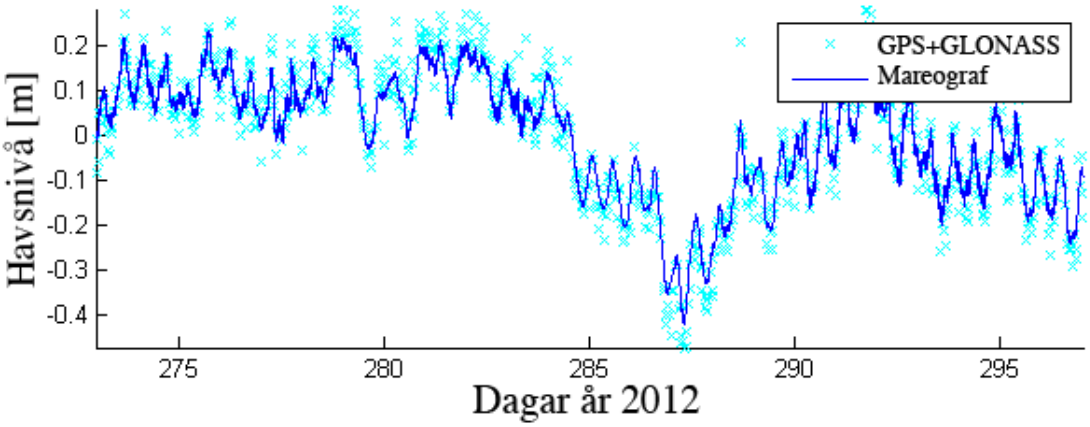
CHALMERS



Havsnivåmätningar med hjälp av flervägsreflekterade GPS- och GLONASS-signaler

Kandidatarbete vid instutionen för Rymd- och geovetenskap våren 2013

MATTIAS BERMELL RUDFELT
DANIEL HERMANSSON
ANNIKA JOHANSSON
OTTO TORGNYSON

Akronymer

GNSS	Global Navigation Satellite System
GLONASS	Globalnaya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema
GPS	Global Positioning System
LSP	Lomb-Scargle-Periodogram
IPCC	Intergovernmental Panel on Climate Change
SNR	Signal to Noise Ratio
PRN	Pseudo Random Noise
RMS	Root Mean Square
RHCP	Right Hand Circular Polarization
OSO	Onsala Rymdobservatorium
SMHI	Sveriges Meteorologiska och Hydrologiska Institut
STFT	Short Time Fourier Transform
PSD	Power Spectral Density

Sammanfattning

Att kartlägga havsnivåförändringar är en stor del av att bevaka klimatförändringar på jorden. Den lokala havsnivån är mycket viktig för kustnära samhällen. I dagsläget mäts lokal havsnivå med en för ändamålet specialanpassad teknik, mareografer. Mareografer är fästa på berggrunden vilket gör att deras mätningar påverkas av landhöjningen. I detta arbete studeras en ny teknik för havsnivåmätning som använder redan existerande kustnära Global Navigation Satellite System (GNSS)-installationer. Dessa stationer är installerade för att mäta landrörelse, men påverkas av flervägsreflektioner från havsytan. Utifrån signalbrusdata från GNSS-signaler inspelade vid dessa mätstationer kan havsnivån beräknas lokalt. Denna studie har utförts vid en installation vid Onsala rymdobservatiorium och använt signaler från amerikanska Global Positioning System (GPS) och ryska Globalnaya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema (GLONASS). Den beräknade havsnivån har jämförts med mätningar från mareografer, i form av trycksensorer, på samma plats. Havsnivån från GPS- och GLONASS-signaler visar hög korrelation vid jämförelse med trycksensorena. Avvikelsen, beräknad som ett root-mean-square (RMS), mellan mareografdata och GPS-mätningar är endast 4.67 cm och för GLONASSmätningar ännu lägre, 4.12 cm. Då de båda resultaten kombineras uppnås fler mätpunker vilket ger tekniken bättre förutsättningar för platser med snabba havsnivåförändringar. Den kombinerade mätningen ger ett RMS-värde gentemot mareografdata på 4.12 cm. Det indikerar att tekniken att kombinera mätningar har goda framtidsutsikter.

Abstract

To map changes in the average sea-level is of high priority when it comes to measuring the effects of climate change. The local sea level is of extreme importance to costal settlements. Presently the tide gauges for measurement are all specially adapted for this sole purpose. Tide gauges are fixed on bedrock and therefore effected by land rise. In this paper a new technique is studied which uses already existing costal Global Navigation Satellite System (GNSS) installations. These systems are designed to measure land rise but are also effected by multipath signals from the sea surface. From the signal-to-noise ratio (SNR) of those signals the sea level can be calculated. This study is performed on a system close to Onsala space observatory and is based on signals from the american Global Positioning System (GPS) and the russian Globalnaya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema (GLONASS). The calculated sea-level is compared with measurments from local pressure gauges, a special type of tide gauge, and the correlation is strong. Divergency calculated through root-mean-square (RMS) between tide gauges and GPS measurements is as low as 4.67 cm and for GLONASS measurements even lower, 4.12 cm. A higher temporal resolution is achieved when the systems are combined which gives the technique a better basis for areas with rapid sea-level fluctuations. Together the measurements diverge by 4.12 cm from the tide gauges. This indicates that the technique to combine measurements has good prospects.

Tillkännagivanden

Vi vill främst tacka vår handledare Johan Löfgren som har varit oss till stöds genom hela arbetsprocessen. Vi vill också tacka Rüdiger Haas som har kommit med förslag om delar av felanalysen. Tack till Vincent Desmaris för ytterligare kommentarer om finslipning av framförandet. Ett stort tack går även till Måns Larsson, Johan Nordevall, Rickard Sirefelt och Emil Staf, utan vilkas grundläggande arbete kring snöhöjdsberäkning från GPS detta arbete hade sett mycket annorlunda ut!

Innehåll

Akronymer

1 Inledning **1**
- 1.1 Bakgrund . . . 1
  - 1.1.1 Klassiska mätningar . . . 2
  - 1.1.2 Satellitmätningar . . . 2
- 1.2 Syfte . . . 2
- 1.3 Avgränsningar . . . 3
- 1.4 Metod . . . 3

2 Teori **4**
- 2.1 Havsnivåmätning . . . 4
- 2.2 Konventionella metoder . . . 5
- 2.3 System för satellitpositionering . . . 6
  - 2.3.1 GPS . . . 7
  - 2.3.2 GLONASS . . . 8
- 2.4 Signal-to-Noise-Ratio . . . 8
- 2.5 Flervägsreflektion . . . 8
- 2.6 Beräkning av havsnivå . . . 10
- 2.7 Mätområde . . . 11
- 2.8 Reflektionskoefficient och elevation . . . 14
- 2.9 Lomb-Scargle-periodogram . . . 15
- 2.10 Antenners förstärkningsmönster . . . 17

3 Genomförande **19**
- 3.1 Mätstation . . . 19
- 3.2 Programimplementation . . . 21
  - 3.2.1 Inläsning av data . . . 21
  - 3.2.2 Programstruktur . . . 22
  - 3.2.3 Mer om beräkning av havsvattennivå . . . 25

3.3 Jämförelse med mareografdata . . . 27
3.4 Osäkerhetsanalys . . . 29
3.4.1 Frekvens från Lomb-Scargle-periodogram . . . 30
3.4.2 Vind . . . 30
3.4.3 Fresnelarea . . . 32
3.4.4 Modulerad avvikelse . . . 33

4 Resultat **35**
4.1 GPS-mätningar . . . 35
4.2 GLONASS-mätningar . . . 36
4.3 GPS och GLONASS . . . 37
4.4 Uppdelning av sekvenser . . . 40
4.5 Frekvenstoppar i Lomb-Scargle-periodogram . . . 42
4.6 Osäkerhetsanalys . . . 43
4.6.1 GPS . . . 44
4.6.2 GLONASS . . . 46
4.7 Tid-frekvensanalys . . . 48

5 Diskussion **50**
5.1 Förväntade resultat . . . 50
5.2 GPS- och GLONASS-jämförelser . . . 50
5.3 Uppdelning av SNR-bågar . . . 51
5.4 Osäkerhetsanalys . . . 51
5.5 Intervall för elevation- och azimutvinklar . . . 52
5.6 Tid-frekvensanalys . . . 53
5.7 Djupare fysikalisk modellering . . . 53
5.8 Efterbehandling av resultat . . . 54
5.9 Ytterligare databehandling . . . 54
5.10 Förbättrande omständigheter . . . 54
5.11 Jämförelse mot andra mättekniker . . . 55
5.12 Användargränssnitt . . . 55

6 Slutsats **57**

Litteraturförteckning **59**

A Bilder **62**

B Teori **64**
B.1 Short time Fourier Transform – STFT . . . 64
B.2 Jacobi-Anger-expansion . . . 65

C MATLAB-kod **66**
C.1 Huvudprogram 66
C.1.1 loadData.m 67
C.1.2 takeInterval.m 67
C.1.3 detrendSmooth.m 69
C.1.4 getHeights.m 70
C.2 Hjälpfunktioner 74
C.2.1 getH.m 74
C.2.2 lomb.m 76

1

Inledning

1.1 Bakgrund

Den globala havsnivån mäts i dagsläget löpande över hela världen. Målet är att kartlägga både globala förändringar som tecken på klimatförändringar, och lokala förändringar som kan ha effekter på de kustnära områdena. Havsnivån varierar på grund av en mängd naturliga faktorer. Den mest betydande av de frekventa förändringarna är tidvatten till följd av månens och solens gravitation [1]. De bestående havsnivåförändringarna anses bero på smältande glaciärer till följd av den globala uppvärmningen.

Under 1900-talet observerades enligt Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC) en ökning av den genomsnittliga havsnivån med 1.7 ± 0.5 mm/år [2]. Det är av stor betydelse att kunna förutsäga havsnivån för samhällsplanering, då 23 % av världens invånare bor inom 100 km från havet eller mindre än 100m över havsnivån [2]. För båda dessa grupper kan en ökning av havsnivån ha förödande konsekvenser. Det är därför viktigt att kunna mäta havsnivå och ställa prognoser på havsnivåförändringar.

Som regel behöver samband mellan en rad olika faktorer studeras för att kartlägga de kompliceade förlopp som ligger till grund för klimatförändringar. Havsnivån är en av de större och förhållandevis enkelt mätbara indikatorerna som kan ge en inblick i klimatet som helhet.

1.1.1 Klassiska mätningar

Det är viktigt med noggranna mätningar under längre tidsperioder för att se trender och plötsliga förändringar i havsnivå. Länge har havsnivå mätts genom användning av mareografer. Det är en mätanordning monterad på land i en kustnära miljö. Nackdelen med mareografer är att deras mätningar tas relativt den landmassa de är monterade på, vilket gör att havsnivåförändringen inte kan skiljas från landrörelse. Det kan leda till svårigheter för mätningar i ett längre tidsperspektiv då landmassan förändras genom landhöjning och förflyttning. För att undvika detta mätproblem har man i dagsläget ett kombinerat system av mareografer och satellit-positionering för att kunna mäta havsnivå oberoende av landhöjning [3].

1.1.2 Satellitmätningar

Under de senaste 10-20 åren har tekniker tagits fram där signaler från det amerikanska Global Positioning System (GPS) används för att mäta havsnivå. Tekniken bygger på att analysera signal-brus-förhållandet i GPS-mottagare som påverkats av flervägsreflektioner i havet. Eftersom mottagarens position kan fastställas med några centimeters noggrannhet [4] så behövs endast en mätanordning för att bestämma havsnivå oberoende av landhöjning.

Mätområdet blir större än för konventionella mätningar eftersom signalen reflekteras i ett område som varierar när satelliterna färdas över himlen. Ett problem med denna teknik är att det är svårt att skilja reflektion mot vattenytan ifrån reflektioner från land. En annan nackdel är att tillverkare av mottagare och antenner för globala satellitnavigationssystem (GNSS) önskar att minimera effekten av flervägssignaler i mätningarna.

GPS är inte det enda satellitnavigationssystemet [5]. Det ryska systemet GLObalnaja NAvigatsionnaja Sputnikovaja Sistema (GLONASS) har funnits fullt utvecklat sedan 1995. Under de senaste åren har systemet uppdaterats och gjorts tillgängligt för allmänheten [6]. Eftersom GPS- och GLONASS-systemen är mycket likartade, finns möjligheter att göra liknande mätningar av havsnivån med GLONASS som med GPS.

1.2 Syfte

Detta arbete har syftat till att analysera GPS- och GLONASS-data insamlat av en mottagare installerad i kustmiljö vid Onsala Rymdobservatorium, för att bestämma den lokala havsnivån. Resultaten från de olika systemen jämförs för att utröna vilket system som ger bäst havsnivåresultat i relation till en lokal mareograf. En del av arbetet har också innefattat att se hur GPS- och GLONASS-mätningar förhåller sig till varandra, samt om de går att kombinera. Detta för att undersöka om det går att producera ännu bättre resultat för havsnivån. För att komma fram till havsnivåer utifrån givna data har algoritmer utvecklats och sedan implementerats i MATLAB. Inverkan från olika val av inparametrar i dessa MATLAB-program har analyserats.

1.3 Avgränsningar

Arbetet har inriktats på att studera tekniken för mätning av havsnivå med GPS- och GLONASS-data från en mottagare monterad vid Onsala Rymdobservatorium (OSO) 45 km söder om Göteborg under perioden 2012-09-29 till 2012-10-29. Hänsyn till landhöjning har ej tagits för perioden utan en konstant position har använts. Detta då landhöjningen anses stiga linjärt med 4mm/år [7], vilket är under den förväntade noggrannheten. För att underlätta härledningar har vattenytan antagits vara plan. Vågors inverkan på resultatet har genom mått på vindhastighet från en närliggande station undersökts ytligt.

Ingen efterbehandling av resultatet har skett, däremot har varje mätpunkts osäkerhet analyserats utifrån ett antal faktorer. Vidare har all data från GNSS-mottagarsteget använts utan vidare felanalys av hårdvaran.

1.4 Metod

Arbetet inleddes med litteraturstudier av tekniska rapporter och förklarande artiklar på området i syfte att bygga en grundläggande förståelse för GNSS-mätningar och signalbrusförhållande. Till stor hjälp har artiklarna ”Costal sea level measutments using a single geodetic GPS reciver” av Larson et. al. [8] och ”Isolating the multipath component in GNSS signaltonoise data and locating reflecting objects” av C.J. Benton och C.N. Mitchell [9] varit. Sedan gjordes nödvändiga härledningar för metoden att beräkna havsnivå ur signalbrusdata.

Därefter lades fokus på databehandling i MATLAB av GPS-data och GLONASS-data. Detta har varit den största utmaningen och är det som har tagit längst tid. När de enskilda algoritmerna var skrivna påbörjades arbetet med att automatiskt kombinera dem. Resultatet blev ett MATLAB-program som tar in information om satelliternas position och den signalbrusdata de gett upphov till. Programmet ger, utifrån detta, data över havsnivån vid de tider då satelliter passerat. Satelliterna kan då ingå i både GLONASS- och GPS. Vissa mått på varians och konfidensintervall har beräknats för både mareografdata och signalbrusdata från mottagaren.

Under hela arbetets gång har vidare litteraturstudier bedrivits för att finna genvägar, dra nytta av metoder för att höja kvalitén och öka förståelsen för de avancerade beräkningarna.

2

Teori

2.1 Havsnivåmätning

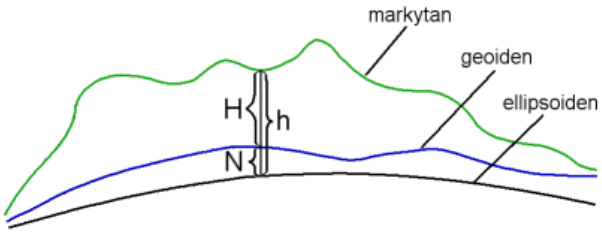
Mätningar av havsnivå har pågått i flera hundra år, från Stockholm finns mätningar så tidigt som år 1774 [10]. Mätningarna gjordes ursprungligen för att kartlägga tidvattnet lokalt runt mätpunkten. Informationen användes sedan vid nybyggen samt som hjälp för båttrafiken. Den data som samlats in världen över är nu till hjälp för att se långsiktiga förändringar i vattennivån [11]. Idag mäts vattenståndet i Sverige av SMHI på 23 olika platser.

Problem med jämförelse mellan olika mätningar uppstår till följd av landhöjningen. Det beror på att vattennivån alltid mäts i förhållande till någon utmärkt fixpunkt, det är oftast en stabil klippa i närhet till havet. Det gör att de mätningar som tas även påverkas av förändringen i höjdled på klippan [12]. Anordningen behöver kompletteras med någon slags koppling mellan fixpunkten och ett globalt referenssystem för att data ska kunna jämföras mellan olika platser på lång sikt. För att lyckas med det monteras en positionsgivare (till exempel en GPS-mottagare) på eller i närheten av enheten.

Det gemensamma referenssystem för höjd som finns i Sverige kallas Rikets Höjdsystem 2000 (RH2000) och infördes 2005. Tidigare höjdsystem har funnits. RH2000 består av 50 000 fixpunkter över hela Sverige som har mäts i förhållande till en nollnivå. Liksom resterande Europa har vi nollnivå på en punkt i Amsterdam, Normaal Amsterdams Peil. Eftersom landmassan höjs relateras alla höjdvärden till nivån år 2000 [13]. Genom att varje mätstation fastställer sin fixpunktsposition i förhållande till RH2000 kan havsnivån jämföras mellan olika platser [10]. Havsnivån anges då alltså i förhållande till detta referenssystem, och inte till exempel i förhållande till havsbotten.

Detta skall inte förväxlas med begreppet havsnivå som bland annat används som referens i höjdangivelsen ”meter över havet”. Den havsnivån är ett fastslaget värde [14].

Då höjder mäts av satelliter beräknas de i förhållande till en ellipsoid som är en teoretisk nivå runt hela jorden. Genom att RH2000 är kopplat till en geoidmodell (modell över jordens form) som kallas SWEN08_RH2000 så kan även satellitmätningar uttryckas i RH2000 systemet. I figur 2.1 är geoidmodellen betecknad med N, RH2000 höjderna med H och satellitmätningar med h.



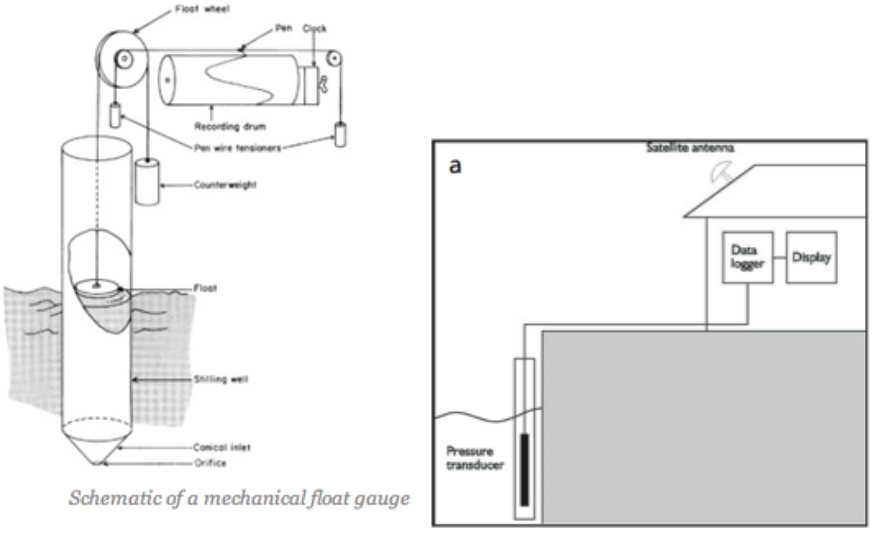
Figur 2.1: Illustration över hur höjdsystemet RH2000 förhåller sig till satellitmätningar genom en geoidmodell. Bilden är hämtad från Lantmäteriet [13]

2.2 Konventionella metoder

Den traditionellt vanligaste mätannordningen är flottör- och brunnteknik [15], som bland annat SMHI använder. Mätaren består då av ett rör som tar in vatten underifrån. På vattenytan vilar en flytkropp som är kopplad till någon slags datalagring. För de tidiga mätannordningarna kunde denna lagring bestå av en person som antecknade vattenivån vid jämna tillfällen. Senare kopplades flytkroppen direkt till papper, se figur 2.2, men i dagsläget är det oftast en dator som samlar informationen. Vid nyinskaffande av havsnivåmätare används sällan denna teknik eftersom den kräver en stor anläggning.

En annan vanlig mätanordning är tryckmätning, se figur 2.2. Den består av ett rör som monteras i havet, på en påle eller längs med bergväggen. Tryckmätaren lagrar hur högt tryck det är på den vid jämna tillfällen. Eftersom trycket orsakas av den vattenpelare som är direkt ovanför mätaren ger förändringar i havsnivån förändringar i trycket. Tryckmätare är vanligt använda vid nyanläggning av mätplatser. De har en hög exakthet (runt 1 cm) [16] men mäter bara den vattenpelare som finns ovanför dem. Om mätningarna inte sker på helt öppet vatten kan vattenmassornas mönster ge upphov till fluktationer i mätningarna. Ofta kombineras därför flera tryckmätare för att få ett medel på ett större område. En annan nackdel är att mätarna kan bli beväxta vilket orsakar felaktiga trender i mätningarna.

På senare år har en teknik som liksom satellit mätning är beröringsfri lanserats och fått stor genomslagkraft. Det handlar om radarmätning, en teknik där en radarsändare och mottagare monteras över den högsta möjliga havsnivån. Apparaten skickar sedan med jämna mellanrum ut en radarvåg som studsar i vattnet och tillbaka. På så sätt kan längden till vattenytan räknas ut. Radartekniken är smidig och enkel att underhålla. Den är lättare att montera än de övriga teknikerna eftersom den finns helt på land. Tyvärr drar den mycket energi om datainsamling ska ske kontinuerligt. I de flesta tillämpningar krävs inte kontinuerlig data medan på visa platser där tsunamiövervakning sker är det av högsta vikt. Radartekniken är känslig för dåligt väder då mycket vågor och ojämn vattenyta ger upphov till brusiga mätningar. Det beror på att reflektionen som når mottagaren blir för låg [15].



Figur 2.2: Till vänster syns flottör- och brunnteknik. Bilden visar en fristående installation, brunnen kan även bestå av en stor byggnad. Till höger visas tryckmätning med avläsningsstation. Mätarna kan även placeras fristående i vattnet på tex en påle. Bilderna är tagna från ”Manual on sea level measurement and interpretation”[15]

2.3 System för satellitpositionering

GPS och GLONASS är båda system som bygger på att mäta avståndet från en mottagare till flera satelliter med bestämda positioner och omloppsbanor. Det sker genom att räkna tiden det tar för satelliternas signaler att nå mottagaren. Ombord på varje satellit finns atomur för noggrann tidhållning. Varje satellit skickar ut information om var den och de andra satelliterna befinner sig, vilken satellit det är i fråga och när meddelandet skickades. Det krävs fyra satelliter för att bestämma en 3D-position, en satellit för varje okänd variabel; longitud, latitud, höjd och tid. Satelliternas banor går så att alla platser på jorden alltid ser tillräckligt många satelliter på himlen för positionsbestämning.

Genom att bestämma position och tid ofta och differentiera kan hastighet bestämmas.

Både GPS- och GLONASS-systemen har två bärsignaler, $L1$ och $L2$. $L2$ har en kodad del som används militärt för noggrannare positionsbestämning i realtid. Även genom att mäta på fasen för $L1$ och/eller $L2$ kan noggrann positionsbestämmning göras nästan i realtid [17].

Signalen som sänds ut av GPS- och GLONASS-systemen är högerhandscirkulärpolariserad (RHCP). Det gör signalen enklare att urskilja eftersom RHCP ej förekommer naturligt [18]. Dessutom gör det att mottagaren inte behöver vara riktad mot satelliten, vilket hade eliminerat många användarmöjligheter. För reflektioner med infallsvinkel större än polarisationsvinkeln[1] blir majoriteten av den reflekterade signalen vänsterhandscirkulärpolariserad, på så sätt minskas reflektionens inverkan.

