CHALMERS

Modellering och verifikation av hjulupphängning för ett ultralätt elfordon

Kandidatarbete i Tillämpad mekanik

DAVID ANDERSSON
CHRISTINE EKBERG
MARCUS GUSTAFSSON
NIKLAS GUSTAFSSON
FREDRIK HOLST
JONATHAN RYDBERG

Department of Applied Mechanics

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg, Sverige 2012
Kandidatarbete 2012:03

KANDIDATARBETE I TILLÄMPAD MEKANIK

Modellering och verifikation av hjulupphängning för ett ultralätt elfordon

DAVID ANDERSSON
CHRISTINE EKBERG
MARCUS GUSTAFSSON
NIKLAS GUSTAFSSON
FREDRIK HOLST
JONATHAN RYDBERG

Department of Applied Mechanics

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

Göteborg, Sverige 2012

Modellering och verifikation av hjulupphängning för ett ultralätt elfordon

DAVID ANDERSSON
CHRISTINE EKBERG
MARCUS GUSTAFSSON
NIKLAS GUSTAFSSON
FREDRIK HOLST
JONATHAN RYDBERG

Kandidatarbete 2012:03
ISSN 1654-4676
Department of Applied Mechanics

Chalmers tekniska högskola
SE-412 96 Göteborg
Sverige
Telefon: +46 (0)31-772 1000

Chalmers Reproservice
Göteborg, Sverige 2012

Modellering och verifikation av hjulupphängning för ett ultralätt elfordon

Kandidatarbete i Tillämpad mekanik
DAVID ANDERSSON
CHRISTINE EKBERG
MARCUS GUSTAFSSON
NIKLAS GUSTAFSSON
FREDRIK HOLST
JONATHAN RYDBERG
Department of Applied Mechanics

Chalmers tekniska högskola

Sammanfattning

Clean Motion AB har utvecklat ett innovativt ultralätt elfordon. Fordonet är ett steg i utvecklingen mot ett energisnålt transportsystem oberoende av fossila bränslen. Konkurrensen i fordonsbranschen är hård och teknikutvecklingen sker i snabb takt. Även om fordonet är relativt unikt kommer det säkerligen möta starka motståndare på marknaden framöver. Därför är det viktigt att skapa förutsättningar för att kunna utveckla produkten att bli ännu bättre. Den låga vikten är ett utmärkande drag för fordonet och därmed en konkurrensfördel. En sofistikerad mekanikkonstruktion är viktig för att åstadkomma denna låga vikt utan att riskera haverier. Det här projektet har haft som syfte att upprätta en beräkningsmodell av fordonets bakre hjulupphängning för att kunna verifiera konstruktionens hållfasthet samt för att kunna ge rekommendationer för ytterligare viktminskning. Ur beräkningsmodellen skulle även hjulupphängningens utböjning vid olika hjullaster kunna utläsas. Hjulupphängningens vitala del är en torsionsaxel där gummistavar står för de fjädrande och dämpande egenskaperna. Övriga delar består av aluminium.

Arbetet är baserat på modellering med hjälp av finita elementmetoden i den kommersiella programvaran Abaqus. Beräkningsmodeller av fordonets befintliga konstruktion har tagits fram och analyserats med avseende på utböjning vid ett antal olika laster, effektivspänningar i aluminiumkomponenterna vid maxlast och spänningsamplituder som ger upphov till utmattning. För att kunna genomföra finita element-modelleringen behövdes en modell för gummimaterialets beteende. Inga materialdata var tillgängliga och därför har de tagits fram genom att utföra dragprov. Olika hyperelastiska modeller testades gentemot varandra för att kunna välja vilken som beskrev gummit bäst. Valet baserades på jämförelser mellan beräkningsresultat och ett test på en förenklad prototyp av en torsionsaxel med samma typ av gummi.

Finita element-modellerna av den faktiska konstruktionen utfördes på två olika sätt och resultatet från dessa två har jämförts. Den ena metoden var en fullständig modell innehållande flera olika deformerbara komponenter i kontakt med varandra. Från denna modell fås såväl utböjning som spänningar direkt i ett enda steg. På grund av numeriska svårigheter med denna modell användes även en metod som innebar två steg. I första steget beräknas utböjningen med alla delar av konstruktionen utom gummit modellerade som stela, odeformerbara, kroppar vilket gör att beräkningarna blir snabbare och enklare. Data från kontakterna mellan komponenterna rapporteras sedan från det första steget och appliceras på komponenter i separata finita element-modeller i ett andra steg som ger information om spänningar i aluminiumet.

Beräkningarna för den fullständiga modellen var som väntat svåra att få att konvergera. Endast beräkningar med grovt beräkningsnät lyckades med denna metod och därför kan man misstänka stora fel i approximationen. Lösningen i två steg var betydligt mer framgångsrik. Hållfastheten i konstruktionen vid maxlast bedömdes genom att studera effektivspänningen i aluminiumet. Spänningsamplituder för utmattningsanalysen togs fram genom att beskriva en vägs ojämnheter med hjälp av sinusfunktioner. Osäkerheten i utmattningsberäkningarna är stora men de indikerar att livslängden med råge är tillfredsställande. Viktminskningsrekommendationen ges genom att studera ett antal enkla koncept där material avverkats i olika områden av en av aluminiumkomponenterna.

Nyckelord: hjulupphängning, torsionsaxel, Finita elementmetoden, FEM, hyperelastiska materialmodeller, gummi, kontaktsimulering

Abstract

Clean Motion has developed an innovative ultra-light electric vehicle. The vehicle is a step in the evolution towards an energy-efficient transport system independent of fossil fuels. Competition in the automotive industry is fierce and technology development takes place at a rapid pace. Even if the vehicle is pretty unique, it will certainly face strong opponents on the future market. It is therefore important to create conditions to develop the product to be even better. The low weight is a key feature of the vehicle and thus a competitive advantage. A sophisticated mechanical design is important for achieving the low weight, without the risk of accidents. This project has served to establish a computational model of the vehicle's rear suspension in order to verify structural integrity and to make recommendations for further weight loss. From the calculation model the suspension deflection at different wheel loads is derived. Vital part of the suspension is a torsion shaft with rubber rods accounting for the elastic and damping properties. Other parts are made of aluminum.

The work is based on modeling using finite element method in the commercial software Abaqus. Computational models of the vehicle's existing design has been developed and analyzed with respect to the deflection of a variety of loads, effective stresses in the aluminum components at maximum load and stress amplitudes that cause fatigue. To carry out finite element modeling a model for the rubber material's behavior was needed. No material data were available and thus they have been developed by performing tensile tests. Various hyper elastic models were tested against each other to choose which one best described the rubber. The selection was based on comparison between the calculation results and a test of a simplified prototype of a torsion shaft with the same type of rubber.

The finite element models of the actual construction were performed in two different ways and results from these two were compared. One method was a complete model containing several deformable components in contact with each other. From this model, both deflection and stress were available directly in a single step. Because of numerical difficulties with this approach another method with two steps was also used. The first step is calculated deflection with all parts of the structure except the rubber modeled as rigid, non-deformable, bodies which makes the calculations faster and easier. Data from the contacts between the components are then reported from the first step and applied to separate components of the finite element models in a second step which then provides information about the stress in the aluminum.

The calculation for the full model was as expected difficult to converge. Only calculations with coarse mesh succeeded with this method and therefore large errors in the approximation are likely. The solution in two steps was considerably more successful. The strength of the structure at maximum load was assessed by studying the effective stress in the aluminum. Stress amplitudes for fatigue analysis were prepared by describing the unevenness in the road by means of sinusoidal functions. The uncertainty in the fatigue calculations is large, but they indicate that the lifetime by far is satisfactory. Weight loss recommendation is given by studying a number of simple concepts where material was stripped away from different areas of the aluminum components.

Förord

Denna rapport behandlar projektet *Modellering och verifikation av hjulupphängning för ett ultralätt elfordon* som genomförts under vårterminen 2012. Projektet är ett kandidatarbete som tillhandahållits av institutionen för Tillämpad Mekanik på Chalmers Tekniska Högskola i samarbete med Clean Motion AB. Vi som arbetat med projektet går tredje året på civilingenjörsprogrammet i Maskinteknik. Vi vill speciellt tacka vår handledare Mikael Öhman och examinator Fredrik Larsson för ett starkt stöd och engagemang genom hela projektets gång. Vi vill också tacka Magnus Nilsson på Clean Motion, Bengt Jacobson på institutionen för Fordonsteknik och Autonoma system och Chalmers absolut enda certifierade traversförare, Göran Stigler!

Innehåll

1 Inledning

Utsläppen från trafiken påverkar miljön både globalt och lokalt. Globalt sett bidrar emissionerna från transportsektorn till den globala uppvärmningen vilket har blivit en central fråga för människans långsiktiga fortlevnad. I tätbefolkade områden har emissionerna i form av ohälsosamma ämnen och partiklar en direkt påverkan på människors hälsa. Trafiken ökar och allt fler bilar är hela tiden i rörelse vilket ger upphov till trängsel och ökar behovet av transportleder, parkeringsytor med mera. Jordens totala energianvändning blir allt större och transportsektorn står för en betydande del av energibehovet. För att minska emissionerna och uppnå ett hållbart samhälle behöver energieffektiviteten förbättras samt användningen av fossila bränslen minska.

