, 1999, s. 467-470].

5.2.6 Lokala strömningsfenomen runt styrfenan

För att studera de lokala strömningsfenomenen kring styrfenorna närmare, jämförs i figur 5.14 hastighetsfältet kring fenorna för 0° - och 10° vinkel.



(a) Hastighet kring styrfenan

(b) Hastighet kring styrfenan, vinklad 10°

Figur 5.14: Hastighet kring styrfenor i yz-planet.

Vid 0° är hastighetsfältet i huvudsak symmetriskt kring fenan, vilket är förväntat eftersom den inte introducerar någon avsiktlig riktningsförändring av flödet. Trots detta påverkar fenan märkbart avgasströmmen. Eftersom flödet är supersoniskt och fenan utgör ett hinder i strömningen bildas skarpa gradienter i hastighetsfältet längs fenans sidor. Dessa gradienter är förenliga med sneda chockvågor som uppstår när flödet tvingas passera runt fenan. Bakom fenan bildas även ett område med reducerad hastighet, vilket motsvarar en lokal *wake* till följd av flödesseparation.

När fenan vinklas till 10° blir däremot hastighetsfältet noterbart asymmetriskt. Chockstrukturen blir då starkare på den sida av fenan som är vinklad mot avgasströmmen, där flödet komprimeras och bromsas upp. På motsatt sida blir flödet istället mer avlastat, vilket bidrar till den tryckskillnad som tidigare observerats i avsnitt 5.2.5. Denna asymmetri gör att avgasströmmen omdirigeras i sidled och ger upphov till den horisontella kraftkomponent som redovisas i avsnitt 5.2.3.

Jämförelsen mellan 0° och 10° visar därmed att styrfenan påverkar avgasströmmen även i ett neutralt läge, men att vinkelutslag förändrar chockstrukturen och has-

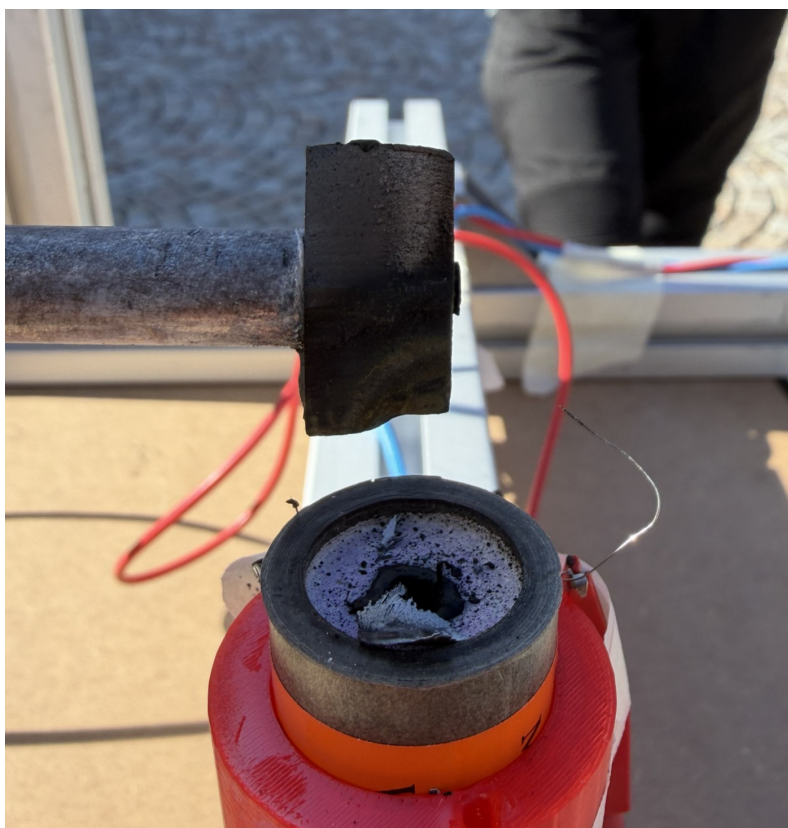
tighetsfördelningen på ett asymmetriskt sätt. Det är denna asymmetri, snarare än enbart fenans närvaro i flödet, som skapar den styrande kraftkomponenten och leder till avböjning av avgasströmmen. Vidare visar även detta på att designen av styrfenan i avsnitt 4.2 uppnår sitt syfte genom att böja av flödet via sneda chockvågor istället för att skapa normala chockvågor och genererar på så sätt mindre energiförluster.

5.3 Resultat från prototyptest

Totalt genomfördes sex tester vid styrvinklar mellan 0° och 10° . Endast två tester bedömdes ge resultat som var tillräckligt användbara för vidare analys, även om mätdata innehöll vissa osäkerheter, se tabell 5.5. Under flera av testerna observerades kraftig strukturell deformation av styrfenan, se figur 5.15.

Tabell 5.5: Sammanställning av genomförda prototyptester.

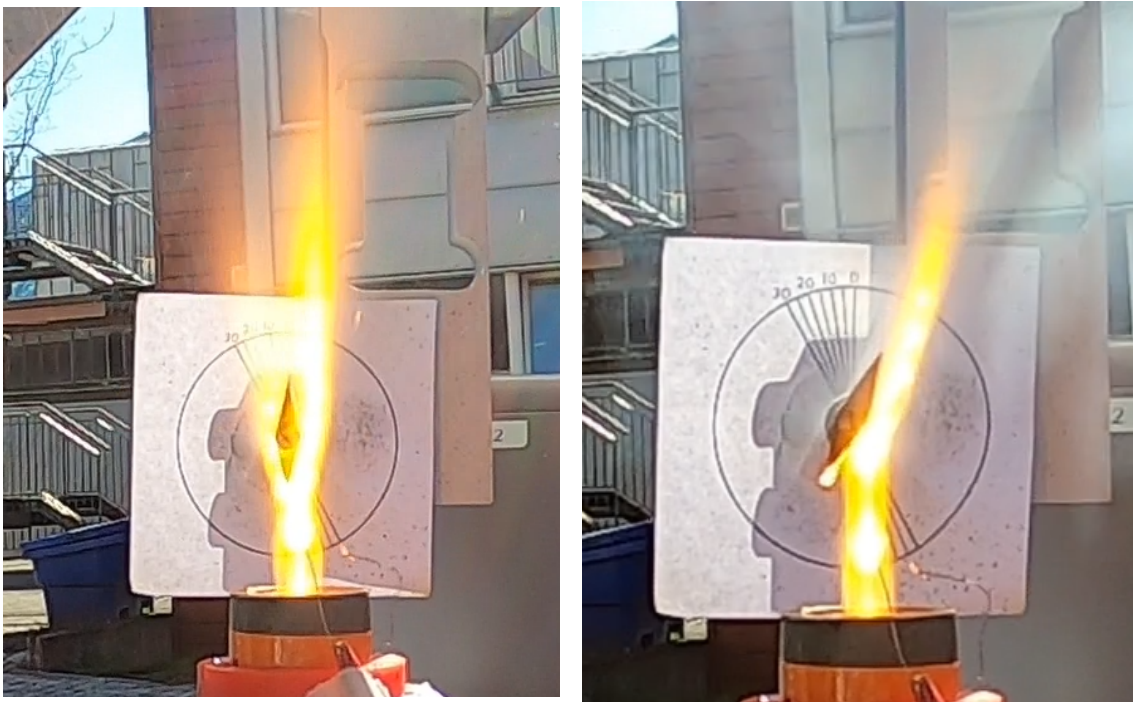
Styrvinkel [°]	Antal tester	Användbara tester	Kommentar
0	3	0	Fenan uppvisade kraftig vridning och deformation under testerna.
5	2	1	Ett test gav användbar mätdata, medan det andra påverkades kraftigt av deformationer i fenan.
10	1	1	Testet gav användbar mätdata trots vissa mätosäkerheter.