GLONASS och GPS är inte de enda fungerade GNSS i dagsläget. Det kinesiska systemet Beidou startades år 2000 och har varit i bruk för statliga ändamål sedan 2003. Sedan 2012 kan asiatiska konsumenter navigera via Beidou och Kinesiska staten satsar på ett globalt system till år 2020 [19]. Det kommer då innehålla ca 30 satelliter [20]. Europeiska Unionen bygger ett system som kallas Galileo och som idag har 4 satelliter i omloppsbana. Under 2014 kommer 18 satelliter vara uppe och före 2020 skall ett komplett system med 30 satelliter vara färdigt [21]. Båda dessa system fungerar på liknande sätt som GPS och GLONASS.

För att beskriva var en satellit är på himlen relativt en plats på jorden använder man elevations- och azimuthvinkel. Elevation är vinkeln mot det lokala horisontella planet och därmed vinkeln över horisonten. Azimuthvinkel beskriver väderstreck, noll är norrut. [2]

2.3.1 GPS

Amerikanska Department of Defence startade utvecklingen av GPS år 1974. Systemet nådde full driftkapacitet 17 juli, 1995 [22]. Systemet bygger på 24 satelliter som ligger jämt fördelade i sex olika omloppsbanor. Satelliterna orbiterar jorden med en inklination på 55 grader mot ekvatorn, en medelaltitud på 20,200 km och omloppstid på cirka 12 timmar. Just nu ligger 32 aktiva satelliter i omloppsbana vilket ger en potentiellt ökad precision och redundans [23].

L1 har frekvensen 1575,42 MHz och L2 har frekvensen 1223,60 MHz [17]. För att kunna avgöra vilken satellit som hör till en signal kodas L1 signalen med en Pseudo Random Noise Code (PRN) unik för varje satellit. Genom att korrelera PRN-koden och en, i mottagaren genererad, referenssignal kan en mottagare således avgöra härkomsten av signalen [17].

[1] Kallas även Brewstervinkel

[2] För ytterligare beskrivning besök till exempel: http://www.satsig.net/azelhelp.htm

2.3.2 GLONASS

Utveckling av det system som senare kom att kallas GLONASS startade i Sovjetunionen 1972. År 1995 nådde det första systemet full täckning och sedan 2010 har de moderna satelliterna erbjudit täckning världen över [6]. GLONASS bygger precis som GPS på 24 satelliter men de går i tre olika omloppsbanor kring jorden med 64.8 graders inklination mot ekvatorn, altitud på 19,100 km och omloppstid på 11 timmar och 15 minuter [24]. Sedan 26 april 2013 ligger även fyra aktiva satelliter i omloppsbana som reserver och en i testfas [6].

GLONASS två bärsignaler, L1 och L2, har varierande frekvenser vilka används för satellitidentifikation, till skillnad från PRN för GPS. För L1-bandet är frekvenserna $1602+n\times0.5625$ MHz där n är ett heltal mellan -7 och 6. Enligt samma princip bestäms L2-frekvensen av $1246+ n\times0.4375$ MHz. Det finns således två satelliter med samma frekvens eftersom det finns 28 aktiva satelliter. Frekvenserna är utdelade så att två satelliter med samma frekvens alltid är på motsatt sida av jorden [6].

2.4 Signal-to-Noise-Ratio

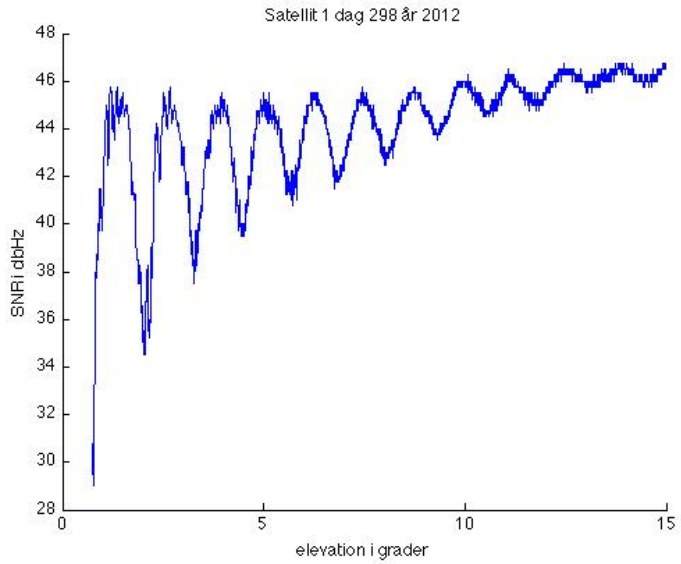
För att mäta kvalitén hos GNSS-signalen används Signal-to-Noise-Ratio (SNR) som definieras som kvoten mellan medeleffekten för signalen, P_{signal}, och medeleffekten för bruset i mottagarens omgivning, P_{brus}. Om de mäts över lika stora impedanser kan kvoten också uttyckas som kvoten mellan respektive amplitud, A_{signal} och A_{brus}, i kvadrat [25]:

$$SNR = \frac{P_{signal}}{P_{brus}} = \left(\frac{A_{signal}}{A_{brus}}\right)^2 \tag{2.1}$$

För en fast monterad mottagare kan bakgrundsbruset antas vara konstant [26]. Det gör att SNR blir proportionell mot amplituden i GNSS-signalen i kvadrat. I figur 2.3 visas ett exempel på SNR-data som funktion av elevation. Där bör två saker noteras. För det första oscillerar SNR med elevationen, detta behandlas i nästa avsnitt. För det andra är SNR lägre för låga elevationer. Det beror på att signalen färdas längre genom atmosfären där den dämpas på grund av Rayleigh-spridning [27].

2.5 Flervägsreflektion

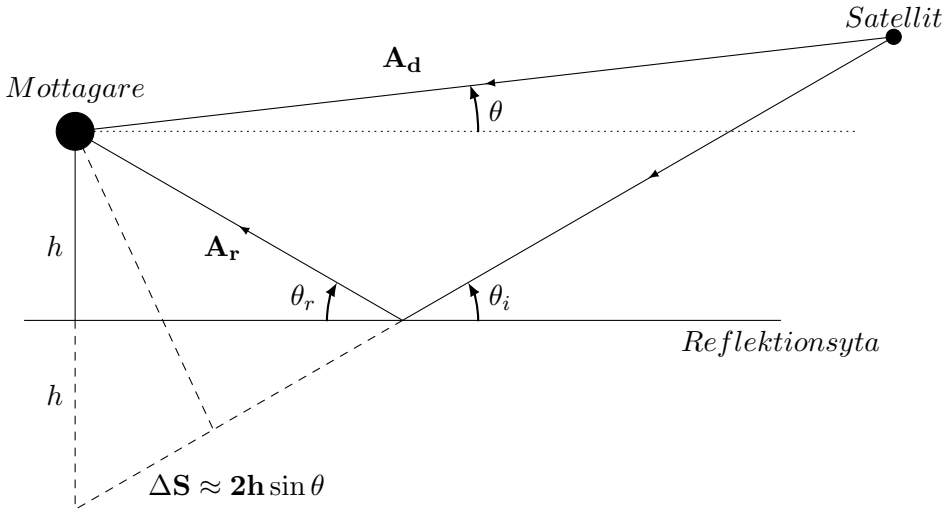
En GNSS-mottagare tar dels emot direkta signaler, A_d, från de olika satelliterna och dels tar den emot signaler, A_r, som innan de träffar mottagaren har reflekterats i omgivningen. I figur 2.4 visas detta för en signal som reflekteras i en horisontell yta. Vägskillnaden mellan de två signalerna ger upphov till konstruktiv eller destruktiv interferens vilket gör att amplituden i ekvation 2.1 blir högre eller lägre. Amplituden kan då ses som en superposition av amplituderna från direkt och reflekterad signal.



Figur 2.3: SNR-data för inkommande signal under dag 298. På x-axeln är elevation i [°].

$$SNR \propto \vec{A}^2_{signal} = (\vec{A}_d + \vec{A}_r)^2 = A_d^2 + A_r^2 + \vec{A}_d \cdot \vec{A}_r = A_d^2 + A_r^2 + A_d A_r \cos\psi \qquad (2.2)$$

Där ψ är fasförskjutningen mellan reflekterad och direkt signal. Detta förklarar den oscillerande effekten som syns i figur 2.3. När oscillationen är i ett lokalt minimum respektive maximum är $\psi = \pi(2n+1)$ och $\psi = 2\pi n$ där $n = 0,1,2,\ldots$. Att oscillationens amplitud avtar för högre elevationer beror på att att reflektionskoefficienten för RHCP avtar med ökad reflektion. Det gör att A_r minskar, mer om det i avsnitt 2.8.



Figur 2.4: *Figuren visar hur de två signalerna,* $\mathbf{A_d}$ *och* $\mathbf{A_r}$*, tar sig till mottagaren. Vi kan se att den reflekterade* $\mathbf{A_r}$ *ger upphov till en vägskillnad* ΔS *mellan dessa båda signaler. Satellitens vinkel mot horisonten benämns* θ *medan infall- och reflektions-vinkel benämns* θ_i *respektive* θ_r*. h är höjden mellan mottagare och vattenyta.*

Nu antas att reflektionytan är plan vilket gör att infallsvinkeln är lika med reflektionsvinkeln ($\theta_r = \theta_i$). Vidare antas avståndet mellan satellit och reflektionspunkt, den spekulära punkten, vara mycket större än avståndet mellan den spekulära punkten och mottagaren. Det gör att de infallande vågorna kan anses vara parallellt infallande. Typiska värden är $\frac{\mathrm{h}}{\sin\theta} \ll 2 \cdot 10^7$. Det innebär att $\theta_r = \theta_i = \theta$ vilket medför att approximationen i figur 2.4 blir en likhet:

$$\Delta \mathrm{S} = 2\mathrm{h} \sin\theta \tag{2.3}$$

I nästa avsnitt härleds ett samband mellan frekvensen för denna oscillation, f_{SNR}, och mottagarens höjd över reflektionsytan, h.

2.6 Beräkning av havsnivå

Utöver ekvation 2.3 kan ΔS uttryckas med hjälp av signalens våglängd, λ, och fasförskjutning, ϕ:

$$\Delta S = n\lambda + \frac{\phi}{2\pi}\lambda \tag{2.4}$$

Där n är ett heltal som motsvarar antalet hela våglängder som jämnt delar ΔS. Den andra termen är den del av en våglängd som behöver läggas till. ϕ går mellan 0 och 2π. Genom att ställa ekvationerna 2.4 och 2.3 mot varandra fås ett uttryck för fasförskjutningen mellan reflekterad och direkt signal, ψ:

$$\psi = \frac{4\pi h \sin\theta}{\lambda} - 2\pi n + \Theta \tag{2.5}$$

Där Θ är konstanten som relaterar ϕ och ψ till varandra enligt $\psi = \phi + \Theta$. Genom att ersätta ψ i ekvation 2.2 med uttrycket i 2.5 fås:

$$\begin{aligned} SNR &\propto A_d^2 + A_r^2 + 2A_dA_r\cos\psi \\ &= [A = A_d^2 + A_r^2 \ , \ B = 2A_dA_r] \\ &= A + B\cos\left(\frac{4\pi h\sin\theta}{\lambda} - 2\pi n + \Theta\right) \\ &= [\omega = \frac{4\pi h}{\lambda} \ , \ t = \sin\theta\,] \\ &= A + B\cos\left(\omega t + \Theta\right) \end{aligned} \tag{2.6}$$

Om vinkelfrekvensen för SNR-datan kan bestämmas med avseende på sinus för elevationen så kan höjden över reflektionsplanet beräknas genom:

$$h = \frac{\omega\lambda}{4\pi} = \frac{f_{SNR}\lambda}{2} \tag{2.7}$$

I avsnitt 2.9 behandlas en metod för att bestämma frekvensen på SNR-data likt den i figur 2.3. Observera att h mäter höjden mellan mottagare och vattenyta som visas i figur 2.4.

2.7 Mätområde

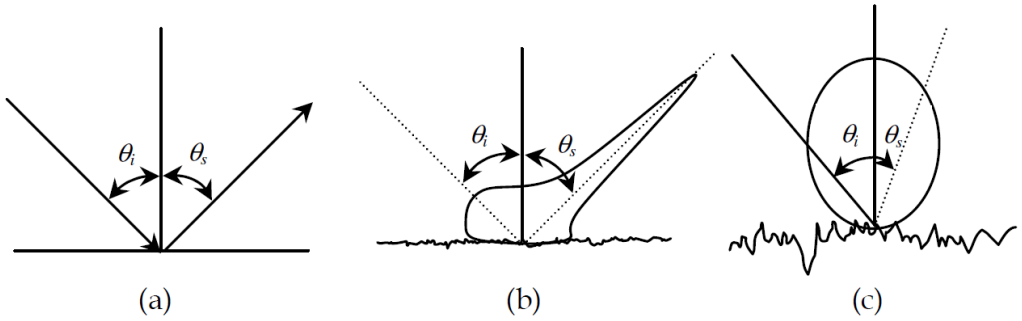
När vi behandlar mätdatan är det viktigt att veta hur den uppkommer och vad som påverkar den. Genom att analysera vårt mätområde och de yttre faktorer som påverkar detta kan vi få information om eventuell osäkerhet i våra mätningar.

Tidigare har vi antagit att reflektionen i vattenytan är spekulär, dvs att $\mathbf{A_r}$ reflekteras i endast en geometrisk punkt, den spekulära punkten. Dock belyser signalen från vår satellit ett mycket stort område, och reflektioner ifrån andra punkter än den spekulära punkten kommer att påverka den totala reflekterade signalen. För att beskriva reflektionen kommer Fresnel-zoner att användas [28].

Då en vågfront ifrån en GNSS-satellit inkommer mot reflektionsytan så är den koherent. Då vågfronten reflekteras uppkommer en vågfront med flera vågor som är ur fas och som bildar den reflekterade signalen, $\mathbf{A_r}$ (se figur 2.4). Om var och en av dessa reflekterade vågor i vågfronten ger upphov till konstruktiv eller destruktiv interferens bestäms av var vågen träffar reflektionsytan i förhållande till fascentrum. Fascentrum är den punkt i vilken den våg som färdas kortast väg till mottagaren reflekteras [29]. För att kunna jämföra spridningen av vågfronten över reflektionsytan mellan olika tidpunkter så beräknas Fresnel-zoner för dessa. Den första Fresnel-zonen defineras av att fasskillnaden

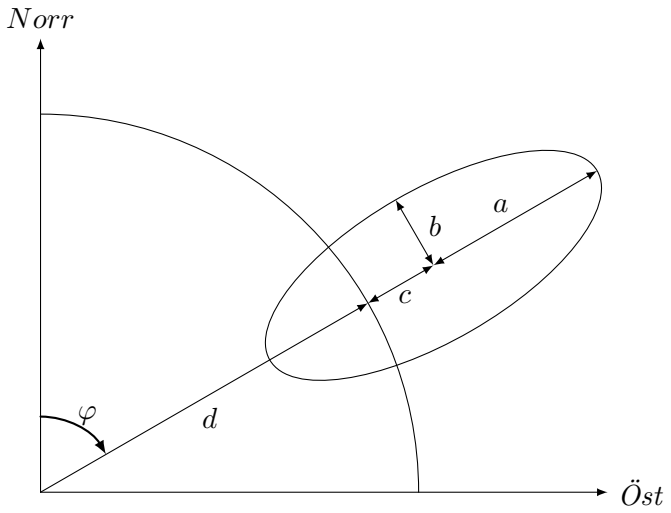
över zonen är en våglängd. Den vågfront som reflekteras i denna zon är alltså koherent då den når antennen [28]. När Fresnel-area behandlas senare i arbetet så syftar detta på arean av den första Fresnel-zoner.

Det vågpaket som bildar $\mathbf{A_r}$ påverkas också av ojämnheter i ytan. Figur 2.5 visar hur $\mathbf{A_r}$ är långt ifrån ideal. I fallet där reflektionsytan är en vattenyta är dessa ojämnheter en produkt av till exempel vågor och vind. Ojämnheterna påverkar hur signalen ifrån satelliten reflekteras. Den första Fresnel-zonen gäller alltså endast då reflektionsytan betraktas som helt plan. Vid en ej plan yta blir reflektionsområdet större, men Fresnel-zoner kan användas som en approximation av reflektionsytan [30].



Figur 2.5: *I figuren ser vi hur olika reflektionsytor påverkar det reflekterade vågpaketet. Reflektionen i (a) är spekulär medan de svarta områdena i (b) och (c) visar reflektionsmönster för reflektion i en något ojämn respektive mycket ojämn yta. Bilden kommer ifrån [30]*

Figur 2.5 visar att skillnaden mellan infallsvinkel och reflektionsviklen hos $\mathbf{A_r}$ vara mycket stor beroende på reflektionsytans ojämnhet. Detta leder till att vi i en modell, där infallsvinkel är lika med reflektionsvinkel, kommer att beräkna havsvattennivån baserat på antagandet att reflektionen är spekulär [30].



Figur 2.6: I figuren ser vi en cirkelbåge som representerar fascentrum. d motsvarar avståndet mellan mottagare och fascentrum. Avståndet c är mellan mätområdets centrum och fascentrum. b representerar halva lillaxeln, a halva storaxeln och φ är azimutvinkeln.

Figur 2.6 visar den 1:a Fresnel-zonens utseende på vattenytan. För att beräkna ytan på denna zon så använder vi ekvationerna (2.8-2.12) här nedan [26].

$$a = \frac{\sqrt{\lambda(h\sin\theta + \frac{\lambda}{4})}}{\sin^2\theta} \tag{2.8}$$

$$b = \frac{\sqrt{\lambda(h\sin\theta + \frac{\lambda}{4})}}{\|\sin\theta\|} \tag{2.9}$$

I ekvationerna ovan representerar a halva längden av ellipsen i figur 2.6 och b halva bredden av ellipsen [26].

$$c = \frac{\lambda\cos\theta}{2\sin^2\theta} \tag{2.10}$$

Fascentrum (ofta benämnd den spekulära punkten) är inte samma punkt som Fresnel-zonens mittpunkt. Avståndet mellan Fresnel-zonens fascentrum och mittpunkt är c vilket visas i figur 2.6 [26].

$$m_1 = \frac{H\sin\varphi}{\tan\theta} \tag{2.11}$$

$$m_2 = \frac{H\cos\varphi}{\tan\theta} \tag{2.12}$$

I ekvation 2.11 och 2.12 beräknas x- resp. y-koordinaterna för Fresnel-zonens fascentrum. m_1 representerar x-koordinaten medan m_2 representerar y-koordinaten. Koordinaterna

återges i ett system där mottagaren är placerad i origo. Enheten för ekvation 2.8-2.12 är m [26].

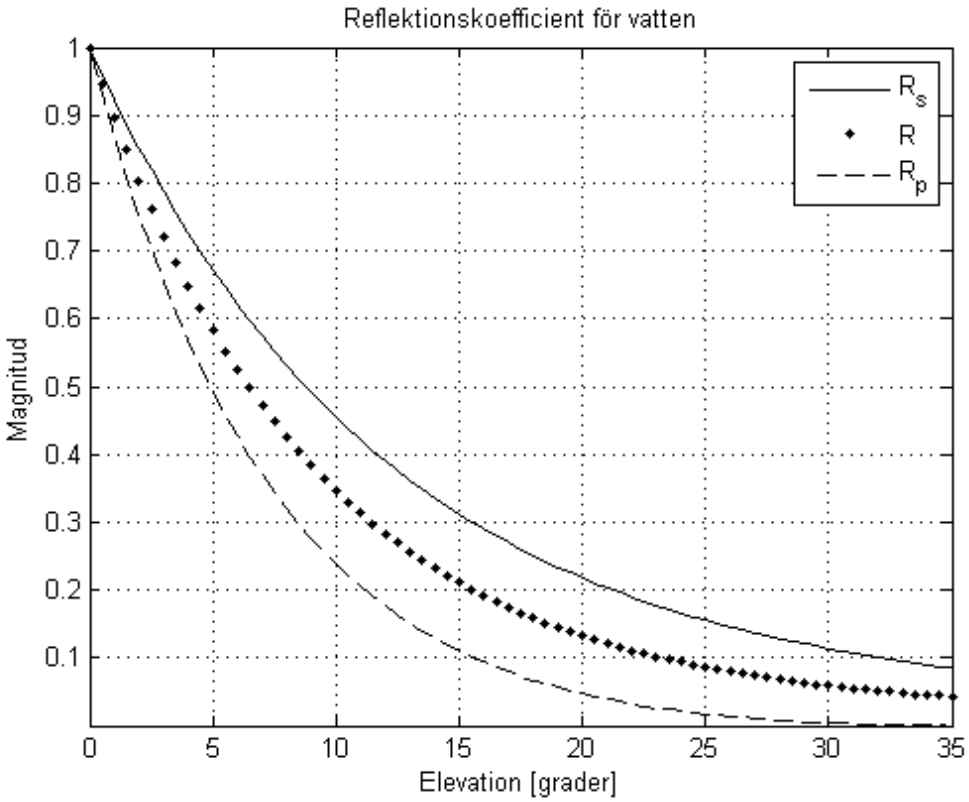
2.8 Reflektionskoefficient och elevation

En ytterligare faktor som spelar in vid reflektionerna är hur mycket av den infallande vågens effekt som reflekteras i varje punkt. Denna storhet kallas för reflektionskoefficienten och beror av vinkeln mellan den infallande vågen och reflektionsplanet. Reflektionskoefficienten approximeras i vårt fall av medelvärdet av ekvation 2.13 och 2.14 nedan. Dessa ekvationer beskriver andelen reflekterad effekt för en våg med polarisationen parallel med respektive vinkelrät mot vågplanet [31].

Att signalerna från både GPS och GLONASS är RHCP (se 2.3) gör att de kan ses som summan av en vinkelrät och en planpolariserad våg med 90 graders fasförskjutning. Därför approximeras koefficienten av medelvärdet. Figur 2.7 visar en graf för reflektionskoefficienten (observera att det aktuella elevationsintervallet är 0 till 15). Den minskande amplituden hos den reflekterade signalen är en av anledningarna till att amplituden av oscillationerna i SNR-datan avtar med stigande elevation, en effekt som ses tydligt i exempelvis figur 2.8.

$$R_s = \left(\frac{n_1 cos(\theta) - n_2 \sqrt{1 - (\frac{n_1}{n_2} sin(\theta))^2}}{n_1 cos(\theta) + n_2 \sqrt{1 - (\frac{n_1}{n_2} sin(\theta))^2}} \right)^2 \tag{2.13}$$

$$R_p = \left(\frac{n_1 \sqrt{1 - (\frac{n_1}{n_2} sin(\theta))^2} - n_1 cos(\theta)}{n_2 \sqrt{1 - (\frac{n_1}{n_2} sin(\theta))^2} + n_2 cos(\theta)} \right)^2 \tag{2.14}$$



Figur 2.7: *Reflektionskoefficienten för vatten inom elevationsintervallet noll till 35 grader.*

2.9 Lomb-Scargle-periodogram

För att kunna göra beräkningen av havsnivå behöver först frekvensen på oscillationerna hos SNR-datan beräknas. Frekvensanalysen av SNR-datan genomförs mot sinus av elevationsvinkeln vilken inte är jämnt växande. Det gör att datan inte får jämt fördelade mätpunkter så till exempel traditionella Fouriermetoder inte fungerar. Istället används en metod som kallas Lomb-Scargle-periodogram.

Lomb-Scargle-periodogrammet är en statistisk metod som bygger på minsta kvadratmetoden. I korthet testas ett antal olika sinus och cosinus vågor av olika frekvenser emot datan. Den frekvens som avviker minst från datan anses vara mest trolig [32] [33]. Eftersom jämförelse sker numeriskt i varje mätpunkt behöver datan inte ha jämt fördelade mätpunkter för att Lomb-Scargale ska fungera.

