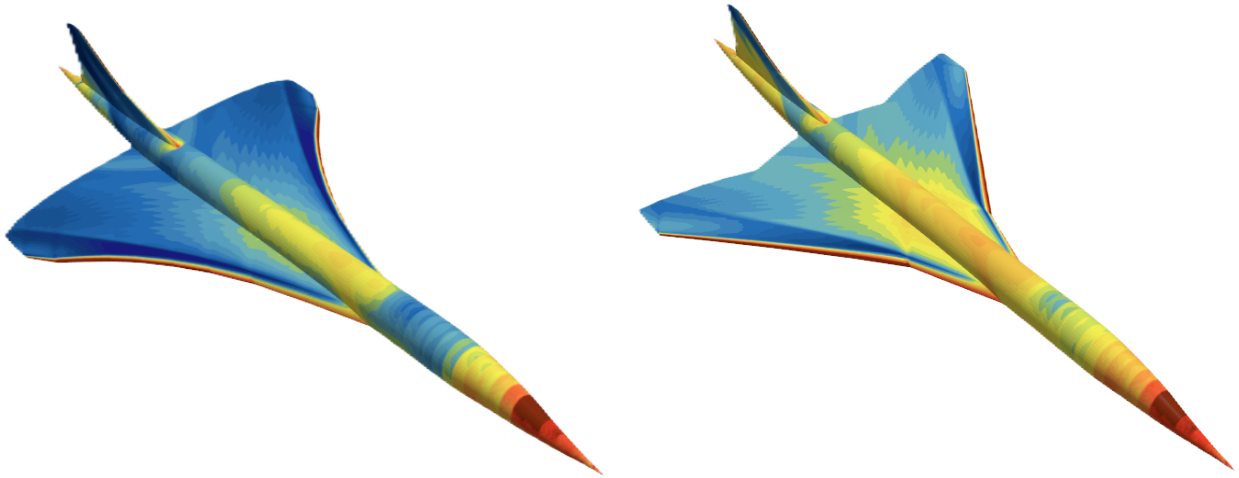
CHALMERS



Aerodynamisk jämförelse mellan ogival och cranked arrow compound delta ving-konfiguration vid överljudshastighet

Kandidatarbete inom Mekanik och Maritima Vetenskaper

Lowe Elstig
Paula Eriksson
Viggo Gripestam
Alva Härelind Ingelsten
Adam Persson
Alexander Saal

INSTITUTIONEN FÖR MEKANIK OCH MARITIMA VETENSKAPER

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg, Sverige 2025
www.chalmers.se

Kandidatarbete i maskinteknik och teknisk fysik

Aerodynamisk jämförelse mellan ogival och cranked arrow compound delta vingkonfiguration vid överljudshastighet

Lowe Elstig
Paula Eriksson
Viggo Gripestam
Alva Härelind Ingelsten
Adam Persson
Alexander Saal

CHALMERS

Institutionen för Mekanik och Maritima Vetenskaper
Avdelningen för Strömningslära
Chalmers Tekniska Högskola
Göteborg 2025

Aerodynamisk jämförelse mellan ogival och cranked arrow compound delta vingkonfiguration vid överljudshastighet
Lowe Elstig
Paula Eriksson
Viggo Gripestam
Alva Härelind Ingelsten
Adam Persson
Alexander Saal

© Lowe Elstig, Paula Eriksson, Viggo Gripestam,
Alva Härelind Ingelsten, Adam Persson, Alexander Saal, 2025.

Handledare: Tomas Grönstedt, Mehdi Habibniarami, Mekanik och Maritima Vetenskaper
Examinator: Tomas Grönstedt, Mekanik och Maritima Vetenskaper

Kandidatarbete 2025
Institutionen för Mekanik och Maritima Vetenskaper
Chalmers Tekniska Högskola
SE-412 96 Göteborg
Telefon +46 31 772 1000

Omslagsbild: Simulering som illustrerar tryckfördelningen på ytan av ogival deltavinge (vänster) och cranked arrow compound deltavinge (höger).

Typsatt i LaTeX
Göteborg 2025

Aerodynamisk jämförelse mellan ogival och cranked arrow compound delta vingkonfiguration vid överljudshastighet

Lowe Elstig, Paula Eriksson, Viggo Gripestam,
Alva Härelind Ingelsten, Adam Persson, Alexander Saal
Institutionen för Mekanik och Maritima Vetenskaper
Avdelningen för Strömningslära
Chalmers Tekniska Högskola

Sammanfattning

Sedan det första kommersiella överljudsflygplanet Concorde introducerades under 1970-talet, har utvecklingen inom överljudsresor präglats av tekniska, miljömässiga och ekonomiska utmaningar. Efter att Concorde togs ur bruk har nya aktörer trätt fram med ambitionen att återuppliva och vidareutveckla kommersiellt överljudsflyg. En av de mest framträdande är Boom Supersonic, vars flygplanskoncept Boom Overture representerar ett försök att förena hög prestanda med ökad hållbarhet.

En central skillnad mellan Concorde och Overture återfinns i vinggeometrin. Concorde är utrustad med en ogival deltavinge, medan Overture använder en cranked arrow compound deltavinge. Denna rapport syftar till att undersöka och jämföra dessa två vingtyper med avseende på deras aerodynamiska egenskaper och prestanda vid överljudshastighet. Vidare undersöks även hur en areaoptimering av flygplanskroppen påverkar aerodynamisk prestanda.

Jämförelsen har genomförts med hjälp av numeriska simuleringar och analytiska beräkningar. Resultaten påvisar viss prestandaskillnad mellan ovan nämnda konfigurationer, där den areaoptimerade kroppen utrustad med cranked arrow compound deltavingen presterade bäst, om än med små marginaler.

Nyckelord: Överljudshastighet, cranked arrow compound delta, ogival delta, Concorde, Boom Overture, aerodynamisk analys

Aerodynamic Comparison Between Ogival and Cranked Arrow Compound Delta Wing Configuration at Supersonic Speed

Lowe Elstig, Paula Eriksson, Viggo Gripestam,
Alva Härelind Ingelsten, Adam Persson, Alexander Saal
Department of Mechanics and Maritime Sciences
Division of Fluid Dynamics
Chalmers University of Technology

Abstract

Since the Concorde, the first commercial supersonic aircraft, was introduced during the 1970s, the evolution of supersonic travel has been shaped by a complex mix of technical, environmental, and economic challenges. Following Concorde's retirement, new players have emerged with the ambition to revive and advance commercial supersonic flight. One of the most prominent among them is Boom Supersonic, whose aircraft concept, Boom Overture, represents an effort to combine high performance with improved sustainability.

A key difference between Concorde and Overture lies in their wing geometry. Concorde features an ogival delta wing, while Overture employs a cranked arrow compound delta configuration. This report aims to investigate and compare these two wing types in terms of their aerodynamic characteristics and performance at supersonic speeds. Additionally, this report investigates how an area optimisation of the fuselage impacts aerodynamic performance.

The comparison has been conducted using numerical simulations and analytical calculations. The results reveal performance differences between the two wing geometries, where an area-optimised fuselage with cranked arrow compound delta configuration demonstrates minor improvements at supersonic speed.

Keywords: Supersonic Transport, Ogival Delta, Cranked Arrow Compound Delta, Concorde, Boom Overture, Aerodynamic analysis

Författarnas tack

Vi vill rikta ett varmt tack till våra handledare Tomas Grönstedt och Mehdi Habibniarami för deras kontinuerliga stöd, insiktsfulla vägledning och konstruktiva återkoppling under hela projektets gång. Er expertis och engagemang har varit avgörande för att vi skulle kunna genomföra detta arbete på ett framgångsrikt sätt.

Ett särskilt tack riktas även till professor Niklas Andersson för värdefulla diskussioner om simuleringar och tekniska insikter som fördjupade vår förståelse inom området.

Vi vill även uttrycka vår tacksamhet till Jesper Oppelstrup och Arthur Rizzi, professorer emeriti, som generöst tillhandahållit värdefullt material som utgjorde en viktig del av vårt arbete. Deras bidrag har möjliggjort en mer realistisk och detaljerad simulering.

Lowe Elstig, Paula Eriksson, Viggo Gripestam,
Alva Härelind Ingelsten, Adam Persson, Alexander Saal
Göteborg, Maj, 2025

Beteckningar

Nedan är listan över akronymer som har använts genom hela denna avhandling listade i alfabetisk ordning:

ATSF	Avion de Transport Supersonique Futur
CACD	Cranked Arrow Compound Delta
CAD	Computer-Aided Design
CFD	Strömningsberäkningar
SST	Shear Stress Transport

Nomenklatur

Nedan är nomenklaturen för index, grekiska bokstäver, koefficienter och parametrar som har använts genom hela denna avhandling.

Index

∞	Friström

Grekiska bokstäver

α	Anfallsvinkel	[°]
Λ	Vingens svepvinkel mot dess framkant	[°]
μ	Machvinkel	[°]
ρ	Densitet	[kg/m^3]
σ	Viskös spänningstensor	[Pa]
τ	Reynolds spänningstensor	[Pa]

Koefficienter och parametrar

A_p	Projicerad area	[m^2]
A_s	Tvärsnittsarea	[m^2]
C_D	Motståndskoefficient	[-]
C_L	Lyftkoefficient	[-]
C_p	Tryckkoefficient	[-]
c_p	Specifik värmekapacitet	[J/(kg K)]
D	Motståndskraft	[N]
E	Energi	[J]
g	Tyngdaccelerationen	[m/s^2]

H	Entalpi	[J]
L	Lyftkraft	[N]
M	Mach-tal	[-]
m	Massa	[kg]
p	Tryck	[Pa]
q	Dynamiskt tryck	[Pa]
$\overline{q}$	Tidsmedelvärderat värmeflöde	[W]
R	Specifik räckvidd	[m/kg]
$r_{\max}$	Maximal radie	[m]
T	Temperatur	[K]
u	Hastighet	[m/s]

Ordlista

Subsonisk	Underljudshastighet, hastigheter under Mach 1
Supercruise	Överljudsflygning utan att använda efterbrännkammare
Supersonisk	Överljudshastighet, hastigheter över Mach 1

Innehåll

Akronymer **xi**

Nomenklatur **xiii**

Figurer **xvii**

Tabeller **xix**

1 Inledning **1**
1.1 Transport i överljudshastighet . . . 1
1.2 Vingdesign vid överljudshastigheter . . . 2
1.2.1 Deltavinge . . . 3
1.3 Concorde och Overture . . . 3
1.3.1 Concorde . . . 3
1.3.2 Boom Overture . . . 4
1.4 Syfte . . . 5
1.4.1 Frågeställningar . . . 5
1.4.2 Tekniska mål . . . 5
1.5 Avgränsningar . . . 6

2 Teori **7**
2.1 Stötvågsbildning . . . 7
2.1.1 Bildning av stötvågor . . . 7
2.1.2 Machvågen och dess roll för stötvågsbildning . . . 8
2.2 Prandtl-Meyer-expansioner . . . 8
2.3 Anfallsvinkel . . . 9
2.4 Lyftkraft och motstånd . . . 9
2.4.1 Vågmotstånd . . . 11
2.4.2 Arearegeln . . . 12
2.5 Förhållandet mellan tjocklek och kordalängd . . . 12
2.6 Förhållandet mellan lyftkraft och motstånd . . . 13
2.7 Strömningsberäkningar . . . 13
2.7.1 Kompressibla Reynolds-Averaged Navier-Stokes . . . 13
2.7.2 k-ω-SST-modellen . . . 14

3 Metod **15**
3.1 Modeller av flygplan . . . 15

3.1.1 Areaoptimering av modell 16
3.2 Rensning av geometri 17
3.3 Validering av CFD-inställningar 17
3.3.1 Resultat av validering 19
3.4 Simulering av vingkonfigurationer 19
3.4.1 Beräkningsnät 19
3.4.2 Indata 20

4 Resultat **23**
4.1 Anfallsvinkel 23
4.2 Lyftkraft i förhållande till motstånd 23
4.3 Mach-talskonturer 24
4.4 Tryckfördelning 24

5 Diskussion & slutsats **27**
5.1 Metoddiskussion 27
5.1.1 Valideringens rimlighet 27
5.1.2 Antaganden 28
5.1.3 Felkällor 28
5.2 Resultatdiskussion 29
5.2.1 Lyftkraft i förhållande till motstånd 29
5.2.2 Energiförbrukning 29
5.2.3 Areaoptimering 29
5.2.4 Tryckfördelning 30
5.2.5 Mach-talskonturer 30
5.2.6 Slutsats 30
5.3 Samhälleliga och etiska aspekter 31
5.4 Potentiella framtidsutsikter 32
5.5 Förslag på vidare studier 32

Litteraturförteckning **33**

A Beräkningar **I**
A.1 Beräkning av marschtyngden I
A.2 Beräkning av anfallsvinklar II

Figurer

1.1 Machvåg och vinkel (Leishman, 2022) 1
1.2 Convair F-106, ett amerikanskt stridsflygplan, är ett exempel på ett flygplan med deltavinge (Britannica, 2025a) 2
1.3 Olika typer av deltavingar (Steelpillow, 2010) 2
1.4 Concorde (Britannica, 2025b) 4
1.5 ATSF-koncept och Boom Overture 5

2.1 Schlierenfoto som visar stötvågor i luft (Leishman, 2022). 8
2.2 Machkonen (Cmglee, 2024) 8
2.3 Prandtl-Meyer-expansion (Mythealias, 2016) 9
2.4 Anfallsvinkel (McLean, 2015) 9
2.5 Illustration av uppkomsten av lyftkraft (Leishman, 2022) 10
2.6 Illustration som visar hur tre olika överljudsflygplan har vingar svepta innanför Machkonen för olika hastigheter. För jämförelse har vingytorna normaliserats med vingbredden (Leishman, 2022). 11
2.7 Exempel på hur arearegeln kan tillämpas. Till vänster är ett flygplan där arearegeln inte har beaktats. Till höger visas samma flygplan, omdesignat med hänsyn till arearegeln (Leishman, 2022). 12