Figur 5.15: Observerad deformation av styrfenan efter genomfört prototyptest.

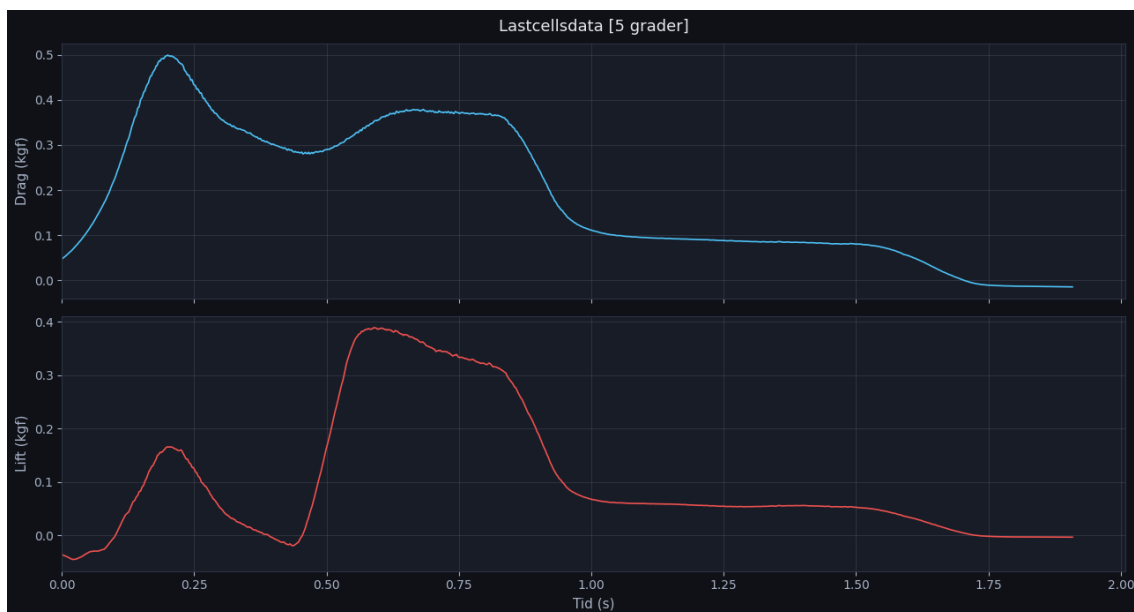
5.3.1 Test vid 5°

Vid aktivering av motorn bibehöll styrfenan initialt ett utslag på 5°, vilket resulterade i en avböjning av flödet i motsvarande riktning, se figur 5.16. Efter en kort tids belastning observerades dock både vridning och strukturell deformation av styrfenan, vilket påverkade avböjningsvinkeln. Då brinntiden hade avslutats uppmättes vinkeln till cirka 25°.



Figur 5.16: Prototyptest vid 5°. Bilden till vänster visar testets inledande skede och bilden till höger visar testets avslutande skede.

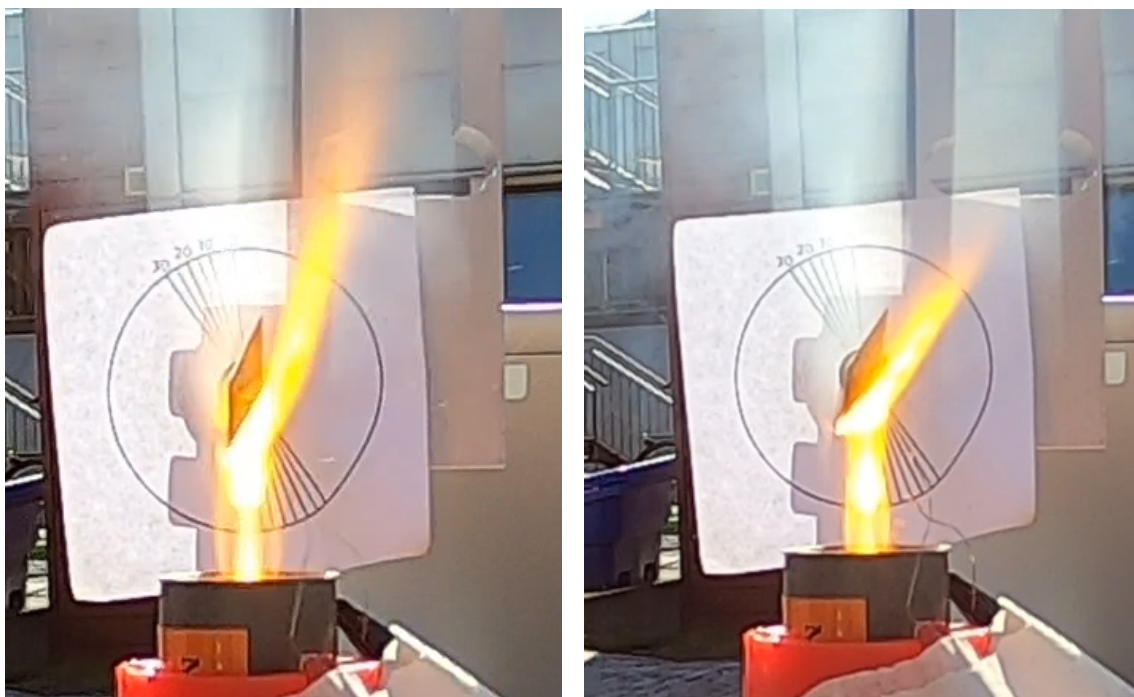
I figur 5.17 visas lastcellernas uppmätta motståndskraft och lyftkraft som funktion av tiden. Tiden anges i sekunder på x-axeln och kraften i kilogramkraft (kgf) på y-axeln, där $1 \text{ kgf} \approx 9,81 \text{ N}$. Vid grafernas första toppar bibehöll styrfenan ett utslag på 5° samtidigt som motorn utvecklar maximal kraft. Innan tydlig vridning och deformation av fenan uppmättes en maximal motståndskraft på cirka 4,9 N samt en maximal lyftkraft på cirka 1,7 N. Därefter minskade både motståndskraft och lyftkraft innan de senare åter ökade. Den exakta tidpunkten då fenan börjar vrida sig är svårt att identifiera utifrån tillgänglig mätdata och videomaterial.



Figur 5.17: Motståndskraft och lyftkraft för test vid 5° .