För x i datapunkter och t i mättider blir sannolikheten för att datan X har en viss

frekvens ω:

$$P_X(\omega) = \frac{1}{2}\left(\frac{\left(\sum_j X_j cos\omega(t_j-\tau)\right)^2}{\left(cos\omega(t_j-\tau)\right)^2} + \frac{\left(\sum_j X_j sin\omega(t_j-\tau)\right)^2}{\left(sin\omega(t_j-\tau)\right)^2}\right) \tag{2.15}$$

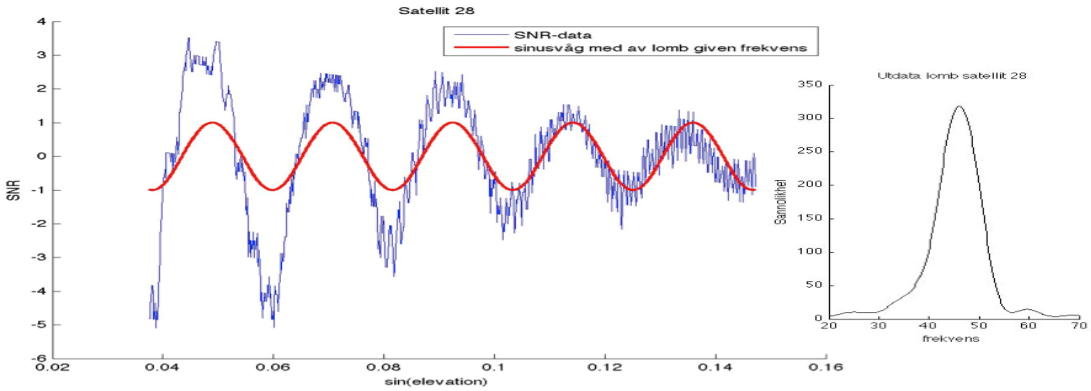
där τ väljs så att sinus och cosinus vågorna blir ortogonala genom

$$tan(2\omega\tau) = \frac{\sum_j sin(2\omega t_j)}{\sum_j cos(2\omega t_j)} \tag{2.16}$$

När sannolikheten för att de olika frekvenserna har beräknats kan det finnas behov av att jämföra dem med sannolikhetsdata från andra datasträngar. För att kunna göra det behöver indatan normaliseras. Det görs med medelvärdet $\bar{X}$ och variansen σ^2 hos datan. Dessa beräknas enligt standardmetod. Tekniken kallas Lombs normaliserade periodigram och formeln 2.15 för sannolikheten blir då istället:

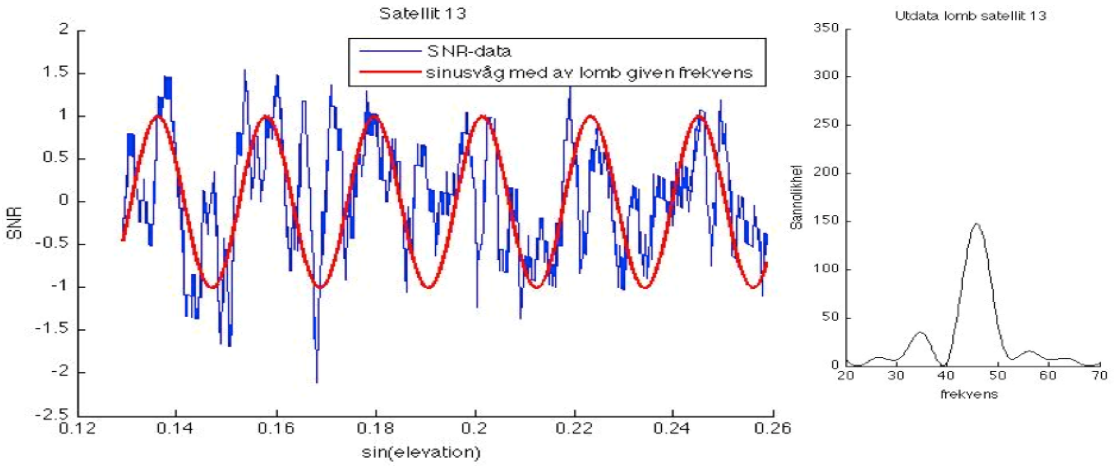
$$P_N(\omega) = \frac{1}{2\sigma^2}\left(\frac{\left(\sum_j (X_j-\bar{X}) cos\omega(t_j-\tau)\right)^2}{\left(cos\omega(t_j-\tau)\right)^2} + \frac{\left(\sum_j (X_j-\bar{X}) sin\omega(t_j-\tau)\right)^2}{\left(sin\omega(t_j-\tau)\right)^2}\right) \tag{2.17}$$

Figur 2.8 och 2.9 visar två olika avtrendade[3] SNR-strängar samt deras respektive utdata från en Lomb-Scargle-periodogram funktion implementerad i MATLAB. Utdatan från funktionen är en graf över sannolikheten att noll-hypotesen kan förkastas för de olika frekvenserna, det vill säga ett mått på hur troligt det är att indatan ligger på den frekvensen. För att få en uppfattning om hur den beräknade frekvensen förhåller sig till SNR-datan har en sinusvåg med den mest signifikanta frekvensen från ett Lomb-Scargale-periodogram lagts in i samma figur som SNR-datan.



Figur 2.8: *Avtrendad SNR- data av okänd frekvens (blå linje) samt den med Lomb-Scargale periodigram mest signifikanta frekvensen (röd linje). Denna dataträng har en tydlig amplitudskillnad men tycks ändock ligga på samma frekvens perioden igenom.*

[3]Ett polynom har anpassats och dragits av för att placera datan runt x-axeln, mer om detta i genomförande 3.2.2

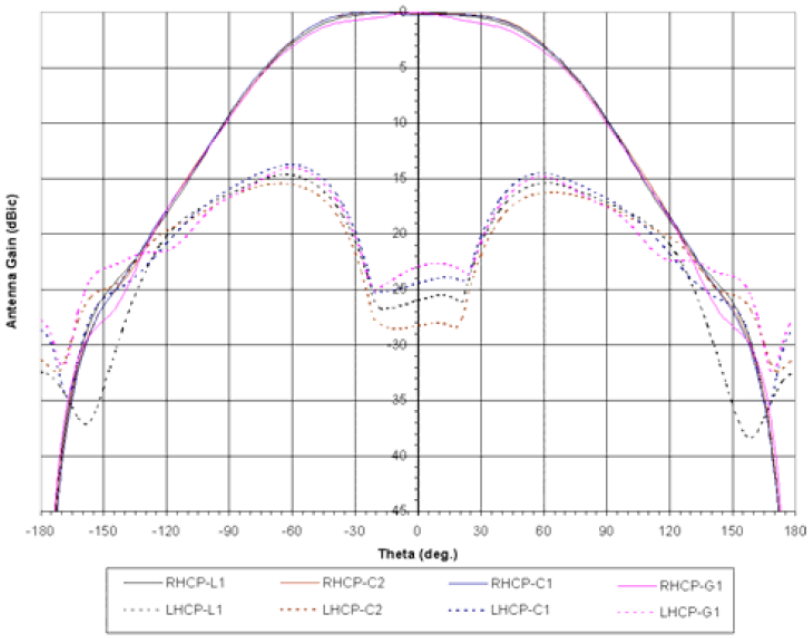


Figur 2.9: *Avtrendad SNR- data av okänd frekvens (blå linje) samt den med Lomb-Scargale periodigram mest signifikanta frekvensen (röd linje). Denna datasträng har en jämn amplitud men många oregelbundenheter vilket gör att även en annan frekvens får en förhöjd sannolikhet i periodigrammet.*

2.10 Antenners förstärkningsmönster

En ytterligare faktor som påverkar SNR-datans utseende är antennens förstärkningsmönster. Då GNSS-signaler endast mottags från himlen är det inte intressant för en fast monterad mottagare att få signaler underifrån eftersom de måste vara flervägsreflektioner. Dessa vinklar är därför inte förstärkta lika mycket. I figur 2.10 visas förstärkningsmönstret för antenn AR25 från Leica Geosystems. En fördel med denna antenn jämfört med liknande modeller är att den uppfattar signaler med mycket låg elevationsvinkel [34].

Att förstärkningen minskar för högre vinkel mot zenith i figur 2.10 betyder att amplituden för oscillationen i SNR-datan kommer att avta för högre elevationsvinklar. Det blir klart genom att studera figur 2.4 där A_r infaller lägre mot mottagaren för högre elevation.



Figur 2.10: *Bilden visar förstärkningsmönstret för antennen AR25. Vinkeln 0 defineras som zenith och ± 90 är vinkeln för horisonten. Antennförstärkningen är som högst vid 0 och sjunker ju större vinkeln är. Bilden kommer ifrån Leica AR25 White Paper [34].*

3

Genomförande

3.1 Mätstation



Figur 3.1: Bilden visar en bild ifrån GOOGLE MAPS på OSO området. Vi kan se att mottagaren är positionerad i den västra delen av området.

Som syns i figur 3.1 så är den mätstation som använts för arbetet är placerad vid kusten utanför Onsala, mer exakt på OSO-området. I den bukt som mottagaren är placerad

finns vatten över nästan 180 grader intervall, sydlig riktning. Det leder till reflektioner ostörda av land då mätområdet rör sig över landmassor i minsta möjliga mån. I figur 3.2 ses mer av geografin i området.



Figur 3.2: *Ett flygfoto över OSO-området. Vi kan skymta den vita globen kring rymdteleskopet i mitten av bilden. Till vänster kan vi se den plats som mottagaren är placerad. Bild från [35].*

I figur A.1 visas hur de två antennerna är monterade. Längst ut till vänster på installationen syns två radomer [1]. Detta är en över- och en under-monterad radom. För arbetet har bara data insamlat av den övre antennen använts. Antennen är tillverkad av Leica Geosystems och är av typen AR25 multi-GNSS med dämpning. Antennen är kopplad till en mottagare ca 30m bort.

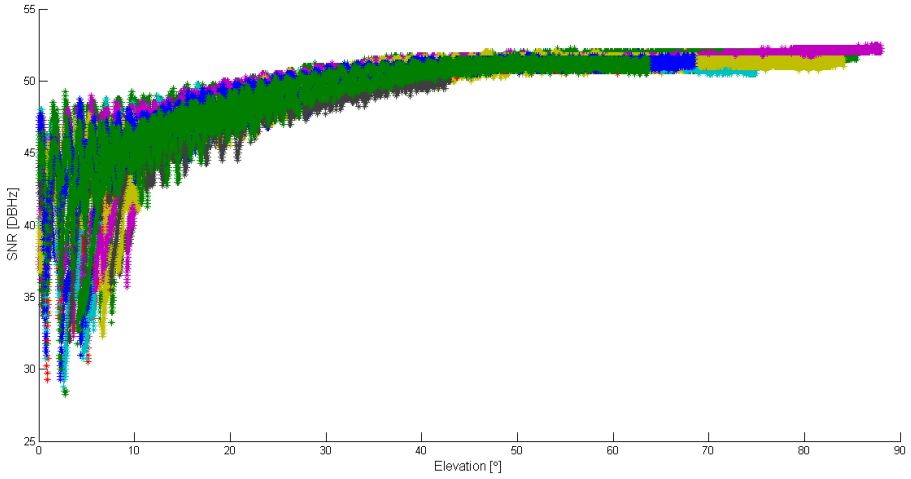
Mottagaren är tillverkad av Leica Geosystems och är av modellen GRX1200 GGPRO[2]. Mottagaren klarar att ta emot både GPS och GLONASS signaler och är geodetisk, vilket innebär att mottagaren gör mätningar på fasen hos den inkommande signalen. Dessa mätningar används bland annat för att uppnå högprecisions positionering.

I figur 3.3 visas SNR-sekvenser för cirka ett dussin satelliter. I figuren är det tydligt att SNR ökar med elevation. Detta då förstärkningsmönstret hos antennen har högre dämpning för låga värden på θ (se θ i figur 2.4). En större spridning för små elevationer är

[1] En radom är en engelsk förkortning av orden radar och dome, där dome på svenska översätts till kupol.

[2] `http://www.leica-geosystems.com/en/Leica-GRX1200-Series_5547.htm`

tydlig, trots en dämpning på cirka 25 dBic. Vid närmare studie av denna spridning framgår att för låga elevationsvinklar hos den reflekterade signalen, $\mathbf{A_r}$, har den oscillerande delen av signalen en hög amplitud. Detta förklaras dels genom att för högre elevationsvinklar så ökar antenndämpningen av $\mathbf{A_r}$ samtidigt som denna minskar för $\mathbf{A_d}$. $\mathbf{A_r}$ blir alltså allt mindre i förhållande till $\mathbf{A_d}$. En annan anledning till denna större spridning är, som tidigare nämnt i kapitel 2.8, reflektionskoefficenten som minskar med θ (se figur 2.7).



Figur 3.3: *17 GPS-satelliters SNR-data mot elevationsvinkel. Vi kan tydligt se hur SNR för låga vinklar har lägre SNR-värden samtidigt som amplituden på oscillationen är större.*

3.2 Programimplementation

Programmet som beräknar havsnivå utifrån SNR-data är framtaget i MATLAB. Programmet tar in datan i form av matriser. Datan behandlas med hjälp av fysiskaliska modeller och sparas i nya datafiler som används för att visualisera resultaten. Nedan följer en beskrivning av programmets olika delar. Koden för alla viktiga MATLAB program finns i bilaga C.

3.2.1 Inläsning av data

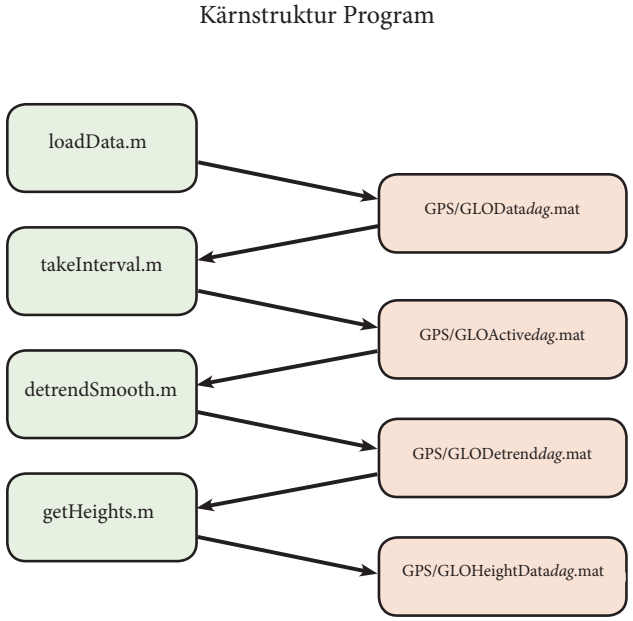
Indata till programmet:

- **SNR-data ifrån GPS och GLONASS** - Denna data har en samplingsfrekvens på 1 Hz. Enheten för datan är [**DBHz**].
- **Elevation- och Azimut-position** - Denna data anger satellitens position i förhållande till mottagarens position. Datan har en samplingsfrekvens på 1 Hz och ges i enheten [°].

- **Vattennivådata från mareograf** - Denna data kommer från 3 mareografer placerade utanför OSO. Datan samplas med 1440 punkter per dygn. Storheten återges i [**m**]
- **Vinddata** - Datan består av vindhastighet och vindriktning vid OSO. Datan samplas med 144 punkter per dag. Vindhastigheten har enheten [**m/s**] och riktning återges i [°].

3.2.2 Programstruktur

Kärnan i programmet består av fyra MATLAB-funktioner. Dessa funktioner sparar sin utdata i .mat filer[1]. Uppdelningen i flera funktioner med datalagring mellan varje steg leder till att parametrar kan anpassas senare i exekveringsfasen. Detta leder också till att test och verifiering skett mer effektivt under utvecklingsfasen.



Figur 3.4: Den struktur som beräknar havsvattennivån består av fyra delar som beräknar och sparar den beräknade datan i .mat filer för snabbare körning och för högre flexibilitet. De gröna rutorna är funktionsfiler och de röda är .mat-filer.

I figur 3.4 visas den process som beräknar havsnivån. Varje steg har en specifik uppgift

[1] *.mat* är ett format för datalagring i MATLAB. För mer information om stödda filformat i MATLAB: `http://www.mathworks.se/help/matlab/import_export/supported-file-formats.html`

och utför beräkningar utifrån vissa inargument. Namnet på de sparade filerna bestäms av inargumenten *Gps_not_Glo*[2] och *doy*[3]. Detta leder till att .mat filerna börjar med GNSS, har ett specifikt namn i mitten och avslutas med den dag för vilken datan gäller.

loadData.m

loadData.m har en huvuduppgift vilken är att ladda in SNR-data och posititon (elevation och azimut i förhållande till antennen) för varje satellit under ett dygn. För att utföra denna uppgift så använder **loadData.m** två underfunktioner, **load_snr.m** och **load_sp3.m**. Underfunktionen **load_snr.m** laddar in SNR data för GPS eller GLONASS beroende på inargumenten hos **loadData.m**. **load_sp3.m** laddar in elevations- och azimut-data för GPS eller GLONASS, också här beroende på inargumenten hos **loadData.m**. **loadData.m** sparar sedan inladdad data i en .mat-fil.

takeInterval.m

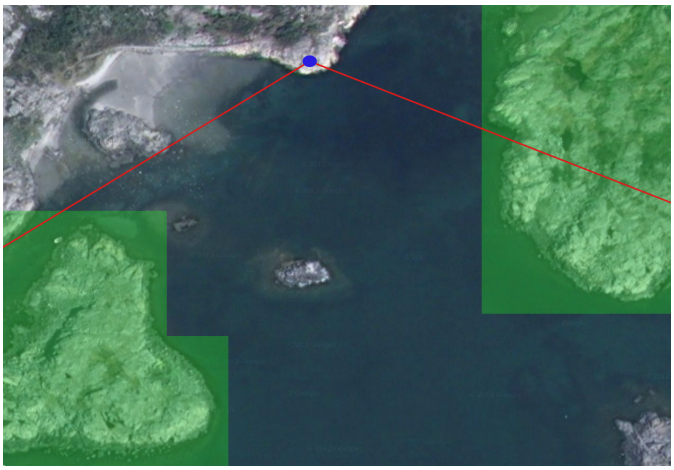
Uppgiften för **takeInterval.m** är att sålla bort de tidpunkter då en satellit inte är synlig för antennen och således inte ger något SNR-värde. Funktionen använder data ifrån den .mat-fil som **loadData.m** laddar in. Inargumenten till funktionen är, förutom dag och GNSS-system, det intervall av elevation- och azimut-vinklar som är intressanta att analysera SNR-data för.

Elevationsintervallet begränsas nedåt av horisonten och uppåt av att signalerna ska reflekteras väl i havsytan. Azimutintervallet begränsas av antennens omgivning, dess position och de GNSS-system som mätstationen använder. I figur 3.6 så kan vi se hur SNR sjunker för azimuthvinklarna 250-90. Orsaken till detta är den geografiska positionen på antennen(5739' 30N̈) samt GPS och GLONASS inklinationsvinklar(se 2.3) [36]. De satelliter som ändå syns har låg vinkel och ett stort avstånd till antennen. För att undvika landreflektion beräknas också reflektionens position i relation till antennen med hjälp av ekv 2.11 och 2.12. Då signaler reflekteras över landområden inom det definerade azimutintervallet plockas dessa bort i enlighet med de gröna områdena i figur 3.5. **takeInterval.m** sparar sedan processerad data i en .mat-fil.

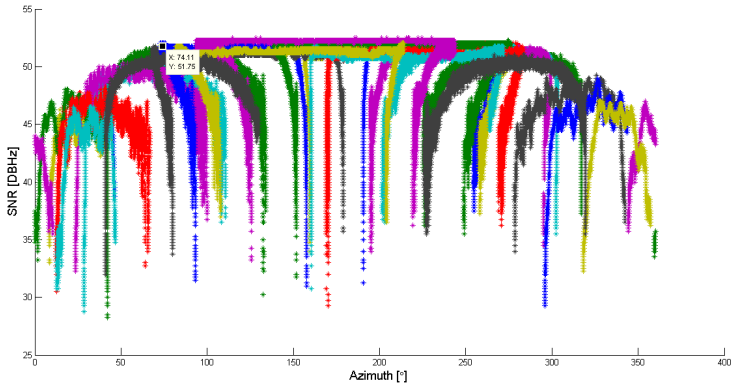
detrendSmooth.m

Denna funktion har till uppgift att ta bort tredje ordningens effekter från varje satellitbåge så att endast den oscillerande biten av signalen är kvar. Processerad data ifrån den .mat-fil som sparats av **takeInterval.m** laddas in. I detta stadie finns också möjlighet att glatta ut kurvan med MATLABs *smooth*-funktion. Antalet gånger som funktionen glattar ut kurvan regleras av ett inargument. I figur 3.7 kan vi se ett exempel på hur SNR-datan påverkas av att man glattar ut kurvan. Glättning kan ge förbättrade resultat i efterföljande steg men påverkar beräkningstiden negativt. Den processerade datan

[2]Det inmatade värdet kan vara 1 eller 0. Om 1 så är GNSS GPS och om 0 så är GNSS GLONASS.
[3]Dagar benämns *doy*, day-of-year.



Figur 3.5: *I bilden kan vi skåda den bukt utanför OSO där vår mätstation är placerad (blå cirkel). Ett exempel på hur man kan avgränsa azimuthvinklarna symboliseras av de röda linjerna. Dock finns landmassor inom dessa avgränsningar (gröna områden). Bilden kommer ifrån* GOOGLE MAPS

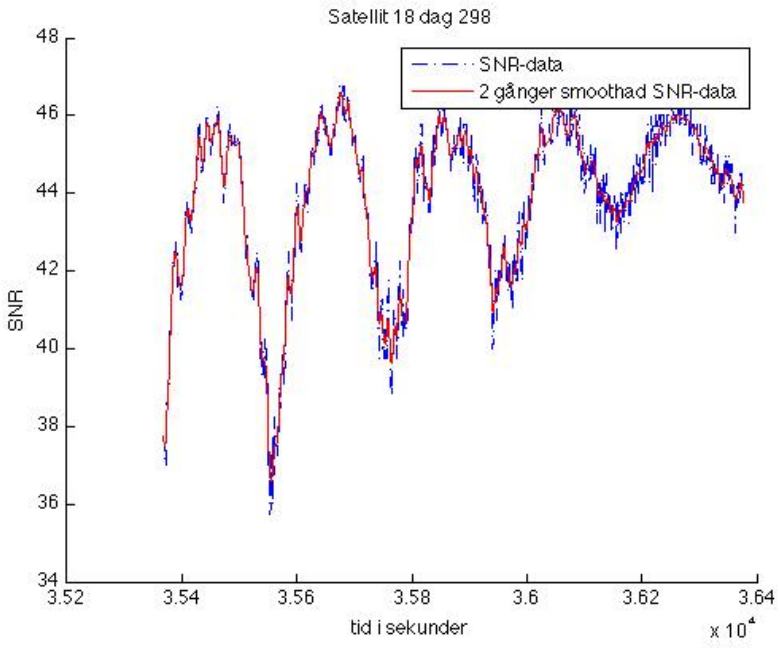


Figur 3.6: I figuren ser vi 15 SNR-sekvenser plottade för sin azimuthvinkel. Vi kan se att i vissa riktningar har vi hög SNR(ca 90-250). I andra riktningar, 250-90, så är SNR betydligt lägre.

består nu endast av den oscillerande delen utifrån vilken vi nu kan beräkna höjd. Den processerade data sparas i en .mat-fil.

getHeights.m

Huvudsyftet hos **getHeights.m** är att utifrån tidigare given data och teori, i synnerhet ifrån avsnitt 2.6, beräkna havsvattennivån vid olika tidpunkter under en dag. Som indata ges de intervall då havsnivån skall beräknas. Intervallen delas upp i mindre bitar om möjligt, minsta intervall är 900 sekunder långt. När intervallen är färdiguppdelade så



Figur 3.7: Glättningen ger som syns mest effekt där datan är brusig då den följer den genomgående trenden i datan.

körs underfunktionen **getH2.m** som beräknar mottagarens höjd över vattennivån, men också osäkerhet för beräknade höjdvärden.

Det som skiljer mellan GPS och GLONASS i denna funktion är vilka våglängder som används. Detta då GPS har en och samma våglängd medan GLONASS har olika våglängder för olika satelliter (se avsnitt 2.3.2). Information om satelliternas våglängder under en dag hämtades från Rysslands federala rymdorganisations arkiv [37]. I **getH2.m** så används i sin tur underfunktionen **lomb.m** vars funktion beskrivs i avsnitt 2.9. All tidigare beräknad data sparas nu i ett objekt. Detta objekt sparas i en .mat-fil.