Clean Motion AB är ett innovationsföretag som utvecklar ett energieffektivt och miljövänligt ultralätt elfordon. Fordonet, som kallas ZBee, är mopedklassat och drivs med hjälp av två elmotorer som är monterade i bakhjulen. Den har plats för tre personer, en räckvidd av maximalt 70 km och väger 150 kg. I stadstrafik och vid korta körsträckor med mycket start och stopp är fordonets vikt en avgörande parameter eftersom en stor del av energiförbrukningen är viktrelaterad. Vid långa körsträckor med konstant hastighet är luft- och rullmotstånd av större betydelse. ZBee är alltså konstruerad för korta resor framför allt i stadsmiljö där en annan fördel är att fordonet tar liten plats och är lätt att parkera. Ytterligare positiva effekter av att fordonet är lätt och litet är att det kräver mindre material- och energiresurser vid tillverkning. I dagsläget finns inte ZBee att köpa på den privata marknaden men ett mindre antal fordon har tillverkats och sålts bland annat för att användas i hemtjänsten.

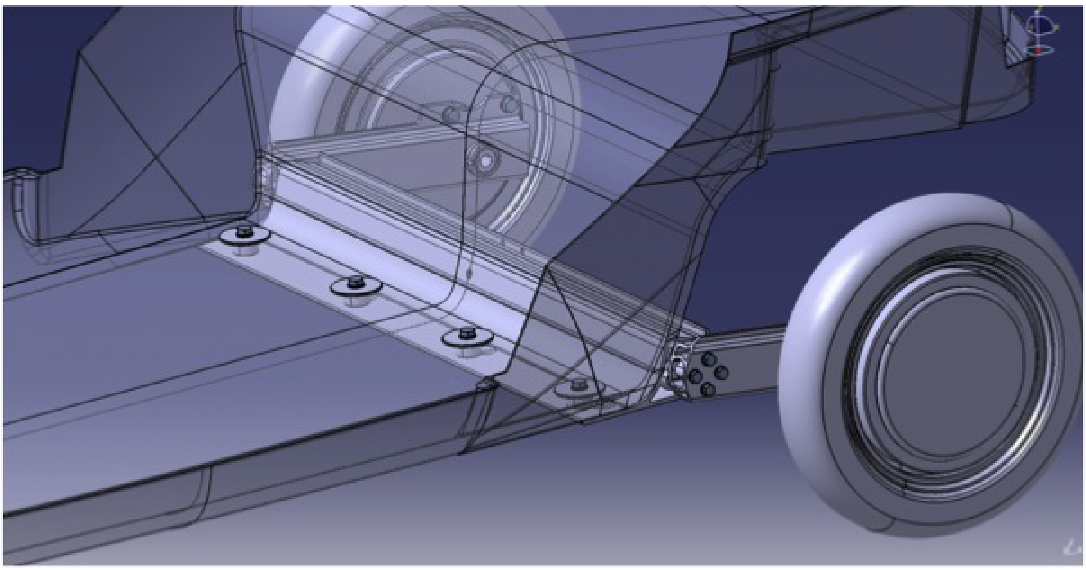
Det har tidigare gjorts ett examensarbete [7] som bland annat innefattade framtagandet av en hjulupphängning till en av de tidiga prototyperna av ZBee. Man föreslog där en variant av en torsionsaxel som ett lämpligt alternativ till hjulupphängning. En torsionsaxel består enkelt beskrivet av två fyrkantsprofiler och gummistavar. Den inre fyrkantsprofilen förbinds med hjulen med hjälp av svingarmar. Gummistavarna, som sitter inklämda mellan profilerna, har viskoelastiska egenskaper som gör att de fungerar som både fjäder och dämpare. Denna typ av hjulupphängning har ett antal stora fördelar för ett lätt och litet fordon såsom att den är enkel och billig vid jämförelse med en traditionell kombination av fjäder och stötdämpare samt att den tar litet utrymme i anspråk. Ett stort problem är dock att dess beteende är svårt att förutse och beräkna. Detta gäller framförallt för gummits beteende vid belastning då gummi har olinjära egenskaper samt att det uppkommer stora deformationer och detta ger upphov till geometrisk olinjäritet. Det är ändå önskvärt att upprätta en fullständig beräkningsmodell för att få större förståelse för produkten. Med en beräkningsmodell är det möjligt att med hjälp av olika analyser bestämma livslängd och påfrestningar i olika delar av konstruktionen. Kunskap om detta ger förutsättning för att effektivt kunna vidareutveckla hjulupphängningen. Beräkningsmodellen kan även beskriva hjulupphängningens utböjning vid olika lastfall och därmed ge större kunskap om fordonets egenskaper vid körning. Det är just en sådan här beräkningsmodell som det här projektet har haft som syfte att ta fram.

1.1 Hjulupphängningen

En bild på en prototyp av fordonet ZBee visas i figur 1.1 nedan. Det har tre hjul, två bak och ett fram, där drivningen sker genom elmotorer i bakhjulen medan framhjulet används för styrning med hjälp av ett styre. Fordonet rymmer tre personer med föraren i det främre sätet och två passagerare i det bakre. Batterierna som används som energikälla är placerade under förarsätet.

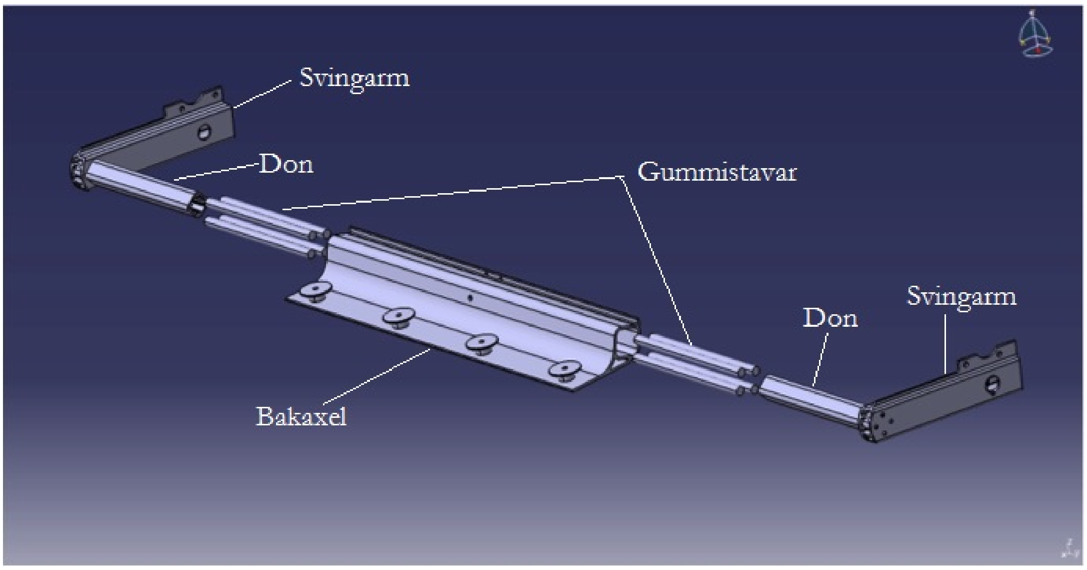
Figur 1.1: *Prototyp av ZBee*

Som tidigare nämnts ges den fjädrande och stötdämpande verkan i bakvagnen av en torsionsaxel. De två bakhjulen förbinds till torsionsaxeln med hjälp av två svingarmar och hela hjulupphängningen är fastskruvad i karossen. Konstruktionen återges i figur 1.2. Karossen är tillverkad i kompositmaterial med väv på båda sidor av ett kärnmaterial. När bakhjulen belastas tas kraft upp genom skruvarna men till stor del kommer kraften att tas upp i kontakten mellan torsionsaxel och kaross.



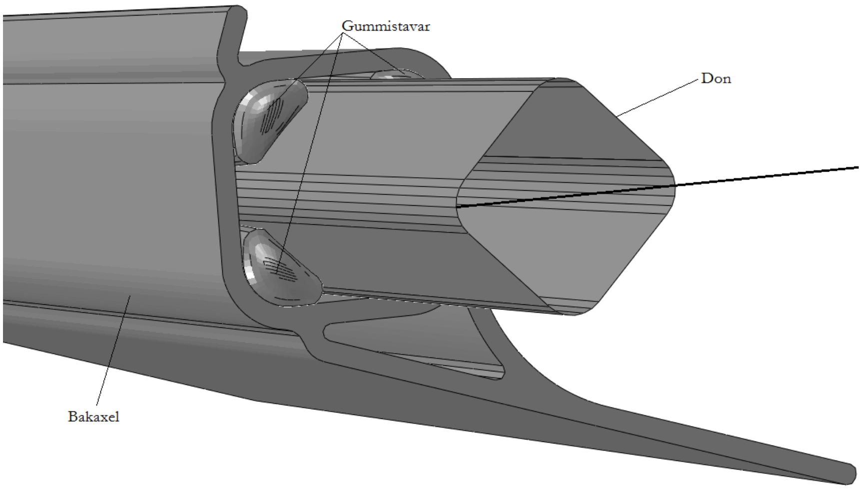
Figur 1.2: *Bakre hjulupphängningen på ZBee*

En sprängskiss av torsionsaxeln ges i figur 1.3 där man kan se de olika delarna. De ingående delarna är bakaxel, don och gummistavar enligt figuren. En torsionsaxel består av två fyrkantsprofiler med gummistavar emellan. Bakaxeln är den yttre fyrkantsprofilen och donet den inre. Observera att det finns två don som är skilda från varandra, ett för respektive hjul. Det är donen som är förbundna med svingarmarna, vilka i sin tur hjulen är monterade på. Donen och bakaxeln är tänkta att bestå av strängextruderade aluminiumprofiler men i de hittills tillverkade fordonen är materialet stål då verktyg för strängextrudering ännu inte tagits fram. Donen är av mindre dimension så att de kan pressas in i bakaxeln, vridna 45 grader relativt denna, med gummistavarna emellan. Konstruktionen kommer att benämnas *den tänkta konstruktionen* eftersom den konstruerats men inte tillverkats ännu.