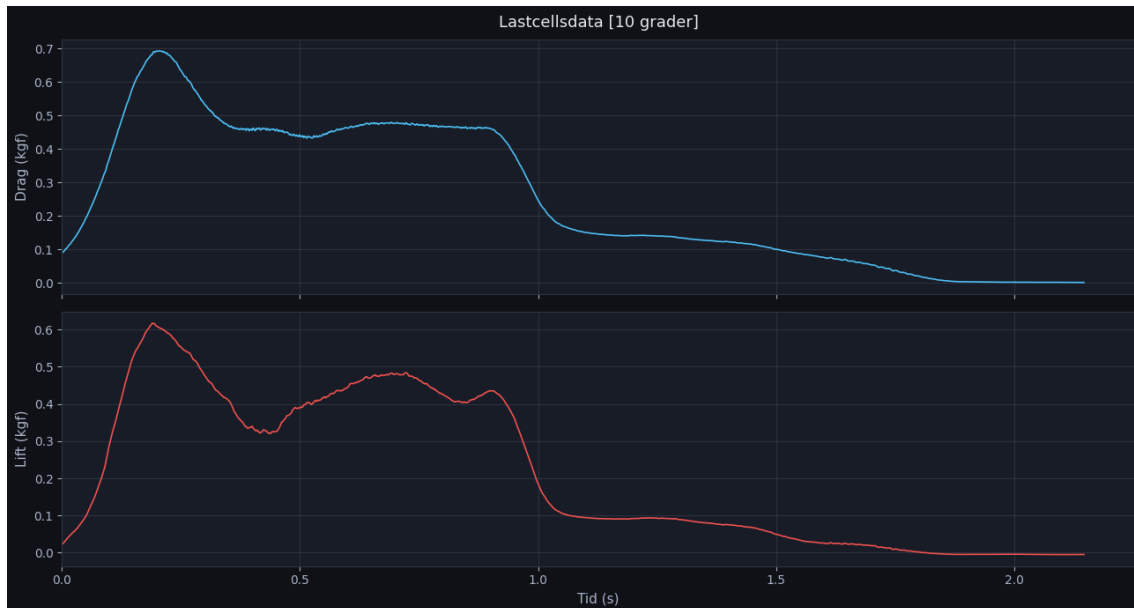
5.3.2 Test vid 10°

Vid testet med 10° observerades ett liknande beteende som för testet vid 5° , där styrfenan initialt bibehöll sitt utslag innan vridning och deformation uppstod, se figur 5.18. Efter avslutad brinntid uppmättes fenans vinkel till cirka 30° .



Figur 5.18: Prototyptest vid 10° . Bilden till vänster visar testets inledande skede och bilden till höger visar testets avslutande skede.

I figur 5.19 visas lastcellernas uppmätta motstånds- och lyftkraft för test vid 10° . Även under detta test är det svårt att identifiera den exakta tidpunkten då styrfenan börjar vrida sig. Vid den initiala krafttoppen hade styrfenan fortfarande ett utslag på 10° , samtidigt som en maximal motståndskraft på cirka 6,7 N och en maximal lyftkraft på cirka 6,0 N uppmättes. Efter den initiala toppen minskade båda krafterna successivt samtidigt som variationer i mätvärdena observerades under resterande del av testet.



Figur 5.19: Motståndskraft och lyftkraft för test vid 10° .

5.3.3 Sammanställning av data

Samtliga tester uppvisade variationer i styrfenans beteende under belastning. I de två utvalda testerna bibehöll styrfenan sitt ursprungliga utslag under den initiala delen av brinntiden innan vridning och tydlig deformation observerades. Trots att den exakta tidpunkten för denna förändring var svår att fastställa sammanföll de initiala krafttopparna med perioder där styrfenan fortfarande höll sitt avsedda utslag. Dessa delar av mätdata bedömdes därför vara tillräckligt användbara för vidare analys.

Eftersom krafttopparna i båda testerna inträffade vid motorns maximala dragkraft användes $F_T \approx 36$ N vid beräkning av den approximerade lyftkraften enligt ekvation 4.2. Den approximerade lyftkraften jämfördes därefter med de uppmätta värdena i form av relativ avvikelse mellan uppmätt och approximerad lyftkraft, se tabell 5.6. Det uppmätta förhållandet mellan lyftkraft och motståndskraft, uttryckt som L/D , redovisas i tabell 5.7.

Tabell 5.6: Jämförelse mellan uppmätt och approximerad lyftkraft för olika styrvinklar.

Styrvinkel [°]	Uppmätt lyftkraft [N]	Approximerad lyftkraft [N]	Avvikelse [%]
5	1,7	3,1	45
10	6,0	6,25	4

Tabell 5.7: Uppmätt lyftkraft och motståndskraft för olika styrvinklar.

Styrvinkel [°]	Uppmätt lyftkraft [N]	Uppmätt motståndskraft [N]	L/D
5	1,7	4,9	0,35
10	6,0	6,7	0,9

Vid jämförelse med de tidigare studier som presenterades i avsnitt 4.2 observerades lägre L/D -förhållanden för styrfenorna i detta arbete. I den tidigare studien uppvisade den kilformade geometrin experimentellt bestämda L/D -förhållanden mellan 1,96 och 2,6 vid styrvinklar på 5° respektive 10° [Balaji et al., 2025]. Studien angav även att ett L/D -förhållande över 2 är önskvärt för att erhålla en effektiv omvandling av motorns dragkraft till styrande kraft.

5.3.4 Jämförelse mellan CFD och prototypstest.

För att undersöka hur väl CFD-simuleringarna överensstämde med prototypstesterna jämfördes L/D -förhållandet mellan metoderna för motsvarande vinkel, se tabell 5.8.

Tabell 5.8: L/D -jämförelse mellan CFD och prototypstest.

Styrvinkel [°]	L/D, CFD	L/D, Prototypstest
5	1,1	0,35
10	1,65	0,9

Prototypstesterna uppvisade genomgående lägre förhållanden än CFD-simuleringarna för båda undersökta styrvinklar. Samtidigt observerades samma trend mellan metoderna, där större styrvinklar resulterade i högre L/D -förhållanden. Resultaten visar därmed en kvalitativ överensstämmelse mellan metoderna, trots tydliga kvantitativa skillnader.

6

Diskussion

6.1 Simuleringar

Resultaten från simuleringarna visar att styrsystemet i stor utsträckning har förmåga att uppnå en stabil och kontrollerad vertikal landning inom den uppställda kravspecifikationen. För fallet med styrfenor uppnås en framgångsgrad på 98,1%, där 981 av totalt 1000 simuleringar resulterar i en godkänd landning. Detta indikerar att systemet, under de antaganden och förenklingar som gjorts i modellen, har god förmåga att hantera variationer i både initialtillstånd och yttre störningar. De 19 simuleringar som underkänts uppvisar generellt avvikelser i flera tillstånd samtidigt. Detta tyder på att de misslyckade landningarna främst uppkommer då styrsystemet förlorar kontroll, vilket resulterar i en kraschlandning. Den höga framgångsgraden i Monte Carlo-analysen, tillsammans med den relativt stora framgångszonen i yz -planet, visar att styrsystemet har en god robusthet mot realistiska variationer i initialtillstånd. Extremfallsanalysen visar dessutom att systemet kan stabilisera raketerna även vid relativt stora enskilda initialavvikelser, vilket ytterligare stärker bilden av ett robust reglersystem inom det undersökta arbetsområdet. Att de lyckade simuleringarnas sluttillstånd med god marginal klarar kraven tyder även på att styrsystemet kan landa raketerna med hög noggrannhet trots yttre störningar och varierande avvikelser.