3.1 Modell med ogivala deltavingar och modell med CACD-vingar sett ovanifrån. 16
3.2 Areafördelning för modellen med ogival delta och CACD normerade över flygplanens längd. 16
3.3 CAD-rendering och areafördelning för den areaoptimerade modellen. . 17
3.4 Mach-talskonturer för axisymmetrisk kropp i figur (a) och simuleringsvalidering (b). 18
3.5 Tryckkoefficienten som funktion av sträckan från granatens spets. Svart linje är referensen och röd linje är den validerande simuleringen. 19
3.6 Beräkningsnätet som användes. Till vänster syns hela domänen normalt mot symmetriplanet och till höger är mer detaljerade vyer. . . . 20
3.7 Linearisering av lyftkraften som funktion av anfallsvinkel 22

4.1 Jämförelse av Mach-talskonturer i symmetriplanet för de olika modellerna. 24
4.2 Tryckfördelning över flygplanen 24
4.3 Tryckfördelning ovanifrån och underifrån för ogival deltavinge (a) och (b), CACD (c) och (d) och areaoptimerad CACD (e) och (f). 25

Tabeller

3.1 Tabell med indata som användes i simuleringarna (Airways, 2025). . . 21

4.1 Anfallsvinklar för olika flygplan 23
4.2 Lyftdata för olika flygplanstyper vid angivna anfallsvinklar. 23

1

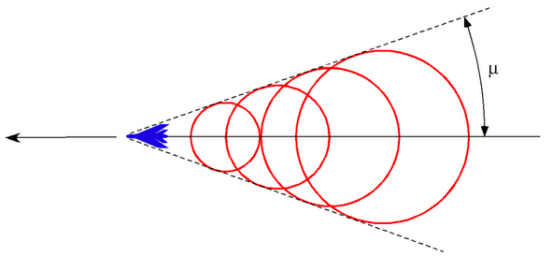
Inledning

Överljudsflygplan, flygplan som färdas i hastigheter över ljudets, har länge varit en central del av den moderna flygteknologins utveckling. Dessa extrema hastigheter medför dock en rad aerodynamiska utmaningar, inte minst i form av stötvågor och tryckförändringar. En avgörande faktor för att möta dessa utmaningar och förbättra prestandan är utformningen av flygplanets vingar.

Detta arbete syftar till att undersöka hur olika vingkonfigurationer påverkar luftflödet kring överljudsflygplan. Genom att kombinera aerodynamiska principer med simuleringar analyseras hur vingdesign kan bidra till effektivare flygningar i överljudsfart. Ämnet är inte bara tekniskt relevant, utan också aktuellt ur både ett logistiskt och kommersiellt perspektiv, exempelvis genom möjligheten till snabbare godstransporter och nya möjligheter inom passagerarflyg. Samtidigt väcker utvecklingen av kommersiella överljudsplan viktiga etiska och miljömässiga frågor.

1.1 Transport i överljudshastighet

Problemen som uppstår vid hastigheter över ljudets hastighet härstammar från att tryckvågor i ett medium endast rör sig i ljudets hastighet. Tryckstörningar från flygplanet kan inte röra sig uppströms snabbare än flygplanet självt utan endast längs med ett konformat område runt flygplanet och nedströms. Denna kon definieras av den så kallade Mach-vinkeln μ som visas i figur 1.1. Ett effektivt sätt att minimera vågmotståndet för vingarna på ett överljudsflygplan är att hålla dem innanför Mach-vinkeln utgående från spetsen av flygplanet. Det är även viktigt att stötvåg inte når vingarna då detta kan störa gränsskiktets flöde, öka motståndet och eventuellt orsaka separation av flödet (Leishman, 2022).



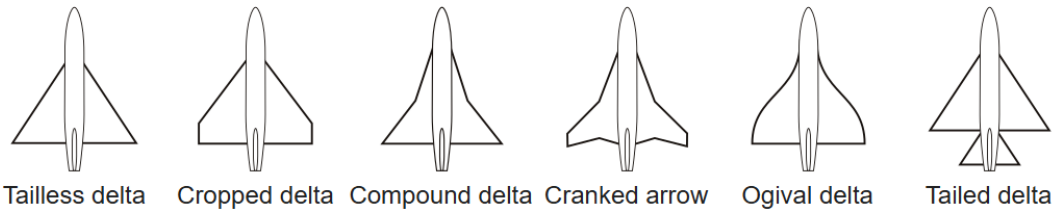
Figur 1.1: Machvåg och vinkel (Leishman, 2022)

1.2 Vingdesign vid överljudshastigheter

För att minska vågmotståndet och maximera lyftkraften har överljudsflygplan ofta tunna vingprofiler, låg tjocklek-till-kordakvot och en lätt välvning med specifik tjockleksfördelning. Detta för att upprätthålla god prestanda vid överljudshastigheter och för att kunna hantera tryckvågor och flödesexpansioner (Leishman, 2022). Vidare konstrueras överljudsplan ofta med skarpa fram- och bakkanter för att förhindra bildandet av en fristående stötvåg framför vingprofilen, vilket annars skulle öka vågmotståndet avsevärt (Courant & Friedrichs, 1948). Vingdesignen som lade grunden för den första generationens överljudsplan med deltavingar skapades av Robert T. Jones, och baseras på teorin om just tunna vingprofiler, tillsammans med svepta deltavingar (Jones, 1947). Ett exempel på ett flygplan med deltavinge syns i figur 1.2.

Figur 1.2: Convair F-106, ett amerikanskt stridsflygplan, är ett exempel på ett flygplan med deltavinge (Britannica, 2025a)

Deltavingprofilen, som har fått sitt namn efter likheterna med den grekiska bokstaven delta (Δ), har visat sig vara mycket passande för överljudshastigheter (Lauten & Mitcham, 1951). Det finns flera olika typer av deltavingar, såsom tailless delta, cropped delta, compound delta, cranked arrow compound delta (CACD) och ogival delta. Se figur 1.3 för en illustration av dessa. I detta arbete kommer särskilt CACD och ogival delta att analyseras och jämföras med varandra.



Figur 1.3: Olika typer av deltavingar (Steelpillow, 2010)

1.2.1 Deltavinge

Vid supersoniskt flygande är de viktigaste faktorerna för vingen dess anfallsvinkel, α, den operativa lyftkoefficienten, C_L, friströms-Mach-talet, M_∞ och svepvinkeln av vingens framkant, Λ.

Fördelarna med deltavingen är att den har en större svepvinkel och en större vingyta jämfört med en konventionellt bakåtsvept vinge. En större svepvinkel innebär att vingen kommer att vara innanför stötvågen, vilket leder till mindre vågmotstånd och motverkar att stötvågen påverkar flödet över vingen. En supersonisk framkant skapar starkare stötvågor på vingarna, vilket ökar motståndet jämfört med subsonisk och påverkar lyftegenskaperna. Däremot tillåter en subsonisk framkant, som fås genom att svepa vingarna innanför stötvågen, ett jämnare luftflöde och mindre uttalade stöteffekter, vilket leder till olika lyft- och motståndsegenskaper som funktioner av anfallsvinklar och Mach-tal (Leishman, 2022).

1.3 Concorde och Overture

Genom flyghistorien har många flygplan flugit snabbare än ljudets hastighet; i huvudsak militära flygplan. Endast två flygplan har någonsin flugit i dessa hastigheter kommersiellt: det sovjetiska Tupolev TU-144 och det brittisk-franska Concorde. Ett nytt kommersiellt överljudsplan, Boom Supersonic Overture, är för närvarande under utveckling och har ännu inte genomfört sin första flygning. Overture är utformat med en cranked arrow compound delta vingkonfiguration. Detta arbete fokuserar på Concorde och Overture, då dessa representerar de flygplanstyper, ogival delta respektive CACD, som är av särskilt intresse för detta arbete.

1.3.1 Concorde

Under 1950-talet gick franska Sud Aviation (senare Aérospatiale) och brittiska BAC (senare BAe) samman för att utveckla passagerarflygplanet Concorde där kravet var att kunna flyga Mach 2.0 under längre sträckor. Concorde designades med hänsyn till virvelinducerad lyftkraft för att förbättra flygning vid låg hastighet och hög anfallsvinkel. Eftersom flygplanet saknade höglyftanordningar, såsom främre och bakre klaffar, designades vingarna för att främja virvelinducerad lyftkraft. Denna lyftkraft uppstår när luftströmmen över vingen skapar virvlar vid vingens kanter. Med dessa virvlar närvarande skapas mycket låga tryckzoner som avsevärt ökar lyftkraften på vingen (Leishman, 2022). Flygplanet utnyttjar ogival vingkonfiguration och saknar således horisontella stabilisatorvingar baktill, se figur 1.4.

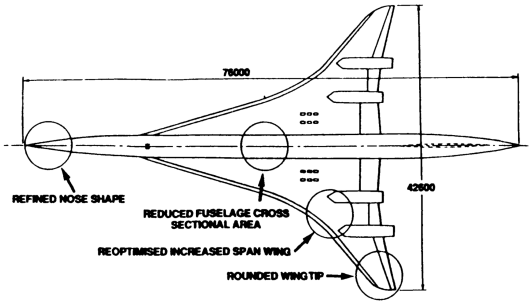
Figur 1.4: Concorde (Britannica, 2025b)

Projektet ledde till en mängd designtekniska utmaningar. Flygplanet hade som krav att kunna befinna sig i supercruise vid Mach 2.0, alltså att flygplanet upprätthåller hastigheten av Mach 2.0 helt utan efterbrännkammare, vilket sparar stora mängder bränsle. Däremot var det nödvändigt att använda efterbrännkammare för att övervinna det ökade luftmotståndet i det transoniska området. Dessutom förskjuts tryckcentrum från cirka en fjärdedel av kordalängden till närmare hälften av kordans längd när vingen passerar genom det transoniska området. Denna förändring påverkar flygplanets stabilitet (Leishman, 2022). Dessa effekter mildras ofta genom att återbalansera bränslevikten, vilket gjordes på Concorde, eller genom att använda utfällbara främre vingspetsar (canardvinge) som Concordes främsta konkurrent Tupolev Tu-144 hade (Curry & Owens, 2003). Även andra utmaningar såsom värmeutveckling och strukturella krav hade inverkan på designvalen av vingarna.

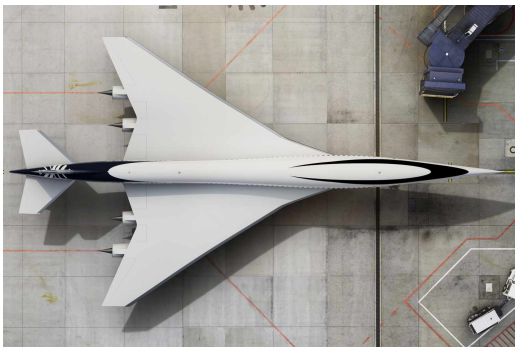
1.3.2 Boom Overture

Sedan 2003 har inga kommersiella överljudsflygningar genomförts som passagerartrafik. Flera nya koncept har presenterats genom åren, men flygplanstillverkaren Boom Supersonic och deras koncept Boom Overture sticker ut. Till skillnad från Concorde har Overture en vingkonfiguration med CACD och stabilisatorvingar, se figur 1.5b. Flygplanet är tänkt att vara i drift år 2029/2030 och ska genomföra transatlantiska flygningar vid Mach 1.7 på 60 000 fot (Boom Supersonic, 2025a), vilka också är de villkor som detta projekt utgår från.

Under 1980-talet utvecklade ingenjörer från Aérospatiale tillsammans med BAe ett nytt koncept, Avion de Transport Supersonique Futur (ATSF), vilket innefattade en ny vingkonfiguration avsedd för framtidens Concorde. Vingprofilen utformades med en geometri som liknar dagens CACD-vinge i syfte att förbättra flygplanets aerodynamiska egenskaper. Denna konfiguration valdes för att minska vågmotståndet samt för att förbättra förhållandet mellan lyftkraft och motstånd (Collard, 1990). Se figur 1.5a som illustrerar konceptet. Boom Overture bygger vidare på dessa studier.



(a) ATSF-koncept
(Collard, 1990)



(b) Boom Overture
(Boom Supersonic, 2025)

Figur 1.5: ATSF-koncept och Boom Overture

1.4 Syfte

Syftet med denna studie är att analysera och jämföra två olika vingprofiler, ogival delta och CACD. Utformningen av vingprofiler för överljudshastigheter är avgörande för att minimera vågmotstånd och optimera lyftkraft, särskilt med tanke på de stötvågor som uppstår vid dessa hastigheter. Studien fokuserar på att undersöka hur de två profilerna påverkar flygplanets aerodynamiska egenskaper och att identifiera vilken av dem som bäst uppfyller uppställda prestandakrav.

Utöver detta är det även ett syfte att fördjupa projektgruppens förståelse för överljudsaerodynamik och de designprinciper som ligger till grund för utvecklingen av effektiva vingprofiler för överljudsflygplan.

1.4.1 Frågeställningar

Rapporten avser att besvara följande frågor:

- Hur skiljer sig vingprofilerna åt i fråga om lyftkraft i förhållande till motstånd?
- Vilken anfallsvinkel krävs för att hålla höjden för respektive vingprofil?
- Vilken av vingprofilerna är mest effektiv med avseende på energiförbrukning?
- Hur påverkas prestandan vid implementering av areaoptimering av flygplanskroppen?
- Hur påverkas Mach-talsfördelning och stötmönstret av olika vingkonfigurationer vid överljudsfart?

1.4.2 Tekniska mål

För att uppnå syftet och besvara de angivna frågorna ska följande tekniska mål uppfyllas:

- Genomföra en aerodynamisk jämförelse av de två vingprofilerna vid Mach 1.7 och 60 000 fot genom CFD-simuleringar.

- Bedöma och jämföra lyftkraft och motstånd för varje profil för att beräkna lyftkraft–motståndsförhållandet, med målet att uppnå ett värde på minst 7.
- Identifiera den anfallsvinkel som ger optimala aerodynamiska egenskaper för respektive profil vid marschfart.
- Analysera lyftkraft och motstånd som underlag för att möjliggöra en bedömning av fordonets energiförbrukning.
- Jämföra Mach-talsfördelningen mellan vingkonfigurationerna.