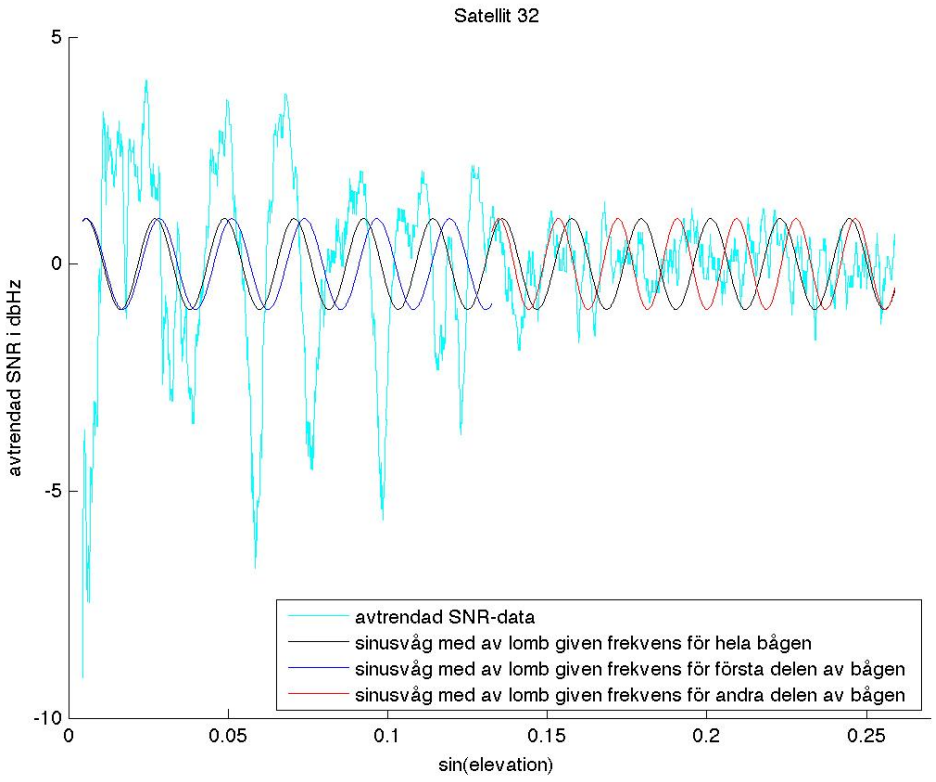
3.2.3 Mer om beräkning av havsvattennivå

Som tidigare nämnts beräknas havsnivån av **getHeights.m**. Genom att använda ekvation **2.15** så beräknas frekvensen hos SNR-oscillationerna med hjälp av ett Lomb-Scragaleperiodogram. Frekvensen kan omvandlas till reflektionshöjd (se avsnitt 2.6).

En SNR-båge kommer från den signalbrusdata som samlats in då en satellit passerat mottagaren. Beroende på satellitens bana kan den inspelade datan täcka från några sekunder till några timmars tid. Ju mer omgiven av havet en mottagare är desto längre SNR-bågar kan spelas in. För att kunna beräkna frekvensen med ett Lomb-Scragle-periodogram behöver SNR-bågen vara åtminstone 700 sekunder lång. Detta har konstaterats efter ett

antal testkörningar. En del av datasträngarna är betydligt längre än så, upp till 2700 sekunder. För att få fler mätpunkter kan datan därför även delas upp i kortare intervall. Detta kan vara fördelaktigt vid långa mätintervall eftersom havsnivån då kan ha ändrats under mätningens gång.

I figur 3.8 syns en 46 minuter lång avtrendad SNR-båge. Vid extrema förhållanden på mätplatsen Onsala Rymdobservatorium kan havsnivån ändras med upp till en decimeter under ett så långt tidsintervall. På andra mätplatser kan havsnivån ändras ännu snabbare. Om havsnivån ändras så ändras även oscillations-frekvensen på SNR-datan. Då SNR-bågen täcker lång tid kan det alltså innebära att första och andra delen av datan har olika oscillations-frekvenser. Det kan ge felberäkningar då uppskattning av hela strängens frekvens sker trots att den ligger på två olika frekvenser. Därför kan det vara fördelaktigt att dela upp långa SNR-bågar i två delar. Resultatet av de olika frekvensberäkningarna syns i figur 3.8.



Figur 3.8: En lång datasträng kan ha flera olika frekvenser.

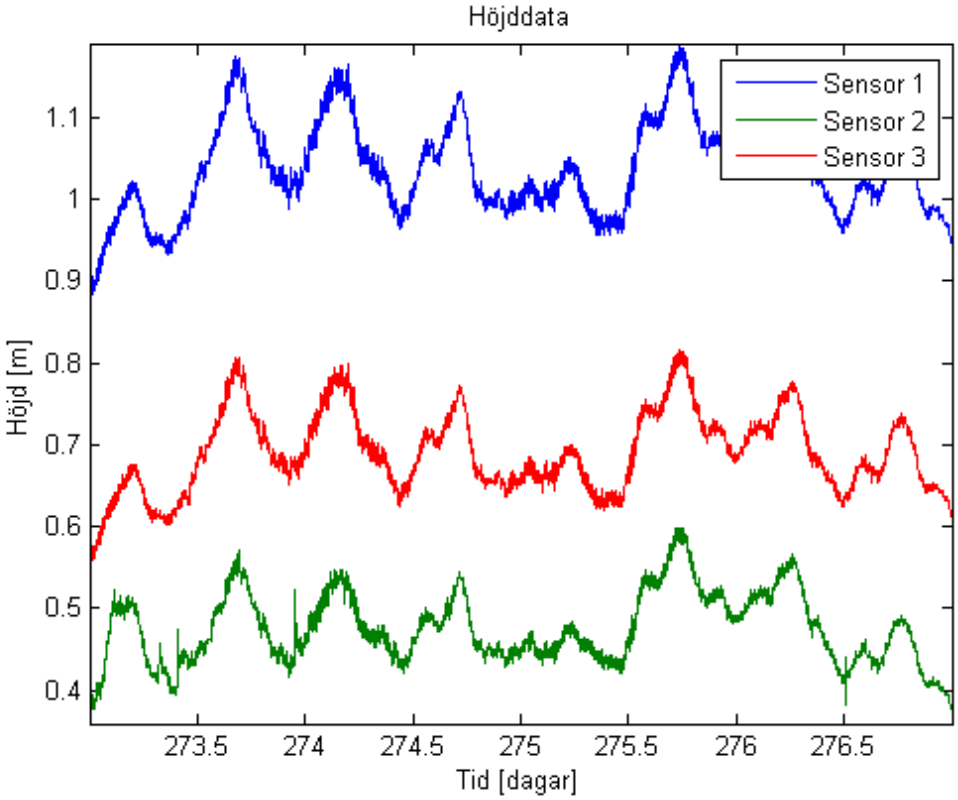
Funktionen **getHeights.m** har flera olika sätt att utvärdera vilka intervall som skall användas. Användaren styr urvalet genom att ange om datan ska delas upp överhuvud-

taget och i så fall i hur långa intervall, dvs minsta längd på intervallet, tex 700 sekunder. Programmet kontrollerar sedan så att resultatet hamnar inom ett av användaren givet säkerhetsintervall, tex en havsnivå på 3-5m ifrån mottagaren, samt att osäkerheten (se 3.4.1) för den mätpunkten är så låg som användaren angett. Om det testade intervallet inte klarar detta kombineras det med nästa intervall för att få en längre datasträng. Eftersom mätningen sker under ett tidsintervall tilldelas varje mätpunkt intervallets medelpunkt som den tid då mätningen gjorts. Godkända reflektionshöjder med respektive medeltider lagras. För detaljer se C.1.4.

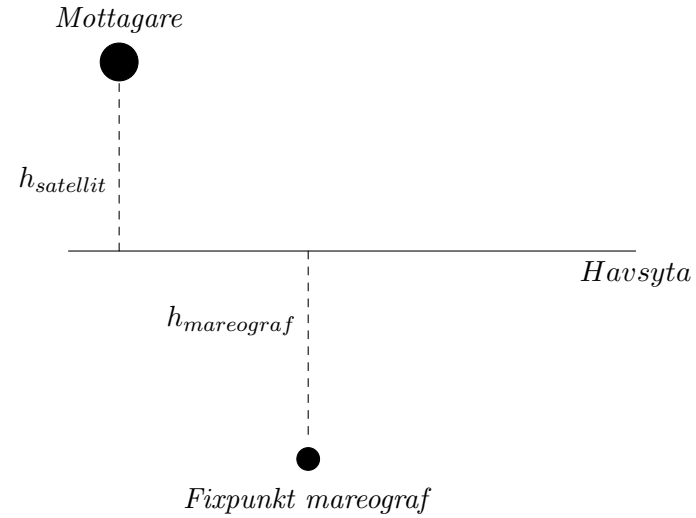
3.3 Jämförelse med mareografdata

Den mareografdata som finns på platsen för våra mätningar kommer från tre stycken trycksensorer i vattnet utanför GNSS-installationen. Mer om trycksensorer finns i 2.2. Då anordningarna ligger mycket nära varandra går det att jämföra dem för att se hur korrekta våra mätningar är. Mätresultaten från de tre sensorerna avviker stundtals mycket från varandra som framgår av figur 3.9. Det syns att det är medelvärdena för sensorerna som är olika men att de följer varandra i variation. I jämförelserna med de beräknade havsnivåerna används ett medelvärde av de tre trycksensorerna. Beräkningsmetoder för medelvärdesbildning med osäkerhetsanalys följer i nästkommande avsnitt.

För att kunna jämföra den beräknade havsnivån från GNSS med den uppmätta nivån från trycksensorerna behövs en gemensam referenspunkt för de både systemen. GNSS-mätningarna mäter höjden från antennen till havsytan. Mareografen mäter höjden från nivån den sitter monterad på till havsytan (se figur 3.10). Det är okänt hur dessa två utgångspunkter förhåller sig till varandra och mareograferna är inte kopplade till RH2000 (se 2.1). Därför kommer enbart relativa havsnivåförändringar presenteras. Från mareografdatan och satellitmätningarna subtraheras medelvärdet för respektive serie, så att deras medelvärde blir noll. De med GNSS beräknade höjderna mäter avståndet från antennen som är ovanför vattnet till havsytan. För att mätningarna ska kunna jämföras så speglas satellitdatan i x-axeln genom multiplikation med -1.



Figur 3.9: Trycksensordata för dagarna 273 till 276. Medelvärdet är olika då trycksensorerna är monterade vid olika höjder. En viss variation syns även runt medelhöjderna.



Figur 3.10: *Figuren visar vad som mäts av de två systemen satellit och mareograf vid Onsala.*

3.4 Osäkerhetsanalys

En jämförelse mellan de olika mätsystemen som rapporten behandlar är ett av syftena i detta arbete. En kombination av GPS- och GLONASS-mätningar skall testas för att se om det går att uppnå en tidsserie där de beräknade havsnivåena har så låg spridning (varians) som möjligt. Alla mätpunkter modelleras som stokastiska variabler vilka antas vara normalfördelade om inte annat anges. Då mareografdatan har en lägre varians (som uppskattad enligt metoden beskriven nedan) och då havsnivåmätning med mareografer är den mest precisa metod som finns tillgänglig för mätningar under dessa tidsintervall, anpassas analysmetoden i största möjliga mån till denna data.

Ett antal olika statistiska och kvantitativa mått på skillnaden mellan de olika beräknade GNSS-tidsserierna sinsemellan samt mareografdatan används:

1. ett Root Mean Square-värde (ekvation 3.1) för skillnaden mellan GNSS- och mareografdatan över en viss period (i likhet med Löfgren et. al. 2011),
2. ett enkelt felvärde beräknat i varje tidpunkt (för åskådning av förändringen av skillnaden i tid).
3. korrelationskoefficienten mellan två olika tidsserier (x,y) beräknas enligt ekvation 3.2.

$$\bar{x}_{rms} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i}^{n} x_i^2} \tag{3.1}$$

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)s_x s_y} \tag{3.2}$$

Ett medelvärde av mareografdatan för de tre mätserierna från respektive trycksensor räknas ut. Variansen för mareografdatan i varje tidpunkt uppskattas av ekvation 3.3 först efter att de tre mätserierna centrerats kring x-axeln. Detta måste utföras under villkoren beskrivna i föregående avsnitt.

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i}^{n} x_i} \tag{3.3}$$

Vidare görs för mareografdatan ytterligare en sammanslagning av mätpunkter. Denna sammanslagning i tidled är ett varians-viktat medelvärde (ekvation 3.4) av ett antal mätningar som ligger närmast en viss GNSS-mätning också i tidled. I och med detta kan GNSS- och mareograf-mätningar (som har olika upplösning i tid) jämföras utan någon form av interpolation av mätserierna. Fördelen med detta är att inga nya fiktiva datapunkter behöver införas i de beräknade GNSS-havsnivåerna, samt att variansen för de sammanslagna datapunkterna är känd (denna ges av ekvation 3.5).

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}, \quad w_i = \frac{1}{\sigma_i^2} \tag{3.4}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} w_i^2} \tag{3.5}$$

90-procentiga konfidensintervall ges för mareografdatan av den uppskattade variansen S samt 95:e percentilen för students t-distribution och medelvärdet $\bar{x}$ enligt (3.6).

$$konfidensintervall = \bar{x} \pm t_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} \tag{3.6}$$

3.4.1 Frekvens från Lomb-Scargle-periodogram

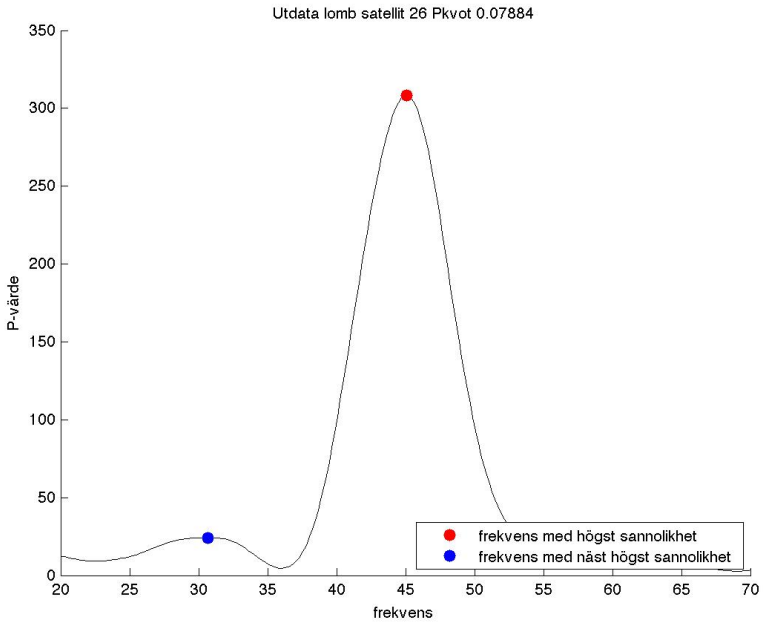
Vid beräkning av oscillations-frekvensen för en given signal med hjälp av Lomb-Scargle-periodogram ges ett antal testade frekvenser samt sannolikheten för att var och en av dessa stämmer in på datan. I våra beräkningar använder vi den frekvens som har högst sannolikhet. För att få ett mått på osäkerheten för denna frekvens jämförs sannolikheten för den valda frekvensen med sannolikheten för den näst mest sannolika frekvensen. Om skillnaden är tillräckligt stor accepteras datan. I figurerna 3.11 och 3.12 visas utdata från diagrammet med högsta och näst högsta toppen markerad. Kvoten däremellan tas som ett mått på säkerheten för datan eftersom det visar hur mycket den valda frekvensen utmärker sig.

För vidare uppskattning av osäkerheten för GNSS-mätningarna används ekvation 3.7 som ger standardavvikelsen för den mest troliga frekvensen i Lomb-Scargle-diagrammet. σ_n är standardavvikelsen (beräknad med MATLAB-kommandot *std*) för bruset efter att signalen (en sinus-svängning med den troligaste frekvensen) subtraherats från den normaliserade SNR-datan. A och T är amplituden respektive längden av signalen och N_0 är antalet samplingar. Denna empiriska osäkerhet förutsätter jämt samplade datapunkter men ojämna samplingar medför en nivå på variansen som är mindre eller lika med det jämna fallet varför detta fortfarande är en bra approximation av standardavvikelsen för frekvensen [38].

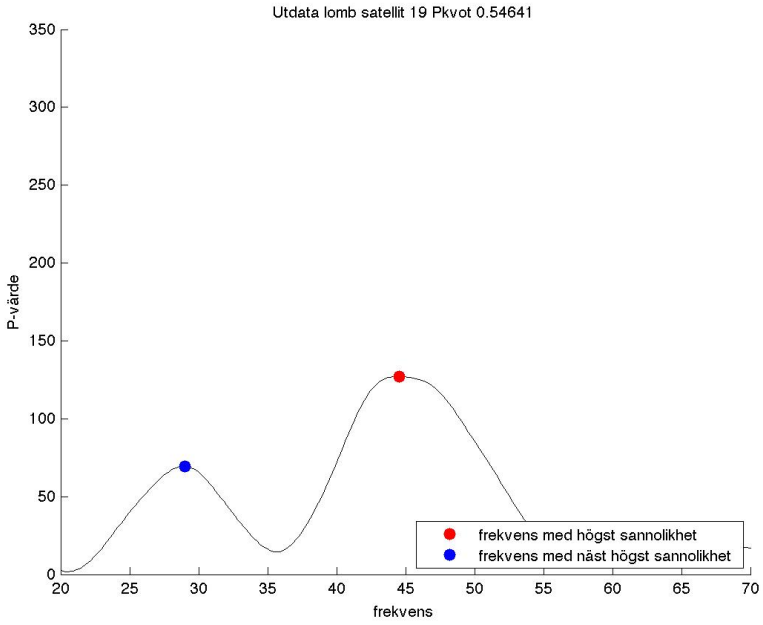
$$\sigma_\omega = \frac{3\pi\sigma_n}{2\sqrt{N_0}TA} \tag{3.7}$$

3.4.2 Vind

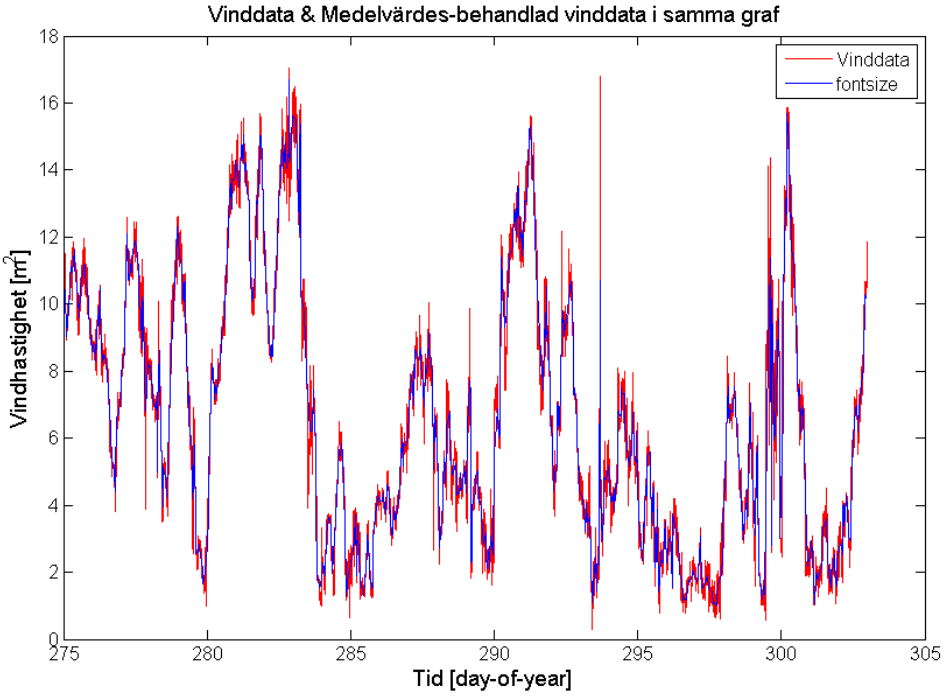
Vind är en yttre faktor som påverkar vårt mätområde. Vid vindstilla så ser vattenytan ut mer som (a) eller (b) i figur 2.5 medan den vid ostadigt väder kan se ut mer som (c) i samma figur. Vi har antagit att reflektionsytan för höjdberäkning varit helt plan. Detta är naturligtvis en approximation och vilka eventuella fel detta kan ge återfinns i diskussionen. Vindhastighetens korrelation mot olika faktorer som skulle kunna påverka osäkerheten hos en havsnivåmätning beräknas.



Figur 3.11: En frekvens utskiljer sig tydligt.



Figur 3.12: Här har två olika frekvenser utmärkt sig under testerna.

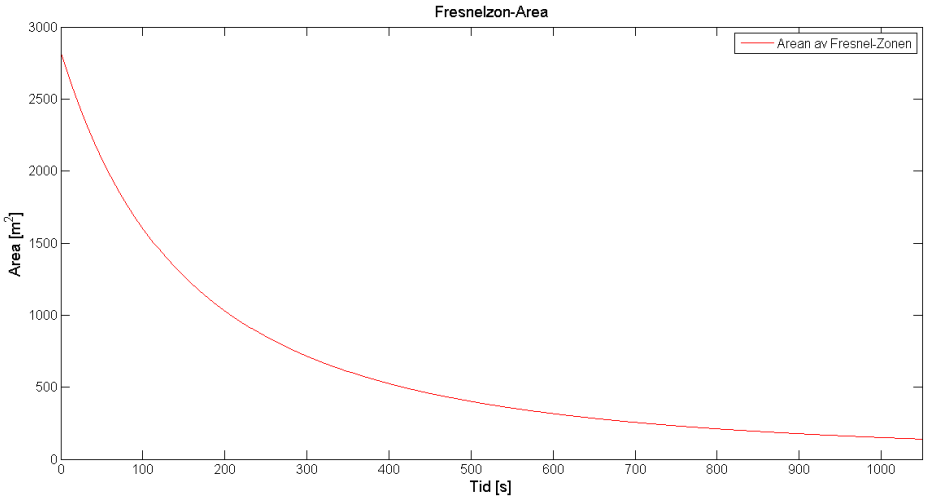


Figur 3.13: Vinddatan behövde medelvärdesbildas i intervall kopplade till tider för höjddatan.

I avsnitt 3.2.1 framgår att vinddatan har en upplösning på 144 datapunkter per dag. De höjdberäkningar som utförts har gett i snitt 27 punkter/dag för GPS och 21 punkter per dag för GLONASS. För att kunna illustrera korrelationen mellan vinddata och övrig data i spridningsdiagram, samt beräkna korrelationskoefficenter för data, krävs att serier har samma längd. Genom att utifrån tidpunkter för havsnivåmätningar ha beräknat intervall har medelvärdet för vinden inom dessa intervall beräknats.

3.4.3 Fresnelarea

Arean på första Fresnel-zonen används för att få en uppfattning om hur stor reflektionsytan är. Jämförelsevärden för varje satellitsekvens har beräknats genom ett medelvärde för Fresnel-arean under samma satellitsekvens. Då $\varphi \to 0$ så kommer Fresnel-arean$\to \infty$ (se ekvation 2.8-2.9). I figur 3.4.3 ser vi Fresnel-arean visad mot tid för en satellitsekvens. I början av tidsserien så är värdet på Fresnel-arean mycket högt för att sedan minska rejält under satellitsekvensen. Detta på grund av satellitens elevation, θ. Så stora värden för Fresnel-arean som uppkommer vid låga vinklar gör det svårt att jämföra sekvenser med varandra, därför har de första och sista 100 datapunkterna för satellitsekvens inte tagits med i beräkningen. I detta arbete kommer Fresnel-area visas mot andra faktorer som skulle kunna påverka osäkerheten hos en havsnivåmätning.