Jämförelsen mellan styrfenesystemet och den idealiserade TVC-modellen uppvisar styrfenornas begränsade styrförmåga i de laterala leden. Den idealiserade TVC-modellen uppnår en framgångszon med mer än dubbelt så stor radie som styrfenesystemet, samt en högre robusthet mot kombinerade avvikelser. Detta framgår av att de misslyckade landningarna huvudsakligen uppstår nära framgångszonens rand, till skillnad från styrfenesystemet, där flera misslyckade landningar återfinns långt innanför det område som annars domineras av lyckade simuleringar.

I simuleringarna visas genomgående en sämre styrförmåga i z -led jämfört med y -led för både ideal styrning och fenstyrning. En anledning till asymmetrin i styrningen kan vara hur vinklarna är definierade i systemmodellen jämfört med hur de hanteras i reglersystemet. Reglersystemet tolkar vinklarna Θ och Ψ som de projicerade vinklarna i xz - respektive xy -planet och använder dem som ett mått på hur mycket raketerna är lutad åt varje håll. I själva verket är vinklarna en del av rotations-sekvensen enligt Eulers Z - Y - X -konvention och appliceras alltså i ordningen Ψ - Θ - Φ . En vinkel är alltså beroende av de föregående rotationerna i sekvensen. Detta påverkar ock-

så TVC-modellen, vilket resulterar i att z-komponenten i dragkraftsvektorn alltid kommer att vara mindre än y-komponenten då $\delta_y = \delta_z$ (se ekvation 4.29). Denna effekt är liten då raketen är nära upprätt och styrvinklarna är nära noll, men ökar då vinklarna blir större, vilket kan förklara känsligheten mot initiala vinkelavvikelser. För att åtgärda detta i framtida iterationer bör rotationsmatriserna implementeras även i regulatorn för att göra en korrekt översättning, alternativt undersöka användningen av kvaternioner för att representera rotation.

Simuleringarna är baserade på förenklingar och antaganden, exempelvis genom aerodynamikmodellen, att raketmodellen som en stelkropp och att signalerna skickas utan fördröjningar eller brus. I verkligheten finns flera faktorer som hade påverkat hur väl styrsystemet kan landa raket, vilka bortses i denna modell. Trots detta ger resultaten en god indikation att ett TVC-system baserat på styrfenor kan användas som styrsystem för vertikal landning av raket och bör övervägas av CAESAR vid konstruktion för framtida raketer.

6.2 Val av styrsystem

I efterhand kan valet av styrsystem diskuteras utifrån projektets huvudsakliga mål. Styrfenor valdes främst utifrån att arbetet utgick från en befintlig raketmodell utvecklade av CAESAR för tävlingar såsom EuRoC, där ändamålet är att nå en maximal höjd snarare än att genomföra en kontrollerad landning. Det innebar att styrsystemet i stor utsträckning anpassades till en design som inte ursprungligen var avsedd för högprecisionstyrning. Styrfenor bedöms i efterhand vara en genomförbar lösning inom ramen för den befintliga raketdesignen, men mindre optimal för en raket som från början designas för motoriserad vertikal landning. Detta då lösningen medför stora dragkraftsförluster samt en begränsad styrförmåga. Detta framgick tydligt i resultaten, där styrförmågan begränsades för styrsystemet med styrfenor jämfört med det ideala styrsystemet. För att uppnå stabilitet med styrfenorna krävdes stark begränsning av referenssignaler för de laterala hastigheterna, vilket begränsade raketens förmåga att återgå till referensvärdet vid stora avvikelser i y- och z-led. Detta visar en grundläggande nackdel med styrfenor: styrsystemets prestanda begränsas inte enbart av reglerstrategin utan av styrfenornas fysiska kapacitet att rikta dragkraften på ett effektivt sätt. Denna begränsning beror främst på att styrfenornas fysiska vinkel inte överförs direkt till en motsvarande avböjning på kraftvektorn, samt att endast en del av avgasströmmen kan påverkas av styrfenorna.

En gimbalstyrd motor bedöms vid detta ändamål vara ett lämpligare val av styrsystem. Att direkt styra kraftvektorn genom att vinkla hela munstycket, utan fysiska hinder i avgasströmmen, minskar dragkraftsförluster och ökar styrförmågan. På detta sätt kan man få bättre styrning i både vertikala och laterala led, vilket är centralt för en kontrollerad vertikal landning. För raketer av denna storlek och ändamål har styrsystem baserat på gimbalstyrd motor varit vanligt förekommande.

Implementeringen av en gimbalstyrd motor hade, till skillnad från styrfenesystemet, krävt stor omkonstruktion av den befintliga raketmodellen, vilket ansågs vara för

omfattande för detta projekt. Däremot rekommenderas CAESAR i framtida projekt där landning ligger i fokus, att överväga en ny systemdesign snarare än att vidareutveckla en befintlig raket. På så sätt kan man utifrån funktionella krav designa en raket som är bättre lämpad för en vertikal landning, där en gimbalstyrd motor sannolikt skulle utgöra ett mer lämpligt val av styrsystem.

6.3 CFD

Resultaten från CFD-simuleringarna visade på hur styrfenorna påverkade flödet från raketens avgasström. Hastighets- och tryckfälten visar att de vinklade fenorna skapar en asymmetrisk påverkan på flödet, vilket resulterar i en horisontell kraftkomponent. Detta stöds även av kraftresultaten i avsnitt 5.2.3, där kraften i z-led ökade med styrvinkeln. Resultaten indikerar därmed att styrfenorna faktiskt böjer av avgasströmmen och genererar styrande krafter, vilket var målet med CFD-simuleringarna. Kraftresultaten visar att styrfenorna genererar en tydlig sidkraft när de vinklas i avgasströmmen. Särskilt framgår att kraften i z-led ökar nästan linjärt mellan 5° och 10° , vilket indikerar att fenorna inom detta intervall har ett förutsägbart styrsvar. Vid större vinklar syns dock tecken på att ökningen börjar avta. Detta indikerar att vald maxvinkel för styrfenorna (12°) var ett lämpligt val för det simulerade styrsystemet. Samtidigt bör resultaten betraktas med försiktighet, eftersom simuleringarna påverkades av flera numeriska osäkerheter.

Precisionen i lösningen begränsades av domänens randvillkor, brist på beräkningsresurser, samt projektets tidsramar. För att få en mer tillförlitlig lösning behöver avgasflödet från motorn modelleras som faktisk förbränningsgas, istället för luft. Med en riktig avgasström hade gasens fysikaliska egenskaper förändrats, vilket följaktligen skulle påverka krafternas magnitud. De kvalitativa trenderna som redovisades i avsnitt 5.2.5, med ett högre tryck på den anströmmade sidan av fenan, bedöms dock förbli desamma. Detta eftersom de grundläggande principerna för hur tryck uppstår när ett flöde möter en vinklad yta är samma för alla gaser.