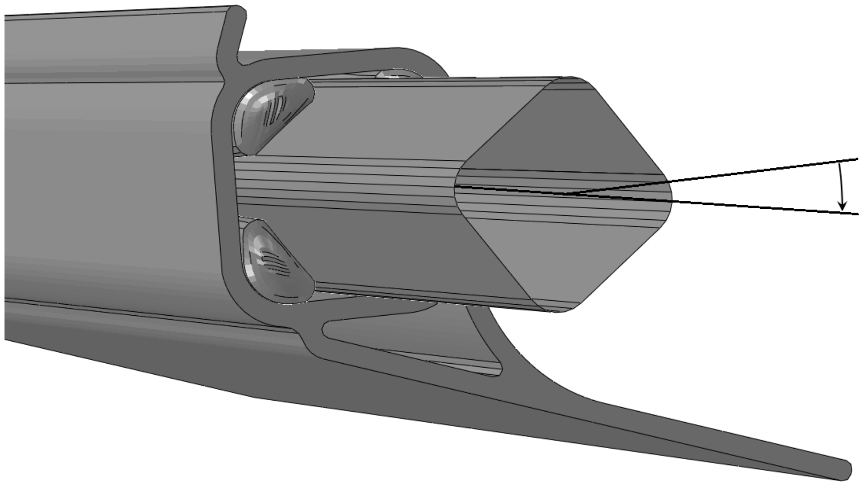


Figur 1.3: *Sprängskiss av torsionsaxeln med svingarmar*

Konstruktionen är enkel och bygger på att gummistavarna deformeras ytterligare mellan donen och bakaxeln jämfört med utgångsläget då hjulen rör sig vertikalt. Gummistavarna fungerar då både som fjäder och dämpare tack vare gummits viskoelastiska egenskaper. Hur deformationen av gummit och därmed den fjädrande effekten uppnås illustreras i figurerna nedan. I figur 1.4 ser man det obelastade läget och i figur 1.5 har hjulets rört sig i förhållande till bakaxeln vilket har fått donet att rotera och gummistavarna att deformeras ytterligare jämfört med den deformation som redan fanns i det obelastade läget.

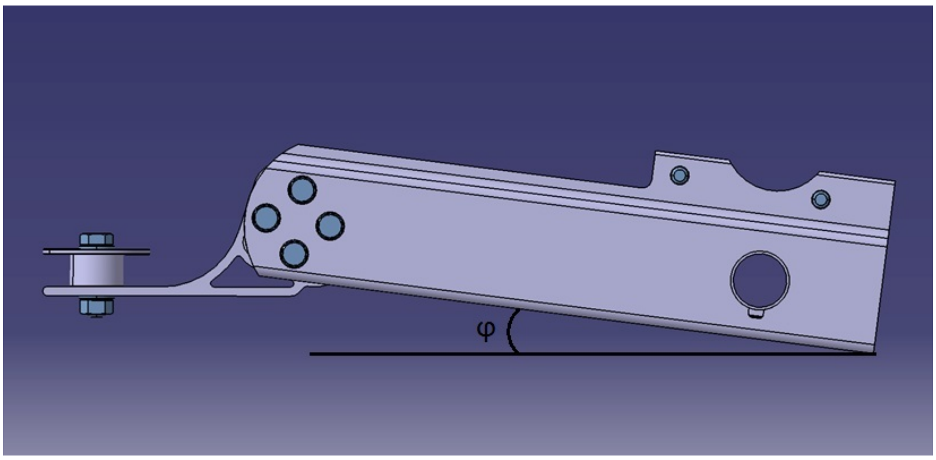


Figur 1.4: *Torsionsaxeln obelastad*



Figur 1.5: *Torsionsaxeln vid belastning*

För att ge hjulupphängningen förmåga att ta upp laster och undvika att hjulen slår i hjulhusen så har svingarmarna monterats så att de skapar en vinkel, φ, mot horisontalplanet enligt figur 1.6. Detta är för att skapa tillräckligt utrymme för hjulen att röra sig vertikalt vid hög belastning.



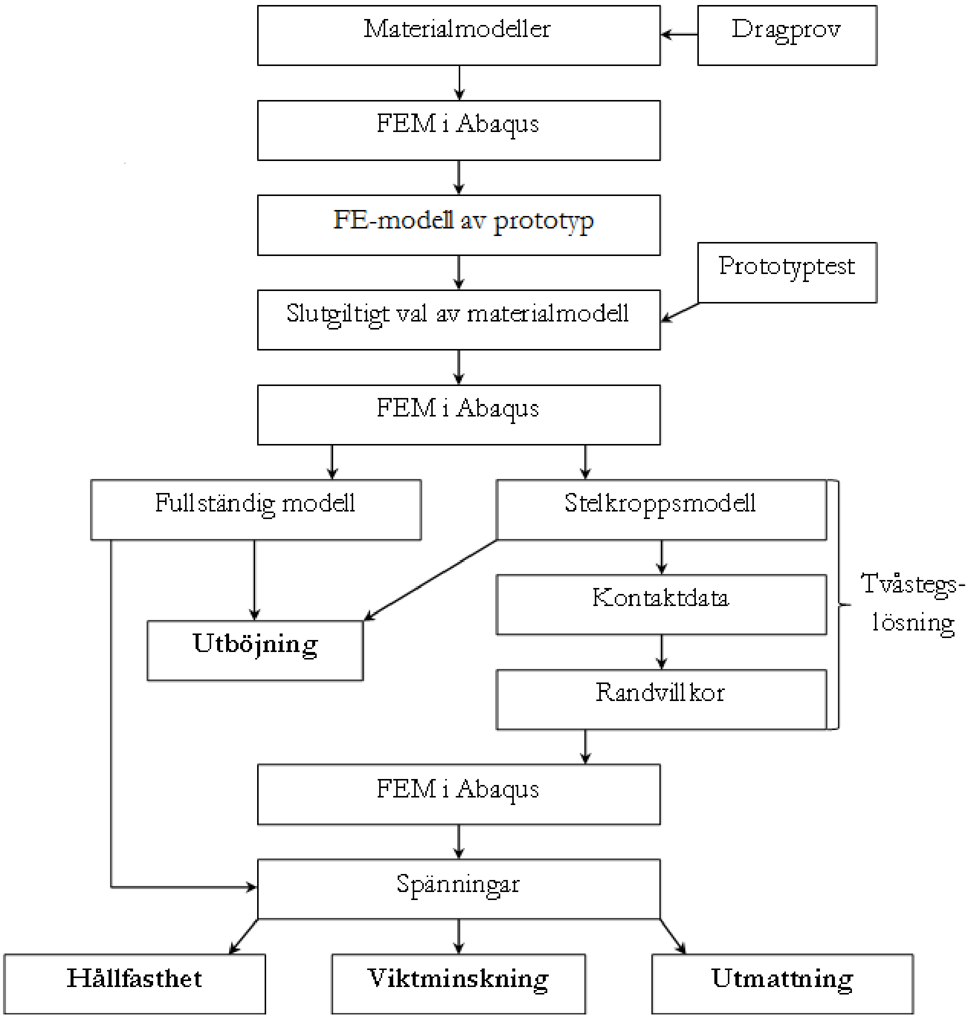
Figur 1.6: *Svingarmens utgångsvinkel mot horisontalplanet betecknad med φ*

1.2 Syfte

Syftet med projektet är att skapa och verifiera en beräkningsmodell av den tänkta torsionsaxeln. Modellen ska utgöra underlag till verifikationer och förbättringar av den befintliga geometrin hos ingående delar. Med en fungerande beräkningsmodell kan man erhålla värden på hjulupphängningens utböjning och spänningar för olika lastfall. Med denna information uppstår en rad möjligheter. Det är av intresse att kontrollera att konstruktionen tål och reagerar på rätt sätt samt att den är utmattningsbeständig. För framtida konkurrenskraft är det även viktigt att kunna göra förbättringar som till exempel viktminskning. Beräkningsmodellen kan även komma till användning vid många andra framtida problemställningar och vid all utveckling av hjulupphängningen.

1.3 Övergripande metod och arbetsgång

Arbetet genomfördes i ett antal olika steg som visas i figur 1.7 nedan. Grundstommen i arbetet är modellering med finita elementmetoden och en förutsättning för att tillämpa denna är matematiska modeller över de material som är inblandade. För gummimaterialet krävdes att materialdata togs fram via ett dragprov och även att materialmodellen verifierades och valdes genom ett test på en prototyp. Beräkningsmodellen av hjulupphängningen byggdes sedan upp på två olika sätt, *den fullständiga modellen* och *tvåstegslösningen*. De båda metoderna skiljer sig åt väsentligt men gemensamt är att hjulupphängningens utböjning och spänningar beräknas vid olika hjullaster. Denna information används sedan för analyser av hållfasthetsegenskaper, viktminskningspotential och utmattningsegenskaper. Under nästkommande rubriker klargörs de olika stegen utförligare.