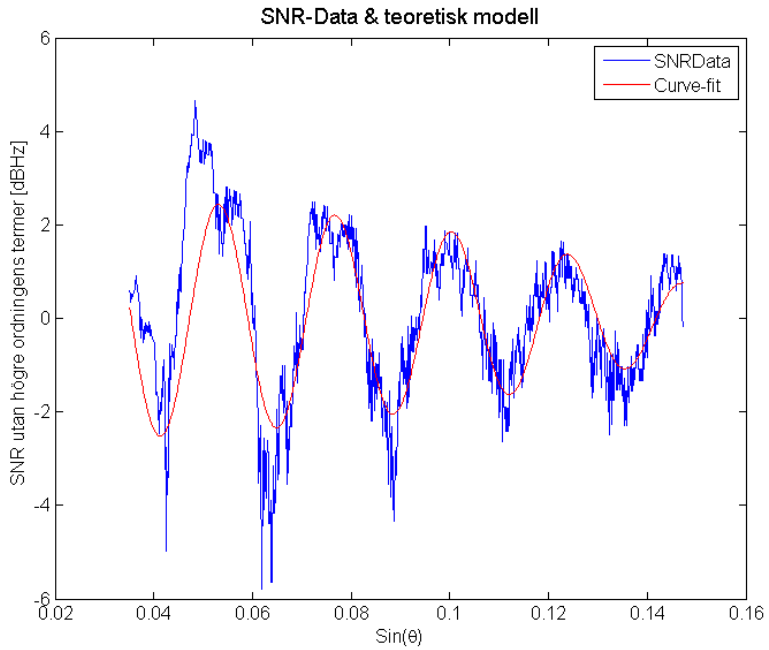
Figur 3.14: Fresnelarea för en satellitsekvens. Vi kan se att arean snabbt kan öka till väldigt höga nivåer.

3.4.4 Modulerad avvikelse

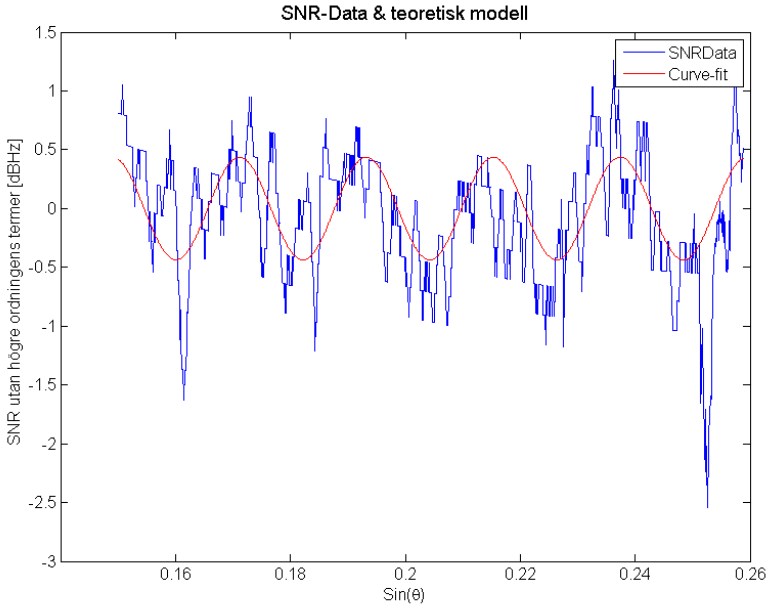
Vi har tidigare i teori och genomförande konstaterat att en SNR-sekvens består av en oscillation med ökande eller avtagande amplitud. För att se hur väl de givna SNR-sekvensena stämmer mot denna modell så används en metod som innebär att en funktion återspeglar det utseende som vi antagit för sekvenserna.

$$fiteq = (a - bx^c)sin(2\pi fx + d) \tag{3.8}$$

Man skulle kunna dela upp ekvation 3.8 i två delar. Den första delen, $(a - bx^c)$, följer oscillationens amplitud. Dels genom en offset, a, och dels genom en högre ordningens term med konstanten b och exponenten c. Termen d är en fasförskjutning. Funktionen fittas på en SNR-sekvens varefter avvikelsen mellan de båda beräknas. I figur 3.15 och 3.16 så ser vi hur SNR-data och de modulerade värdena följer varandra. Ett RMS-värde beräknas för avvikelsen hos varje sekvens och kommer att jämföras mot andra möjliga felkällor.



Figur 3.15: *Figuren visar var de modulerade värdena befinner sig för en sekvens av SNR-data.*



Figur 3.16: *Figuren visar var de modulerade värdena befinner sig för en sekvens av SNR-data.*

4

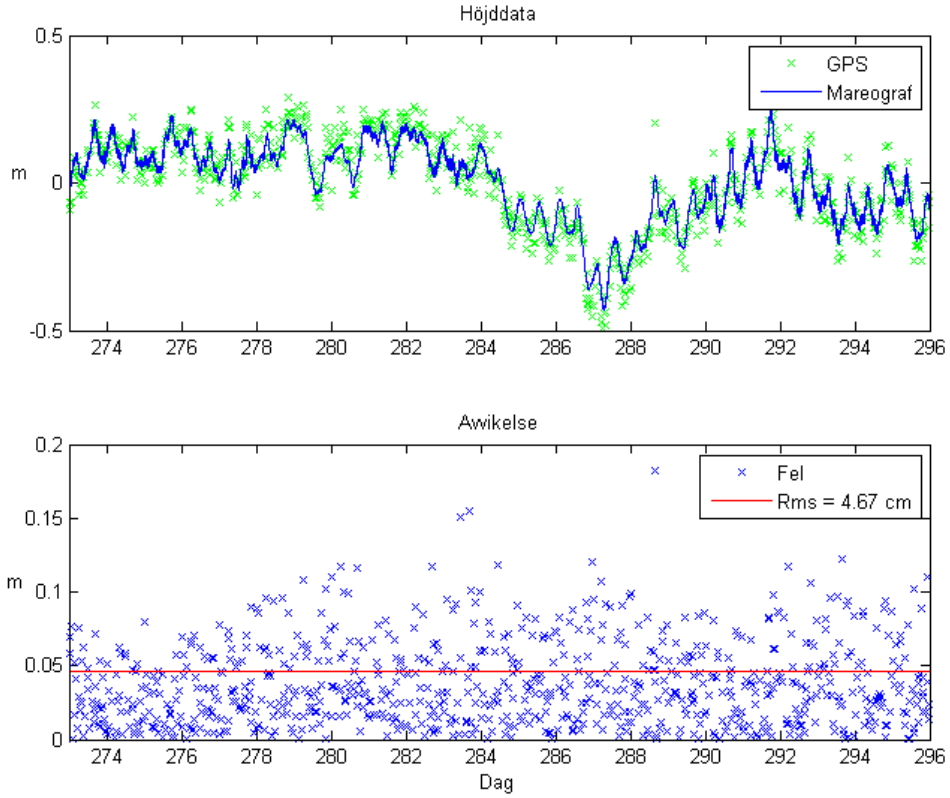
Resultat

Inledningsvis visas resultat av en standardvariant av den generella lösningsgången där azimut och elevationsvinklar har begränsats till ett förutbestämt intervall för samtliga satelliter (90-250 grader för azimut- samt noll till 15 grader för elevationsvinkeln).

Efter detta följer resultat av uppdelning av datan i kortare intervall (vilket ger fler uträknade höjdpunkter) samt en implementation där azimut- och elevationsvinklar plockas bort då respektive satellits första Fresnel-zon har beräknats täcka delar av en landmassa. Slutligen ges en del resultat av en inledande tid-frekvensanalys av SNR-sekvenserna.

4.1 GPS-mätningar

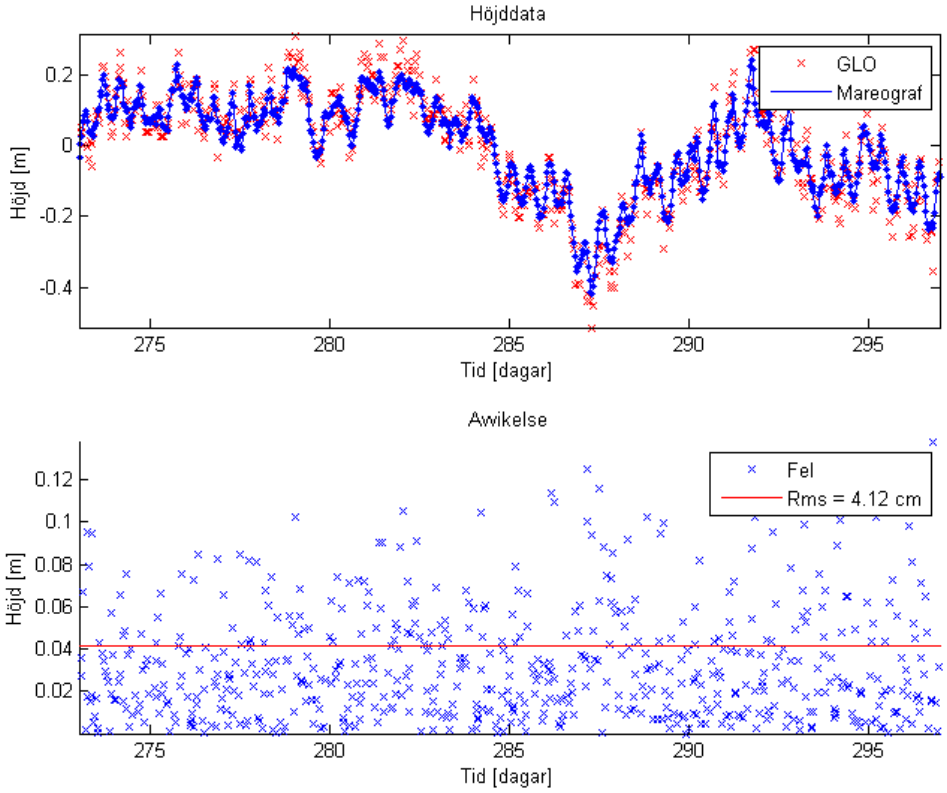
Resultatet av reflektoranalysen för havsnivåbestämmning med hjälp av GPS-mätningar gjorda år 2012 under dagarna 273 till 296 visas i figur 4.1 tillsammans med måtten för avvikelse jämfört med mareografmätningar. GPS-mätningarna följer mareografmätningarna väl och spridningen av mätvärdena är konsekvent fördelad med en uppskattad standardavvikelse från mareografmätningar på 2,8 cm. RMS-värdet för avvikelsen under perioden är 4,69 cm. Det stämmer väl överens med resultaten presenterade i Löfgren et. al. 2011, vilka visade ett RMS-värde om 6,7 cm för mätningar inom samma område [29].



Figur 4.1: *Havsnivåresultat för GPS under dagarna 273-296 under år 2012. Den övre bilden visar de beräknade GPS-höjderna och mareografhöjderna. Den undre bilden visar avvikelsen för GPS-punkterna jämfört med mareografdatan samt RMS-värdet för den över perioden.*

4.2 GLONASS-mätningar

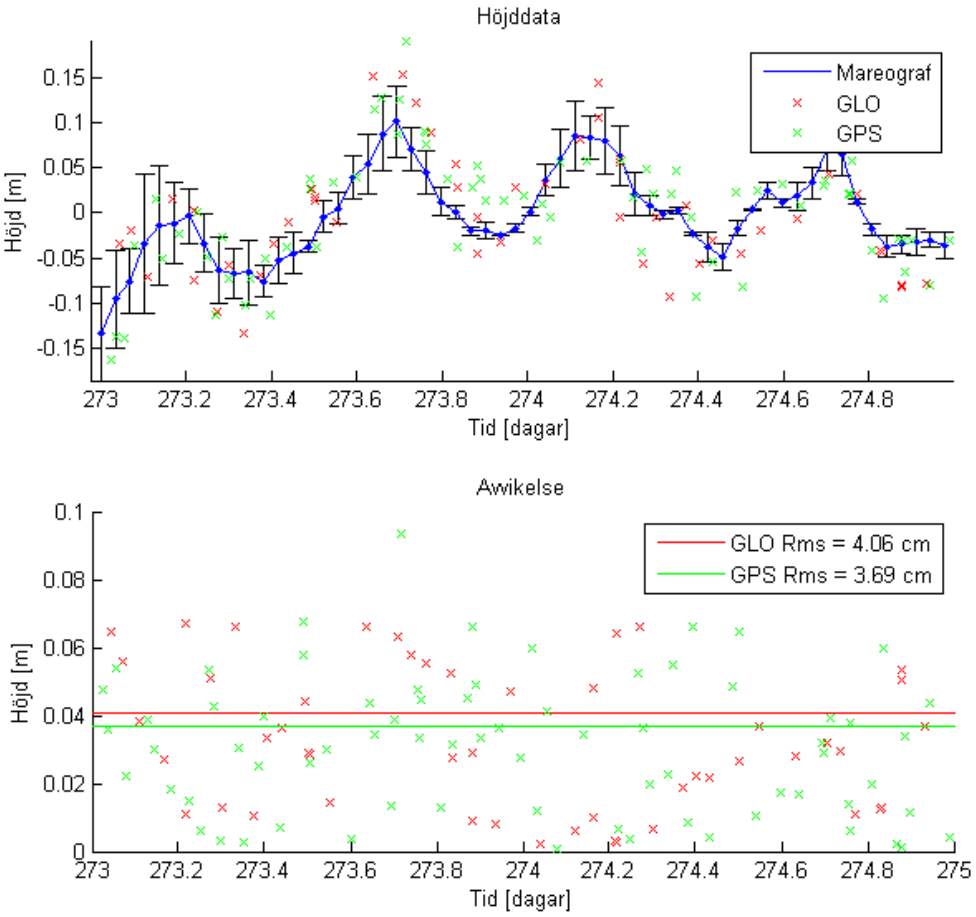
Liknande resultat för mätningar med de ryska satelliterna ges i figur 4.2. RMS-värdet och standardavvikelsen är i detta fall något bättre än för GPS-mätningarna (4,12 cm respektive 2.58 cm) vilket i RMS-värdets fall motsvarar ca. 13,5% (detta är delvis en effekt av att GLONASS-mätningarna är färre till antalet).



Figur 4.2: *Havsnivåresultat för GLONASS under dagarna 273-296 under år 2012. Den övre bilden visar GLONASS- och mareografnivåer medan den undre bilden visar avvikelsen mellan de två höjd-serierna samt RMS-värdet av denna.*

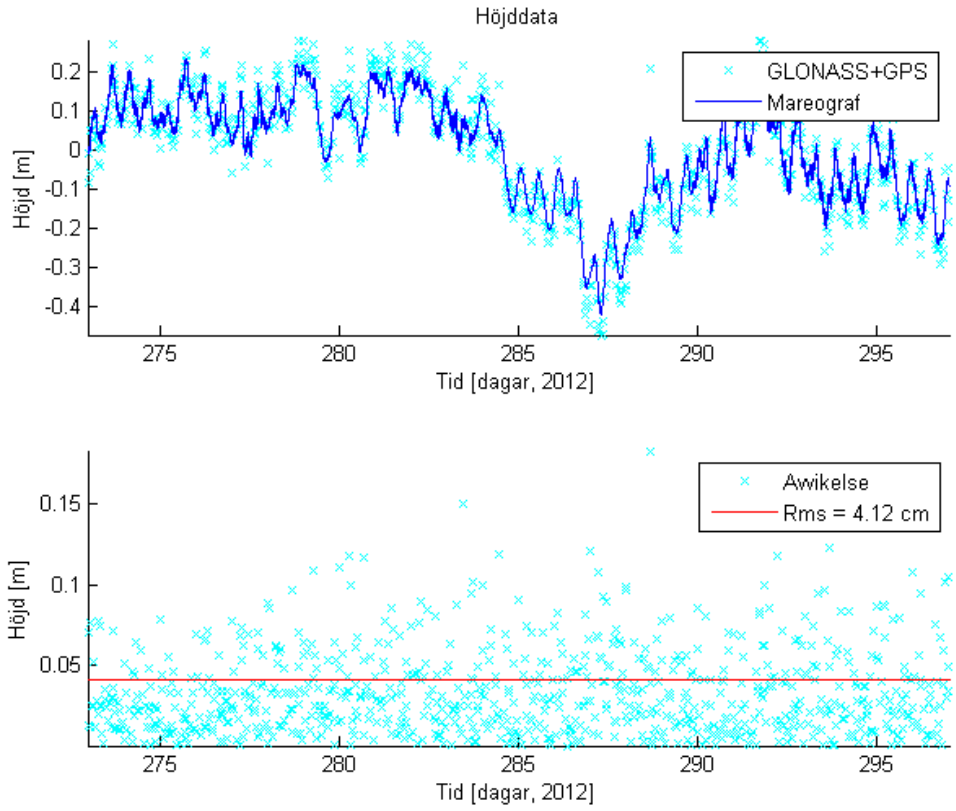
4.3 GPS och GLONASS

Figur 4.3 visar resultatet för ett något mindre intervall för båda GNSS-mätningarna jämfört med mareografdatan. Tillhörande 90-procentiga konfidensintervall har beräknats enligt metoden beskriven i avsnitt 3.4. GNSS-mätningarna ligger oftast förhållandevis nära de framräknade konfidensintervallen.



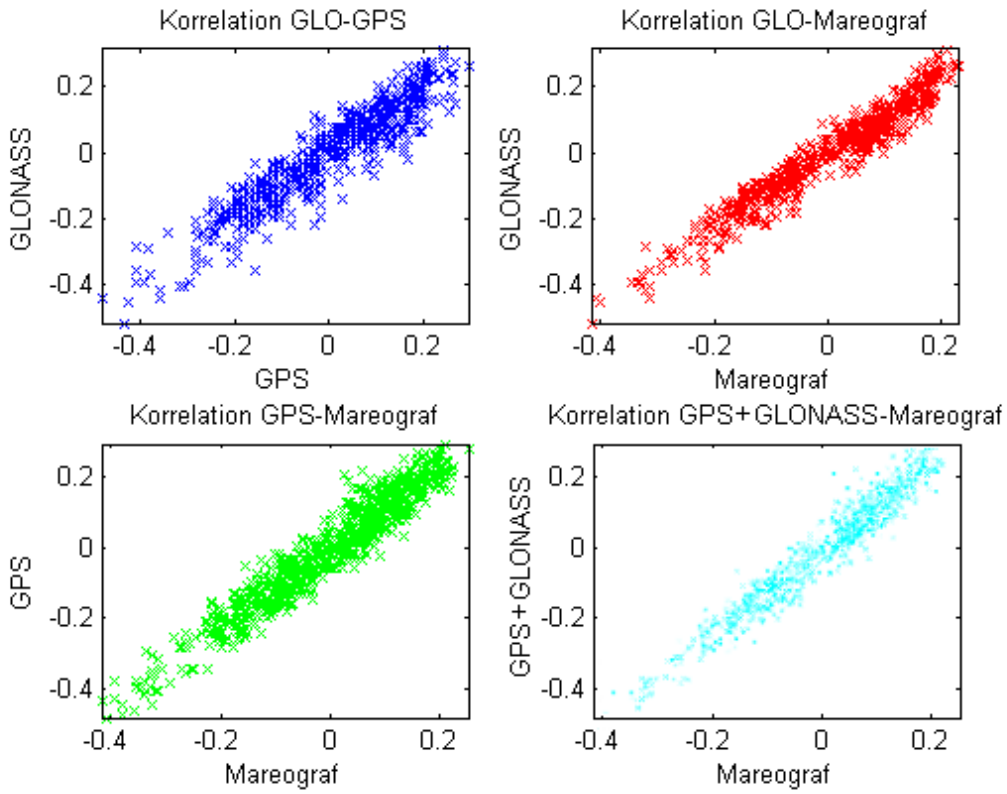
Figur 4.3: *Havsnivåresultat för GNSS-mätningar under dagarna 273-275 under år 2012. Den övre bilden visar havsnivån som uppmätt med hjälp av GNSS-beräkningar samt som uppmätt med mareografen. Den undre bilden visar avvikelsen av GNSS-nivåerna mot mareografmätserien.*

I likhet med resultaten ovan följer en figur med medelvärdet mellan GPS- och GLONASS-havsnivåerna. Medelvärdet beräknas för de GPS-höjder som ligger närmast GLONASS-höjderna. Ett antal mätpunkter från GPS-signaler interpoleras inte mot GLONASS-mätpunkter (GPS-punkterna är fler) och dessa värden behålls som de är i jämförelsen nedan. Standardavvikelsen och RMS-värdet för skillnaden av denna mätserie är som väntat något bättre än för de båda enskilda resultaten (3,2 cm respektive 4,12 cm).



Figur 4.4: *Havsnivåresultat för GNSS-mätningar under dagarna 273-296 under år 2012. Den övre bilden visar havsnivån som uppmätt med hjälp av GNSS-beräkningar samt som uppmätt med mareografen. Den undre bilden visar avvikelsen av GNSS-nivåerna mot mareografmätserien.*

Spridningsdiagram för de olika mätjämförelserna för dagarna 273-296 visas i figur 4.5. Korrelationskoefficienterna är beräknade enligt ekvation 3.2. Den något lägre korrelationsfaktorn mellan GNSS-mätningarna (0,93) beror delvis på att direkt jämförda mätvärden egentligen är något spridda i tid-led. Dessutom är variansen i GNSS-mätningarna större än för motsvarande mareograf-mätningar. Ett linjärt förhållande återfinns för samtliga mätningar (punkterna ligger när grafen $y = x$) och korrelationen mellan mätningarna är stark.

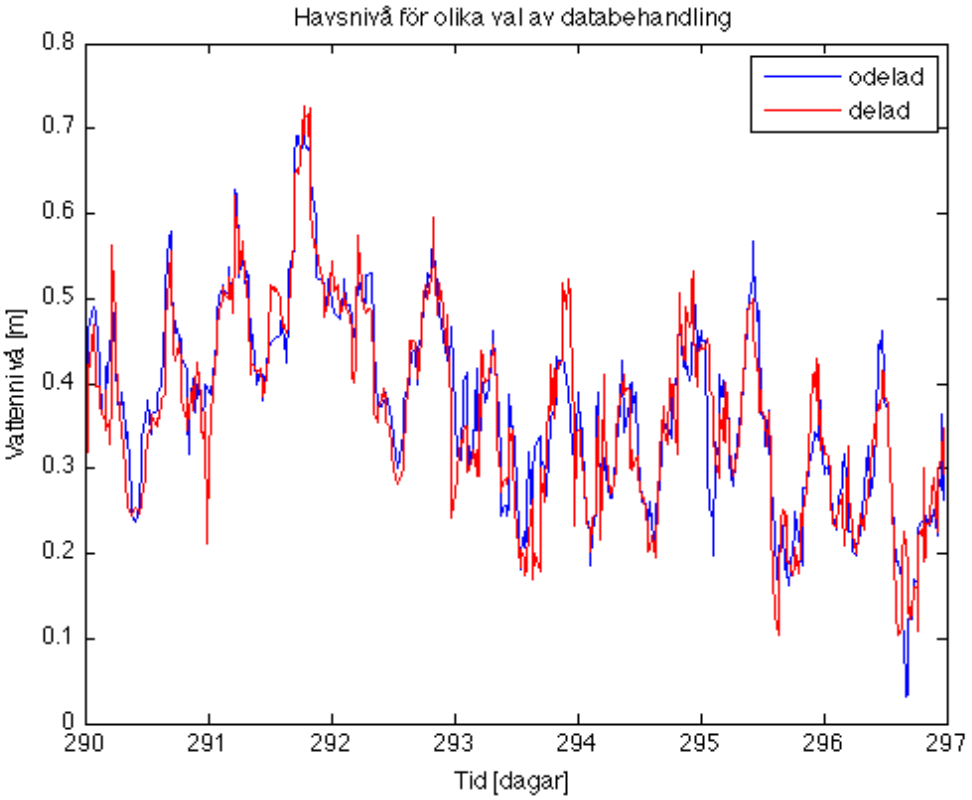


Figur 4.5: *Spridningsdiagram för de olika kombinationerna av mätningar över dagarna 273-296, år 2012. GLONASS-GPS korrelation: 0.932. GLONASS-mareografkorrelation: 0.970. GPS-mareografkorrelation: 0.961. Sammanslaget GLONASS och GPS korrelerat mot mareograf: 0.971*

4.4 Uppdelning av sekvenser

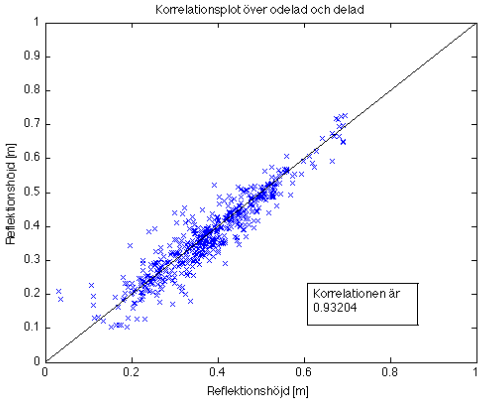
Eftersom antalet gånger satelliter passerar mottagaren ger begränsning i antalet datapunkter har möjligheten att dela upp SNR-sekvenser i mindre del-intervall utretts. Det skulle kunna ge fler mätpunkter per satellit. I de beräkningar som gjorts har antalet mätpunkter stigit från ungefär 30 till runt 35 per dag då SNR-bågarna delats upp.