Bristen på beräkningsresurser påverkade huvudsakligen utformningen av beräkningsnätet. Problemet uppkom vid simuleringens utförande, då lösaren begränsades av datorns minneskapacitet. Ett finare nät skulle sannolikt resultera i att den numeriska avvikelsen som diskuterades i avsnitt 5.2.1 reduceras. Utformningen av beräkningsnätet blev således en avvägning mellan numerisk noggrannhet och beräkningsbarhet. Denna begränsning reflekteras i vyerna som illustrerades i avsnitt 5.2 där färgskillnaderna mellan angränsande celler indikerar att nätupplösningen inte är tillräckligt hög för att beräkningarna ska bli mer tillförlitliga.

Projektets tidsramar innebar att en prioritering av simuleringsfall blev nödvändig. Detta eftersom varje simuleringskörning kräver avsevärt med tid för att uppnå konvergens. Exempelvis hade problematiken med bakåtriktat flöde vid utloppet troligtvis kunnat åtgärdas genom att förlänga domänens utsträckning bakom raket, vilket inte rymdes inom projektets tidsramar. Vidare hade fler styrvinklar kunna analyseras för att få en mer genomgripande uppfattning av hur fenan styr flödet

över hela vinkelspannet. På ett generellt plan bedöms dock de valda styrvinklarna vara representativa för att fastställa fenans aerodynamiska egenskaper.

6.4 Prototyptest

Endast två av de sex tester som utfördes bedömdes ge resultat som var tillräckligt användbara för vidare analys. Detta berodde främst på att styrfenan uppvisade kraftig vridning under belastning från motorn. Vridningen bedöms orsakats dels av termisk deformation till följd av höga temperaturer och dels av att fenan inte var tillräckligt styvt infäst i sin rotationsaxel. Eftersom styrvinkeln varierade under testets gång kunde resultaten inte betraktas som fullt tillförlitliga. Styrvinklarna bestämdes även manuellt med gradskiva och ögonmått, vilket medför ytterligare osäkerheter i de experimentella mätningarna.

Trots dessa begränsningar bedömdes de initiala krafttopparna från de två användbara testerna vara tillräckligt representativa för vidare analys, eftersom styrfenan under dessa perioder fortfarande höll sitt ursprungliga utslag. Resultaten visade att större styrvinklar gav högre L/D -förhållanden, vilket indikerar en mer effektiv omvandling av motorns dragkraft till styrande kraft. Samtidigt observerades genomgående lägre L/D -förhållanden i prototyptesterna jämfört med CFD-simuleringarna. Även om de analyserade mätpunkterna bedömdes motsvara perioder där styrfenan bibehöll sitt avsedda utslag kan resultaten ha påverkats av begynnande deformation. Då styrfenan var kraftigt deformerad vid testets slutskede är det sannolikt att viss deformation även förekom under den initiala delen av testet, vilket kan ha påverkat både motståndskraften och lyftkraften. Tabell 5.6 visar även att överensstämmelsen mellan uppmätt och approximerad lyftkraft varierade mellan de undersökta styrvinklarna. Vid 10° var avvikelserna relativt liten, medan betydligt större skillnader observerades vid 5° . Mindre avvikelser mellan den verkliga styrfensgeometrin och den idealiserade geometri som användes i simuleringarna kan också förklara skillnaden mellan de experimentella resultaten och CFD-modellen.

Vidare skulle fler lyckade och reproducerbara tester krävas för att erhålla mer tillförlitliga resultat. Då endast två tester bedömdes ge användbar mätdata bör resultaten främst betraktas som kvalitativa indikationer snarare än exakta kvantitativa verifieringar av styrfenans prestanda. Utan fler tester kan ingen konvergens för L/D -förhållandena säkerställas, vilket innebär att resultaten är för osäkra för att kunna användas som en fullständig validering av CFD-modellen.

För att CAESAR i framtiden ska kunna använda resultaten som ett mer tillförlitligt underlag för modellutveckling bör därför fokus ligga på att vidareutveckla styrfenans konstruktion och testuppställningen. Särskilt viktigt är att undersöka material med högre temperaturlåghet samt en styvare infästning för att minska deformationer under belastning.

6.5 Vidareutveckling

Detta arbete har fokuserat på att utveckla och utvärdera ett regelsystem för kontrollerad vertikal landning av en studentraket. Även om resultaten visar att det utvecklade regelsystemet är funktionellt under de antaganden som gjorts, finns det vissa aspekter som kan vidareutvecklas för att öka systemets realism och praktiska användbarhet.

6.5.1 Test av hårdvara

Ett lämpligt nästa steg mot ett verkligt styrsystem vore en så kallad "Hardware-in-the-Loop" simulering, genom att låta en mikrodator hantera reglerkoden och styra fysiska ställdon, medan den existerande systemmodellen simulerar raketens dynamik. Detta skulle möjliggöra test av hur systemet fungerar i realtid, med begränsad beräkningskapacitet och tidsfördröjning, utan att behöva riskera en fysisk raket.

6.5.2 Optimering

I detta projekt har reglering och simulering framför allt syftat att tjäna som en konceptvalidering av det valda styrsystemet, snarare än utgöra en perfekt lösning. Ett förslag för framtida utveckling vore att beräkna en landningsbana som minimerar exempelvis bränsleförbrukning. Detta skulle kräva en reglerarkitektur som är bättre anpassad för formulering av optimal styrning. Vidare vore det även av intresse att undersöka möjligheterna att tillämpa maskininlärning på styrproblemet.

6.5.3 Brushantering

Vid en praktisk tillämpning av ett regelsystem används sensorer som med stor sannolikhet innehåller brus och mätfel. Om rå sensordata används behövs därmed en tillståndsobservatör för att undvika instabil reglering och felaktiga styrkommandon. För vidare praktiskt arbete rekommenderas därför implementering av ett Kalman-filter eller motsvarande tillståndsobservatör.

6.5.4 Analys av regelsystemets prestanda

För att vidareutveckla och utvärdera regelsystemets stabilitet och robusthet krävs en mer systematisk analys med etablerade reglertekniska metoder, exempelvis Nyquist- och rotortsanalys. Genom sådana analyser hade regulatorparametrarna kunnat optimeras mer metodiskt, vilket sannolikt skulle förbättra systemets dynamiska prestanda och möjliggöra en mer stabil nedstigning under hela landningsförloppet. Detta hade troligen resulterat i ett större antal lyckade landningar, en utökad framgångszon samt en förbättrad förmåga att hantera initiala avvikelser och yttre störningar.

6.5.5 Integration med grupp B

Ett av de initiala målen för projektet var att genomföra en fullständig systemintegration i Simulink tillsammans med grupp B. Den framtagna modellen för den motoriserade landningsfasen skulle kopplas samman med den modell som behandlar raketens nedstigning från apogeum tills dess att motorn återtänds. På grund av tidsbrist, orsakat av projektets omfattning har denna sammanfogning av simuleringsmiljöerna inte genomförts.