Figur 1.7: *Flödesschema över arbetsgången. Tillämpningar av beräkningsmodellerna i fet stil.*

Materialmodellering

Materialdata för gummit var i första skedet okända och måste tas fram och översättas till modeller som går att implementera i Abaqus. Projektets resurser för provning och mätning var begränsade och dragprov var därför det enda alternativet för att framställa materialdatan. Abaqus har ett antal olika inbyggda materialmodeller för hyperelastiska material som gummi. Ett delproblem är att bestämma vilken av dessa som passar bäst för att beskriva det aktuella gummimaterialet. Materialmodeller för övriga inblandade material är välkända och parametrar behövdes endast slås upp i olika tabeller. Eftersom hjulupphängningen består av flera delar i kontakt med möjlighet att glida relativt varandra var även friktionsegenskaper intressanta och tester för att ta fram friktionskoefficienter utfördes. Kontakterna är uteslutande mellan gummi och metallprofiler så de friktionskoefficienter som behövde tas fram var mellan gummi och aluminium respektive gummi och stål.

Finit elementmetod

Den överlägset mest använda metoden för strukturmekaniska beräkningar är finita elementmetoden, FEM, som är ett sätt att matematiskt approximera partiella differentialekvationer vilka uppstår i denna typ av problem med materialets förskjutning som obekant funktion. Man gör detta genom att dela in sin komponent i ett begränsat antal mindre områden med noder längs dess periferi. Dessa mindre områden är det som kallas element och tillsammans utgör de ett beräkningsnät. Funktionsvärdena interpoleras sedan mellan värden i de olika noderna. Efter det att man hittat approximationen till förskjutningsfunktionen kan man med hjälp av denna även beräkna spänningar i materialet. Sammantaget gjorde detta att FEM blev ett naturligt val av verktyg för att kunna uppnå syftet med projektet. FEM är tillämpbar genom flera kommersiella datorprogram. Det program som beräkningsmodellen skapades i var Abaqus. Valet föll på detta program eftersom det finns tillgängligt på Chalmers och ger möjlighet till att använda sig av flera olika hyperelastiska materialmodeller för att beskriva gummits beteende.

Prototypen

Sedan examensarbetet som nämndes tidigare [7] fanns en prototyp i form av en förenklad torsionsaxel med samma gummimaterial som i den tänkta konstruktionen. Prototypens profiler är av grövre dimensioner än den tänkta konstruktionen och gjorda av stål istället för aluminium. Gummistavarna är även de av grövre dimension men av samma material och konstruktionen är av samma princip. Det första steget i modelleringsarbetet blev därmed att göra en beräkningsmodell av denna prototyp och jämföra den med verkliga mätningar. Denna jämförelse gjordes för var och en av de utvalda materialmodellerna för att se vilken som stämde bäst överens. Den materialmodell som gav bäst resultat här var också den som användes i FE-modelleringen av den tänkta konstruktionen.

Två olika sätt att modellera den tänkta konstruktionen

Med samtliga material modellerade blev det möjligt att modellera den tänkta konstruktionen i Abaqus. Detta är huvuddelen av projektet och två olika FE-modeller har utarbetats parallellt. En fullständig modell innebär att samtliga delar av konstruktionen sätts samman i en enda modell som direkt ger det resultat man söker. En fullständig modell är komplicerad och kan inte säkert fås att konvergera. Därför gjordes valet att arbeta med ytterligare en lösning som innebär att två steg genomförs innan önskat resultat uppnås.

I tvåstegslösningens första steg modellerades den tänkta konstruktionen med gummistavarna enligt vald materialmodell men med fyrkantsprofilerna som stela kroppar vilket gör beräkningarna betydligt enklare än i den fullständiga modellen. När en given last sedan lagts på plockas data ut från kontakterna mellan gummi och stelkropp. Den data som är intressant här består av kontakttryck och friktionspänningar och ges som värden i beräkningselementens noder utmed ytorna. De nämnda storheterna kan antas vara approximativt lika i den fullständiga modellen och i modellen med stelkroppar och kan därför appliceras som laster på separata FE-modeller av övriga komponenter och det är detta som är det andra steget i beräkningen. I detta andra steg beräknas därmed spänningarna i de analyserade komponenterna. Den data som fås ut från det första steget måste först bearbetas till analytiska funktioner i termer av rumskoordinater för att kunna definieras som laster i Abaqus. Denna kurvpassning utfördes i programvaran MATLAB. Fördelar med tvåstegslösningen är att sannolikheten för att faktiskt få ut ett resultat är betydligt högre jämfört med för den fullständiga modellen och att det andra steget går snabbt vilket gör spänningsanalyser av aluminiumkomponenterna mycket mer effektiva. Nackdelar är att man inför ytterligare en approximation och att processen från kontaktdata i steg ett till last i steg två är komplicerad.

Uppbyggnaden av beräkningsmodellerna skedde till stor del genom att försöka och misslyckas ett stort antal gånger. Stora deformationer av gummit tillsammans med faktumet att flera kontakter mellan olika material förekommer gjorde det svårt att få lösningarna att konvergera. Ritningar till prototypen skapades internt i Abaqus medan Clean Motion bistod med färdiga CAD-ritningar av den tänkta konstruktionen. De senare ritades om i Abaqus med ett antal förenklingar. Hål i bakaxeln togs bort för att kunna få ett enklare och bättre beräkningsnät. Endast halva konstruktionen modellerades då den är symmetrisk i axiell led.

Tillämpningar av beräkningsmodellerna

Uppskattningar av hur hjulupphängningen reagerar på olika lastfall fås ur beräkningsmodellen genom att lägga på lasterna som randvillkor och köra beräkningen. Resultatet ger sedan information om hjulens lägesförändring i förhållande till bakaxeln vid de olika lastfallen. Denna utböjning fås ur första steget i tvåstegslösningen då aluminiumets deformationer antas vara mycket små. Resultatet gör det möjligt att exempelvis bestämma vilken fjädringsväg, det vill säga vilket utrymme för lägesändring hos hjulet som behövs för att hjulet inte ska slå i hjulhuset. Andra framtida problemställningar skulle exempelvis kunna röra komfort och köregenskaper även om de inte finns med inom ramen för det här projektet.

Beräkningsmodellerna kommer även till hjälp när hållfastheten ska bedömmas. Med beräkningsmodellerna fås spänningar i konstruktionen fram för olika lastfall. Med spänningarna kända kan man se om konstruktionen kommer att hålla för en uppskattad maxlast. Denna hållfasthet är förstås avgörande för om konstruktionen är användbar eller ej och avgör även om man kan minska dimensionerna och därmed minska vikten. Med beräkningsmodellerna är det enkelt att modifiera konstruktionen virtuellt och se hur spänningsbilden förändras.

Utmattningsberäkningar är också en mycket intressant tillämpning av beräkningsmodellen i synnerhet eftersom man har för avsikt att använda komponenter i aluminium som är ett material med relativt dåliga utmattningsegenskaper. Genom att identifiera vilka laster som är mest frekventa vid användningen av fordonet och beräkna spänning i komponenterna vid dessa lastfall kan man uppskatta konstruktionens livslängd. För att genomföra utmattningsberäkningar krävs att man känner till hur lasterna på konstruktionen varierar över tiden. Då det inte fanns möjlighet att ta fram empirisk data för detta användes en matematisk modell för att beräkna ett kvadratiskt medelvärde av spänningsamplituden i olika delar av konstruktionen vid körning.

1.4 Avgränsningar

För att lägga fokus på den huvudsakliga problemställningen och kunna behandla denna inom tidsramen för projektet gjordes ett antal avgränsningar som följer i punktlistan nedan.

- Projektet avgränsas till att enbart ge förslag på förbättringar på den befintliga konstruktionen och inga andra typer av lösningar ska undersökas.
- Inga andra material eller andra typer av gummi än det som Clean Motion har valt att använda sig av analyseras.
- Gummits viskösa effekter beaktas inte i detta projekt utan alla beräkningar är kvasistatiska. Inga dynamiska beräkningar i Abaqus utförs.
- Svingarmarna finns ej med i beräkningsmodellerna och donen modelleras i samtliga fall som stelkroppar Därmed görs inga spänningsanalyser av dessa komponenter och effekten på hjulupphängningens beteende som följd av deformation hos dem försummas. Även bidrag till utböjningen från karossen försummas.
- Vid spänningsberäkningar med avseende på bakaxeln tas samtliga skruvhål bort. Spänningar i områden nära skruvarna som fäster bakaxeln i karossen behandlas inte.
- Vid utmattningsberäkningarna beaktas enbart aluminiumkomponenterna. Utmattning av gummistavarna behandlas ej.

2 Teori och metod

I det här kapitlet redovisas de teorier som anses ha varit nödvändiga för att genomföra projektet och för att läsaren i fortsättningen ska kunna tillgodogöra sig rapporten. Dessutom klargörs i vissa fall hur teorierna har kommit till användning under arbetets gång.