1.5 Avgränsningar

För detta projekt finns ett antal avgränsningar, främst till följd av tids- och kompetensbrist. Projektet syftar endast till att utföra en geometrisk analys med primärt fokus på den aerodynamiska prestandan hos vingprofilerna. Mer precist kommer vingar av typen ogival delta och cranked arrow compound delta att analyseras och jämföras. Prestandan kommer endast att utvärderas vid hastigheter över ljudets. Rörliga delar såsom roderytor antas vara fixerade, vilket innebär att inga kontrollrörelser kommer att beaktas. Vidare kommer hänsyn inte att tas till start och landning av planet. Inte heller kommer utrymme för, eller optimering av, motorer att genomföras. Inte heller kommer visköst motstånd att undersökas.

Ytterligare avgränsningar återfinns i valideringen av inställningarna för strömningsberäkningarna (CFD) i simuleringarna. I normala fall eftersträvas validering mot flera oberoende källor för att säkerställa att resultaten är tillförlitliga och korrekt utförda. På grund av studiens tidsbegränsningar har det emellertid varit nödvändigt att begränsa antalet referenser i detta arbete.

2

Teori

Att färdas snabbare än ljudet innebär att ett flygplan måste övervinna de fysikaliska gränserna för hur luft beter sig vid höga hastigheter. När ett flygplan närmar sig överljudshastighet förändras luftflödets karaktär dramatiskt: stötvågor bildas, tryckfördelningar skiftar plötsligt och små variationer i vinggeometrin kan få stor inverkan på lyftkraft och stabilitet.

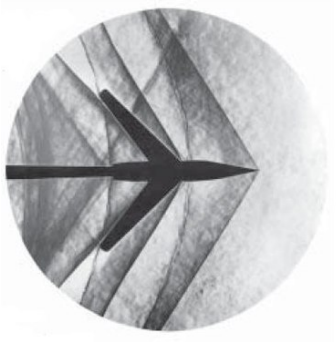
Detta kapitel fokuserar på den grundläggande aerodynamiken vid överljudshastigheter, där Mach-talet överstiger 1.0. Ämnen som behandlas inkluderar stötvågor, expansionsfenomen och kompressibla strömningsmekanismer. Dessutom introduceras teoretiska modeller för strömningsdynamik, såsom de kompressibla Reynolds-Averaged Navier-Stokes-ekvationerna.

2.1 Stötvågsbildning

En stötvåg är en typ av störning som rör sig snabbare än den lokala ljudhastigheten i ett medium. Den kännetecknas av en plötslig och nästan diskontinuerlig förändring i tryck, temperatur och densitet. När ett objekt rör sig supersoniskt, det vill säga snabbare än ljudets hastighet, skapas stötvågor (Anderson, 2010).

2.1.1 Bildning av stötvågor

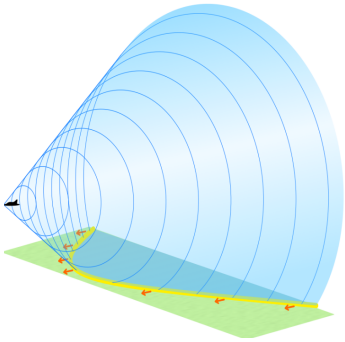
Stötvågorna uppstår när luften framför ett supersoniskt objekt komprimeras och inte kan spridas undan tillräckligt snabbt. Detta leder till att trycket, temperaturen och densiteten förändras plötsligt. När stötvågorna når marken, uppfattas de som en hög smäll, en överljudsknall. Intensiteten hos överljudsknallar beror på faktorer som objektets hastighet, höjd och storlek. Det är också därför supersoniskt flyg är förbjudet över befolkade områden (Anderson, 2010). Se figur 2.1 för en illustration av stötvågens koniska form.



Figur 2.1: Schlierenfoto som visar stötvågor i luft (Leishman, 2022).

2.1.2 Machvågen och dess roll för stötvågsbildning

När ett objekt rör sig snabbare än ljudet, bildas en kon av Machvågor bakom objektet. Dessa vågor sammanfaller och bildar stötvågen, som är det faktiska fenomenet som leder till den plötsliga förändringen i tryck och densitet. En Machvåg är alltså en delkomponent i bildandet av en stötvåg och beskriver de vågor som sprider sig från objektet i en konisk form (Anderson, 2010). Se figur 2.2 för en visualisering av Machkonen.



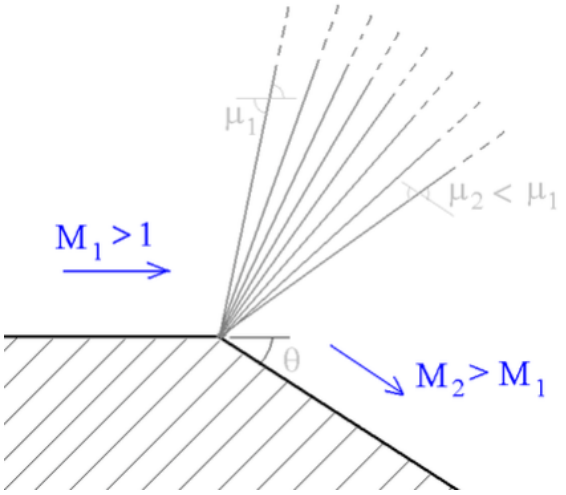
Figur 2.2: Machkonen (Cmglee, 2024)

Machkonens öppningsvinkel kallas Machvinkeln μ och beror på friströms-Mach-talet M_∞ enligt ekvation 2.1.

$$\mu = \arcsin\left(\frac{1}{M_\infty}\right). \tag{2.1}$$

2.2 Prandtl-Meyer-expansioner

Till skillnad från stötvågor sker Prandtl-Meyer-expansioner när ett supersoniskt flöde rör sig över en konvex kant. I denna typ av flöde uppstår en serie Machvågor, men ingen stötvåg bildas. Vid denna expansion ökar flödeshastigheten och Mach-talet, medan tryck och temperatur minskar (Andersson, 2023). Se figur 2.3 för en illustration av Prandtl-Meyer-expansionen, som består av ett oändligt antal Machvågor.



Figur 2.3: Prandtl-Meyer-expansion (Mythealias, 2016)

2.3 Anfallsvinkel

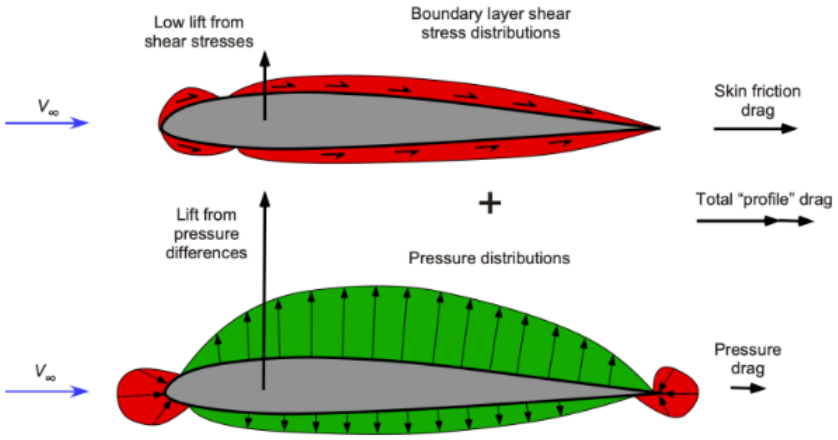
Inom fluiddynamik beskriver anfallsvinkeln α vinkeln mellan en bestämd referenslinje på en kropp, oftast vingens kordalinje, och riktningen för den strömmande luften eller vätskan som kroppen rör sig genom. Se figur 2.4 för illustration.

Den kritiska anfallsvinkeln är den vinkel där en vingprofil uppnår sin maximala lyftkraftskoefficient. När anfallsvinkeln ökar fram till denna punkt ökar också lyftkraften. Om vinkeln däremot ökar förbi den kritiska gränsen, separerar luftflödet över vingens ovansida, vilket resulterar i turbulent strömning, minskad lyftkraftskoefficient och därmed försämrad lyftförmåga (Benson, 2024).

Figur 2.4: Anfallsvinkel (McLean, 2015)

2.4 Lyftkraft och motstånd

Lyftkraft genereras genom att vingen påverkar strömmen av luft och omfördelar trycket runt vingprofilen vilket illustreras i figur 2.5. Lyftkraften skapas både av fördelningar av skjuvspänning i gränsskiktet samt av tryckskillnader (Leishman, 2022).



Figur 2.5: Illustration av uppkomsten av lyftkraft (Leishman, 2022)

Den lyftkraft L som krävs för att ett flygplan ska flyga rakt fram på en konstant höjd bestäms huvudsakligen av dess massa m och tyngdaccelerationen g, med antagande om små anfallsvinklar. Lyftkraften beror på vingens geometri och aerodynamiska egenskaper, vilka beskrivs av den dimensionslösa lyftkraftskoefficienten C_L. Denna koefficient påverkas av vingens anfallsvinkel α och bestäms ofta genom vindtunneltester. Lyftkraften påverkas dessutom av vingens projicerade area A_p samt det dynamiska trycket q, som definieras enligt ekvation 2.2.

$$q = \frac{\rho\, u^2}{2} \tag{2.2}$$

där u är flyghastigheten och ρ luftens densitet. För små anfallsvinklar kan lyftkraften kan då uttryckas enligt ekvation 2.3.

$$L = mg = q \cdot A_p \cdot C_L \tag{2.3}$$

(Ingelman-Sundberg, 1990). Lyftkoefficienten C_L definieras därmed enligt ekvation 2.4.

$$C_L = \frac{L}{qA_p}. \tag{2.4}$$

För en deltavinge med en subsonisk framkant, det vill säga att luftströmmen som träffar vingens främsta del har en hastighet lägre än ljudets, kan lyftkoefficienten approximativt beräknas med linjär teori enligt ekvation 2.5.

$$C_L = 2\pi \sin(\alpha). \tag{2.5}$$

Givet att $\sin(\alpha) \approx \alpha$ för små anfallsvinklar, erhålls sambandet i ekvation 2.6.

$$C_L \approx 2\pi\alpha. \tag{2.6}$$

För en supersonisk framkant, det vill säga att luftströmmen som träffar vingens främsta del har en hastighet högre än ljudets, kan lyftkoefficienten approximeras enligt ekvation 2.7.

$$C_L = \frac{4\alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}. \tag{2.7}$$

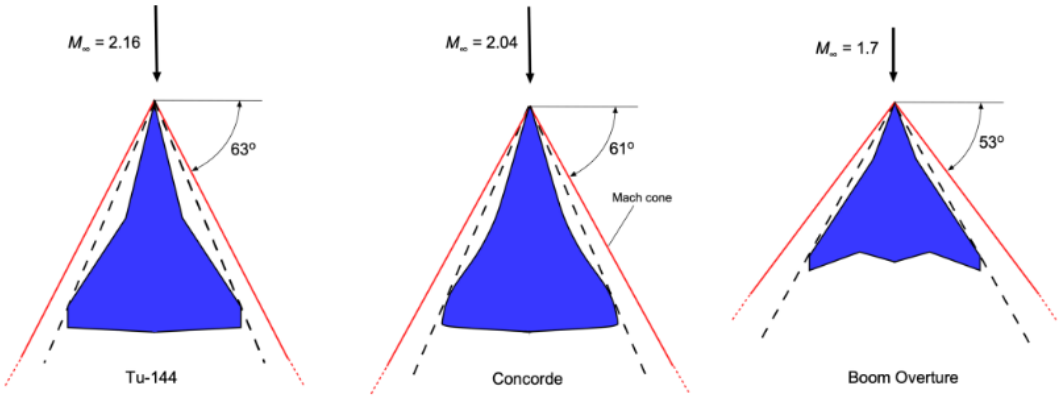
Som synes i figur 2.5, genereras även ett motstånd D. Utifrån detta definieras motståndskoefficient C_D såsom beskrivet i ekvation 2.8.

$$C_D = \frac{D}{qA_p} \tag{2.8}$$

(Leishman, 2022).

2.4.1 Vågmotstånd

När ett flygplan närmar sig ljudets hastighet uppstår ytterligare en typ av motstånd: vågmotstånd. Vågmotståndet orsakas av stötvågor som avsevärt ökar det aerodynamiska motståndet. För att minska vågmotståndet bör vingen ha en subsonisk framkant. I praktiken innebär detta att vingen är svept så att den befinner sig innanför Machkonen, vilket illustreras i figur 2.6.



Figur 2.6: Illustration som visar hur tre olika överljudsflygplan har vingar svepta innanför Machkonen för olika hastigheter. För jämförelse har vingytorna normaliserats med vingbredden (Leishman, 2022).