Arbetets syfte och slutsatser påverkas inte avsevärt av detta, då fokus legat på att utvärdera reglersystemets och styrsystemets förmåga att orientera raketten. En konsekvens av den uteblivna integrationen är dock att landningssystemets prestanda i detta arbete utgår från definierade intervall för initialtillstånd. Om den övre fasen av landningen resulterar i värden som ligger utanför dessa intervall, kan det påverka möjligheten att landa raketten utifrån kravbilden. Vidare innebär avsaknaden av en sammanhängande simulering att övergångsfasen mellan de två olika reglersystemen inte har kunnat utvärderas. Det finns därmed osäkerheter kring huruvida växling av reglersystem skulle kunna påverka stabiliteten i inledningen av den motoriserade landningsfasen.

Som ett naturligt nästa steg rekommenderas att de två Simulink-modellerna integreras till en obruten simuleringskedja. Detta skulle möjliggöra en mer komplett analys av hur de fysikaliska osäkerheterna och störningarna från nedstigningsfasen påverkar systemet och simuleringarnas resultat. Genom att koppla samman modellerna kan man verifiera att de krav som ställs på detta arbetes landningssystemets ingångsvärden faktiskt matchar de utgångsvärden som levereras av den andra gruppens styrsystem, vilket är avgörande för en lyckad landning av raketten.

6.6 Slutsats

Projektets syfte var att undersöka hur en motoriserad vertikal landning kan möjliggöras för CAESARs studentraket genom utveckling av ett styr- och reglersystem. Utifrån en jämförelse av befintliga styrmetoder valdes ett TVC-system baserat på styrfenor placerade i motorns avgasström. Resultaten visar dock att jämfört med ett idealt TVC-system har styrfenorna kraftigt begränsad kontroll i de laterala leden, främst beroende på begränsad avledningseffektivitet och förmåga att styra dragkraften.

Monte Carlo-simuleringarna visar att styr- och reglersystemet klarar av att stabilisera och landa raketten inom kravbilden utifrån de antaganden och förenklingar som gjorts i systemmodellen. Styrfenesystemet uppnådde en hög framgångsgrad av 98,1% vid simuleringar med varierande initialtillstånd, med ett genomsnittligt avstånd från uppskjutningsplatsen på 1,06 m. Extremfallsanalysen visar att systemet har god robusthet vid stora enskilda initialavvikelse, medan flera simultana avvikelser leder till större instabilitet.

För att vidare kunna realisera ett sådant styrsystem krävs tillförlitliga CFD-analyser och experimentella tester för att undersöka hur stort vridmoment styrfenorna kan generera samt vilka dragkraftsförluster det medför. Genom sådan analys kan dessutom färre antaganden göras kring TVC-modellen för att på så sätt göra den mer realistisk. Detta skulle ge CAESAR ett mer tillförlitligt tekniskt underlag för vidareutveckling och eventuell implementering av ett landningssystem i framtida studentraketer.

Litteraturförteckning

- John D. Anderson. *Fundamentals of Aerodynamics*. McGraw-Hill, New York, 5 edition, 2010.
- S. Balaji et al. Numerical and experimental study on thrust vector control using jet vanes, 2025.
- Thomas W. Bastian. Jet tab control mechanism for thrust vector control, 1978. URL <https://patents.google.com/patent/US4274610A/en>.
- COMSOL. Understanding the fully coupled vs. segregated approach and direct vs. iterative linear solvers, 2025. URL <https://www.comsol.com/support/knowledgebase/1258>. Hämtad: 8 Maj 2026.
- Control. Cascade control, 2023. URL <https://control.com/textbook/basic-process-control-strategies/cascade-control/>.
- Inês d'Ávila. Euroc competition rules, 2025. URL https://euroc.pt/wp-content/uploads/2025/03/PTS_EDU_EuRoC_ST_001905_CR_v01-1.pdf. Hämtad: 25 April 2026.
- Encyclopaedia Britannica. Launch vehicle, n.d. URL <https://www.britannica.com/technology/launch-vehicle>. Hämtad: 25 April 2026.
- Ricardo Gasparini. Mesh sensitivity study for cfd simulations, 2025. URL <https://www.simscale.com/knowledge-base/mesh-sensitivity-cfd/>. Hämtad: 2026-04-23.
- Global-Aero. How fully reusable rockets are transforming spaceflight, n.d. URL <https://www.global-aero.com/how-fully-reusable-rockets-are-transforming-spaceflight/>. Hämtad: 25 April 2026.
- Dariusz Miedziński Robert Głębocki. Comparison of nonlinear and linear models' behaviour regarding rocket stability. 2022.
- Tore Hägglund. Reglerteknik ak - föreläsningar, 2021. URL <https://www.control.lth.se/fileadmin/control/Education/EngineeringProgram/FRTF05/forel.pdf>. Hämtad: 2026-02-24.
- H K Versteeg W Malalasekera. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*. Pearson Education Limited, 2007.

- NASA. Rocket plume interactions for nasa landing systems. Technical report, 2019. URL <https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20200000979/downloads/20200000979.pdf>.
- NASA. Launch vehicle reusability in nasa crewed spaceflight, 2022. URL https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20220002635/downloads/NASA_LV_Reuse_final_1.pdf. Hämtad: 25 April 2026.
- NASA. Four forces on a rocket, 2023a. URL <https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/four-rocket-forces/>.
- NASA. Rocket stability, 2023b. URL <https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/rocket-stability/>.
- NASA. Navier-stokes equation, 2024. URL <https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/navier-strokes-equation/>. Hämtad: 2026-03-04.
- NASA. State-of-the-art of small spacecraft technology: In-space propulsion, 2024. URL https://www.nasa.gov/smallsat-institute/sst-soa/in-space_propulsion/. Hämtad: 2026-03-23.
- NASA Glenn Research Center. Oblique shock waves, 2021. URL <https://www.grc.nasa.gov/WWW/k-12/airplane/oblique.html>.
- NASA Glenn Research Center. Lift to drag ratio, 2023. URL <https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/lift-to-drag-ratio/>.
- Robert L. Norton. *Design of Machinery: An Introduction to the Synthesis and Analysis of Mechanisms and Machines*. McGraw-Hill, 6 edition, 2020.
- W. L. Oliveira Junior et al. Development of a pid attitude control system for sounding rockets in the international rocket engineering competition, 2025. URL <https://doi.org/10.4271/2025-36-0105>.
- Oriental Motor. Stepper motor basics, 2023. URL <https://www.orientalmotor.com/stepper-motors/technology/stepper-motor-basics.html>. Hämtad: 2026-03-05.
- ScienceAlert. SpaceX makes history with the first ever orbital rocket landing, n.d. URL <https://www.sciencealert.com/spacex-makes-history-with-the-first-ever-orbital-rocket-landing>. Hämtad: 25 April 2026.
- Sameer Sheth et al. A computational analysis of jet vanes thrust vector control for solid rocket propulsion, 2024. URL <https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.2024-85701>.
- Sierra Fox Hobbies. D20-p - single use tsp 24 mm model rocket engine, 2025. URL <https://www.sierrafoxbobbies.com/en/2442-d20-p-single-use-tsp-24-mm-model-rocket-engine-3-pcs.html>. Hämtad: 2026-05-10.