2.1 Huvudspänning och effektivspänning

Spänningstillståndet i en materialpunkt bestäms av spänningstensorn som brukar representeras med en spänningsmatris **S** enligt ekvation (2.1) där varje rad är komponenter av spänningsvektorn på en snittyta med normalriktning i x, y respektive z-led [11].

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

Sambandet mellan spänningsmatrisen och tillhörande spänningsvektorer, $\vec{s}$, på en godtycklig snittyta med enhetsnormalen $\vec{n} = [n_x \, n_y \, n_z]$ kan tecknas

$$\begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

eller

$$\vec{s} = \mathbf{S}\vec{n} \tag{2.3}$$

Huvudspänningar

I de riktningar som spänningsvektorn är vinkelrät mot ytan och därmed parallell med normalen är skjuvspänningen $\tau = 0$ och normalspänningen $\sigma \neq 0$. Riktningen kallas huvudspänningsriktning och motsvarande normalspänningar kallas huvudspänningar. Ekvation (2.3) kan då skrivas som:

$$\vec{s} = \sigma_{\mathrm{i}}\vec{n} \tag{2.4}$$

eller

$$\mathbf{S}\vec{n} = \sigma_{\mathrm{i}}\vec{n} \tag{2.5}$$

Med identitetsmatrisen, **I**, samt bivillkoret att $\vec{n}$ är en enhetsvektor kan ekvation (2.5) skrivas som ett homogent ekvationssystem enligt:

$$(\mathbf{S} - \sigma_{\mathrm{i}}\mathbf{I})\ \vec{n} = \vec{0} \tag{2.6}$$

Ekvationssystemet har endast en icketrivial lösning för vissa värden på σ_{i}, så kallade egenvärden. Dessa erhålls genom att sätta determinanten för koefficientmatrisen till noll och lösa ekvation (2.7) som då uppstår.

$$|\mathbf{S} - \sigma_{\mathrm{i}}\mathbf{I}| = 0 \tag{2.7}$$

Ekvationen är av tredje graden och har de tre rötterna σ_1, σ_2 och σ_3. Rötterna som alltså representerar huvudspänningarna brukar ordnas i storleksordning enligt:

$$\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 \tag{2.8}$$

Effektivspänningar enligt von Mises

Von Mises kriterium kan formuleras i termer av effektivspänning, σ_e, där ett material börjar att plasticera då ett kritiskt värde på effektivspänningen uppnås. Det kritiska värdet benämns som materialets flytgräns σ_s. Effektivspänningar enligt von Mises beräknas generellt enligt ekvation (2.9) och i ekvation (2.10) är effektivspänningen uttryckt i huvudspänningar.

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x\sigma_y - \sigma_y\sigma_y - \sigma_z\sigma_x + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2} \tag{2.9}$$

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\sigma_1 - \sigma_2\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\sigma_1 - \sigma_3\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\sigma_2 - \sigma_3\right)^2} \tag{2.10}$$

2.2 Materialmodellering

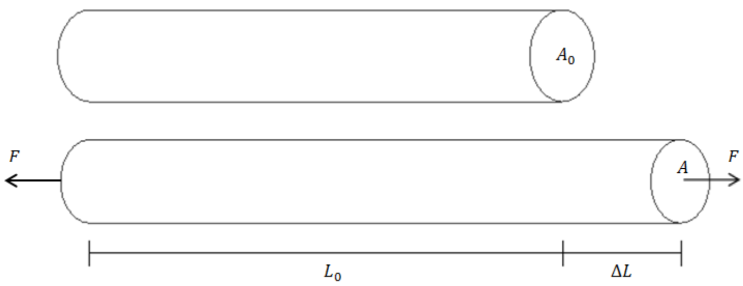
Här beskrivs teorin som användes vid framställningen av de materialparametrar som behövdes för de olika materialen i hjulupphängningen.

2.2.1 Dragprov

Dragprovet utförs genom att belasta en provstav med motriktade krafter i var ände så att en dragspänning uppstår vilket i sin tur ger upphov till töjning i staven. Vid själva provet mäts kraften, F, och förlängningen, ΔL, och dessa storheter kan sedan översättas till spänning och töjning med hjälp av enkla beräkningar. För att beräkna den tekniska spänningen i staven används formeln

$$s \overset{\text{def}}{=} \frac{F}{A_0} \tag{2.11}$$

där A är tvärsnittsarean och index 0 betyder begynnelsetillståndet, se figur 2.1. Den tekniska spänningen är



Figur 2.1: *Principskiss över dragprovet*

dock inte den sanna spänningen eftersom tvärsnittsarean minskar när provstaven förlängs. Den sanna spänningen, Cauchy-spänningen, definieras som

$$\sigma \overset{\text{def}}{=} \frac{F}{A} \tag{2.12}$$

där A alltså är den kontraherade tvärsnittsarean som är en funktion av förlängningen. En fördel med gummi i det här avseendet är att det kan betraktas som inkompressibelt och därmed kan A beräknas enligt

$$A = A_0\frac{L_0}{L} \tag{2.13}$$

där $A_0 L_0$ är den ursprungliga volymen av provstaven som alltså håller sig så gott som konstant när staven förlängs. Vid beräkningen av de materialparametrar som beskrevs senare används måttet *stretch*, λ, som helt enkelt är förhållandet mellan längden L och den ursprungliga längden L_0.

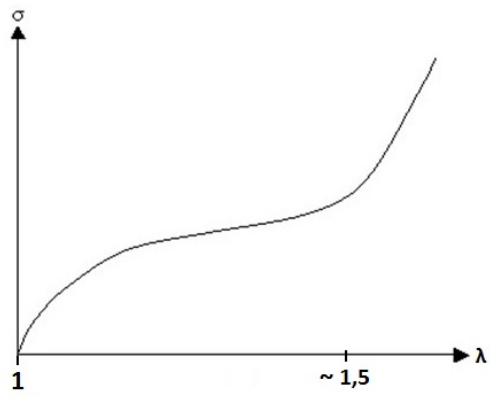
$$\lambda \stackrel{\text{def}}{=} \frac{L}{L_0} \tag{2.14}$$

Fördelen med dragprovet är att det är enkelt att utföra och analysera. Nackdelen är att det är enaxligt och inte säkert kan beskriva mer komplicerade töjningstillstånd [5]. Dessutom kommer belastningarna av hjulupphängningen att innebära kompression och skjuvning av gummit och inte ren sträckning som i dragprovet. Materialbeteendet kan skilja sig mellan de olika fallen och detta medför en risk för fel i materialmodellen.

2.2.2 Materialmodeller

Det gummimaterial som Clean Motion använder i dagsläget är ett så kallat SBR-gummi (Styrene-Butadiene Rubber). För att få en uppfattning om gummits egenskaper mäter man vanligen hårdheten enligt IRHD, International Rubber Hardness Degrees. Det görs med hjälp av ett nålliknande föremål som man trycker in i gummit och får ut ett värde mellan 0° och 100°, där 100° innebär att det inte skett någon penetration [12]. Det angivna värdet på gummit är 58° IRHD. Detta är tyvärr den enda materialdata som finns att tillgå.

Gummi består av långa polymerkedjor som ligger i en oordnad struktur. Då det utsätts för belastning sträcks kedjorna ut och töjningar på flera hundra procent kan uppkomma. Därför modelleras gummin med hyperelastiska materialmodeller. Polymerkedjorna sträcks inte ut momentant, det sker istället med en viss tidsfördröjning. Denna typ av material där töjningen vid belastning är beroende av tiden kallas för viskoelastiska [9]. Svårigheterna med gummimaterial är att de bara är linjärt elastiska vid mycket små töjningar, sedan brukar spänning-töjnings-kurvan plana ut då förlängningen är stor i förhållande till små kraftökningar. När man närmar sig brottpunkten sträcks polymerkedjorna så långt som bindningarna mellan dem tillåter, viket gör att kurvan ökar drastiskt innan brott. Det är alltså mycket svårt att beskriva ett gummis materialegenskaper, särskilt vid högre belastningar och töjningsvärden. Figur 2.2 visar ett exempel på hur en dragprovkurva för ett gummi kan se ut, formen på kurvan är lätt överdriven för att öka förståelsen för hur materialmodellerna fungerar. Detta gäller för dragspänningar och allmänt gäller även att gummit har ett annat beteende när det komprimeras jämfört med när det sträcks ut. Gummi kan antas vara inkompressibelt och därmed kan Poissons tal approximeras med $\nu = 0{,}5$.