Villkoret för en subsonisk framkant uttryckas matematiskt genom ekvation 2.9.

$$M_\infty \cos \Lambda < 1 \tag{2.9}$$

där Λ definierar svepvinkeln, alltså vinkeln mellan vingens framkant och en linje vinkelrät mot flygplanets längdriktning. Med hjälp av ekvation 2.1 kan uttrycket omskrivas till formen som ges i ekvation 2.10:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \Lambda\right) < \sin \mu \tag{2.10}$$

vilket innebär följande:

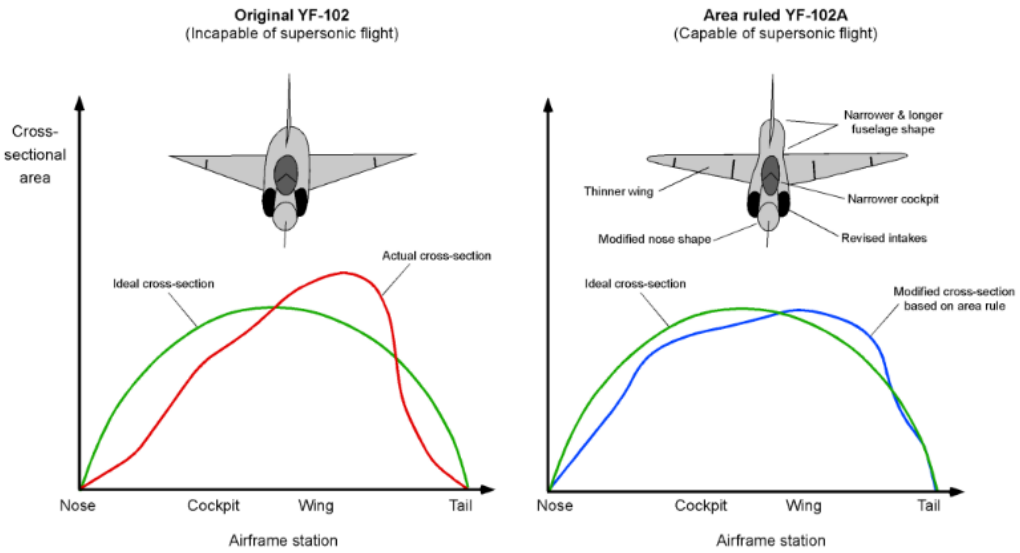
$$\frac{\pi}{2} - \Lambda < \mu. \tag{2.11}$$

2.4.2 Arearegeln

För att ytterligare minska vågmotståndet designas flygplanet så att det följer arearegeln. Den syftar till att planets tvärsnittsarea från nos till bakände varierar jämnt enligt en idealiserad kropp som minimerar vågmotståndet, en så kallad Sears-Haack-kropp. Sears-Haack-kroppens tvärsnittsarea varierar längs kroppens längd enligt ekvation 2.12.

$$A_s(x) = \pi r_{\max}^2 \left[4x(1-x)\right]^{3/2}, \tag{2.12}$$

där $A_s(x)$ är kroppens tvärsnittsarea vid den normerade längdpositionen x ($0 \leq x \leq 1$), som löper från nosen till bakänden av kroppen och $r_{\max}$ är kroppens maximala radie. Ett exempel på beaktandet av arearegeln finns att se i figur 2.7.



Figur 2.7: Exempel på hur arearegeln kan tillämpas. Till vänster är ett flygplan där arearegeln inte har beaktats. Till höger visas samma flygplan, omdesignat med hänsyn till arearegeln (Leishman, 2022).

Till vänster visas en modell som inte kan flyga supersoniskt medan den till höger kan det genom omdesign med hänsyn till arearegeln. Några ändringar som gjorts för att närma sig den ideala tvärsnittsarean är längre och smalare kropp som dessutom smalnar av vid vingarna för att kompensera för den extra tvärsnittsarea vingarna tillför, men även de är tunnare (Leishman, 2022).

2.5 Förhållandet mellan tjocklek och kordalängd

En viktig del av aerodynamisk analys är förhållandet mellan tjocklek och kordalängd, då denna påverkar vingens aerodynamiska egenskaper, inklusive lyftkraft, motstånd och stötvågsbildning. Förhållandet mellan tjockleken t och kordalängden c definieras enligt följande:

$$\frac{t}{c} = \frac{\text{maximal vingprofiltjocklek}}{\text{kordalängd}}. \tag{2.13}$$

Vid hastigheter nära ljudets hastighet kan Bernoullis princip leda till att luftflödet över vingens och flygkroppens krökta ytor accelererar till överljudshastigheter. Detta orsakar stötvågor, och för att minska dessa bör vingens krökning hållas låg, utan att kompromissa med lyftkraften.

Ett sätt att uppnå detta är att minska vingens tjocklek i förhållande till kordalängden. Ett lägre tjocklek–kordaförhållande fördröjer kompressibilitetseffekter och stötvågsbildning vid höga Mach-tal. Därför utformas överljudsvingar ofta som tunna och breda. Ett rekommenderat förhållande är 3 %, vilket också används för Concorde och tillämpas i denna rapport. Tunnare vingar skulle resultera i att bränslet inte skulle få plats, då detta är förvarat i vingarna (Ciornei, 2005).

2.6 Förhållandet mellan lyftkraft och motstånd

För denna studie är förhållandet mellan lyftkraft och motstånd, det så kallade lyftkraft–motståndsförhållandet, L/D, viktigt för att kunna förbättra flygplanets aerodynamiska prestanda vid överljudshastigheter. Kvoten mellan lyftkraft L och motstånd D, uttrycks vanligtvis enligt:

$$\frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D} \tag{2.14}$$

där C_L är lyftkraftskoefficienten och C_D är motståndskoefficienten. Ett högt L/D-värde indikerar att flygplanet genererar mycket lyft i förhållande till sitt motstånd, vilket är önskvärt ur ett effektivitetsperspektiv, då detta leder till en större specifik räckvidd R, som representerar räckvidden per enhetsmassa av bränsle. Även en högre hastighet leder till en större specifik räckvidd eftersom R är proportionell mot Mach-talet M enligt ekvation 2.15.

$$R \propto M \cdot \frac{L}{D} \tag{2.15}$$

(Grönstedt, 2025). Däremot påverkas lyftkraft-motståndsförhållandet starkt av stötvågor, kompressibilitet och vågmotstånd vid överljudshastigheter. Vågmotståndet ökar snabbt vid Mach-tal över 1.0, vilket försämrar L/D-värdet jämfört med underljudshastigheter. En optimerad utformning av flygplanet kan dock reducera påverkan (Leishman, 2022).

2.7 Strömningsberäkningar

I denna del av rapporten presenteras den teoretiska bakgrunden för de flödessimuleringar som genomförs i arbetet. Modeller och principer som ligger till grund för beräkningarna beskrivs, vilket ger en överblick över de metoder som tillämpas.

2.7.1 Kompressibla Reynolds-Averaged Navier-Stokes

Vid simulering av turbulenta flöden används ofta Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS), vilket även är fallet i detta arbete, som en metod för att minska den be-

räkningsmässiga komplexiteten. Grundidén är att flödesvariablerna delas upp i ett medelvärde och en turbulent fluktuation enligt Reynolds-dekompositionen, exempelvis för hastigheten u_i såsom beskrivs i ekvation 2.16.

$$u_i = \overline{u}_i + u_i'' \tag{2.16}$$

där $\overline{u}_i$ betecknar medelvärdet och u_i'' är fluktuationen. Då denna uppdelning appliceras på Navier-Stokes-ekvationerna, och medelvärdesbildning utförs, erhålls de så kallade RANS-ekvationerna. De kompressibla RANS-ekvationerna i indexnotation syns nedan:

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\rho}\hat{u}_j\right) = 0 \tag{2.17}$$

$$\frac{\partial \left(\overline{\rho}\hat{u}_i\right)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\hat{u}_j\overline{\rho}\hat{u}_i\right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \tag{2.18}$$

$$\frac{\partial \left(\overline{\rho}\hat{E}\right)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\hat{u}_j\overline{\rho}\hat{H}\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\sigma}_{ij}\hat{u}_i + \overline{\sigma_{ij}u_i''}\right) - \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{q}_j + c_p\overline{\rho u_j'' T''} - \hat{u}_i\tau_{ij} + \frac{1}{2}\overline{\rho u_i'' u_i'' u_j''}\right). \tag{2.19}$$

Ett streck över, exempelvis $\overline{\rho}$, symboliserar ett tidsmedelvärde av storheten. En hatt, exempelvis $\hat{u}_i$, symboliserar ett Favre-medelvärde, vilket är ett densitetsvägt medelvärde. ρ är densiteten, σ är den viskösa spänningstensorn, τ är Reynolds spänningstensor, E är totalt energiinnehåll per massenhet, H är total entalpi, c_p är specifik värmekapacitet vid konstant tryck, q är värmeflöde och T är temperaturen.

För att kunna lösa RANS-ekvationerna krävs en modellering av de nya termer som uppstår vid medelvärdesbildningen; framför allt Reynolds spänningstensorer, τ_{ij}, som innehåller information om turbulensen (Rumsey, 2024). I detta arbete användes k-ω-SST-modellen (Shear Stress Transport).

2.7.2 k-ω-SST-modellen

Modellen k-ω-SST bygger på två ekvationer och är en kombination av k-ω- och k-ε-modellerna. Den använder k-ω-beteende nära väggarna för att bättre fånga upp gränsskiktets egenskaper, medan i den fria strömningen övergår modellen till ett k-ε-beteende. Följaktligen undviks att modellen är för känslig för turbulensegenskaperna i inloppsflödet, vilket är vanligt med k-ω-modellen. SST-modellen är särskilt effektiv vid ogynnsamma tryckgradienter och separerande flöden. Dock ger den upphov till något för stora turbulensnivåer i områden med stor normalspänning, men tendensen är lägre än för en vanlig k-ε-modell (Menter, 1994).

3

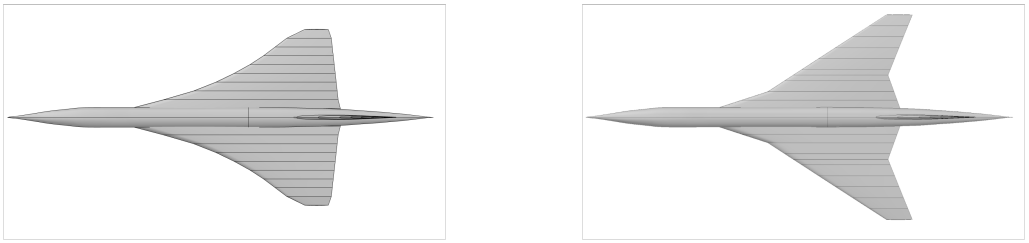
Metod

Detta kapitel beskriver den metod som tillämpats för att uppnå arbetets syfte. Arbetet har genomförts i flera steg, där varje fas bygger vidare på insikter från föregående moment. Metoden inkluderar att skapa CAD-modeller av samtliga flygplan, areaoptimering, ett valideringsfall och simuleringar.

3.1 Modeller av flygplan

För att möjliggöra en analys av ett flygplan med ogivala deltavingar, erhölls en CAD-modell av Concorde från Jesper Oppelstrup och Arthur Rizzi, professorer emeriti vid Kungliga Tekniska Högskolan, i SMX-format som innehöll geometrin för hela flygplanet. Filen gick endast att visualisera i Oppelstrups och Rizzis egenskrivna program SUMO. Därför öppnades filen som text istället, och där återfanns alla tvärsnitt och mått för både flygplanskropp och vingar. Denna data extraheras sedan med hjälp av en Python-kod och importeras till OpenVSP som är ett parametriserat analys- och geometriverktyg med öppen källkod för konceptuell utformning av flygplan (McDonald & Gloudemans, 2022).

Modellen med CACD-vingar är också till stor del baserad på erhållen modell från Oppelstrup och Rizzi, dock med omarbetad vingkonfiguration enligt ATSF-studierna, se avsnitt 1.3.2, samt renderingar av Boom Overture. För att isolera vingens inverkan i simuleringarna användes samma flygplanskropp och stjärtfena i båda modellerna. Till skillnad från Boom Overture utelämnades bakre stabilisatorvingar. På så sätt kunde andra variablers påverkan minimeras. Vingarnas tvärsnittsprofil och vingarea hölls också konstant mellan modellerna, vilket innebar att den huvudsakliga skillnaden mellan dem utgjordes av vingens svepvinkel samt dess infästning i flygplanskroppen, se figur 3.1. Svepvinkel och mått för CACD-vingen togs i huvudsak från renderingar av Boom Overture. Svepvinklarna uppmättes till 72° respektive 56° för de två vingsegmenten. Dessa svepvinklar bedömdes vara rimliga för den avsedda hastigheten på Mach 1.7, där Machvinkeln beräknades till 36° enligt ekvation 2.1, vilket innebär att ekvation 2.11 är uppfylld. Notera att Machvinkeln mäts från centrumlinjen av flygplanskroppen medan svepvinkeln mäts vinkelrätt från färdriktningen. Svepvinklarna motsvarar därmed 18° respektive 34° och förblir innanför Machvinkeln.

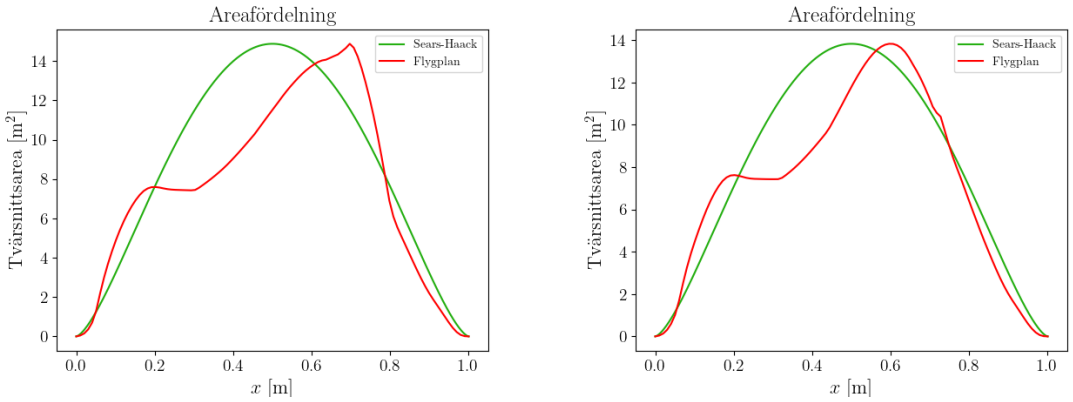


(a) Modell med ogivala deltavingar **(b)** Modell med CACD-vingar

Figur 3.1: Modell med ogivala deltavingar och modell med CACD-vingar sett ovanifrån.