Utförliga jämförelser med mareografdata har gjorts för satellitdata som genererats utan att dela SNR-bågar. Här jämförs den datan med att dela upp SNR-bågar. Om den delade datan korrelerar med den ursprungliga så är tekniken fungerande. Det kan då antas att det delade resultatet är lika bra som den ursprungliga datan vilket är målet.



Figur 4.6: *Havsnivåmätningar med odelad (ursprugliga intervall) och delad data (SNR-bågar delade i upp till 3 bitar). Det är tydligt att då datan är delad antas fler extremvärden.*

I figur 4.6 framgår tydligt att då datan delas blir spridningen i resultaten från Lomb-Scargle-periodogrammet större. Det beror på att Lomb-Scargle-periodogrammet har svårare att avgöra oscillations-frekvensen på SNR-bågen ju kortare den blir. Kortare bågar innehåller färre perioder vilket gör det svårare att uppskatta oscillations-frekvensen.



Figur 4.7: *Havsnivåmätningar med odelad och delad data*

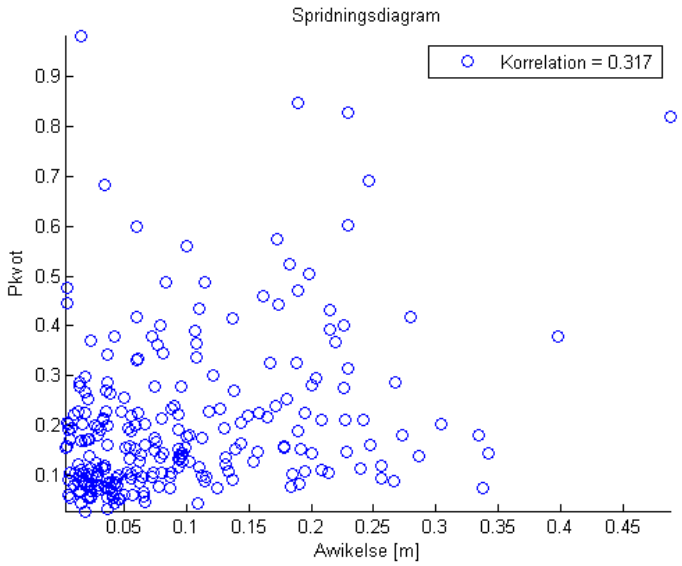
Korrelationen mellan den behandlade och obehandlade datan är god. De avvikelser som finns skulle kunna betyda att den behandlade datan följer havsnivån bättre, men att dömma av figur 4.6 tycks det bara vara extremvärdena som blir fler. Att havsnivån ändras så snabbt som det resultatet anger kan anses orimligt. Resultatet visar därför att uppdelning är kritisk och kräver mer arbete. Bland annat bör det säkerställas att resultaten från Lomb-Scargale periodogrammet är tillförlitliga trots att bågarna är kortare. För analys kring detta se nästa avsnitt.

4.5 Frekvenstoppar i Lomb-Scargle-periodogram

De osäkerhetskriterier som används för reflektionshöjdmätningarna består dels i att kontrollera så att höjden ligger inom ett givet intervall, tex 3-5 m. Dels består den i att se till att kvoten mellan sannolikheten för de två högst uppskattade frekvenserna, P_{kvot} [1], är tillräckligt stor.

Vi vill undersöka huruvida P_{kvot} är ett bra mått på säkerheten hos en datapunkt. Om man antar att mareografdatan är det korrekta värdet kan man för varje datapunkt avgöra hur inkorrekt den är. Om P_{kvot} också är ett bra värde på korrektheten borde dessa två värden korrelera för alla datapunkter. Som syns i 4.8 sker detta inte. En viss korrelation finns (koefficienten är 0.32) men inget linjärt samband existerar. Det betyder att inverkan av parametern P_{kvot} är liten. Detta bekräftas då beräkningarna med delade datasträngar 4.4 görs för olika värden på P_{kvot}, vilka har liknande korrelationsvärden.

[1] $P_{kvot} = \frac{P_{näst\ högst}}{P_{högst}}$

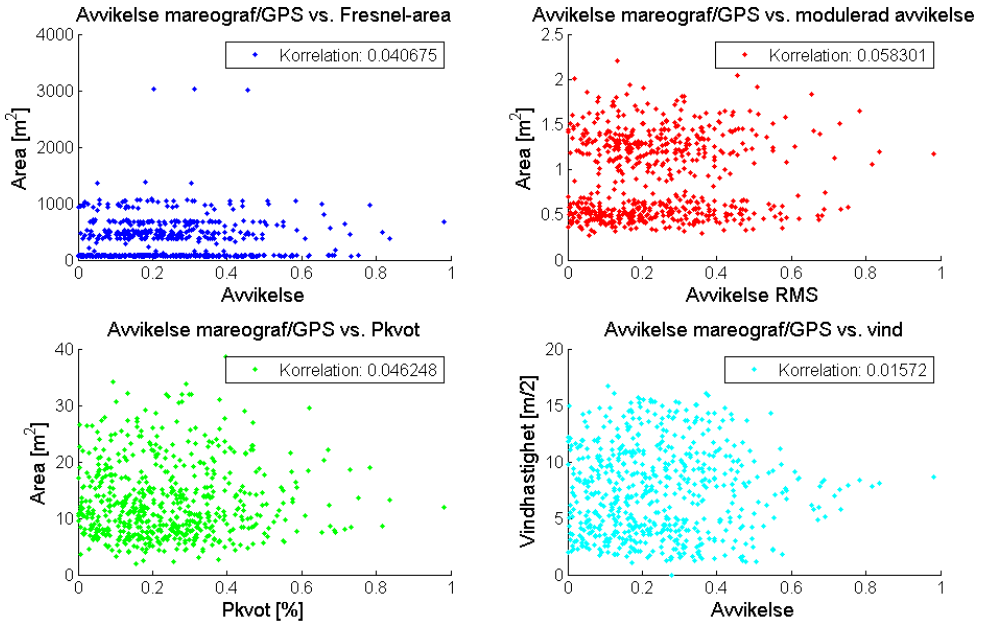


Figur 4.8: *Samband mellan värde på P_{kvot} och fel i förhållande till mareografdata för varje mätpunkt.*

4.6 Osäkerhetsanalys

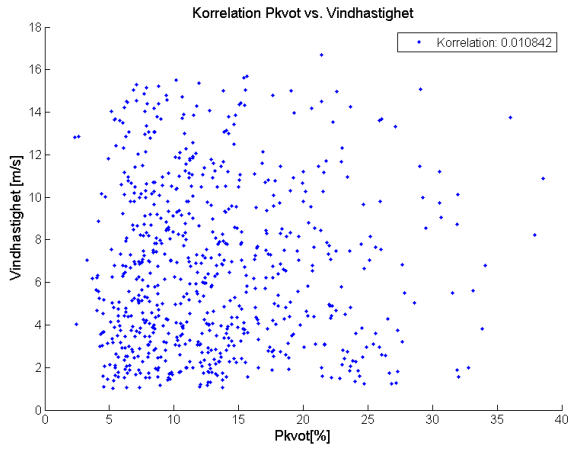
Resultatet av den felanalys som beskrivs i avsnitt 3.4.2-3.4.4 har gjorts med mätningar gjorda under dagarna 273-302. För felanalys innefattande avvikelse mellan GPS/GLONASS och mareograf har datum 273-296 använts då mareografdata inte finns för dag 297.

4.6.1 GPS

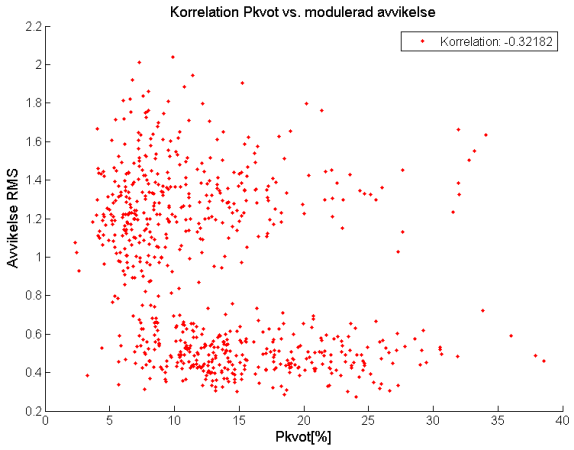


Figur 4.9: *Osäkerheter för avvikelse i havsnivå mot andra storheter under dagarna 273-296 under år 2012.*

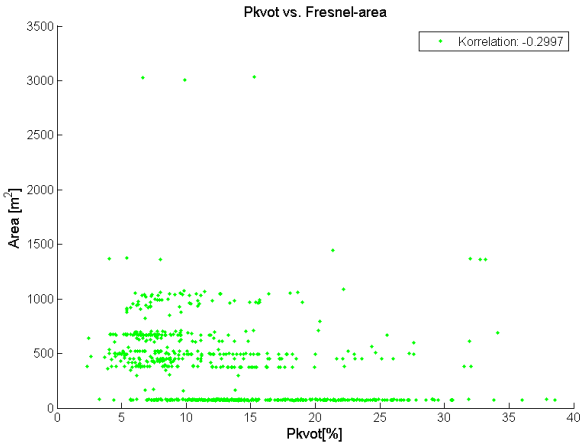
I figur 4.10 - 4.15 så kan vi se vindhastigheten tillsammans med andra osäkerhetsfaktorer i spridningsdiagram. I figur 4.10 så finner vi ett spridningsdiagram mellan P_{kvot} och Vindhastighet. Korellationen är här 0.010842. I 4.11 så finner vi ett spridningsdiagram mellan P_{kvot} och den modulerade avvikelsen. Här ser vi en korrelation på -0.32315. I 4.11 så är sambandet mellan P_{kvot} och den modulerade avvikelsen beräknat. Figur 4.12 visar ett spridningsdiagram över P_{kvot} mot Fresnel-area. Där är korrelationen -0.2997. I figur 4.13 framgår sambandet mellan vindhastighet och Fresnel-area, korrealtion -0.063693. Figur 4.14 visar spridningsdiagrammet över modulerad avvikelse och vindhastighet. Korrelation 0.060847. Avslutningsvis syns i figur 4.15 sambandet mellan modulerad avvikelse och Fresnel-area vilka korrelerar med 0.7519.



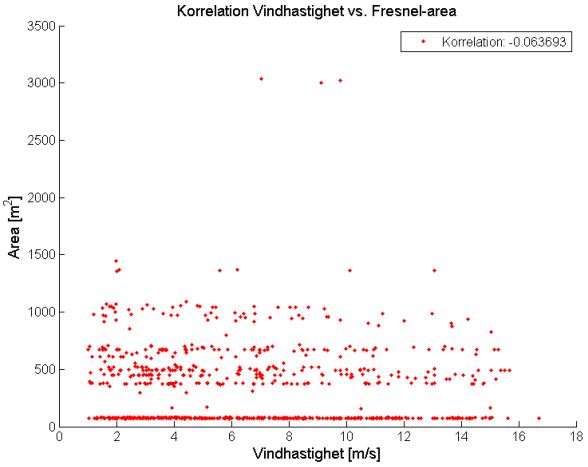
Figur 4.10: P_{kvot} mot vind



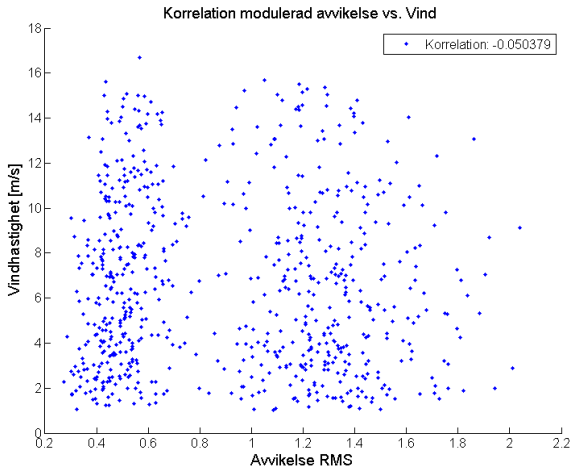
Figur 4.11: P_{kvot} mot modulerad avvikelse



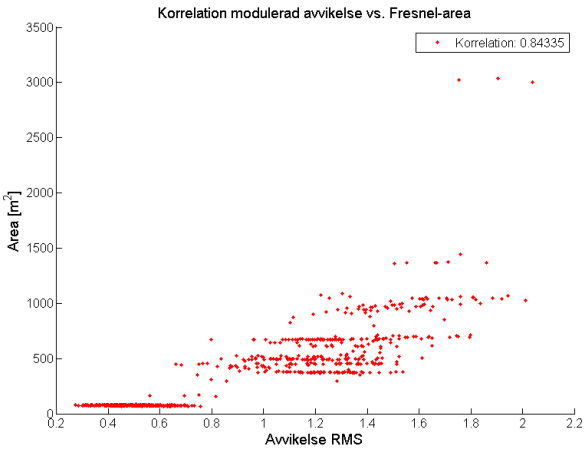
Figur 4.12: P_{kvot} mot Fresnel-area



Figur 4.13: Vindhastighet mot Fresnel-area

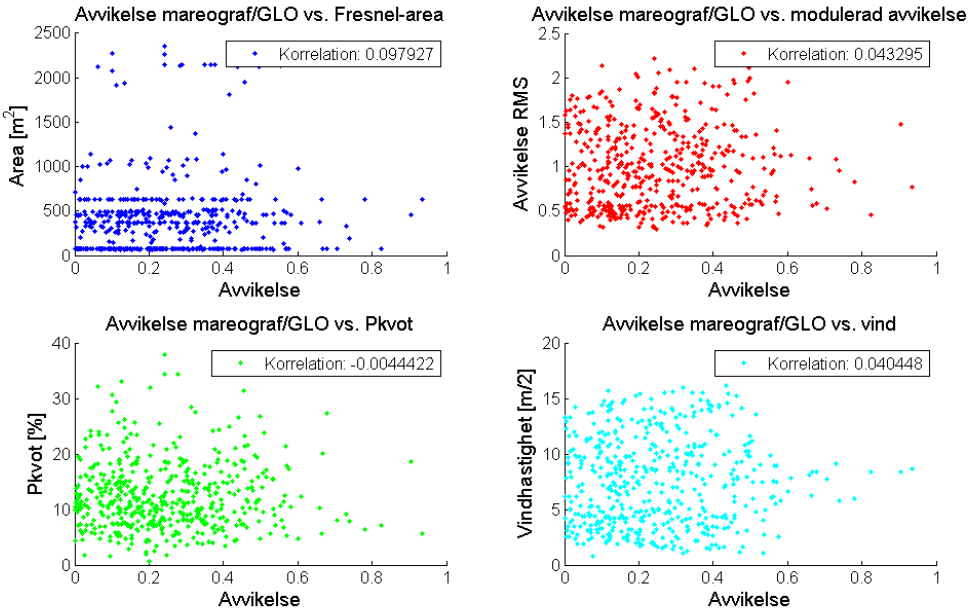


Figur 4.14: Mod. av. mot vindhastiget



Figur 4.15: Mod. av. mot Fresnel-area

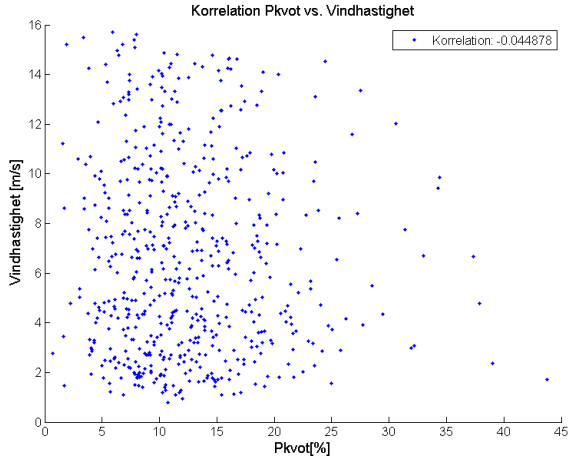
4.6.2 GLONASS



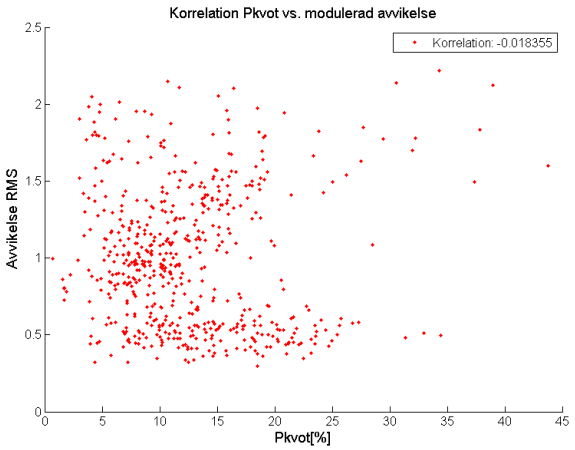
Figur 4.16: *Osäkerheter för avvikelse i havsnivå under dagarna 273-296 under år 2012. .*

I figur 4.17 - 4.22 så kan vi se vindhastigheten tillsammans med andra osäkerhetsfaktorer i spridningsdiagram. I 4.17 så finner vi ett spridningsdiagram mellan P_{kvot} och den modulerade avvikelsen. Här ser vi en korrelation på -0.32315. I 4.18 så är P_{kvot} och den modulerade avvikelsen visat, korrelationen är 0.018355. Figur 4.19 visar sambandet

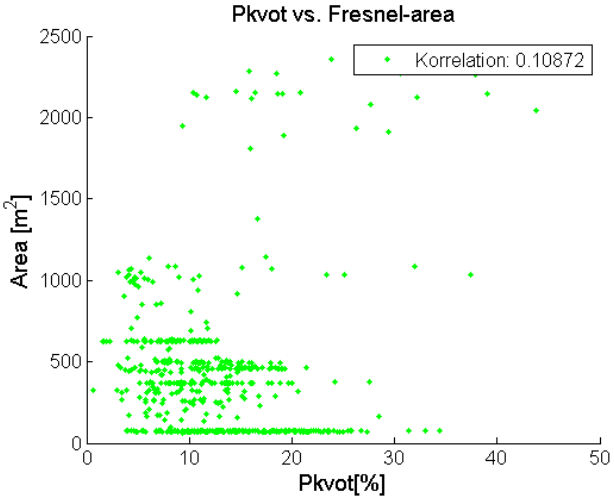
mellan P_{kvot} och Fresnel-area, korrelation 0.10872. I 4.20 syns spridningsdiagramet för vinhastighet och Fresnel-area. Korrelationen är 0.057443. Figur 4.21 visar spridningsdiagrammet över modulerad avvikelse och vindhastighet. Korrelation 0.060847. Till sist syns i figur 4.22 sambandet mellan modulerad avvikelse och Fresnel-area vilka korrelerar med 0.7519.



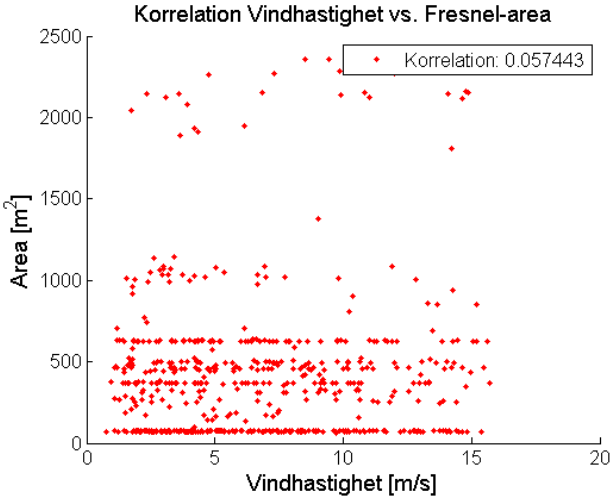
Figur 4.17: P_{kvot} mot vind



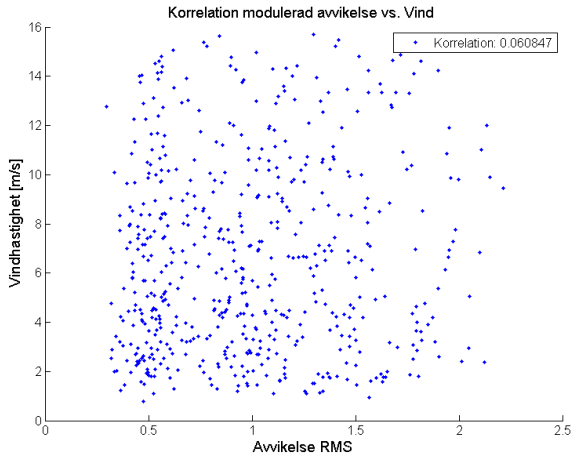
Figur 4.18: P_{kvot} mot modulerad avvikelse



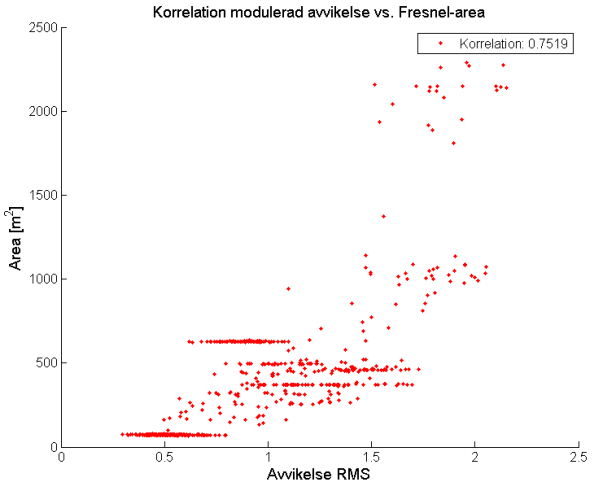
Figur 4.19: P_{kvot} mot Fresnel



Figur 4.20: Vind mot Fresnel



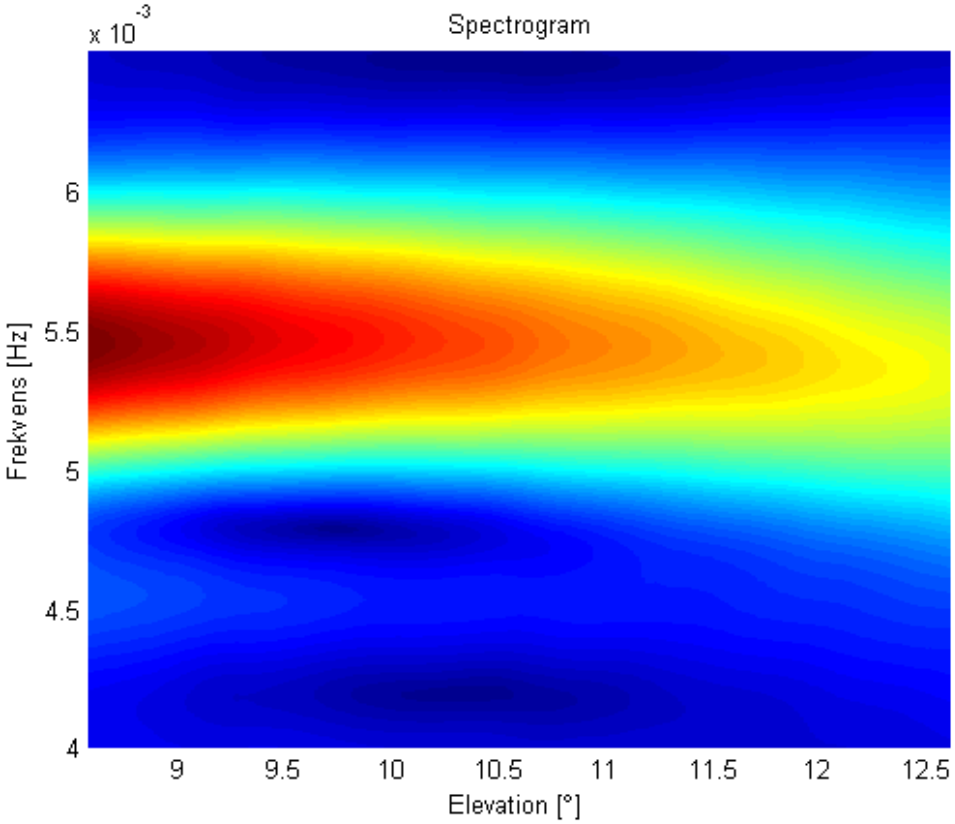
Figur 4.21: Modulerad avvikelse mot vind



Figur 4.22: Mod. av. mot Fresnel-area

4.7 Tid-frekvensanalys

En inledande analys av hur de ursprungliga SNR-sekvensernas frekvens förändras över tid har gjorts med hjälp av Short Time Fourier Transform (STFT) (se avsnitt B.1 för en definition av denna transform). Ett spektrogram (en graf över spektraltätheten av STFT:n) av en SNR-sekvens visas i figur 4.23. Figuren visar ett frekvensband inom 5,5 $\pm$ 0,5 mHz. Bandet stiger i slutet av periodogrammet (med stigande täta) vilket kan härledas till sinus-beroendet av frekvensen i ekvation 2.6. Osäkerheten i frekvens (bredden i frekvensbandet) beror delvis på begränsningarna i tid- och frekvens-upplösningen i STFT:n beskriven i avsnitt B.1. För att erhålla frekvens-beroendet med avseende på sinus av elevation måste frekvensen räknas om med en skalningsfaktor ($\frac{t}{sin(\theta(t))}$). Denna uppskattas för varje tids-steg i periodogrammet och multipliceras på de erhållna frekvenserna. Härvid erhålles svängningarna med avseende på sinus av elevationsvinkeln isället för med avseende på tid. Denna frekvens används sedan i ekvation 2.7 för att erhålla höjden (mellan antenn och vattenyta) som för just detta periodogram ligger inom intervallet 3,5 $-$ 3,7 m.