Figur 2.2: *Exempel på utseende för en endimensionell dragprovkurva för gummi*

Det finns en mängd olika materialmodeller som beskriver hyperelastiska materials beteenden. Genom att studera skriften *A review of methods to characterize rubber elastic behavior for use in finite element analysis* [5] som sammanfattar de materialmodeller som kan användas för FE-analys av gummi och jämföra med vilka som finns tillgängliga i Abaqus valdes tre modeller ut som kandidater. Gemensamt för dessa modeller är att de utgår från en töjningsenergifunktion W, som representerar töjningsenergin per volymsenhet för gummit [1]. Töjningsenergifunktionen är oftast uttryckt i tre töjningsinvarianter I_n där indexen definieras i ekvationerna

(2.17)-(2.19). Töjningsinvarianterna är oberoende av vilket koordinatsystem man använder.

$$W = W(I_1, I_2, I_3) \tag{2.15}$$

Det finns även ett samband mellan töjningsinvarianterna, I_n och stretchvärdena (ekvation (2.14)), λ_n [5], där indexen representerar huvudstretchriktningen i tre ortogonala riktningar 1, 2 och 3:

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \tag{2.16}$$

$$I_1 \stackrel{\text{def}}{=} \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \tag{2.17}$$

$$I_2 \stackrel{\text{def}}{=} (\lambda_1\lambda_2)^2 + (\lambda_2\lambda_3)^2 + (\lambda_3\lambda_1)^2 \tag{2.18}$$

$$I_3 \stackrel{\text{def}}{=} (\lambda_1\lambda_2\lambda_3)^2 \tag{2.19}$$

Sambandet mellan huvudspänningar och töjningsenergifunktionen är följande [3]:

$$\sigma_1 = \frac{\lambda_1}{J}\frac{\partial W}{\partial \lambda_1} \tag{2.20}$$

$$\sigma_2 = \frac{\lambda_2}{J}\frac{\partial W}{\partial \lambda_2} \tag{2.21}$$

$$\sigma_3 = \frac{\lambda_3}{J}\frac{\partial W}{\partial \lambda_3} \tag{2.22}$$

där J svarar mot den relativa volymändringen på grund av deformation och definieras enligt:

$$J \stackrel{\text{def}}{=} \lambda_1\lambda_2\lambda_3 \tag{2.23}$$

Materialmodellerna som beskrivs nedan är beskrivna med antagandet att gummit är inkompressibelt, alltså att:

$$\lambda_1\lambda_2\lambda_3 = 1 \tag{2.24}$$

Neo-Hooke

Neo-Hooke är en av de enklaste materialmodellerna för att beskriva ett hyperelastiskt material. Figur 2.3 visar ett exempel på hur den approximerar en dragprovkurva för gummi, det vill säga den förväntade approximationen. Töjningsenergifunktionen beskrivs matematiskt enligt:

$$W_{\text{NH}} \stackrel{\text{def}}{=} C_{10}(I_1 - 3) \tag{2.25}$$

Ekvation (2.17) ger

$$W_{\text{NH}} = C_{10}(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) \tag{2.26}$$

där C_{10} är en materialkonstant. Ekvationerna (2.20)–(2.22) ger:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2C_{10}(\lambda_1^2 - \lambda_3^2) \tag{2.27}$$

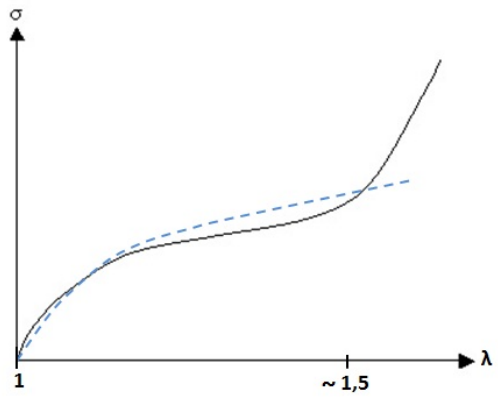
$$\sigma_2 - \sigma_3 = 2C_{10}(\lambda_2^2 - \lambda_3^2) \tag{2.28}$$

Vid enaxlig förlängning i riktning 1 är $\lambda_2 = \lambda_3 = 1/\sqrt{\lambda_1}$ vilket ger

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2C_{10}\left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1}\right) \tag{2.29}$$

och under antagandet att $\sigma_2 = \sigma_3$ blir:

$$\sigma_1 = 2\left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1}\right)C_{10} \tag{2.30}$$



Figur 2.3: *Den streckade kurvan visar typiskt hur Neo-Hooke anpassas till en dragprovkurva för gummi*

Mooney-Rivlin

Mooney-Rivlin är en materialmodell som ger en bättre apporoximation än Neo-Hooke sett till hur väl den stämmer överens med dragprovskurvan, se figur 2.4. Töjningsenergifunktionen är beroende av invarianterna I_1 och I_2 enligt:

$$W_{\mathrm{MR}} \stackrel{\mathrm{def}}{=} C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \tag{2.31}$$

Ekvationerna (2.17)–(2.18) ger

$$W_{\mathrm{MR}} = C_{10}(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) + C_{01}((\lambda_1\lambda_2)^2 + (\lambda_2\lambda_3)^2 + (\lambda_3\lambda_1)^2 - 3) \tag{2.32}$$

där C_{10} och C_{01} är materialkonstanter. Ekvationerna (2.20)-(2.22) ger:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2C_{10}(\lambda_1^2 - \lambda_3^2) - 2C_{01}\left(\frac{1}{\lambda_1^2} - \frac{1}{\lambda_3^2}\right) \tag{2.33}$$

$$\sigma_2 - \sigma_3 = 2C_{10}(\lambda_2^2 - \lambda_3^2) - 2C_{01}\left(\frac{1}{\lambda_2^2} - \frac{1}{\lambda_3^2}\right) \tag{2.34}$$

Vid enaxlig förlängning i riktning 1 är $\lambda_2 = \lambda_3 = 1/\sqrt{\lambda_1}$ och under antagandet att $\sigma_2 = \sigma_3$ blir

$$\sigma_1 = \left(2C_{10} + \frac{2C_{01}}{\lambda_1}\right)\left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1}\right) \tag{2.35}$$

eller på matrisform:

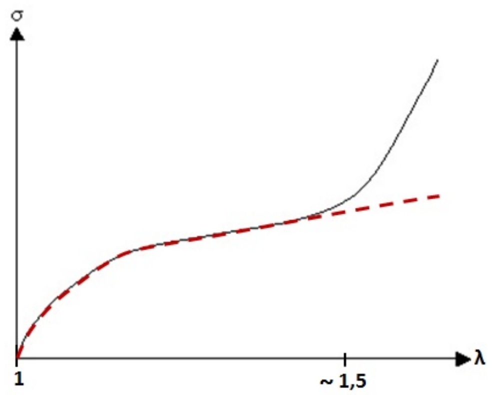
$$\sigma_1 = \begin{bmatrix} 2\lambda_1^2 - \frac{2}{\lambda_1} & 2\lambda_1 - \frac{2}{\lambda_1^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{10} \\ C_{01} \end{bmatrix} \tag{2.36}$$

Enligt rapporten *Samband mellan hårdhetstal och materialparametrar för polymermaterial* [4] kan konstanterna för Mooney-Rivlin även tas fram med hjälp av det kända hårdhetstalet. Sambanden som rapporten ger är följande:

$$C_{10} = 80{,}6192 - 4{,}7302H + 0{,}080\,902H^2 - 0{,}000\,406\,58H^3 \tag{2.37}$$

$$C_{01} = -89{,}9688 + 5{,}3989H - 0{,}096\,005H^2 + 0{,}000\,535\,09H^3 \tag{2.38}$$

där H är hårdhetstalet angivet i ° IRHD.



Figur 2.4: *Den streckade kurvan visar typiskt hur Mooney-Rivlin anpassas till en dragprovkurva för gummi*

Yeoh

Yeoh är den materialmodell som mest korrekt speglar beteendet för ett dragprov på ett hyperelastiskt material. Den kan precis som Neo-Hooke och Mooney-Rivlin fånga upp den första krökningen på kurvan då polymerkedjorna börjar sträckas ut. Till skillnad från de föregående materialmodellerna kan Yeoh-modellen även fånga upp materialets beteende när kurvan växer drastisk då man närmar sig brottgränsen, se figur 2.5. Yeoh-modellen kan alltså beskriva gummits egenskaper även vid större deformationer. Den har också visat sig spegla ett mer korrekt beteende för kimröksfyllda gummin än till exempel Mooney-Rivlin [1]. Matematiskt beskrivs töjningsenergifunktionen för Yeoh-modellen enligt ekvation (2.39) och genom att använda ekvation (2.17) fås ekvation (2.40) [2].

$$W_{\mathrm{Y}} \overset{\mathrm{def}}{=} C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \tag{2.39}$$

$$W_{\mathrm{Y}} = C_{10}(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) + C_{20}(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3)^2 + C_{30}(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3)^3 \tag{2.40}$$

C_{10}, C_{20} och C_{30} är materialkonstanter. Ekvation (2.20) och (2.40) ger:

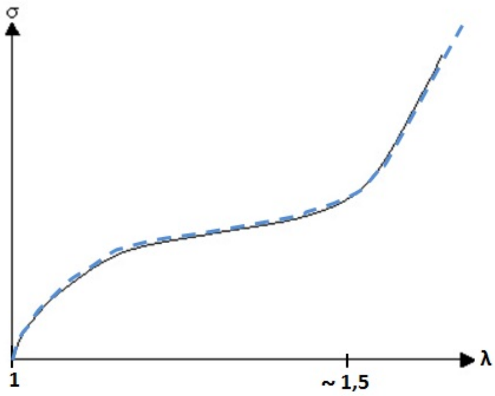
$$\sigma_1 = 2\left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1}\right)\left(C_{10} + 2C_{20}(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) + 3C_{30}(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3)^2\right) \tag{2.41}$$

Vid enaxlig förlängning i riktning 1 är $\lambda_2 = \lambda_3 = 1/\sqrt{\lambda_1}$ vilket ger

$$\sigma_1 = 2\left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1}\right)\left(C_{10} + 2C_{20}\left(\left(\lambda_1^2 + \frac{2}{\lambda_1}\right) - 3\right) + 3C_{30}\left(\left(\lambda_1^2 + \frac{2}{\lambda_1}\right) - 3\right)^2\right) \tag{2.42}$$

eller på matrisform:

$$\sigma_1 = \begin{bmatrix} 2\left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1}\right) & 4\left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1}\right)\left(\left(\lambda_1^2 + \frac{2}{\lambda_1}\right) - 3\right) & 6\left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1}\right)\left(\left(\lambda_1^2 + \frac{2}{\lambda_1}\right) - 3\right)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{10} \\ C_{20} \\ C_{30} \end{bmatrix} \tag{2.43}$$



Figur 2.5: *Den streckade kurvan visar typiskt hur Yeoh anpassas till en dragprovkurva för gummi*

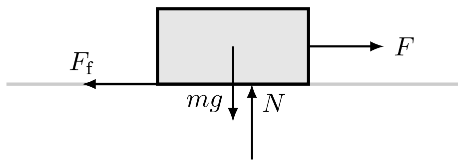
2.2.3 Friktion

Då torsionsaxeln utsätts för belastningar kommer det uppstå friktion i kontakten mellan gummit och donen respektive gummit och bakaxeln. Det kommer därför att vara intressant att ta fram friktionskoefficienten för gummit mot stål respektive gummit mot aluminium då prototypen som ska verifieras är byggd i stål och den tänkta torsionsaxeln skall bestå av aluminium.