3.1.1 Areaoptimering av modell

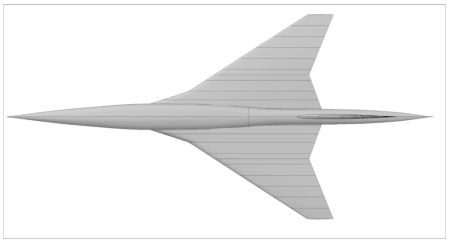
Som synes i figur 3.2 återfinns en viss skillnad mellan de båda modellerna med avseende på areafördelning. Flygplanet med ogival deltavinge uppvisar en något mer ojämn kurva, medan modellen med CACD-vingar har en jämnare fördelning. Den optimala areafördelningen för aerodynamisk prestanda uppvisas av Sears-Haack-kroppen, vilken betecknas med grön linje i figur 3.2. Med tanke på de tydliga avvikelserna från den optimala Sears-Haack-fördelningen, undersöktes i vilken utsträckning en areafördelningsoptimering skulle kunna förbättra den aerodynamiska prestandan.



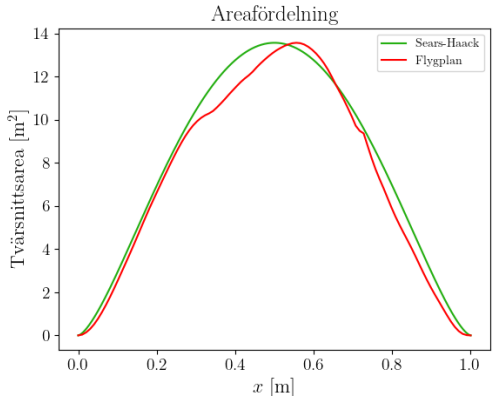
(a) Modell med ogival delta **(b)** Modell med CACD

Figur 3.2: Areafördelning för modellen med ogival delta och CACD normerade över flygplanens längd.

Modellen utrustad med CACD-vingar valdes att vidareutvecklas för att erhålla en inblick i hur vågmotståndet skulle kunna minskas. Areaoptimeringen utfördes genom att applicera arearegeln på flygplanskroppen. Vingarna och sidrodret lämnades orörda, medan tvärsnittsarean av kroppen ökades framför vingarna och minskades bakom vingarna. Detta gjordes för att kompensera för vingarnas påverkan på tvärsnittet. Resultatet av denna areaoptimering illustreras i figur 3.3



(a) Modell med CACD-vingar och areaoptimerad kropp



(b) Areafördelning av modell jämfört med en Sears-Haack-kropp

Figur 3.3: CAD-rendering och areafördelning för den areaoptimerade modellen.

3.2 Rensning av geometri

För att möjliggöra simulering i STAR-CCM+ bearbetades 3D-modellerna från OpenVSP genom att de först importerades till SpaceClaim, ett CAD-verktyg som kan skapa och modifiera CAD-modeller. I SpaceClaim sammanfogades flygplansdelarna till en sammanhängande, sluten solid kropp. När geometrin var korrekt sammanfogad, sparades den som en IGES-fil. Denna omvandling till IGES-format var nödvändig för att säkerställa kompatibilitet med simuleringsprogramvaran och för att underlätta generering av beräkningsnätet.

3.3 Validering av CFD-inställningar

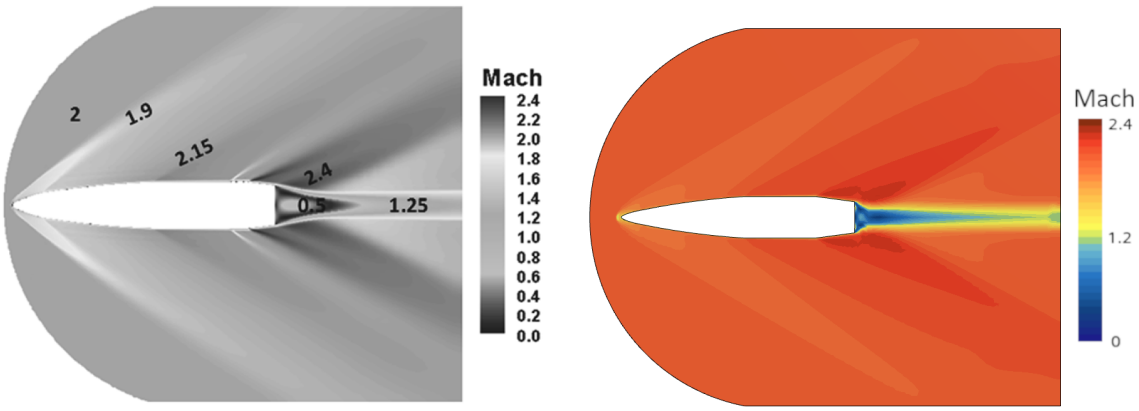
För att kunna erhålla tillförlitliga resultat från CFD-simuleringarna är det avgörande att simuleringarna genomförs med korrekta inställningar och att den numeriska modellen är noggrant konfigurerad. För att säkerställa detta, skapades ett testfall för validering. Detta testfall utgick från studien *Optimisation of Round Bodies for Aerodynamic Performance and Stability at Supersonic Speeds* (Jiajan m. fl., 2013), där författarna undersökte optimering av axisymmetriska kroppar, i detta fall en granat, för att förbättra aerodynamiska prestanda och stabilitet vid höga hastigheter. Denna studie användes på grund av de geometriska likheterna mellan det objekt som användes i ovan nämnda studie, och en symmetrisk flygplanskropp. Dessutom utfördes jämförelsestudien i överljudshastigheter, vilket gör den lämplig för detta arbete.

En CAD-modell av granaten skapades med de mått som granaten beskrevs ha i studien. För att säkerställa och undersöka korrekta CFD-inställningar utfördes en valideringssimulering av den granatformade kroppen i STAR-CCM+ under samma förhållanden som i den refererade studien. Genom att jämföra de erhållna resultaten med de som rapporterats i referensstudien kunde simuleringens noggrannhet och

tillförlitlighet bedömas. En god överensstämmelse mellan resultaten indikerar att de använda inställningarna och modellerna i STAR-CCM+ är tillförlitliga för fortsatt analys.

I den genomförda simuleringen sattes inflödes- och utflödesvillkoren till ett tryck av 101 325 Pa och en temperatur av 288 K. Vid inflödet specificerades turbulensintensiteten till 0.1 %, medan förhållandet mellan turbulent och laminär viskositet sattes till 10. För väggarna tillämpades no-slip-villkor samt isoterma förhållanden med en temperatur av 288 K.

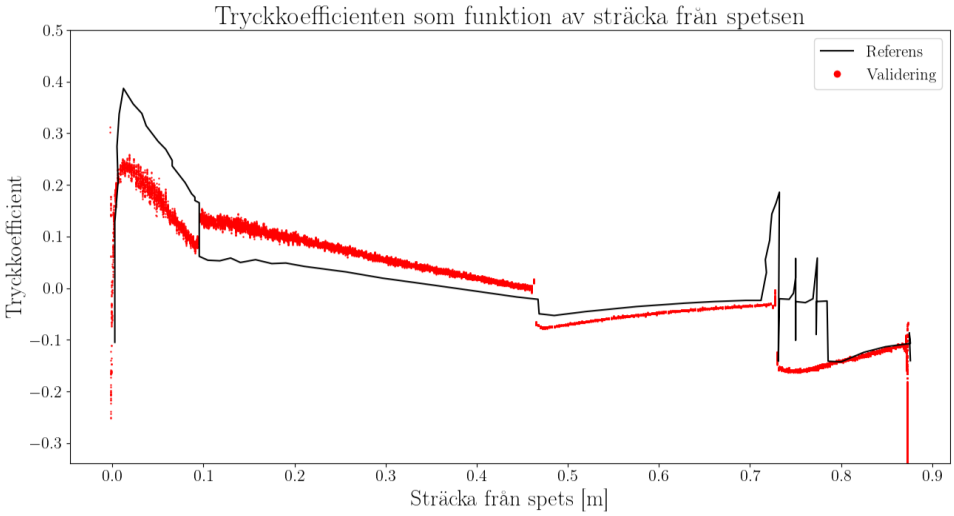
Flödet modellerades i 3D, vilket motsvarar det axialsymmetriska inflödet som användes i referensstudien. Flödeshastigheten sattes till Mach 2.0 med en anfallsvinkel på 0°. Simuleringen utfördes i stabilt tillstånd. Det viskösa flödet diskretiserades med hjälp av centraldifferensmetoden. För turbulensmodelleringen användes k-ω-SST-modellen. Flödet antogs vara kvasi-stationärt, och medelvärdesekvationerna integrerades tidsmässigt med ett fullt implicit schema. I figur 3.4 syns Mach-talskonturerna från referensstudien samt den validerande simuleringen, och i figur 3.5 syns tryckkoefficenten som funktion av sträckan från granatens spets.



(a) Mach-talsfördelning såsom presenterad av Jiajan m.fl. (2013)

(b) Beräknad Mach-talsfördelning enligt simulering

Figur 3.4: Mach-talskonturer för axisymmetrisk kropp i figur (a) och simuleringsvalidering (b).



Figur 3.5: Tryckkoefficienten som funktion av sträckan från granatens spets. Svart linje är referensen och röd linje är den validerande simuleringen.

3.3.1 Resultat av validering

Det finns en viss skillnad vad gäller tryckkoefficientens värde, vilket troligen beror på att beräkningsnätet inte var tillräckligt fint (endast 1.9 miljoner celler jämfört med Jiajan m.fl. (2013) med 4.8 miljoner celler) och därigenom saknade tillräcklig upplösning av stötvågor. Mach-talsfördelningen såsom presenterad i referensstudien stämmer till stora delar överens med den beräknade Mach-talsfördelningen enligt simulering. Stötvinklarna i de båda simuleringarna överensstämmer i tillräcklig utsträckning. Dessutom uppvisar simuleringsvalideringen en lokal acceleration i den bakre delen av kroppen, vilket överensstämmer med referensstudiens simulering.

Valideringsfallet gav ett värde på $C_D \approx 0.28$, vilket är en avvikelse på 4 % vid jämförelse med studiens resultat på cirka 0.27.

Syftet med valideringen var främst att säkerställa randvillkor och eftersom det fanns tidsbegränsningar valdes det att anse valideringssimuleringen godkänd. Därmed kunde simuleringen av vingkonfigurationerna påbörjas.

3.4 Simulering av vingkonfigurationer

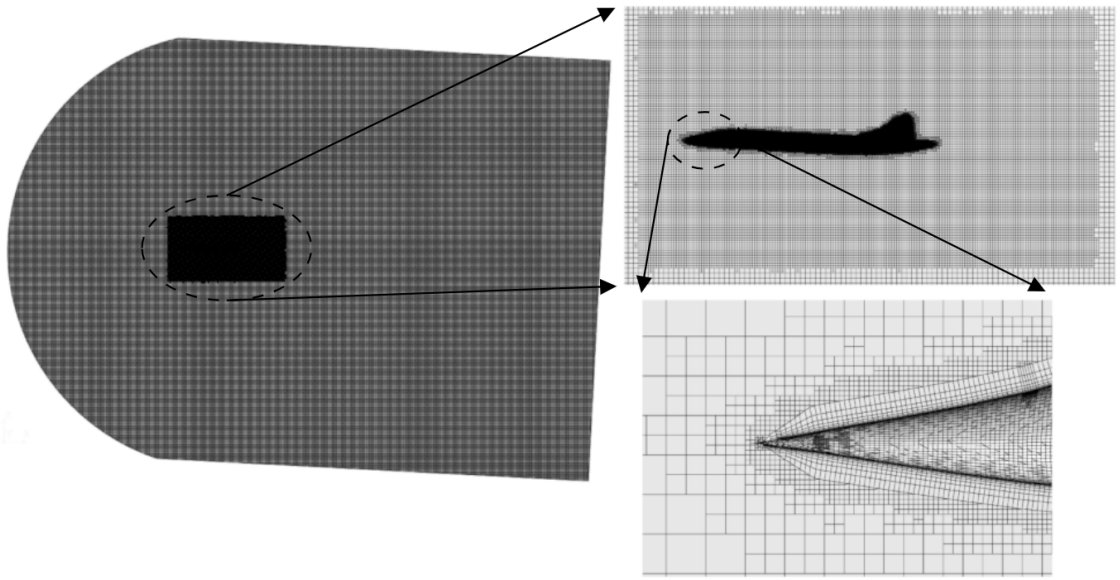
Efter att flygplansmodeller med olika geometrier upprättats och kontrollerats, utfördes simuleringar i Star-CCM+ med grund i valideringsfallet som gjorts.

3.4.1 Beräkningsnät

För att kunna utföra simuleringar med god noggrannhet behövdes ett kvalitativt beräkningsnät. Ett tätare beräkningsnät applicerades i regioner med betydande förändringar i geometrin. För att tydligare lösa upp förändringar i strömningsfältet skapades en cylinder runt flygplanskroppen med tätare beräkningsnät än resten av

den omgivande regionen. I samråd med handledare bestämdes antalet celler till tre miljoner för att erhålla ett tillräckligt bra resultat av simuleringarna. På samma sätt bestämdes en övre gräns till fem miljoner celler för att begränsa behovet av datorkraft. För alla tre flygplanen användes cirka 3.1 miljoner celler.

Mer specifikt utfördes beräkningsnätet med åtta prismatiska lager och en stretch-faktor på 1.5 för att korrekt fånga gränsskiktsflödet kring flygplanskroppens yta. Trimmed cell-meshing användes i volymen i kombination med prismatiska lager nära väggarna. Ytnät genererades som grund för volymberäkningsnätet. Beräkningsnätet finns att se i figur 3.6. Hela domänen har formen av en cylinder med en hemisfärisk ände, men den är delad i två längs symmetriplanet.



Figur 3.6: Beräkningsnätet som användes. Till vänster syns hela domänen normalt mot symmetriplanet och till höger är mer detaljerade vyer.

3.4.2 Indata

Indata till CFD-beräkningar var standardförhållanden vid 60 000 fots höjd i stratosfären (Braeunig, 2025). Värdena framställs i SI-enheter i tabell 3.1.

Tabell 3.1: Tabell med indata som användes i simuleringarna (Airways, 2025).