- Oscar Sutton, George P. Biblarz. *Rocket Propulsion Elements*. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 9 edition, 2017.
- Burak Söğütçü. Experimental and numerical investigation of a jet vane of thrust vector control system. Master of science thesis, Middle East Technical University, Ankara, Turkey, December 2019. URL <https://etd.lib.metu.edu.tr/upload/12625091/index.pdf>.
- WeatherSpark. Average weather in kiruna, sweden, year round, 2024. URL <https://weatherspark.com/y/86559/Average-Weather-in-Kiruna-Sweden-Year-Round>. Hämtad: 2026-02-20.
- M. Weidenfeld, N. Stein, S. Lalush, and E. Arad. Design methodology for jet vanes tvc, 2016. URL https://www.researchgate.net/publication/301790179_Design_Methodology_for_jet_vanes_TVC.
- Greg Welch and Gary Bishop. An introduction to the kalman filter. Technical Report TR 95-041, University of North Carolina at Chapel Hill, Department of Computer Science, 2006.
- Frank M. White. *Fluid Mechanics*. WCB McGraw-Hill, 4 edition, 1999.
- Peter H. Zipfel. *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc, 2007.

A

Appendix 1

Tabell A.1: Aerodynamiska koefficienter.

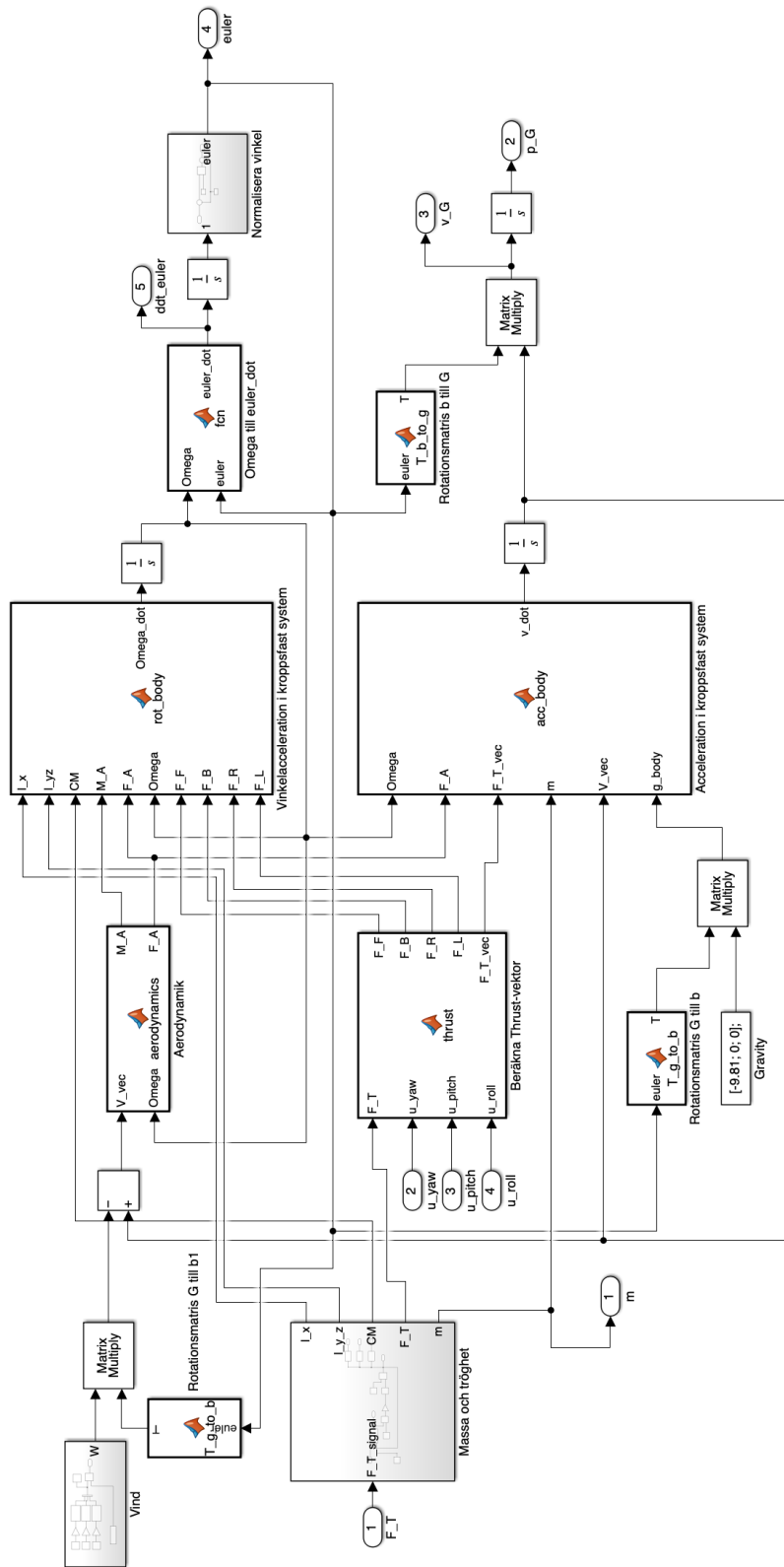
Koefficient	Värde
C_{D_0}	1.3
$C_{D_{\alpha^2}}$	5.69
$C_{L_{\alpha^2}}$	5.69
C_{l_p}	-3.35
C_{m_α}	-27.1
C_{m_q}	-88.0
C_{n_β}	27.1
C_{n_r}	-88.0
C_{L_0}	0
$C_{L_{q^*}}$	0
C_{l_0}	0
C_{m_0}	0
$C_{m_{\alpha^3}}$	0
C_{n_0}	0
$C_{n_{\beta^3}}$	0

Tabell A.2: Reglerparametrar för styrsystem med styrfenor.