Friktion ger upphov till en kraft F_f motriktad en relativ rörelse mellan två ytor som är i kontakt. Den anges som den enhetslösa friktionskoefficienten, μ. Den beskrivs matematiskt som

$$|F_\mathrm{f}| \leq \mu N \tag{2.44}$$

där N är normalkraften som en kropp påverkas av. När F_f antar sitt högsta värde, F, uppstår glidning mellan ytorna. Friktionskoefficienten tas därmed enklast fram genom mätningar av krafter i det ögonblick då en kropp precis börjar glida. I figur 2.6 visas denna situation. Friktionskoefficienten kan dock skilja sig mellan en statisk kontakt och en kontakt med redan utvecklad glidning.



Figur 2.6: *Kropp som utsätts för friktion och precis börjar glida*

2.2.4 Aluminium

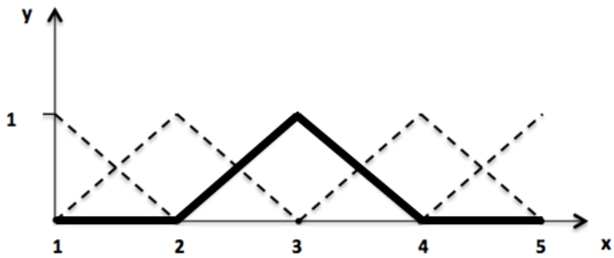
Flera komponenter i hjulupphängningen är tänkta att tillverkas i strängextruderad aluminium. Legeringen som ska användas är EN AW 6082-T6 med hårdanodiserad yta. Denna legering har hög hållfasthet och används mycket till balkar och stänger. Legeringen har goda svetsegenskaper, korrosionsegenskaper och god skärbarhet. Relevant materialdata för 6082-T6 visas i tabell 2.1.[14]

Tabell 2.1: Materialdata för EN AW 6082-T6

Brottgräns [MPa]	Flytgräns [MPa]	E-modul [GPa]	Poissons tal
310	260	70	0,33

2.3 Finita elementmetoden

Beräkningsmodellen skapades som redan nämnts med hjälp av FEM. Den är en numerisk metod som approximerar differentialekvationer. Partiella differentialekvationer kan användas för att beskriva solida material med materialets förskjutningar som obekant funktion och därför är FEM användbart här. Karaktäristiskt för FEM i strukturmekaniska tillämpningar är att den intressanta komponenten delas upp i mindre delar, så kallade element, och att värdet på förskjutningen av materialet interpoleras mellan noder i elementen [13]. Noderna ligger oftast på elementens randområden men kan i vissa fall även förekomma inuti elementen. Förskjutningarna interpoleras i varje element med polynoma basfunktioner i noderna. Basfunktionerna har värdet 1 i endast en av samtliga noder och har värdet 0 i övriga noder. Noder och tillhörande basfunktioner illustreras i figur 2.7.

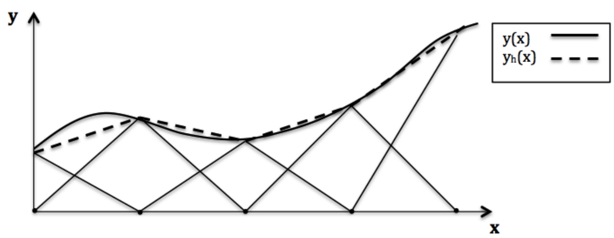


Figur 2.7: *Noder med tillhörande basfunktioner - basfunktion för nod 3 är markerad*

Förskjutningsfunktionen approximeras med en linjärkombination av basfunktionerna som alltså kan ses som en interpolation mellan noderna och över respektive element. I figur 2.8 illustreras hur funktionen $y(x)$ approximeras med $y_{\mathrm{h}}(x)$, alltså

$$y(x) \approx y_{\mathrm{h}}(x) = \sum_{i=1}^{n} N_{\mathrm{i}}(x) a_{\mathrm{i}} \tag{2.45}$$

där a_i är funktionsvärdet i respektive nod $1, 2, ..., i, ..., n-1, n$. I praktiken så sammanfaller generellt inte nodvärdena för den approximativa lösningen med den exakta lösningen.



Figur 2.8: *Den exakta lösningen y(x) approximeras med hjälp av en linjärkombination av basfunktioner*

Den styrande differentialekvationen som används är en jämviktsekvation som skrivits om till en svag formulering kallad *virtuella arbetets princip*. Med hjälp av denna princip erhålls en ekvation för varje nod vilket innebär att antalet ekvationer är lika stort som antalet obekanta nodvärden. Vid linjära problem ger detta upphov till ett ekvationssystem som löses. Ekvationssystemet ser ut som följer:

$$\mathbf{K}\vec{a} = \vec{f} \tag{2.46}$$

Det består alltså av nodvärdena i vektorn $\vec{a}$ samt en styvhetsmatris $\mathbf{K}$ och en lastvektor $\vec{f}$. De två senare fås av den svaga formuleringen av differentialekvationen.

2.3.1 Randvillkor

Ekvationssystemet i ekvation 2.46 kan bara bli komplett om det finns randvillkor över hela komponentens periferi. Detta innebär att antingen förskjutningen eller spänningen på randen måste vara känd för att ekvationssystemet ska kunna lösas. Ofta är randvillkoren inte helt och hållet kända. Man får då göra antaganden som stämmer så väl överens som möjligt med den situation man har. Förskjutningen och spänningsvektorn i respektive ordning betecknas ofta med

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} u_{\mathrm{x}} & u_{\mathrm{y}} & u_{\mathrm{z}} \end{bmatrix} \tag{2.47}$$

$$\vec{t} = \begin{bmatrix} t_{\mathrm{x}} & t_{\mathrm{y}} & t_{\mathrm{z}} \end{bmatrix} \tag{2.48}$$

Indexen x, y och z står för riktningar i ett tredimensionellt koordinatsystem och eftersom det finns tre riktningar och en vektor i varje nod kommer det även att finnas tre värden i varje nod. Detta gäller vid en tredimensionell analys. Vid en tvådimensionell analys reduceras förstås antalet riktningar till två. Några olika typer av randvillkor har använts under arbetets gång och dessa beskrivs nedan.

Föreskriven förskjutning

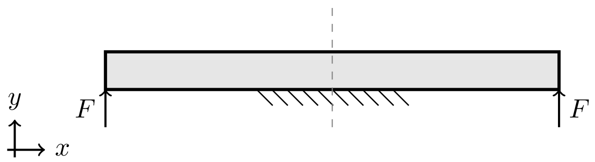
Föreskriven förskjutning innebär helt enkelt att förskjutningen och därmed den obekanta funktionen är känd på en del av randen. Man har alltså kända värden på u_{x}, u_{y} eller u_{z}. Ett särskilt fall är fast inspänning då man sätter samtliga förskjutningar till noll.

Laster

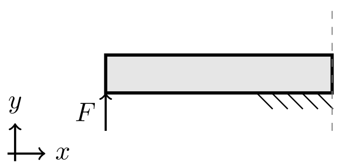
Om laster på komponenten är kända innebär det att man har kända värden på spänningsvektorn över delar av randen. Observera att lasten är känd även på en obelastad yta där $\vec{t} = \vec{0}$.

Symmetri

I figur 2.9 syns ett symmetriskt problem. Problemet är symmetriskt i x-led kring den streckade symmetrilinje som finns inritad i figuren. Ett sådant problem kan förenklas till det problem som finns i figur 2.10 utan att någon skillnad i resultat kommer att uppstå. Randen som sammanfaller med symmetrilinjen måste dock tilldelas ett randvillkor som talar om detta. Randvillkoret blir då att förskjutningen av materialet och skjuvspänningen i x-led är noll.



Figur 2.9: *Symmetriskt problem*



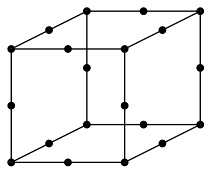
Figur 2.10: *Det symmetriska problemet kan delas i symmetrilinjen*

Eftersom hjulupphängningens konstruktion är symmetrisk i axiell led delades problemet precis på detta sätt och därför var denna typ av randvillkor tvunget att användas. Notera att i det tredimensionella fallet blir symmetrilinjen istället ett symmetriplan.