Storhet	**Värde**
Anfallsvinkel	3.80° Ogival delta 3.55° CACD 3.44° Areaoptimerad CACD
Densitet	0.1153 kg/m^3
Dynamisk viskositet	$1.432 \cdot 10^{-5}$ Pa·s
Hastighet	501.3 m/s
Höjd	18 288 m
Marschtyngd	1 393 kN
Maximal startvikt	185 000 kg
Temperatur	216.65 K
Tryck	7 173.2 Pa

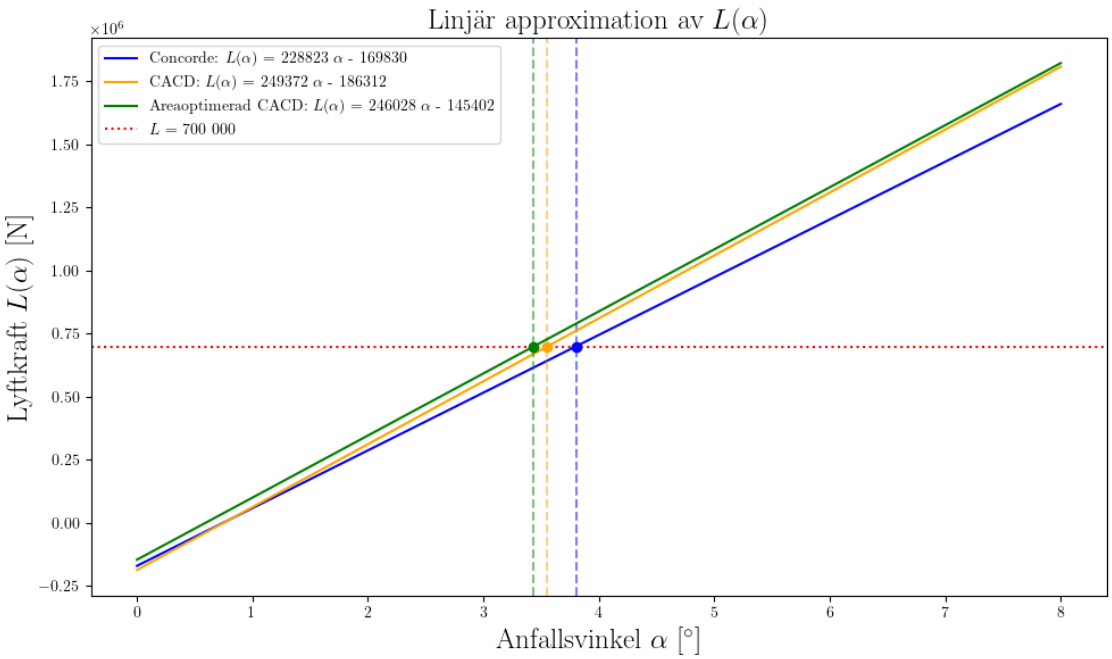
För vidare information om hur marschtyngden beräknats och vilka antaganden som gjorts, se appendix A.1.

För att beräkna den anfallsvinkeln som krävs för att planet ska kunna behålla höjd användes en kombination av ekvationerna 2.4 och 2.7 för att kunna genomföra en approximativ interpolation:

$$L = \alpha \frac{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}{2\,\rho\,A_p\,u^2}. \tag{3.1}$$

Som framgår i ekvation 3.1 är lyftkraften linjär i förhållande till anfallsvinkeln. Detta linjära samband användes för att bestämma den anfallsvinkel som krävs för att bevara konstant flyghöjd. Lyftkraften fastställdes för anfallsvinklarna 2° och 8° via simuleringar. Ena vinkeln valdes nära vinkeln 0° och den andra nära där det linjära antagandet slutar gälla vid 13°.

Dessa värden användes för att ta fram en linjär formel för lyftkraften som funktion av anfallsvinkeln som visas nedan i figur 3.7. Kod bifogas i appendix A.2. Därefter bestämdes anfallsvinklarna baserat på marschtyngden.



Figur 3.7: Linearisering av lyftkraften som funktion av anfallsvinkel

4

Resultat

I detta kapitel presenteras resultaten från de aerodynamiska simuleringarna, där olika vingkonfigurationer för överljudsflygplan har jämförts. Mer specifikt presenteras resultat för lyftkraft i förhållande till motstånd, anfallsvinkel, och Mach-talskonturer för de tre flygplanen, ogival delta, CACD och areaoptimerad CACD. Yttermera illustreras även skillnaderna i tryckfördelning.

4.1 Anfallsvinkel

Som beskrivits i metodkapitlet har den anfallsvinkel som krävs för att bevara höjd identifierats för respektive konfiguration. Som åskådliggörs i tabell 4.1, beräknas anfallsvinkeln för ogival deltavinge till 3.80°, CACD-vingar till 3.55°, areaoptimerad med CACD-vingar till 3.44°.

Tabell 4.1: Anfallsvinklar för olika flygplan

Flygplan	Anfallsvinkel
Ogival delta	3.80°
CACD	3.55°
Areaoptimerad CACD	3.44°

4.2 Lyftkraft i förhållande till motstånd

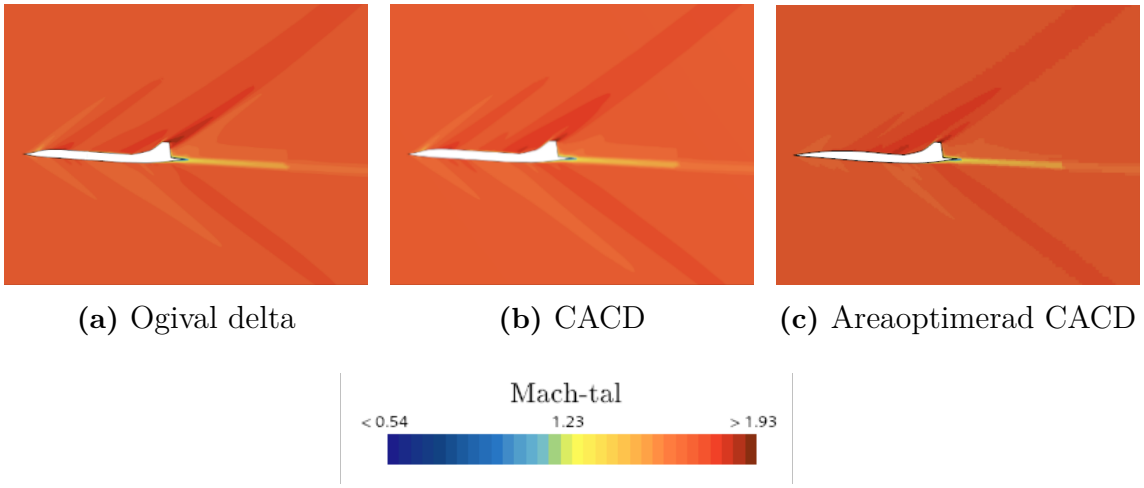
En central parameter i prestandaanalysen är lyftkraft–motståndsförhållandet (L/D). Detta kvotvärde avgör hur effektivt ett flygplan genererar lyft i relation till det aerodynamiska motståndet, vilket i sin tur påverkar bränsleförbrukningen. Tabell 4.2 sammanställer resultaten, där det framgår att högsta lyftkraft-motståndsförhållandet erhålls genom den areaoptimerade modellen utrustad med CACD-vingar.

Tabell 4.2: Lyftdata för olika flygplanstyper vid angivna anfallsvinklar.

Flygplan	Anfallsvinkel	Lyftkraft	L/D
Ogival delta	3.80°	1 414 kN	8.33
CACD	3.55°	1 424 kN	8.20
Areaoptimerad CACD	3.44°	1 424 kN	8.35

4.3 Mach-talskonturer

För att visualisera tryckfördelningen och stötmönster längs flygplanens kroppar och vingar presenteras Mach-talskonturer i figur 4.1. Som synes är stötmönstret liknande för alla tre modeller, även om den areaoptimerade modellen, se figur 4.1c, uppvisar en mindre stöt vid nosen.

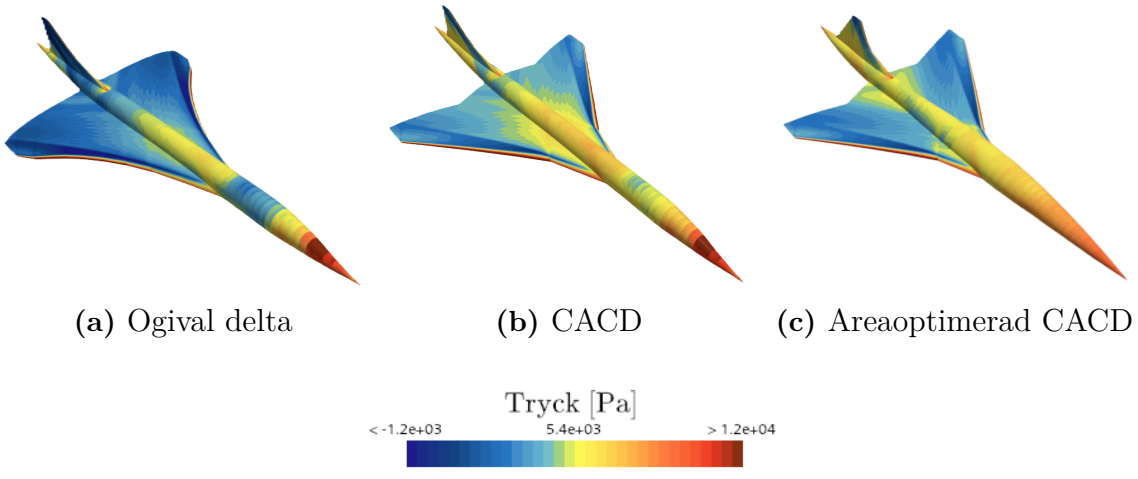


(a) Ogival delta **(b)** CACD **(c)** Areaoptimerad CACD

Figur 4.1: Jämförelse av Mach-talskonturer i symmetriplanet för de olika modellerna.

4.4 Tryckfördelning

Vidare undersöktes tryckfördelningen för de tre olika modellerna, vilket visualiseras i figur 4.2. Som synes är modellerna utrustade med CACD-vingar liknande, medan modellen med ogivala deltavingar uppvisar en något annorlunda tryckfördelning. Modellen med ogivala deltavingar har lägre tryck över vingarna. Alla tre modellerna uppvisar högt tryck vid nosen, vilket är förväntat vid de simulerade hastigheterna.

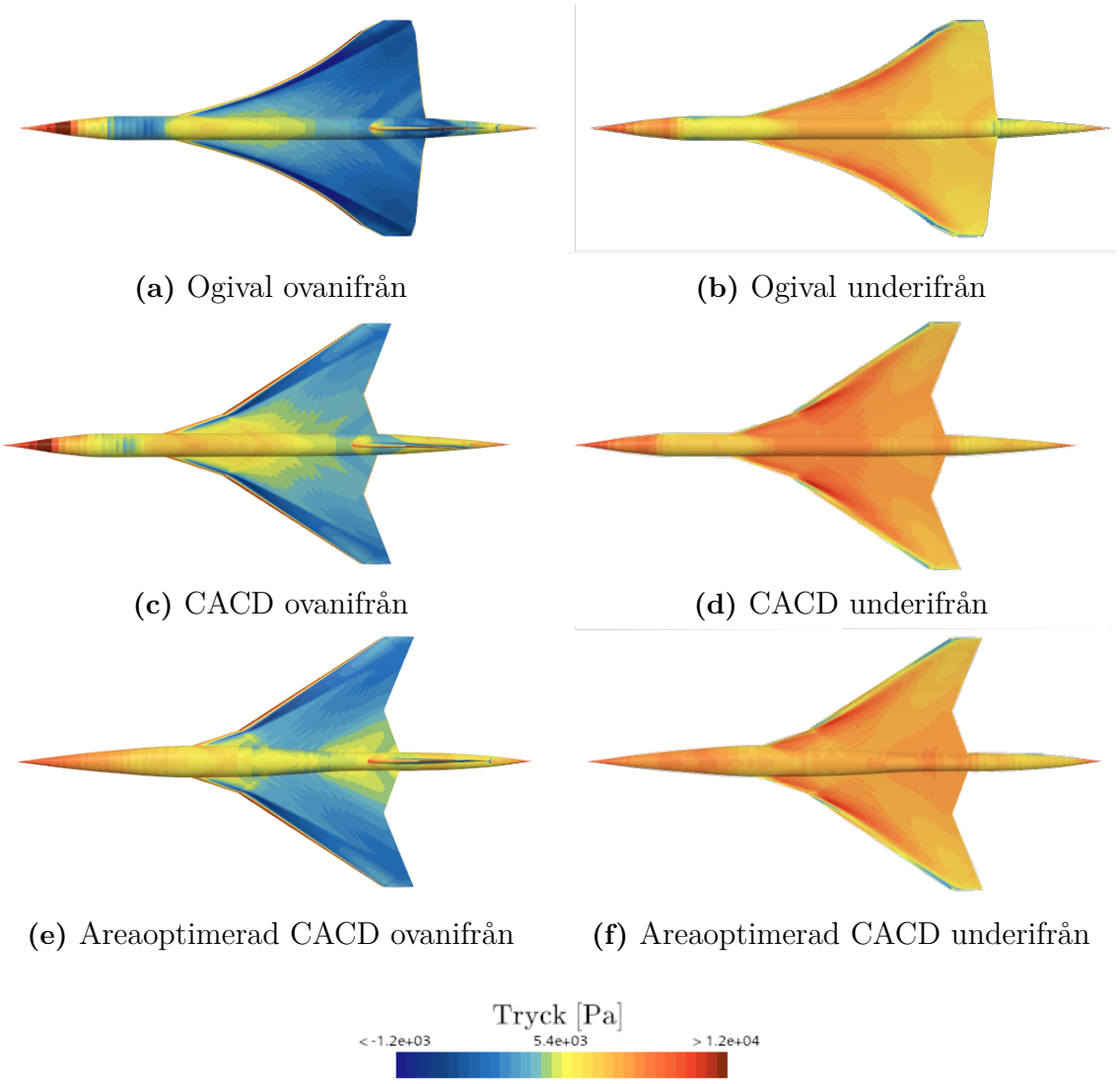


(a) Ogival delta **(b)** CACD **(c)** Areaoptimerad CACD

Figur 4.2: Tryckfördelning över flygplanen

I figur 4.3 visualiseras tryckfördelningen ovanifrån och underifrån för modellen med ogival deltavinge, CACD samt areaoptimerad CACD. Tryckskillnaden mellan ovan- och undersida för samtliga plan är tydlig. På ovansidan uppstår expansionsområden där trycket sjunker, medan undersidan kan utsättas för kompression och stötvågor som medför högre tryck. Denna tryckskillnad genererar lyftkraft.