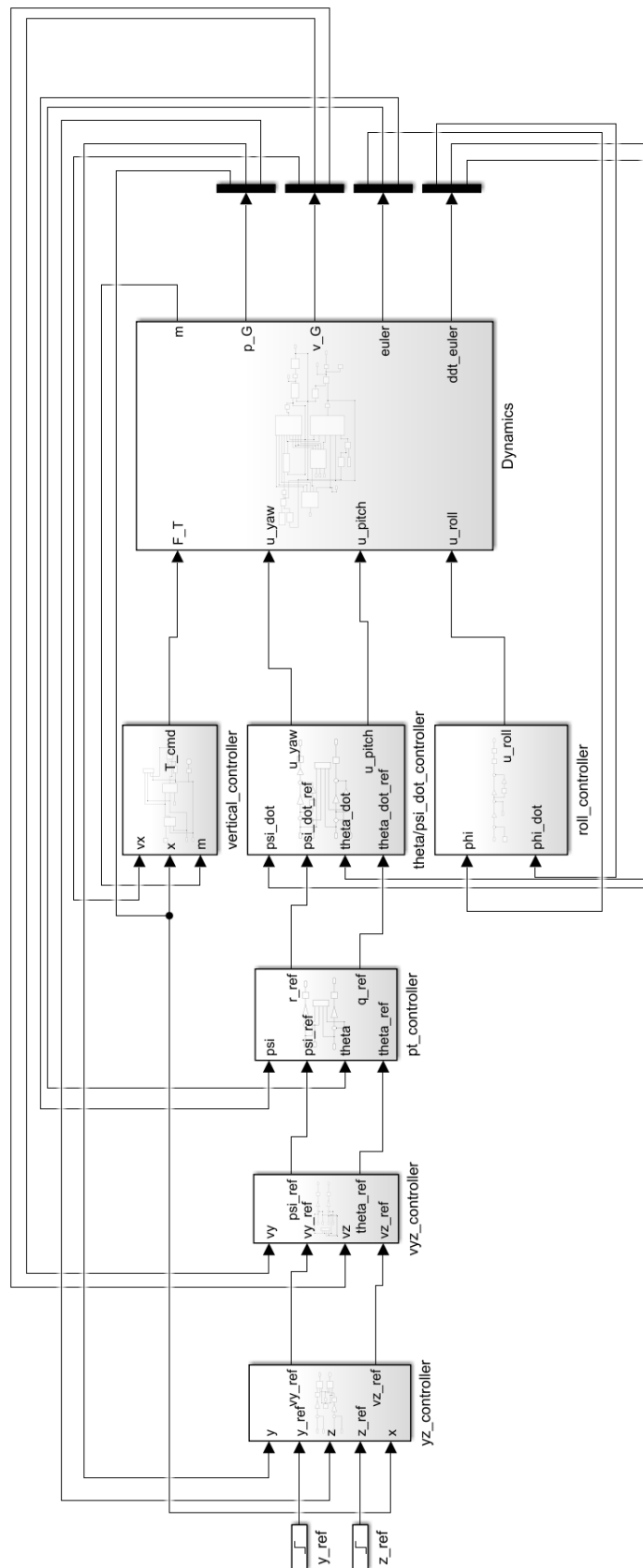
Kategori	Parameter	Värde
Vinkelhastighetreglering (p- och q-loop)		
	$K_{p,\dot{\Psi}}$	15
	$K_{p,\dot{\Theta}}$	15
	$K_{i,\dot{\Psi}}$	0.1
	$K_{i,\dot{\Theta}}$	0.1
Vinkelreglering		
	$K_{p,\psi}$	5.0
	$K_{p,\theta}$	5.0
Positionsreglering (z och y)		
	$K_{p,z}$	0.14
	$K_{p,y}$	0.15
	K_{p,v_z}	0.032
	K_{p,v_y}	0.036
Rollreglering		
	$K_{p,\phi}$	1.0
	$K_{p,\dot{\Phi}}$	10
	$K_{i,\dot{\Phi}}$	0.1
Vertikalreglering		
	K_x	13
	$K_{d,x}$	6.0
	K_{p,v_x}	15
Referensvärden		
	x_{ref}	0
	y_{ref}	0
	z_{ref}	0
	Φ_{ref}	deg2rad(0)
Höjdprofil		
	b_h	5.0
	k_h	0.3

Tabell A.3: Reglerparametrar för styrsystem med ideal styrning.

Kategori	Parameter	Värde
Vinkelhastighetreglering ($\dot{\Theta}$ -loop och $\dot{\Psi}$ -loop)		
	$K_{p,\dot{\Psi}}$	15
	$K_{p,\dot{\Theta}}$	15
	$K_{i,\dot{\Psi}}$	0.1
	$K_{i,\dot{\Theta}}$	0.1
Vinkelreglering		
	$K_{p,\psi}$	5.0
	$K_{p,\theta}$	5.0
Positionsreglering (z och y)		
	$K_{p,z}$	0.34
	$K_{p,y}$	0.34
	K_{p,v_z}	0.09
	K_{p,v_y}	0.09
Rollreglering		
	$K_{p,\phi}$	0.8
	$K_{p,\dot{\Phi}}$	3
	$K_{i,\dot{\Phi}}$	0.1
Vertikalreglering		
	K_x	15
	$K_{d,x}$	6.0
	K_{p,v_x}	13
Referensvärden		
	x_{ref}	0
	y_{ref}	0
	z_{ref}	0
	Φ_{ref}	deg2rad(0)
Höjdprofil		
	b_h	5.0
	k_h	0.3



Figur A.1: Översikt av strukturen för systemmodellen i Simulink.



Figur A.2: Översikt av strukturen för Reglersystemet i Simulink.

B

Appendix 2

Tabell B.1: Använda fysikmodeller i CFD-simuleringarna.

Kategori	Modell
Dimensioner	Three Dimensional
Tidsmodell	Steady
Fluidmodell	Gas
Tillståndsekvation	Ideal Gas
Flödeslösare	Coupled Flow
Energimodell	Coupled Energy
Turbulensmodell	Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS)
Turbulensslutning	SST (Menter) $k-\omega$
Väggbehandling	All y^+ Wall Treatment
Gradientberäkning	Gradients

Tabell B.2: Randvillkor som användes i CFD-simuleringarna.

Yta/område	Randvillkor	Specifikation
Motorns utlopp	Mass Flow Inlet	$\dot{m} = 0.5 \text{ kg/s}$, $T_0 = 2400 \text{ K}$, riktning $[0, -1, 0]$
Raketkropp och styrfenor	Wall	No-slip
Domänens topp och sidor	Free-stream	Mach number = 0, riktning $[0, -1, 0]$
Domänens botten	Pressure Outlet	Standardinställningar

Tabell B.3: Generella inställningar för beräkningsnätet.

Parameter	Specifikation
Meshingmetod	Automated Mesh
Aktiverade meshmodeller	Surface Remesher Automatic Surface Repair Geometric Sensitivity Polyhedral Mesher Prism Layer Mesher
Prism layer distribution	Wall Thickness
Surface growth rate	1.07
Volume growth rate	1.07

Tabell B.4: Lokala meshförfiningar för olika regioner och ytor.

Region/yta	Prism layers	Target size [m]	Minimum size [m]	Övrigt
Domän	Disabled	1×10^{-1}	1×10^{-4}	–
Raketkropp	Disabled	8×10^{-2}	1×10^{-4}	–
Motorns utlopp	Disabled	1×10^{-4}	1×10^{-6}	–
Styrfenor	Enabled	9×10^{-5}	5×10^{-8}	Prism layers
Wake refinement	–	1×10^{-2}	–	Length = 5 m, spread angle = 4°

Notera att wake refinement för simuleringar med styrutslag riktades längs den förväntade avböjningen hos raketens avgasström.

Tabell B.5: Inställningar för prismatiska lager kring styrfenorna.

Parameter	Värde
Number of prism layers	15
Prism layer total thickness	6×10^{-6} m
Prism layer near wall thickness	1×10^{-7} m
Minimum thickness percentage	2
Gap fill percentage	2
Prism layer reduction percentage	20
Boundary march angle	85°

INSTITUTIONEN FÖR MECHANICAL ENGINEERING
CHALMERS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
Gothenburg, Sweden
www.chalmers.se



CHALMERS