Figur 4.23: Spektraltätheten av STFT:n visar ett band inom frekvensområdet $5{,}5 \pm 0{,}5$ mHz. Frekvensen förändras över intervallet på grund av ett sinus-beroende.

5

Diskussion

5.1 Förväntade resultat

Baserat på tidigare arbete inom området att estimera havsnivå med hjälp av reflekterade GPS-signaler [29] var förväntningarna på resultaten för mätmetoden höga. Det var exempelvis sannolikt att det skulle fungera lika bra att estimera havsnivå med hjälp av GLONASS-signaler som det gör med GPS-signaler eftersom teknikerna påminner om varandra i hög grad. Mareografmätningar jämfört med havsnivå, beräknad från GPS- och GLONASS-signaler, förväntades korrelera väl, detta med utgångpunkt i tidigare resultat på området. Nedan följer en diskussion kring hur de faktiska resultaten förhåller sig till dessa förväntningar.

5.2 GPS- och GLONASS-jämförelser

Figur 4.5, i resultatkapitlet, visar korrelationen mellan resultaten för de olika systemen. GLONASS-mätningarna har en högre korrelation med mareografmätninganra (0.970) än vad GPS-mätningarna har (0.961). Att korrelationerna är så lika är väntat eftersom det är samma metod som används och skillnadnaderna mellan GLONASS och GPS är få. De höga korrelationsvärdena innebär att mätningarna stämmer väl överens med motsvarande mareografmätserier. De något högre RMS-värdet för GPS-mätningarna kan delvis bero på att de är fler mätningar jämfört med GLONASS.

Det som skiljer GPS och GLONASS åt är frekvens, omloppsbanor, altitud och omloppstid. GLONASS-satelliter har en omloppstid som är snabbare än GPS-satelliterna. Det innebär att de befinner sig i det intressanta elevationsintervallet under en något kortare tid. Detta betyder att mindre förändringar i havsnivå kunnat ske. Tidsintervallens

längd har inte alltid visat sig avgörande för tydliga Lomb-Scargle-periodogram. Istället är det antalet perioder som beror på hur stort elevationsintervallet är som spelar roll. SNR-sekvensen för GLONASS kommer oscillera lika mycket som den oscillerar för GPS med den enda skillnaden att den för GPS har fler samplingspunkter per period. Varje havsnivåmätning från GLONASS är alltså gjord under ett kortare intervall utan särskilt förhöjd osäkerhet. Det skulle kunna förklara den marginellt högre korrelationen för GLONASS.

Olika frekvenser ger olika Fresnel-areor. Dock är skillnaden i frekvens, 1575 MHz för GPS jämfört med 1602 ± 3.8 MHz för GLONASS, liten och det har inte visat sig spela roll i mätningarna. Fresnel-areor diskuteras djupare i avsnitt 5.4 nedan.

Att beräkna korrelationen mellan GPS och GLONASS är svårt eftersom båda serierna innehåller få punkter som inte alltid ligger nära varandra i tid. Dessutom innehåller de båda serierna extrema värden som får stor inverkan på resultatet. Detta förklarar den sämre korrelationen mellan GPS och GLONASS än mellan dem och mareografmätningar. När GPS och GLONASS kombineras stiger dock korrelationen marginellt vilket visar att man tjänar på att slå ihop mätpunkter. Detta innebär att arbetes huvudsakliga syfte (att kombinera GPS- och GLONASS-mätningar) är uppnått med ett positivt resultat. Även om korrelationen för de kombinerade mätningarna bara är marginellt högre än för exemeplvis GLONASS-mätningarna, bör iakttas att korrelationen avser jämförelser av många fler datapunkter. Med andra ord kompenseras avvikelserna i de olika mätningarna vilket ger en mätserie med något lägre varians.

5.3 Uppdelning av SNR-bågar

Effekten av att dela upp SNR-bågarna i kortare intervall i hopp om att undvika att göra mätningar på en havsnivå som har ändrat sig signifikant under mätperioden har förvisso givit ett sämre resultat i termer av osäkerheten i de beräknade havsnivåerna. Det bör dock tilläggas att tidvatten-effekterna vid Onsala är små jämfört med andra platser på jorden där vattennivån kan ha förändrats betydligt under mätperioden, varför tekniken ändå kan vara intressant. Ytterligare undersökningar kring osäkerhet för varje mätpunkt skulle kunna bidra till avgörandet av när uppdelning av bågar är möjlig och därigenom göra tekniken mer användbar.

5.4 Osäkerhetsanalys

Den osäkerhetsanalys som består i att klassa hur noggrannt bestämd den av Lomb-Scargle-periodogrammet givna frekvensen är, behöver vidareutvecklas. Spridningsdiagrammet (figur 4.8) mellan P_{kvot} (se 3.4.1) och hur felaktig utdatan är i förhållande till mareografmätningar visar en mycket liten korrelation. Om P_{kvot} skulle fungera skulle den visa hur stor osäkerheten hos varje mätpunkt var. Detta borde då korrelera med hur mycket den mätpunkten i sin tur avviker från mareografmätningarna. Eftersom detta

inte verkar stämma bör andra analyser av utdatan från Lomb-Scargle-periodogrammet testas. Till exempel är det möjligt att bredden på den högsta toppen avslöjar mer om hur hög osäkerheten för mätpunkten är.

Det fanns vissa förväntningar på några av de behandlade faktorerna i osäkerhetsanalysen. I avsnitt 2.7 så förklaras hur en ojämn reflektionsyta kan påverka resultatet, och vind skulle kunna vara dominerande bland de faktorer som påverkar ojämnheten hos reflektionsytan. En förväntning är att en hög vindhastighet borde motsvara en god korellation mot höga värden hos P_{kvot} och modulerad avvikelse. Man kan också förvänta sig att avvikelsen mellan GNSS- och mareograf-mätningar har en viss korellation med vindhastighet. I de spridningsdiagram som presenterats har vindhastighet dock inga starka korrelationer med P_{kvot}, Fresnel-area eller modulerad avvikelse, varken för GPS eller GLONASS.

En annan faktor som påverkar mätområdet är Fresnel-area, se 2.7. En förväntning har varit att en stor Fresnel-area kan påverka samma faktorer som förväntades för vindhastigheten. För GPS så finns en svag negativ korrelation mellan Fresnel-area och P_{kvot}, vilket alltså innebär att för en stor Fresnel-area så har vi ett lågt P_{kvot}. Då ett lågt värde på P_{kvot} innebär en hög säkerhet så skulle detta betyda att en stor Fresnel-area betyder att säkerheten för mätningen blir högre. Dock så stämmer detta inte alls för GLONASS där korrelationskoefficenten istället blir positiv.

Sambandet mellan den modulerade avvikelsen och Fresnel-arean är stark för både GPS och GLONASS. Detta är en indikation på att man vid havsnivåberäkning ej bör använda satellitsekvenser som har för låg elevation då detta ger upphov till stora Fresnel-areor. En förväntning på Fresnel-arean är att den har ett samband med vindhastighet. En korrelation mellan Fresnel-arean och vindhastighet bör inte nödvändigtvis vara hög, men en stor Fresnel-area vid en hög vindhastighet skulle kunna leda till att ett fel i havsnivåmätningarna blir mindre. Detta då ojämnheternas inverkan ger mindre effekt eftersom reflektionerna fördelas över ett större område. Ett förslag är att studera en produkt av Fresnel-area och vindhastighet gentemot P_{kvot}, modulerad avvikelse samt avvikelsen från konventionella mätsystem.

Genom att ta reda på mer av samspelet mellan olika parametrar och dess inverkan på varandra samt osäkerheten för varje mätning, så letar vi efter villkor som begränsar beräkningsprocessen till värden med bättre kvalité. Genom att finna samband som sedan översätts till dessa villkor skulle metoden kunna optimeras. Detta är intressant att jobba vidare med då det skulle göra metoden mer konkurrenskraftig.

5.5 Intervall för elevation- och azimutvinklar

Det finns stor utvecklingspotential kring att noggrannare kartlägga från vilka azimut- och elevationsvinklar SNR-strängar med tydlig frekvens härrör. Detta skulle kunna göras

genom att studera zonerna där flervägsreflektionen uppstår, till exempel genom kartor eller GNSS-mätningar. Om man använder den informationen för att tidigt rensa bort den SNR-data som inte reflekterats i havet kan man få bättre mätningar. Genom noggrannare kartläggning av de azimuth- och elevationsvinklar som signaler bör analyseras ifrån kan man även få fler eller längre SNR-bågar. Det ger upphov till fler möjligheter att dela upp datan samt fler mätpunker.

5.6 Tid-frekvensanalys

Ett lovande verktyg för att beräkna fler havsnivåer från samma uppsättning mätpunkter är tid-frekvens-analysen. Vid behandlingen av datan med hjälp av Lomb-Scargle-periodogrammet överlagras sinus-svängningar för att anpassa frekvensen enligt en minsta-kvadrat-metod. Vid användningen av STFT:n måste även fasen av SNR-datan anpassas (θ i ekvation 2.5). Spectrogram-funktionen i MATLAB kan användas för att beräkna spektraltätheten över tid. Funktionen måste dock anpassas för att fasen (en naturlig del av den komplexa Fourier-transformen) från STFT:n ska kunna erhållas. Vidare bör upplösningsbegränsningarna förknippade med tid-frekvensanalys analyseras mer ingående för att avgöra om havsnivåbestämning med hjälp av denna metod är gångbar (en mer detaljerad diskussion om upplösningsbegränsningar återges i avsnitt B.1). I teorin bör frekvensen förändras med sinus av elevation (enligt ekvation 2.6). Eftersom sinus-funktionen förändras måttligt för det aktuella intervallet torde upplösningen i tid kunna göras sämre till förmån för frekvensupplösningen. En annan fördel med denna typ av analys är att det går att få resultat från något högre elevationshöjder (upp till 45 grader). En ytterligare fördel över Lomb-scargle-periodogramanalysen är att vi i LSP:n antar att frekvenserna är samplade med exakt sinus av elevation vilket gör att all typ av fasbrus blir felmodellerat. Detta antagande görs inte i STFT:n.

Svårigheten med STFT:n består i att analytiskt fastställa hur modellen faktiskt ser ut i frekvensplanet. Fourier-transformen av $cos(sin(x))$ går inte att beräkna direkt utan kräver en expansion genom Jacobi-Angers identitet innefattande bessel-funktioner (se ekvation B.2). Valet av fönsterfunktion och -längd är också viktigt för spektrogrammets utseende och bör göras enligt en välavvägd generell metod.

5.7 Djupare fysikalisk modellering

Användandet av mer generella matematiska-analysmetoder alternativt vidare modellering av detaljer i den fysikaliska modellen bör vägas mot den övergripande osäkerheten i mätmetoden och de huvudsakliga användningsområdena. Hur stor förbättring i osäkerheten skulle det till exempel innebära att lägga till en modell av vågfrontens fasberoende över första Fresnel-zonen? Står det någonting att vinna i att anpassa en hel modell över en generell kommunikations-kanal och modellera varje liten brusterm var för sig? Bör man använda det generaliserade Lomb-Scargle-periodogrammet som är bättre lämpat

för oscillationer med avtagande amplitud? Om effekterna av denna typ av analyser uppskattas vara av ringa betydelse för den slutgiltiga osäkerheten för mätningarna, bör man naturligtvis fokusera på andra projekt. Om den däremot kan tillägga någonting i form av exemeplvis nya användningsområden kan det vara intressant att gå vidare i modelleringsarbetet.

5.8 Efterbehandling av resultat

Då havsnivåresultaten studeras är det enkelt att konstatera att en del närliggande punkter avviker från de andra. Eftersom det är uppenbart att havsnivå inte kan förändras flera decimeter på några minuter kan det konstateras att en del av dessa mätpunkter är inkorrekta. I detta arbetet har fokus lagts på att klassificera och eliminera mätningar innan och under tiden resultaten beräknas. Detta eftersom det är så pass få mätpunkter att det är svårt att säkerställa vad som är en genomgående trend och inte. Som vidareutveckling kan även efterbehandling av resultaten ske. Till exempel skulle de punkter som avviker för mycket från de övriga kunna bortses från.

5.9 Ytterligare databehandling

En avtagande amplitud i SNR-datans oscillation som funktion av satellitelevation beror mest på reflektionskoefficient och antennförstärkning. Dessa är båda kända som funktion av elevation. Det skulle vara intressant att undersöka om Lomb-Scargle-periodogrammet blir tydligare om den avtrendade SNR-datan skalas efter reflektionskoefficient och antennförstärkning. Dock löser det inte problemet med en avtrendad SNR full av brus utan normaliserar endast oscillationen.

5.10 Förbättrande omständigheter

Tekniken att mäta havsnivå är fortfarande bara under utveckling. Mottagaren och antennen som har använts är utvecklad för att minimera signaler från sin undre halvsfär (som syns i figur 2.10). Vidare har signaler för vissa intervall för azimut-vinklar tagits bort direkt på grund av land kring mottagaren. Utöver detta krävs det ett visst antal perider med oscillation i SNR-datan för att Lomb-Scargle-periodogrammet ska kunna ge en tillfredsställande frekvens. Det syns i ekvation 2.7 att med en mottagare högre över vattnet skulle oscillations-frekvensen för SNR höjas. Det skulle innebära att det minsta antalet perioder i SNR-oscillationen skulle uppstå fortare. Då spelar havsnivåförändringen mindre roll och en noggrannare mätning skulle kunna göras. Ett exempel på högt belägna platser med endast vatten omkring är fyrar, det vore därför intressant att tillämpa tekniken på en GNSS-installation på en fyr.

5.11 Jämförelse mot andra mättekniker

I dagsläget används nästan uteslutande havsnivåmätare som befinner sig i eller på vattenytan. Detta ger problem med löpande underhåll då de är svåra att komma åt samt utsätts för slitage från vattnet. De är även svåra att montera.

Radartekniken som vuxit snabbt de senaste åren har gjort det till följd av att den är helt beröringsfri. Det går att se stora likheter mellan GNSS-tekniken och radartekniken i det att båda placeras nära havet men är beröringsfria. En av de stora skillnanderna är att satellitmätning sker via signaler som redan sänds ut. Det gör att energi inte behöver tillföras för att göra mätningar. Å andra sidan kan man vid GNSS-mätning inte kontrollera när mätningarna ska ske som man kan med radarmätning. Vid mätningarna i denhär rapporten har 30-35 mätningar kunnat ske per dag. Då det är viktigt med täta mätningar, t.ex. i tsunamidrabbade områden, är ingen av teknikerna optimal i dagsläget. Det går att få kontinuelig data med radarmätning men det är energikrävande. För kontinuerlig data är tryckmätare eller annan havsbaserad utrustning bättre. I områden som inte kräver kontinuerlig data används radarmätning i allt högre utsträckning. Det tyder på att det finns en efterfrågan på mätutrustning som är beröringsfri.

De havsnivåmätare som finns idag måste alla kombineras med någon slags positioneringssystem för att kunna användas för långsiktig övervakning av havsnivån. I dagsläget är GNSS-system det dominerande positioneringssystemet vilket gör att många havsnivåmätare redan har en GNSS-installation i närheten. Att istället använda den till att mäta havsnivån skulle därför bli en vinst i antalet apparater som behöver köpas in och underhållas. Dock behöver mätaren flyttas eller nyinskaffas då tekniken kräver en bra placering av antennen, se 3.1.

De största fördelerna med mätningar via GNSS är dels det förhållandevis låga underhållsarbetet som installationen kräver men också möjligheten att ha en väldefinierad referenshöjd gentemot vilken alla mätningar kan relateras. Att denna höjd dessutom går att bestämma mycket noggrannt oberoende av lokala förändringar (en av de stora fördelarna med GNSS), gör att havsnivå och landhöjning kan mätas oavhängigt av varandra med samma instrument.

5.12 Användargränssnitt

En möjlig vidareutveckling är att skapa ett användargränssnitt för att göra de beräkningar som utvecklats i den här rapporten. I ett sådant användargränssnitt skulle en mängd olika parametrar kunna regleras vilket skulle kunna underlätta framtida osäkerhetsanalys. Ett användargränssnitt skulle behöva ta in de tre matriser med indata som vårt program tar in, se 3.2.2. Observeras bör att en eventuell intressent troligen behöver ha en för ändamålet välplacerad mottagare. Den skall sitta i direkt anslutning till vattnet och vara omsluten av vattnet i största möjliga mån, se 3.1. Ett system med ett

välkonstruerat användargränssnitt skulle gå att applicera på alla liknande stationer i världen.

6

Slutsats

GNSS används idag för att bestämma position och hastighet både i realtid och i post-processering med stor noggrannhet. Kvalitéen hos signalerna mäts i SNR. Kustnära GNSS-installationer påverkas av flervägsreflektioner från havsytan. Utifrån SNR från GNSS-signaler inspelade vid dessa mätstationer kan havsnivån beräknas lokalt. I detta arbete har SNR-data från GPS och GLONASS analyserats för att beräkna havsnivån intill en antenn vid Onsala Observatorium. För beräkningarna har ett MATLAB-program utvecklats löpande under projektets gång. Resultaten jämförs med mareografmätningar från samma plats.

Tekniken att beräkna havsnivå med reflekterade GNSS-signaler fungerar väl under de förutsättningar vi testat. GNSS-installationen har befunnit sig nära kusten på en plats där fluktationen hos havsnivån är låg. Avvikelsen beräknad med ett root-mean-square-värde mellan trycksensormätningar från samma plats och GPS-mätningar är endast 4.67 cm och för GLONASS-mätningar ännu lägre, 4.12 cm. Då mätningarna ger mycket lika resultat kan de kombineras. Att kombinera GLONASS- och GPS-data ger fler mätpunkter vilket är välbehövligt för att kunna kartlägga högfrekventa förändringar i havsnivå. Det ger även större utrymme för att med olika statistiska metoder beräkna den genomgående trenden i mätningarna. Med RMS-beräkningar avviker de kombinerade GPS- och GLONASS-havsnivåmätningarna endast 4.12 cm från mareografmätningarna på samma plats.

Tekniken har stora fördelar gentemot andra konventionella metoder då den endast kräver ett system för bevakning av både landhöjning och havsnivå. I dagsläget har hur väl tekniken registerar variationer i havsnivå testats. I framtiden kan även undersökningar på hur väl de absoluta höjderna följer havsytan göras. Till exempel genom att koppla fixpunkten från ett mareografsystem till antennens höjd.

Ett samband mellan Fresnel-area och osäkerhet för mätningarna har konstaterats. För en större Fresnel-area fås högre modulerad avvikelse från mareografmätningarna. Det är intressant då osäkerheten för mätningarna är ett viktigt område om tekniken ska få genomslagskraft. Sambandet bör undersökas vidare, bland annat genom att hitta bättre sätt att mäta Fresnel-area.

Undersökningarna har visat att om GNSS-mottagare skall användas för lokal havsnivåmätning skulle tekniska anpassningar kunna göras för detta. Antenner som sitter högt upp och antenner med bättre anpassat förstärkningsmönster än det konventionella kan testas. Dock skulle det motverka målet att använda redan befintlig teknik, vilket kan leda till högre kostnader.

En begränsande faktor för tekniken är hur många satelliter som passerar förbi mätplatsen per dygn. Dels bör fortsatta försök att få ut mer mätdata ur den data som spelas in göras, dels kan andra analysmetoder utredas. Försöket att mäta havsnivå med signaler från GLONASS-satelliter var mycket framgångsrikt. Nästa steg bör därför vara att utveckla metoder för de andra stora GNSS-systemen, Galileo och Beidou.

Framtidsutsikterna för tekniken med lokal havsnivåbestämmning genom GNSS-signaler är positiva. Redan nu finns tillfredsställande resultat och en god analytisk grund.

Litteraturförteckning

[1] C. L. Provost, "Chapter 6 ocean tides," in *Satellite Altimetry and Earth Sciences A Handbook of Techniques and Applications*, ser. International Geophysics, L.-L. Fu and A. Cazenave, Eds. Academic Press, 2001, vol. 69, pp. 267 – 303. [Online]. Available: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0074614201801510

[2] M. P. et.al, *Contribution of Working Group II to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA, 2007.

[3] S. e. Solomon, *Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA, 2007.

[4] M. Berber, A. Ustun, and M. Yetkin, "Comparison of accuracy of {GPS} techniques," *Measurement*, vol. 45, no. 7, pp. 1742 – 1746, 2012. [Online]. Available: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263224112001674

[5] B. Bhatta, *Global Navigation Satellite Systems : Insights into GPS, GLONASS, Galileo, Compass, and Others*. Global Media, 2010.

[6] "Glonass-iac." [Online]. Available: http://glonass-iac.ru/en/

[7] "Recent results based on continuous gps observations of the gia process in fenno-scandia from bifrost," *Journal of Geodynamics*, vol. 50.

[8] "Coastal sea level measurements using a single geodetic gps receiver." *J. Adv. Space Res.*

[9] "Isolating the multipath component in gnss signaltonoise data and locating reflecting objects." *Radio Sci.*, vol. 46.

[10] SMHI, "Havsspeglar." [Online]. Available: http://www.smhi.se/kunskapsbanken/oceanografi/havspeglar-1.13444

[11] D. B. Chelton and D. B. Enfield, "Ocean signals in tide gauge records," *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, vol. 91, no. B9, pp. 9081–9098, 1986. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1029/JB091iB09p09081

[12] R. S. Nerem, E. W. Leuliette, and A. Cazenave, "Present-day sea-level change: A review," *Comptes Rendus Geoscience*, vol. 338, pp. 1077–1083, 11/2006 2006. [Online]. Available: http://adsabs.harvard.edu/abs/2006CRGeo.338.1077N

[13] "Lantmäteriet, om rh2000." [Online]. Available: http://www.lantmateriet.se/Kartor-och-geografisk-information/GPS-och-geodetisk-matning/Referenssystem/Hojdsystem/RH-2000/

[14] "Permanent service for mean sea level." [Online]. Available: http://www.psmsl.org/train_and_info/faqs/

[15] Redaktion, *Manual on sea level measurement and interpretation.* Paris, Intergovernmental Oceanographic Commission of UNESCO., 2006.

[16] R. E. Randall, *Elements of Ocean Engineering.* The Society of Naval Architects and Marine Engineers., 1997, vol. 1.

[17] P. Teunissen and A.Kleusberg, *GPS for Geodecy.* Springer.

[18] M. S. Grewal, A. P. Andrews, and C. G. Bartone, *Spread Spectrum Systems for GNSS and Wireless Communications.* Wiley.

[19] "China daily - beidou system starts service in asia-pacific." [Online]. Available: http://www.chinadaily.com.cn/china/2012-12/27/content_16060851.htm

[20] "Inside gnss - beidou to restart satellite launches next year, shift b1 signal frequency after 2016." [Online]. Available: http://www.insidegnss.com/node/3537

[21] "Europeiska unionen - galileo." [Online]. Available: http://ec.europa.eu/enterprise/policies/satnav/galileo/index_en.htm

[22] "Usa coast guard, navigation center: Gps fully operational statement of 1995." [Online]. Available: http://www.navcen.uscg.gov/?pageName=global

[23] "Gps.gov: Space segment." [Online]. Available: http://www.gps.gov/systems/gps/space/

[24] "Positim." [Online]. Available: http://www.positim.com/glonass_overview.html

[25] B. Carlson, "Communication systems: an introduction to signals and noise in electrical communication," 1968.