En skillnad i tryckfördelningen kan observeras både ovanifrån och underifrån mellan modellen med ogival deltavinge och modellen med CACD. Den ogivala deltavingen uppvisar lägre tryck på ovansidan jämfört med CACD-modellen, medan CACD å andra sidan har ett högre tryck på undersidan än den ogivala.



(a) Ogival ovanifrån

(b) Ogival underifrån

(c) CACD ovanifrån

(d) CACD underifrån

(e) Areaoptimerad CACD ovanifrån

(f) Areaoptimerad CACD underifrån

Figur 4.3: Tryckfördelning ovanifrån och underifrån för ogival deltavinge (a) och (b), CACD (c) och (d) och areaoptimerad CACD (e) och (f).

5
Diskussion & slutsats

I detta kapitel diskuteras den valda metodens tillförlitlighet, samt de resultat som framkommit i arbetet. Resultatet kopplas till de tidigare nämnda frågeställningarna och en slutsats presenteras. Vidare behandlas den etiska frågan som uppkommer med överljudsflyg och slutligen diskuteras även spekulationer för framtiden samt förslag på vidare forskning.

5.1 Metoddiskussion

I metoden finns flera aspekter att diskutera, särskilt vad gäller valideringsfallet samt de antaganden som gjordes under simuleringarna. Det är viktigt att notera att användningen av CFD är en kraftfull metod för att simulera aerodynamiska flöden, men som innebär att vissa antaganden och förenklingar har gjorts som kan påverka resultatens noggrannhet.

5.1.1 Valideringens rimlighet

Vid validering av simuleringarna användes endast en referens (offentligt tillgänglig), vilket kan uppfattas som otillräckligt. Vanligtvis baseras valideringar på flera källor för att stärka resultatens tillförlitlighet, men på grund av tidsbegränsningar användes i detta fall en enda referens. Den referens som valdes återfinns i avsnitt 3.3 och behandlar simuleringar av en axisymmetrisk kropp.

Som tidigare nämnts gav den validerande simuleringen $C_D \approx 0.28$, medan resultatet från den refererade studien av Jiajan m.fl. (2013) var $C_D \approx 0.27$, vilket motsvarar ett procentuellt fel på 4 %. Denna avvikelse är förhållandevis liten och kan därför anses vara försumbar.

Som synes i figur 3.5 så stämmer inte tryckkoefficienten som funktion av sträckan från granatens spets helt överens med referensen. Referensen når ett tryckkoefficientvärde av $C_p \approx 0.4$, medan den validerande simuleringen för detta projekt når $C_p \approx 0.25$. Detta antas bero på att CAD-modellen inte stämmer helt överens med referensen, men också på grund av en otillräcklig upplösning av stötvågorna. Vidare uppvisar figur 3.5 en skillnad mellan $x = 0.7$ och $x = 0.8$. Detta beror på att CAD-modellen som användes för detta projekt saknar en gördel (räfflat mönster som bland annat inducerar rotation) som en M549-granat har. Trots dessa skillnader anses valideringen gett ett tillräckligt tillförlitligt resultat, då det huvudsakliga syftet

var att säkerställa att randvillkor och problemet var numeriskt korrekt formulerat för det fortsatta arbetet.

5.1.2 Antaganden

För att genomföra CFD-simuleringarna har flera antaganden gjorts, både på grund av begränsad tillgång till detaljerad data om Concorde och Overture och för att projektet skulle kunna genomföras inom en specifik tidsram. Då studien avgränsats till att inte behandla motorer har ingen analys genomförts av hur strömningsmotståndet kring dessa påverkar aerodynamisk prestanda. Denna förenkling har dock gjorts med syfte att reducera komplexiteten i problemformuleringen och möjliggöra en analys inom projektets ramar. I verkligheten måste dock hänsyn tas till detta eftersom det påverkar flertalet parametrar, såsom bland annat motstånd och masscentrum. Detta gör att resultaten som presenteras i denna rapport måste vidareutvecklas med hänsyn till termodynamik och placering av motorer.

Som nämnts i avsnitt 3.4.2 antas lyftkraften variera linjärt med anfallsvinkeln. Denna förenkling är dock inte generellt giltig, speciellt inte vid större anfallsvinklar. Syftet med denna förenkling är däremot inte att ta fram ett slutgiltigt samband mellan lyftkraften och anfallsvinkeln, utan att kunna hitta den anfallsvinkel som behövs för eftersökt lyftkraft. Då detta mål uppnåddes med den metod som användes kan förenklingen betraktas som tillräcklig för att uppfylla studiens syfte.

5.1.3 Felkällor

De anfallsvinklar som användes i analysen valdes utifrån kravet att uppnå en marschlyftkraft motsvarande 1 400 kN. För att identifiera dessa vinklar tillämpades linjär interpolation mellan två simulerade datapunkter. Denna metod medförde dock att det erhållna värdet på lyftkraften inte exakt motsvarade det önskade värdet, utan uppvisade vissa avvikelser. Den resulterande differensen i lyftkraften påverkade efterföljande beräkningar, vilket i sin tur kan ha påverkat de slutliga resultaten och därmed de slutsatser som dragits utifrån dessa. Differensen är högst för det areaoptimerade planet som fick ett $L = 1\,424$ kN, vilket är 24 kN över det önskade värdet. Felet är dock förhållandevis lågt (1.7 %).

På grund av tidsbegränsningar utfördes simuleringarna med ett beräkningsnät som ansetts tillräckligt bra för detta arbete. Det hade dock varit önskvärt med ett finare beräkningsnät för att erhålla ett noggrannare resultat, till exempel bättre upplösning av stötvågor. I diskussion med handledare uppskattades det att minst en tiodubbling av nätets finhet hade varit nödvändig. Vidare resulterar även de antaganden som gjorts i minskad noggrannhet av resultatet.

Ytterligare en aspekt som påverkar resultatens noggrannhet är osäkerheter kopplade till flödesmodelleringen. I detta fall användes k-ω-SST-modellen, som trots sin robusthet bygger på förenklingar och antaganden som kan leda till avvikelser från det verkliga flödet. Dessa modeller har begränsad förmåga att exakt återge

de icke-linjära effekterna i överljudstransporter samt i områden med starka tryck- och hastighetsgradienter. Trots dessa källor till osäkerhet bedöms studiens resultat som relevanta, men det är viktigt att dessa begränsningar beaktas vid tolkningen av resultaten.

5.2 Resultatdiskussion

Precis som i metodavsnittet finns det flera viktiga aspekter att diskutera när det gäller resultatet. Denna del av arbetet syftar till att besvara studiens frågeställningar och sätta erhållna resultat i ett sammanhang.

5.2.1 Lyftkraft i förhållande till motstånd

Som synes i tabell 4.2 påvisas en viss skillnad mellan flygplanen med avseende på lyftkraft i förhållande till motstånd. Flygplanet med areaoptimerad kropp och CACD-vingar uppvisar den bästa prestandan i jämförelse med övriga plan, även om skillnaderna är små. Modellen med CACD-vingar presterar sämst, även om dess lyftkraft–motståndsförhållande fortfarande överstiger målvärdet på sju. Dock uppnår modellen med CACD-vingar ett prestandavärde som ligger mycket nära både modellen med ogivala vingar och den med areaoptimerad kropp och CACD-vingar.

5.2.2 Energiförbrukning

Lyftkraften i förhållande till motståndet påverkar flygplanets specifika räckvidd. Ett högre lyftkraft–motståndsförhållande (L/D) är kopplat till en större specifik räckvidd eftersom det innebär att en större mängd lyftkraft genereras i förhållande till det aerodynamiska motståndet. Det är därför önskvärt att maximera detta förhållande vid flygplansdesign. I denna studie var skillnaderna i L/D mellan de simulerade konfigurationerna relativt små, men även marginella förbättringar kan ackumuleras till bränslebesparingar över långa flygsträckor och under flygplanets livscykel. Omfattade optimering av de två planformerna hade varit nödvändig för att kunna avgöra vilket av koncepten som hade presterat bäst. Då hade även landningsfallet behövt beaktas.

Även en högre hastighet ger upphov till en större specifik räckvidd enligt ekvation 2.15 men då Mach-talet närmar sig och överstiger 1.0, ökar motståndet i form av vågmotstånd, vilket i sin tur minskar L/D. Det råder alltså en fin balans mellan hastighet och L/D för att maximera den specifika räckvidden.

5.2.3 Areaoptimering

Modellen med CACD-vingar valdes att areaoptimeras, dels eftersom flygplanskroppen baserades på modellen med ogivala vingar, dels på grund av den ökade relevansen av CACD-vingkonfigurationer i dagens flygplansutveckling, såsom Boom Overture.

Tidigare presenterade resultat påvisade att den areaoptimerade kroppen gav vissa prestandafördelar. Jämfört med konfigurationer utan areaoptimering uppnåddes ett högre lyftkraft–motståndsförhållande, vilket indikerar att kroppens form har inverkan på aerodynamisk prestanda. Samtidigt indikerar resultaten att den ogivala vingformen potentiellt är mer effektiv än CACD-vingarna under liknande förhållanden. Det är därför rimligt att anta att en kombination av en areaoptimerad kropp tillsammans med ogivala deltavingar skulle kunna prestera ännu bättre än de konfigurationer som ingått i denna studie.

Det bör dock understrykas att resultaten enbart gäller för de specifika flygförhållandena som modellerats. Faktorer såsom start och landning, samt andra praktiska och aerodynamiska begränsningar, har inte beaktats i denna analys. Därför kan några definitiva slutsatser om den optimala konfigurationen inte fastställas utan vidare studier som inkluderar dessa aspekter.

5.2.4 Tryckfördelning

Tryckfördelningen av de tre flygplansmodellerna har undersökts, där det visade sig att modellen med ogivala deltavingar har lägst tryckfördelning över vingarna. Som framgår av figurerna i avsnitt 4.4, uppvisar samtliga modeller ett lägre tryck på ovansida vinge och ett högre tryck på undersida vinge. Detta är ett förväntat resultat, då det är just detta som ger upphov till lyftkraft.

Som framgår av resultaten uppvisar modellen med CACD-vinge ett högre tryck på både ovansidan och undersidan av vingen jämfört med modellen med ogival deltavinge. Detta innebär att tryckskillnaden är likvärdig mellan de två vingtyperna, även om det absoluta trycket är högre hos CACD-vingen.

5.2.5 Mach-talskonturer

Syftet med areaoptimeringen var att minska vågmotståndet genom att anpassa kroppens tvärsnittsarea enligt Sears–Haack-principen. Figur 4.1 visar att den areaoptimerade flygkroppen genererar en långsammare Prandtl–Meyer-expansion, vilket kan kopplas till en mjukare kurvatur vid nosen jämfört med övriga konfigurationer. Detta åskådliggörs genom Mach-talskonturerna, där tryckgradienten stötvågsintensiteten är lägre längs den areaoptimerade kroppens yta, vilket tyder på ett reducerat vågmotstånd. En potentiell förklaring till skillnaderna i stötvågornas intensitet kan vara variationer i nosens geometri mellan de olika konfigurationerna, där den areaoptimerade modellen skiljer sig från de andra. Ett finare beräkningsnät vid den initiala stöten skulle kunna visa vad orsakerna till skillnaderna i stötens utformning är mellan modellerna.

5.2.6 Slutsats

Syftet med denna studie var att undersöka hur olika vingprofiler och kroppsutformningar påverkar ett överljudsflygplans aerodynamiska prestanda. Resultaten visar att en konfiguration med CACD-vingar och areaoptimerad kropp ger det högsta

lyftkraft–motståndsförhållandet, om än med små skillnader. Den ogivala vingformen presterade dock väl och skulle sannolikt prestera ännu bättre i kombination med en areaoptimerad kropp.

Trots små skillnader mellan konfigurationerna skulle detta kunna ge viss effekt på energiförbrukning över tid. Det understryker vikten av aerodynamisk optimering vid utformning av överljudsflygplan. Både Mach-talskonturerna och de simulerade motståndskrafterna tyder på att den areaoptimerade kroppen hade lägre vågmotstånd än de andra konfigurationerna. Det är svårt att formulera en samlad slutsats, eftersom skillnaderna mellan flygplanens resultat är små.

Sammanfattningsvis bygger resultaten på numeriska simuleringar med förenklade antaganden, vilket innebär att osäkerheter i modellval och indata kan påverka noggrannheten. Trots dessa begränsningar visar resultaten en trend som motiverar vidare forskning. För att bekräfta de observerade tendenserna och inkludera fler praktiska parametrar krävs mer detaljerad modellering. Trots förenklingarna erbjuder denna studie relevanta insikter för framtida arbete med att optimera flygplansdesign.

5.3 Samhälleliga och etiska aspekter

När ett flygplan bryter ljudvallen produceras en så kallad överljudsknall, vilket är en kraftig ljudvåg. Denna ljudvåg kan vara störande och leda till sömnsvårigheter och hjärtsjukdomar hos människor, och dessutom orsaka inlärningsförseningar hos barn (Graver m. fl., 2019). Den kan även ge hörselskador för både människor och djur. Dessutom var ljudvågen från Concorde stark nog att skada fönsterrutor på byggnader (Leishman, 2022).

Företaget Boom Supersonic siktar på att sälja 2 000 supersoniska flygplan till ett nätverk på 500 stad-stadspar. Under en 16 timmars flygdag kan de mest utsatta områdena uppleva mellan 150 och 200 knallar, vilket motsvarar en knall var femte minut. Stora delar av jorden skulle dessutom uppleva mer än en knall per timme (Graver m. fl., 2019). Den etiska frågan handlar alltså, bland annat, om man ska tillåta flygning i överljudshastigheter som orsakar detta, speciellt över befolkade områden.