[26] M. Larsson, J. Nordevall, R. Sirefelt, and E. Staf, "Estimering av snödjup genom analys av flervägsreflekterade gps-signaler," 2012.

[27] J. K. Holmes, *Spread Spectrum Systems for GNSS and Wireless Communications*. Artech House, Norwood, MA, USA.

[28] S. J. Katzberg, O. Torres, M. S. Grant, and D. Masters, "Utilizing calibrated gps reflected signals to estimate soil reflectivity and dielectric constant: Results from smex02," *Remote Sensing of Environment*, vol. 100, no. 1, 2006. [Online]. Available: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0034425705002932

[29] J. S. Löfgren, R. Haas, H. Scherneck, and M. S. Bos, "Three months of local sea level derived from reflected gnss signals," *Radio Science*, vol. 46, no. 6, 2011. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1029/2011RS004693

[30] L. P. F. Ticconi and N. Pierdicca, *Models for Scattering from Rough Surfaces*. Ticconi, University of Trento–Pulvirenti & Pierdicca, University of Rome, 6/2011 2011, vol. 1. [Online]. Available: http://cdn.intechweb.org/pdfs/16082.pdf

[31] D. K. Cheng, *Field and wave electromagnetics*, 2nd ed. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1989.

[32] N. R. Lomb, "Least-squares frequency analysis of unequally spaced data," , vol. 39, pp. 447–462, Feb. 1976.

[33] J. D. Scargale, "Studies in astronomical time series analysis," *The astrophysicak Journal*, vol. 263, pp. 835–853, 12 1982.

[34] "Leica ar25 white paper," 2009. [Online]. Available: http://www.leica-geosystems.com/downloads123/zz/nrs/AR25/white-tech-paper/AR25_White%20Paper.pdf

[35] Västkustflyg, "Flygfoto över chalmers, onsala space observatory," 2012.

[36] J. S. Löfgren, R. Haas, and J. M. Johansson, "Monitoring coastal sea level using reflected GNSS signals," *Advances in Space Research*, vol. 47, no. 2, pp. 213–220, Jan. 2011. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1016/j.asr.2010.08.015

[37] "Rysslands federala rymdorganisations arkiv." [Online]. Available: http://www.glonass-ianc.rsa.ru/en/archive/

[38] "A prescription for period analysis of unevenly sampled time series," *The astrophysical journal*, vol. 30, no. 2, pp. 757 – 763, 1986.

A

Bilder



Figur A.1: Antennerna är monterade på en metallkonstruktion vid Onsala Rymdobservatorie. För arbetet används endast data från den övre mottagaren. Foto: Johan Löfgren.

B

Teori

B.1 Short time Fourier Transform – STFT

Utöver den vanliga frekvens-analysen och de tillhörande transformerna tillkommer i många fall ett behov av att analysera hur signalers frekvensinnehåll förändras över tid. För detta ändamål kan STFT:n användas. Denna transform är en fönstrad version av den vanliga DTFT:n (därav namnet short time). Fönstringen sker i tidled. Ett antal olika typer av fönsterfunktioner brukar utnyttjas där en Gaussisk-funktion är den vanligast förekommande. Den diskreta varianten av STFT:n ges i ekvation B.1.

$$STFT\{x[n]\}(m,\omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} x[n]w[n-m]e^{-j\omega n} \tag{B.1}$$

En begränsning vid all typ av tid-frekvens-analys är att upplösningarna i tid och frekvens inte går att göra arbiträrt precisa samtidigt. Detta fenomen är relaterat till Heisenbergs osäkerhetsprincip men är en effekt som uppstår i tid-frekvens-planet. Produkten av standardavvikelsen för frekvens och tid är begränsad. Detta är ett problem främst då signalens frekvens ändras kontinuerligt inom ett visst intervall då osäkerheten i frekvens bör vara mindre än förändringen för att få en välupplöst bild. Ett sätt att kompensera för detta är att utföra multiresolutionsanalys som innefattar transformer som bygger på Åavelets"(vågliknande oscillationer) som medför att upplösningen kan varieras kring specifika frekvens- och tidpunkter. I detta arbete används Matlabs inbyggda kommando spectrogramför bestämning av spektraltätheten (PSD:n) av STFT:n.

B.2 Jacobi-Anger-expansion

$$cos(zsin(\theta)) = J_0(z) + 2\sum_{n}^{\infty} J_{2n}(z)cos(2n\theta) \tag{B.2}$$

C

MATLAB-kod

C.1 Huvudprogram

Indata för hela programmet är tre matriser med information om var satelliterna befinner sig och vilken SNR-data som mottagits från dem. Alla matriserna har 86400 x 32 element som motsvarar 86400 sekunder per dygn och 32 satelliter.

- **snr_gps** SNR-data. Elementet ar en siffra som motsvarar kvoten mellan brus och data.
- **az_gps** Azimuth-data. Elementet är en siffra som motsvarar vinkeln i horisontellt led från antennen till satelliten.
- **el_gps** Elevations-data. Elementet ar en siffra som motsvarar vinkeln i vertikalt led från antennen till satelliten.

De gemensamma variabler som används ar:

- **doy** Day-of-year
- **Gps_not_Glo** boolean som är 1 om det ar GPS som hanteras och 0 om det är GLONASS.

C.1.1 loadData.m

```
function loadData(doy,Gps_not_Glo)
%%loadData laddar in matriser med SNR-data och positionsinformation f*o*r
%satelliterna.
year=2012;
obs_name='GTGU';        %observations namn
llh_deg=[57.39297313989478 11.913495361804962 3.562];   %[lat lon hgt]
dt_sampl=1;             %Samplingstid (s), e.g., 1 (1Hz), 0.05s (20Hz)

if Gps_not_Glo == 0
    gnss= 'GLO';
else gnss= 'GPS';
end

for l=1:length(doy)
    filename=[gnss 'Data' filesep gnss 'Data' num2str(doy(l))];
    [snr_gps]=load_snr(obs_name,doy(l),year,dt_sampl,gnss);
    [az_gps,el_gps]=load_sp3(obs_name,doy(l),year,dt_sampl,llh_deg,gnss);

    save(filename,'az_gps','snr_gps','el_gps');
end
```

C.1.2 takeInterval.m

```
function takeInterval(doy, vinklar, Gps_not_Glo)
%% takeInterval hittar de intervall da satelliter passerat sa att
%flervagsreflerktioner har upstatt.
%indata:
%[minAz maxAz minEl maxEl] som active ska beraknas.
%lagrar en active matris som innehaller rader med
%[satellit starttid sluttid]

%initialdata
if Gps_not_Glo==1
    gnss='GPS';
else gnss='GLO';
end

load([gnss 'Data' filesep gnss 'Data' num2str(doy)]);

minAz= vinklar(1);  %minsta azimuth-vinkeln
maxAz= vinklar(2);  %storsta azimuth-vinkeln
minEl= vinklar(3);  %minsta elevations-vinkeln
```

```
20 maxEl= vinklar(4);  %storsta elevations-vinkeln
21
22 Hdefault=4.4; %Antaget v rde p  H
23
24 m1=@(H, elv, az) (H*sind(az)/tand(elv));
25 m2=@(H, elv, az) (H*cosd(az)/tand(elv));
26
27 x=[348 460 872]; %begransningar, land osv, koordinater
28 y=[381 623 566]; %begransningar, land osv, koordinater
29 lenperpix=3.188265582655827e-01; %oversattningskoefficent mellan verklighe
30
31 xoffset=583; %offset i xled jamfort med bildens(i FresnelPlot) koordinatsy
32 yoffset=108; %offset i yled jamfort med bildens(i FresnelPlot) koordinatsy
33
34 M1deff=(x-xoffset)*lenperpix; %begransningar, land osv, meter i kartesiskt
35 M2deff=-(y-yoffset)*lenperpix; %begransningar, land osv, meter i kartesisk
36
37 i=1;
38 k=1;
39
40 for sat=1:size(snr_gps,2)     %for alla satelliter
41
42     for t= 1:size(snr_gps,1)    %for alla tider
43
44        %om vinklarna ar inom intervallen
45         if ((az_gps(t,sat)> minAz) && (az_gps(t,sat)<maxAz)...
46                 && (el_gps(t, sat)< maxEl) && (el_gps(t,sat)>minEl))
47
48             M1=m1(Hdefault,el_gps(t,sat),az_gps(t,sat));
49             M2=m2(Hdefault,el_gps(t,sat),az_gps(t,sat));
50
51             %om SNRdata finns for vald punkt
52             if (isnan(snr_gps(t,sat))==0 && (snr_gps(t,sat) > 0)...
53                     && ~((M1<M1deff(1) && M2<M2deff(1)) || (M1<M1deff(2)..
54                     && M2<M2deff(2)) || (M1>M1deff(3) && M2>M2deff(3))) )
55
56                  if (k==1)   %hittar forsta punkten, lagrar
57                      active(i, 1) = sat;
58                      active(i, 2)= t;
59                      k=0;
60                      plot(M1,M2,'*')
61                      hold on
62                  end
```

```
63
64              elseif (k==0) %har akt ur intervallet forsta gangen
65                  active(i,3)=t;    %lagrar intervallet och startar nytt
66                  i=i+1;
67                  k=1;
68
69              end
70
71          elseif (k== 0)  %vi har akt ur intervallet forsta gangen
72                  active(i,3)=t;    %lagrar intervallet och startar nytt
73                  i=i+1;
74                  k=1;
75
76          end
77
78      end
79
80  end
81
82  save(['Utdata' filesep gnss 'Active' int2str(doy)]) %lagrar
83
84  end
```

C.1.3 detrendSmooth.m

```
1  function detrendSmooth(doy, smoothnr, Gps_not_Glo)
2  %%detrendSmooth behandlar SNR-data med smooting och avtrendning.
3  %indata:
4  %smoothnr: antal ganger smoothing ska genomforas
5
6  if(Gps_not_Glo==1)
7      gnssname='GPS'
8  elseif(Gps_not_Glo==0)
9      gnssname='GLO'
10 end
11 %ladda in data
12 load(['Utdata' filesep gnssname 'Active' int2str(doy)]);
13 load([gnssname 'Data' filesep gnssname 'Data' num2str(doy)]);
14
15 snr_gps=snr_gps';
16 %Antal anvandbara matvarden for varje satellit
17 diffint=active(:,3)-active(:,2);
18 %initera gpsdat, lagring for SNR-data
19 gpsdat=zeros(length(active),max(diffint));
```

```
20
21 for j=1:length(active)
22     gpsdat(j,1:(diffint(j)))=snr_gps(active(j,1),active(j,2):(active(j,3)-
23 end
24
25 linearized=zeros(length(active),max(diffint));
26
27 lengths=size(gpsdat);
28 %genererar ett tredjegradens polynom utifran datapunkterna.
29 %subrtaherar detta fran datan for att medelvardesbilda den.
30 for k=1:length(active)
31     pop=polyfit(active(k,2):(active(k,3)-1),gpsdat(k,1:diffint(k)),3); %ta
32     linearized( k,1:diffint(k) )=polyval( pop,active(k,2 ) : ( active(k,3)
33 end
34
35 data = (gpsdat-linearized)';  %Slutresultat
36
37 %% Smoothing algoritm
38 %
39 %Smoothnr bestammer hur manga ganger datan smoothas i smoothingvektorn
40
41 for l=1:lengths(1);
42     for m=1:smoothnr
43         data(l,:)=smooth(data(l,:));
44     end
45 end
46
47 save(['Utdata' filesep gnssname 'Detrend' int2str(doy)])
48
49 end
```

C.1.4 getHeights.m

```
1  function getHeights(doy, val, Gps_not_Glo)
2  %% denhar funktionen returnerar hojden for alla matpunkter under en dag.
3  % om angett delar den upp datan i 3 delar och testar att berakna fler
4  % punkter.
5  %indata:
6  %val =[delningsparameter minHojd maxHojd Pmin]
7  %delningsparameter: Om = 0 sker ingen delning.
8  % om storre an 0 delas datan ifall bitarna blir langre an angett, tex 700s
9  %minHojd och maxHojd galler for utdatan.
10 %Pmin anger minsta Pkvot som accepteras
11
```

```
%information laddas in
if Gps_not_Glo==1
    gnss='GPS';
else gnss='GLO';
end

load(['Utdata' filesep gnss 'Active' int2str(doy)  '.mat']);
load(['Utdata' filesep gnss 'Detrend' int2str(doy) '.mat']);
load([gnss 'Data' filesep gnss 'Data' num2str(doy) '.mat']);


minInt=val(1);
del=3; %anger hur manga delar datan ska delas i som mest. Om delarna
%inte ger nagot vettigt satts de ihop till storre delar.

preallocated=100;
lomb_max_points=1200;

points.P                = NaN(preallocated,lomb_max_points);
points.prob             = NaN(preallocated,lomb_max_points);
points.Pmax             = NaN(preallocated,1);
points.h                = NaN(preallocated,1);
points.good             = NaN(preallocated,1);
points.intervall_start  = NaN(preallocated,1);
points.intervall_stop   = NaN(preallocated,1);
points.t                = NaN(preallocated,1);
points.sat              = NaN(preallocated,1);
points.rad              = NaN(preallocated,1);
points.inter_ett        = NaN(preallocated,1);
points.used_freq        = NaN(preallocated,1);
points.dataGNSS         = NaN(preallocated,2300);

%startvarden
k=1;

%gar igenom alla givna intervall
for i=1:length(active)

    %generera inter: [satellit, tid1, tid2, tid3, tid4]

    inter=0;
    sat= active(i,1);
    rad= i;
```

```
55
56      inter(1)=active(i,2);
57
58      if (minInt==0) %ska inte delas
59          inter(2) =active(i,3);
60          del=2;
61          minInt=900; %satter deafult minsta for att datan ska bli ratt
62      else
63          diff=active(i,3)-active(i,2);
64          a=2;
65          for n=1:del
66              inter(a)= active(i,2)+floor((diff/del)*n);
67              a=a+1;
68          end
69      end
70
71      %gar igenom varje intervall i inter och ser om nagon bra punkt kommer
72      %upp. Om inte komineras intervallet med nasta som gas igenom (se start
73      %stop)
74      start=1;
75      stop=2;
76      while (stop<=del)
77          %kollar om datan ar tillrackligt lang
78          if ((inter(stop)-inter(start)) >minInt)
79
80              %tar ut den bit data som skall anvandas
81              delData=data(((inter(start)-inter(1)+1):(inter(stop)-inter(1))
82              %kor getH
83              Tmp_point=getH(satellit, [inter(start) inter(stop)], delData,
84
85              %om punkten uppfyller kraven satta av anvandaren och
86              %kontrollerade i getH lagras den.
87              if (Tmp_point.good==1)
88
89                  l=length(Tmp_point.P);
90
91                  points.dataGNSS(k,1: (inter(stop)-inter(start)) )
    =   data(1:(inter(stop)-inter(start)),i)';
92                  points.P(k,1:l)             = Tmp_point.P(:);
93                  points.prob(k,1:l)          = Tmp_point.prob(:);
94                  points.Pmax(k)              = Tmp_point.Pmax;
95                  points.h(k)                 = Tmp_point.h;
96                  points.good(k)              = Tmp_point.good;
```

```
97                  points.pdiff(k)              = Tmp_point.Pdiff;
98                  points.used_freq(k)          = Tmp_point.used_freq;
99
100                 points.intervall_start(k)    = inter(start);
101                 points.intervall_stop(k)     = inter(stop);
102                 points.t(k)                  = inter(start)+(inter(stop) -
103                 points.sat(k)                = sat;
104                 points.rad(k)                = rad;
105                 points.inter_ett(k)          = inter(1);
106
107                 k=k+1;
108                 %nasta gang hoppar intervallet
109                 start=stop;
110             end
111         end
112         %okar intervallet ett steg
113         stop=stop+1;
114     end
115 end
116
117 %punkterna sorteras efter tid
118 [~, sort1]=sort(points.t);
119
120 % lagring
121 preallocated=length(points.t(~isnan(points.t)));
122
123 points_sorted.dataGNSS          = NaN(preallocated,2300);
124 points_sorted.P                 = NaN(preallocated,lomb_max_points);
125 points_sorted.prob              = NaN(preallocated,lomb_max_points);
126 points_sorted.Pmax              = NaN(preallocated,1);
127 points_sorted.h                 = NaN(preallocated,1);
128 points_sorted.good              = NaN(preallocated,1);
129 points_sorted.intervall_start   = NaN(preallocated,1);
130 points_sorted.intervall_stop    = NaN(preallocated,1);
131 points_sorted.t                 = NaN(preallocated,1);
132 points_sorted.sat               = NaN(preallocated,1);
133 points_sorted.rad               = NaN(preallocated,1);
134 points_sorted.inter_ett         = NaN(preallocated,1);
135 points_sorted.pdiff             = NaN(preallocated,1);
136 points_sorted.gps_not_glo       = Gps_not_Glo*ones(preallocated,1);
137
138 for k=1:preallocated
139     l=length(points.P(sort1(k),:));
```

```
140
141     points_sorted.dataGNSS(k,:)         = points.dataGNSS(sort1(k),:);
142     points_sorted.P(k,1:l)              = points.P(sort1(k),:);
143     points_sorted.prob(k,1:l)           = points.prob(sort1(k),:);
144     points_sorted.Pmax(k)               = points.Pmax(sort1(k));
145     points_sorted.h(k)                  = points.h(sort1(k));
146     points_sorted.good(k)               = points.good(sort1(k));
147     points_sorted.pdiff(k)              = points.pdiff(sort1(k));
148     points_sorted.used_freq(k)          = points.used_freq(sort1(k));
149
150     points_sorted.intervall_start(k)    = points.intervall_start(sort1(k));
151     points_sorted.intervall_stop(k)     = points.intervall_stop(sort1(k));
152     points_sorted.t(k)                  = points.t(sort1(k));
153     points_sorted.sat(k)                = points.sat(sort1(k));
154     points_sorted.rad(k)                = points.rad(sort1(k));
155     points_sorted.inter_ett(k)          = points.inter_ett(sort1(k));
156
157 end
158
159 save(['HeightData' filesep gnss 'HeightData' int2str(doy)], 'points_sorted
160 end
```

C.2 Hjälpfunktioner

C.2.1 getH.m

```
1  function [ point  ] = getH(satellit, times, delData, elev, valH, doy, Gps_
2  %% getH beraknar hojden utifran en bit SNR data.
3  %indata:
4  %satellit ar nummret pa den satellit som gett upphov till datan
5  startt=times(1);          %start tid for SNR-datan
6  slutt=times(2);           %slut tid for SNR-datan
7  %delData ar den bit av SNRdatan som hojden ska beraknas utifran
8  %elev ar matrisen med elevationsvinklar som anvands i hela programmet
9  %valH innehaller information om anvandarens val for:
10 hmin=valH(1);    %minsta hojden som accepteras
11 hmax=valH(2);    %hogsta hojden som accepteras
12 Pmin=valH(3);    %minsta vardet pa Pkvot som accepteras
13
14 %GPS och GLONASS har olika sandningsfrekvenser
15 if Gps_not_Glo
16     L1=1575.42e+006;
17     L2=1227.6e+006;
18 else
```

```
19      %i fallet GLONASS beror frekvensen pa vilken satelllit som sant.
20      L1 = getFreq(doy,2012);
21      L1=L1(:,1);
22  end
23
24  elV=linspace(elev(startt,satellit),elev(slutt,satellit),length(delData))';
25
26  %Funktionen lomb anvander Lomb-Scargales normaliseradeperiodogram for att
27  %berakna frekvensen pa SNR-datan.
28  %Indata ar_
29  %Sind(elV): de X-varden vi har, istallet for tiden anvander vi
30  %sin(elevationen) i enlighet med formeln for berakning av havsniva.
31  %delData vars frekvens ska beraknas
32  %parametrar for avgorande (DANIEL)
33
34  [f,point.P,]=lomb(sind(elV),delData,40,.02); % periodogram
35
36  %utdata:
37  %f ar en vektor med de frekvenser som testats i Lomb
38  %P ar en vektor med sannolikheten for att var och en av de frekvenserna ar
39  %den korrekta
40
41  [point.Pmax,jmax] = max(point.P); %tar ut indexet for storsta elementet i
42  %Pa det indexet i f finns den mest troliga frekvensen.
43
44  % beraknar hojden (h) enlig (h=f*lambda/2)
45  if Gps_not_Glo
46      point.h=f(jmax)*(3e8/L1)/2;
47  else
48      point.h=f(jmax)*(3e8/L1(sat))/2;
49  end
50
51  point.used_freq=f(jmax);
52
53  [pks,~] = findpeaks(P);      %hittar alla toppar i vektorn P
54
55  [maxx,~] = max(pks); %hittar hogsta toppen
56
57  [secMax,~] = max(pks(pks~=max(pks))); %hittar nast hogsta toppen
58
59  point.Pkvot= secMax/maxx;   %Pkvot anger hur mycket hogsta toppen urskilje
60
61  if (isempty(point.h) == 1 || isnan(point.h) == 1 )
```

```
62      point.h=0;
63  end
64
65  %har kontrolleras om punkten foljer de av anvandaren givna kraven.
66  if (point.h>hmin && point.h<hmax && point.Pkvot>Pmin)
67      point.good=1;
68  else point.good=0;
69
70  end
71
72  end
```

C.2.2 lomb.m

```
1   function [f,P,prob] = lomb(t,h,ofac,hifac)
2   % LOMB(T,H,OFAC,HIFAC) computes the Lomb normalized periodogram (spectral
3   % power as a function of frequency) of a sequence of N data points H,
4   % sampled at times T, which are not necessarily evenly spaced. T and H mus
5   % be vectors of equal size. The routine will calculate the spectral power
6   % for an increasing sequence of frequencies (in reciprocal units of the
7   % time array T) up to HIFAC times the average Nyquist frequency, with an
8   % oversampling factor of OFAC (typically >= 4).
9   %
10  % The returned values are arrays of frequencies considered (f), the
11  % associated spectral power (P) and estimated significance of the power
12  % values (prob).  Note: the significance returned is the false alarm
13  % probability of the null hypothesis, i.e. that the data is composed of
14  % independent gaussian random variables.  Low probability values indicate
15  % high degree of significance in the associated periodic signal.
16  %
17  % Although this implementation is based on that described in Press,
18  % Teukolsky, et al. Numerical Recipes  In C, section 13.8, rather than usi
19  % trigonometric rercurrences, this takes advantage of MATALB's array
20  % operators to calculate the exact spectral power as defined in equation
21  % 13.8.4 on page 577.  This may cause memory issues for large data sets an
22  % frequency ranges.
23  %
24  % Example
25  %    [f,P,prob] = lomb(t,h,4,1);
26  %    plot(f,P)
27  %    [Pmax,jmax] = max(P)
28  %    disp(['Most significant period is ',num2str(1/f(jmax)),...
29  %         ' with FAP of ',num2str(prob(jmax))])
30  %
```

```
31 % Written by Dmitry Savransky 21 May 2008
32
33 %sample length and time span
34 N = length(h);
35 T = max(t) - min(t);
36
37 %mean and variance
38 mu = mean(h);
39 s2 = var(h);
40
41 %calculate sampling frequencies
42 f = (1/(T*ofac):1/(T*ofac):hifac*N/(2*T)).';
43
44 %angular frequencies and constant offsets
45 w = 2*pi*f;
46 tau = atan2(sum(sin(2*w*t.'),2),sum(cos(2*w*t.'),2))./(2*w);
47
48 %spectral power
49 cterm = cos(w*t.' - repmat(w.*tau,1,length(t)));
50 sterm = sin(w*t.' - repmat(w.*tau,1,length(t)));
51 P = (sum(cterm*diag(h-mu),2).^2./sum(cterm.^2,2) + ...
52      sum(sterm*diag(h-mu),2).^2./sum(sterm.^2,2))/(2*s2);
53
54 %estimate of the number of independent frequencies
55 M=2*length(f)/ofac;
56
57 %statistical significane of power
58 prob = M*exp(-P);
59 inds = prob > 0.01;
60 prob(inds) = 1-(1-exp(-P(inds))).^M;
```