Förutom bullerproblem har supersoniska flygplan en betydligt högre bränsleförbrukning än subsoniska flygplan. Ett supersoniskt flygplan släpper ut mellan fem och sju gånger mer koldioxid än ett subsoniskt flygplan på samma rutter (Graver m. fl., 2019). Supersoniska flygplan släpper även ut kväveoxider, NO_x, och vattenånga. NO_x utsläpp på de höga höjder där supersoniska flygplan flyger förväntas leda till nedbrytning av ozonskiktet i stratosfären, vilket bland annat ökar risken för hudcancer. Utsläppen av vattenånga på denna höjd fångar upp långvågig strålning som annars skulle lämna jorden, vilket bidrar till uppvärmningen. Studier visar att dessa förändringar i ozonlagret och vattenångas koncentration kan ge större strålningsdrivning än utsläpp av koldioxid (Eastham m. fl., 2022).

5.4 Potentiella framtidsutsikter

Framtidsutsikterna för överljudsplan ser på många sätt lovande ut, men det finns samtidigt flera tydliga utmaningar. De största handlar om buller och utsläpp. En spekulation är att överljudsplan främst kommer att få civila användningsområden, men då för en mycket begränsad målgrupp, troligen affärsresenärer och statliga aktörer i första hand. Om utmaningarna med miljöpåverkan och bullernivåer kan lösas, skulle incitament kunna skapas för att bredda målgruppen, även om det sannolikt ligger en bit fram i tiden.

När det gäller spekulationer kring Boom Supersonic framstår företaget som en drivande aktör inom utvecklingen av civila överljudsflygplan. Det finns också en tydlig ambition för användning av förnybart flygbränsle och minimering av överljudsbuller. Trots dessa framsteg kvarstår vissa tekniska osäkerheter. Företagets egenutvecklade motor, Symphony, har ännu inte genomgått praktiska tester (Supersonic, 2022). Däremot har företagets teknologidemonstrator, Boom XB-1, nyligen uppnått en hastighet av Mach 1.122 under en 34 minuter lång flygning utan att ge upphov till en ljudknall; ett resultat som i så fall skulle indikera lovande bullerreducerande egenskaper (Boom Supersonic, 2025b).

5.5 Förslag på vidare studier

Det finns mycket att utforska inom området för överljudsplan. Om avsnittet kan begränsas till förslag på vidare utveckling av detta projekt, föreslås vindtunneltestning. Då också en undersökning av hur stor konceptmodellen skulle behöva vara för att nå dynamisk similaritet och därmed göra resultatet rättvist jämförbart med ett flygplan i verklig storlek. Detta innebär att dimensioneringsparametrar som Reynoldstal och Mach-tal måste skalas korrekt. Genom att uppnå sådan likhet kan resultaten från vindtunnelförsök användas för att validera numeriska simuleringar och förbättra precisionen för en aerodynamisk analys. I förlängningen kan detta också bana väg för optimering av vingdesign och förbättrad förståelse för stötvågsbeteende eller andra fenomen som är svåra att modellera enbart numeriskt.

Andra förslag på vidareutveckling skulle kunna vara en fördjupad studie i hur slipvinkeln, det vill säga vinkeln mellan flygplanets längdriktning (nosens riktning) och dess verkliga färdriktning genom luften i horisontalplanet, påverkar flygplanets laterala och direktionella stabilitet. Syftet är att undersöka hur flygplansmodellen reagerar på variationer i sidvind eller obalanserad flygning, vilket är avgörande för att bedöma både stabilitet och kontrollerbarhet i verkliga flygsituationer. Detta skulle förslagsvis kunna integreras i vindtunneltestning.

Litteratur

Airways, B. (2025). Celebrating Concorde [Hämtad 02-05-2025]. https://www.britishairways.com/content/zh/cn/information/about-ba/history-and-heritage/celebrating-concorde

Anderson, J. D. (2010). *Fundamentals of Aerodynamics* (5th). McGraw-Hill.

Andersson, N. (2023). Oblique Shocks and Expansion Waves: The Prandtl-Meyer Function [Hämtad: 02-05-2025]. https://www.tfd.chalmers.se/~nian/courses/compflow/docs/Oblique-Shocks-and-Expansion-Waves_Prandtl-Meyer-Function.pdf?utm_source=chatgpt.com

Benson, T. (2024). Inclination Effect on Lift [Hämtad: 25-03-2025]. https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/foilinc/

Boom Supersonic. (2025a). Overture – The World's Fastest Airliner [Hämtad 21-02-2025]. https://boomsupersonic.com/overture

Boom Supersonic. (2025b). XB-1 Supersonic Demonstrator Aircraft [Officiell informationssida om XB-1 från Boom Supersonic]. Hämtad 2 maj 2025, från https://boomsupersonic.com/xb-1

Boom Supersonic. (2025). https://boomsupersonic.com/newsroom/media-assets/overture

Braeunig. (2025). Atmosphere Properties [Hämtad 22-04-2025]. http://www.braeunig.us/space/atmos.htm

Britannica, E. (2025a). American Convair F-106 Delta Dagger delta-wing fighter-interceptor of the US Air Force. [Hämtad 01-04-2025]. https://quest-eb-com.eu1.proxy.openathens.net/images/170_2996599

Britannica, E. (2025b). Concorde takes-off [Hämtad 01-04-2025]. https://quest-eb-com.eu1.proxy.openathens.net/images/158_2456714

Ciornei, S. (2005). Mach number, relative thickness, sweep and lift coefficient of the wing - An empirical investigation of parameters and equations [Hämtad 25-03-2025]. *Hamburg University of Applied Sciences*.

Cmglee. (2024). Supersonic shockwave cone [Hämtad 25-03-2025]. https://en.wikipedia.org/wiki/Sonic_boom#/media/File:Supersonic_shockwave_cone.svg

Collard, D. (1990). Future Supersonic Transport Studies at Aerospatiale [Hämtad 21-02-2025]. *SAE Transactions*, *99*(Section 1: JOURNAL OF AEROSPACE, Part 2), 1700–1708.

Courant, R., & Friedrichs, K. O. (1948). *Supersonic Flow and Shock Waves* (Vol. 1) [Hämtad 21-02-2025]. Interscience Publishers, Inc.

Curry, R. E., & Owens, L. R. (2003). *Ground-effect characteristics of the Tu-144 supersonic transport airplane* (Technical Memorandum Nr NASA/TM-2003) (Hämtad 21-02-2025). NASA.

Eastham, S. D., Fritz, T., Sanz-Morère, I., Prashanth, P., Allroggen, F., Prinn, R. G., Speth, R. L., & Barrett, S. R. H. (2022). Impacts of a near-future supersonic aircraft fleet on atmospheric composition and climate [Hämtad 25-02-2025]. *Environmental Science: Atmospheres*, *2*, 388–403. https://doi.org/10.1039/D1EA00081K

Graver, B., Rutherford, D., & Chen, X. (2019 januari). *Environmental impact of a new generation of supersonic aircraft* (Working Paper Nr 2019-01) (Hämtad 25-02-2025). The International Council on Clean Transportation (ICCT). https://theicct.org/wp-content/uploads/2021/06/Supersonic_Impact_Working_Paper_20190130.pdf

Grönstedt, T. (2025). Muntlig kommunikation [Personlig kommunikation, datum: 09-05-2025].

Ingelman-Sundberg, M. (1990). *Lyftkraften förklarad enligt Newtons fysiklagar* [Hämtad 25-03-2025]. Mekanisten, nr.2.

Jiajan, W., Chue, R. S. M., Nguyen, T., & Yu, S. (2013). Optimisation of round bodies for aerodynamic performance and stability at supersonic speeds [Hämtad 01-04-2025]. *The Aeronautical Journal*, *117*(1193), 661–685. https://doi.org/10.1017/S0001924000008368

Jones, R. J. (1947). *Wing plan forms for high-speed flight* (tekn. rapport Nr NASA Technical Report 19930091936) (Hämtad 21-02-2025). NASA.

Lauten, W. T. J., & Mitcham, G. L. (1951). *Note on Flutter of a* 60° *Delta Wing Encountered at Low-Supersonic Speeds During the Flight of a Rocket-Propelled Model* [Hämtad 21-02-2025]. NASA.

Leishman, J. G. (2022). *Introduction to Aerospace Flight Vehicles* [Hämtad 25-02-2025]. Embry-Riddle Aeronautical University. https://doi.org/10.15394/eaglepub.2022.1066

McDonald, R. A., & Gloudemans, J. R. (2022). Open Vehicle Sketch Pad: An Open Source Parametric Geometry and Analysis Tool for Conceptual Aircraft Design [AIAA 2022-0004]. *AIAA SCITECH 2022 Forum*. https://doi.org/10.2514/6.2022-0004

McLean, J. D. (2015). Airfoil angle of attack [Hämtad 01-04-2025]. https://en.wikipedia.org/wiki/Angle_of_attack#/media/File:Airfoil_angle_of_attack.jpg

Menter, F. R. (1994). Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, *32*(8), 1598–1605. https://doi.org/10.2514/3.12149

Mythealias. (2016). Expansion fan [Hämtad 25-03-2025]. https://en.wikipedia.org/wiki/Prandtl%E2%80%93Meyer_expansion_fan#/media/File:Expansion_fan.png

Rumsey, C. (2024). Implementing Turbulence Models into the Compressible RANS Equations [Hämtad 29-05-2025]. https://turbmodels.larc.nasa.gov/implementrans.html

Steelpillow. (2010). Delta wing [Hämtad 18-02-2025]. https://en.wikipedia.org/wiki/Delta_wing

Supersonic, B. (2022). *Boom Supersonic Announces Symphony Engine Test Site at Colorado Air and Space Port* [Hämtad: 2025-05-02]. https://boomsupersonic.com/press-release/boom-supersonic-announces-symphony-engine-test-site-at-colorado-air-space-port

A

Beräkningar

Här redovisas beräkningar som gjorts i arbetet.

A.1 Beräkning av marschtyngden

Marschtyngden beräknas som den kvarvarande tyngden av flygplanet efter att en del av bränslet har förbrukats, vilket vanligtvis sker under start- och stigningsfasen.

Följande antaganden har gjorts:

- Maximal startvikt för Concorde: 185 000 kg
- Bränslets densitet (Jet A-1): $\rho = 0.8$ kg/L.
- Tillgänglig bränslevolym: $V = 119\,500$ L
- Antagen bränsleförbrukning under start: 45 %
- Gravitationsacceleration: $g = 9.82$ m/s^2.

1. Beräkning av total bränslevikt

$$m_{\text{bränsle}} = \rho \cdot V = 0.8 \text{ kg/L} \cdot 119\,500 \text{ L} = \\ = 95\,600 \text{ kg}.$$

2. Bränsleförbrukning (45% av total bränslevikt)

$$m_{\text{förbrukat}} = 0.45 \cdot 95\,600 \text{ kg} = 43\,020 \text{ kg}.$$

3. Kvarvarande massa efter förbrukning

$$m_{\text{marsch}} = 185\,000\,\text{kg} - 43\,020\,\text{kg} = 141\,980\,\text{kg}.$$

4. Marschtyngd

Marschtyngden i Newton beräknas genom att multiplicera kvarvarande massa med gravitationsaccelerationen:

$$\begin{aligned} F_{\text{marsch}} &= m_{\text{marsch}} \cdot g = 141\,980\,\text{kg} \cdot 9.82\,\text{m/s}^2 \\ &= 1\,392\,824\,\text{N}. \end{aligned}$$

A.2 Beräkning av anfallsvinklar

Python-koden som användes för att beräkna den anfallsvinkel som ger den eftersökta lyftkraften för de olika modellerna syns nedan.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt


def lin_function(x_vals, N_vals):
    """Returnerar lutning (a) och intercept (b) för linjär funktion."""
    x1, x2 = x_vals
    N1, N2 = N_vals
    a = (N2 - N1) / (x2 - x1)
    b = N1 - a * x1
    return a, b

# Definiera linjer
lines = {
    # (anfallsvinkel (deg), Lyftkraft [N])
    'Concorde': {'points': [(2, 287816), (8, 1660755)], 'color': 'blue'},
    'CACD':     {'points': [(2, 312431), (8, 1808661)], 'color': 'orange'},
    'Areaoptimerad CACD':     {'points': [(2, 346653), (8, 1822818)], 'color': '
    green'}
}

x = np.linspace(0, 8, 200)
N_target = 700000

plt.figure(figsize=(10, 6))

for name, data in lines.items():
    (x1, N1), (x2, N2) = data['points']
    a, b = lin_function((x1, x2), (N1, N2))
    y_vals = a * x + b

    func_label = fr"{name}: $L(\alpha)$ = {a:.0f} $\alpha$ " + \
                 f"{'+' if b >= 0 else '-'} {abs(b):.0f}"
    plt.plot(x, y_vals, label=func_label, color=data['color'])

    x_target = (N_target - b) / a
    print(fr"{name} når L = 700000 vid alpha  {x_target:.2f}")
    print(fr"Linjär funktion för {name}: L(alpha) = {a:.2f}x + {b:.2f}\n")

    plt.axvline(x_target, color=data['color'], linestyle='--', alpha=0.5)
    plt.scatter(x_target, N_target, color=data['color'], zorder=5)

plt.axhline(N_target, color='red', linestyle=':', label=r'$L$ = 700 000')
```

```
plt.title(r"Linjär approximation av $L(\alpha)$", fontsize = 18)
plt.xlabel(r"Anfallsvinkel $\alpha$  $[^\circ]$", fontsize = 18)
plt.ylabel(r"Lyftkraft $L(\alpha)$  [N]", fontsize = 18)
plt.legend(loc='best')
plt.tight_layout()
plt.show()
```

INSTITUTIONEN FÖR MEKANIK OCH MARITIMA VETENSKAPER
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg, Sverige 2025
www.chalmers.se

CHALMERS