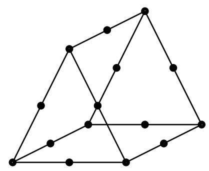
2.3.2 Beräkningsnät

Samlingen av alla element som en komponent är indelad i kallas för beräkningsnät. Generellt ökar noggrannheten hos beräkningarna med minskad elementstorlek och därmed ökat elementantal. I områden där spänningsgradienten är stor, till exempel vid skarpa förändringar i geometri eller randvillkor, blir approximationen sämre och därför används vanligen mindre element i sådana regioner. Element i områden med små spänningsvariationer kan tillåtas ha en större storlek utan att approximationen försämras särskilt mycket. Vid FE-modellering vill man undvika singulära punkter. Sådana punkter hittas vanligtvis där randvillkoren eller materiella egenskaper ändras abrupt, exempelvis vid en punktlast och där tryckfält upphör eller vid skarpa hörn och håligheter.

Det finns ett antal olika elementtyper. De typer av element som har använts i det här projektet är hexaeder och triangulärt prisma. I figur 2.11 och figur 2.12 visas deras geometriska form med noder längs ränderna. Interpolationen över elementen kan göras med polynom av olika grad. Element med linjär och kvadratisk interpolation längs elementens ränder användes i projektet. Vilken polynomgrad som används styr även antalet noder per element. Generellt ger en högre polynomgrad och därmed kvadratiska element en exaktare lösning men tar även mer datorresurser i anspråk.



Figur 2.11: *Hexaederelement*



Figur 2.12: *Triangulärt prismelement*

Beräkningsnätets utformning har en stor inverkan på både beräkningstid, huruvida beräkningarna konvergerar och hur stort felet i beräkningen blir. För att säkerställa att beräkningsresultatet är rimligt och att beräkningsnätet är tillräckligt bra krävs att beräkningsnätet för en given beräkning förfinas för att se om det uppstår någon skillnad i resultat och därmed avgöra om lösningen är nätberoende eller ej.

2.4 Modellering i Abaqus

FE-modelleringen utfördes i den kommersiella programvaran Abaqus. I Abaqus är alla beräkningssteg samlade i ett och samma program och med beräkningssteg avses pre-processing, processing och post-processing. Preprocessing innebär att man ritar upp, definierar egenskaper för, skapar beräkningsnät för och sätter randvillkor på sin modell. Processing innefattar själva FE-analysen och post-processing innebär att man tar fram de resultat man är intresserad av utifrån de beräknade förskjutningarna.

Gummistavarna i hjulupphängningen utsätts för stora deformationer vilket tillsammans med gummits komplicerade egenskaper och kontakterna mellan olika komponenter leder till att problemet blir olinjärt. Det är därför relevant att nämna lite om hur Abaqus behandlar dessa problem och vilka svårigheter som följer. Om beräkningen inte konvergerar kan Abaqus dela in operationer i tidssteg där lasterna som definierats läggs på successivt med tiden. Abaqus löser då problemet för ett tidssteg och ökar sedan lasterna till nästa tidssteg och löser problemet igen med hjälp av lösningen i det föregående tidssteget. Detta är tidskrävande men nödvändigt för att lösa de olinjära ekvationer som uppstår här. Vid lösning av det olinjära problemet definieras residualen som

$$\vec{r}(\vec{a}) \overset{\text{def}}{=} \vec{f}_{\text{int}}(\vec{a}) - \vec{f} \tag{2.49}$$

där $\vec{f}_{\text{int}}$ är de interna krafterna som verkar på noderna och $\vec{f}$ är de externa krafterna på ränderna. FE-problemet blir att hitta lösningen till $\vec{r} = \vec{0}$. Abaqus använder som standard Newtons metod för att lösa olinjära problem. Detta är en iterationsmetod där ekvation (2.50) beräknas om och om igen tills lämpliga konvergenskriterier är uppfyllda, bland annat att normen av $\vec{r}$ är tillräckligt liten.

$$\vec{a}_{\text{i}+1} = \vec{a}_{\text{i}} - \mathbf{K}_{\text{i}}^{-1}\vec{r}(\vec{a}_{\text{i}}) \tag{2.50}$$

$\mathbf{K}$ är derivatan av residualen med avseende på $\vec{a}$ och kallas för styvhetsmatrisen.

$$\mathbf{K}_{\mathrm{i}} \stackrel{\text{def}}{=} \left.\frac{\partial \vec{r}}{\partial \vec{a}}\right|_{\vec{a}_{\mathrm{i}}} \tag{2.51}$$

Notera att en initial startgissning på förskjutningarna, $\vec{a}_0$, krävs. Denna gissning kan inte vara för dålig om konvergens ska uppnås och därför krävs de tidssteg som beskrivits ovan. Med små tidssteg blir residualen inte lika stor om gissningen är dålig eftersom endast en mindre del av den externa lasten läggs på i varje tidssteg.

I det specialfall då problemet är linjärt blir $\vec{f}_{\text{int}} = \mathbf{K}\vec{a}$ vilket gör att problemet förenklas till ekvation (2.46).

2.4.1 Kontaktberäkningar

I de aktuella beräkningarna kommer kontakter mellan olika komponenter att förekomma. Dessa kontakter är mellan gummi och någon av metallerna stål och aluminium. I Abaqus finns inställningar för flera olika varianter av kontakternas egenskaper. De tangentiella och de normala egenskaperna anges separat.

Kontaktegenskaper i normalriktningen

I riktningen normalt kontaktytan användes inställningen *hard contact* vilket innebär att ingen penetration mellan ytorna tillåts. Eftersom gummits deformationer är mycket stora innebär inträngningen mellan ytorna liten skillnad varför denna effekt försummades. Det visade sig även att denna inställning underlättade beräkningarna betydligt.

Kontaktegenskaper i tangentiell riktning

I tangentiell riktning finns ett antal olika inställningar för friktionseffekter. Det är även möjligt att ange att ingen glidning alls ska ske eller att kontakten ska vara friktionsfri. Friktionstalet mellan gummit och de olika metallerna visade sig vara högt samtidigt som det var svårt att få fungerande beräkningsmodeller med friktionseffekter. Därför valdes att ingen glidning skulle förekomma i modellernas kontakter. Inställningen kallas *Rough*. Detta kontrollerades senare genom att beräkna kvoten mellan skjuvspänning och normaltryck i samtliga noder längs kontaktytorna och jämföra med friktionskoefficienten för respektive kontakt.

2.4.2 Beräkningsnät

Vid generering av beräkningsnät i Abaqus kan man antingen tilldela hela komponenten samma beräkningsnät eller tilldela beräkningsnät till sektioner av komponenten. Antingen kan beräkningsnätet bestå av en och samma typ av element eller av båda de typer av element som diskuterats ovan. Till modelleringarna i detta projekt har hexaederdominerat beräkningsnät använts till vissa komponenter. Det består till större delen av hexaederelement men fylls ut med triangulära prismelement där hexaedrar inte passar in för att fylla ut geometrin. För själva genereringen av beräkningsnäten kan några olika metoder användas. Två metoder som används i detta projekt är *sweep* och *structured*. Sweep innebär att ett beräkningsnät genereras på en yta och sedan extruderas i den tredje riktningen. Med metoden structured använder Abaqus fördefinierade beräkningsnät för elementära geometrier, exempelvis trianglar och kvadrater, och applicerar dem på lite mer komplicerade geometrier. Detta gör allmänt att elementen blir väldigt jämnt fördelade över volymen men metoden kräver relativt enkla geometrier.

2.4.3 Övriga inställningar

I och med de stora deformationerna av gummit aktiverades *Nlgeom* i vissa beräkningar. Denna inställning talar om för Abaqus att analysen ska ta hänsyn till geometrisk olinjäritet så att lösningsmetoden kan anpassas för detta.

Eftersom gummit betraktades som inkompressibelt måste man använda element med så kallad hybridformulering för att kunna lösa ekvationssystemet i ekvation (2.46). Detta gör även att man måste använda sig av så kallad reducerad integration [15].

När ett randvillkor definieras som ett tryck på en yta i Abaqus kan tryckets fördelning anges på olika sätt. Det enklaste är att applicera ett uniformt tryck över ytan men i det här projektet har det varit nödvändigt att använda andra metoder. Det alternativ som då använts är analytiska fält. Fälten skapas genom att ange en analytisk funktion med utgångspunkt i ett av den aktuella modellens koordinatsystem. Funktionsvärdet varierar med avseende på rumskoordinater. Man väljer sedan fältet som tryckets fördelning över ytan. Storleken på trycket bestäms av funktionsvärdet i ytan. Fälten kan även användas till andra typer av randvillkor men i det här fallet har de endast använts till ytlaster.

2.5 Randvillkor tvåstegsmodell

Som bekant ligger gummistavarna i kontakt med aluminiumprofilen. I Abaqus modelleras gummit med hyperelastiska materialmodeller vilket tillsammans med kontaktberäkningar skapar konvergenssvårigheter. Dessutom blir beräkningarna väldigt tidskrävande även för grova beräkningsnät. Detta kan undvikas genom att dela upp beräkningarna i två steg. I första steget är aluminiumkomponenterna omgjorda till stelkroppar vid simuleringen av hjulupphängningen under belastning. Kontaktdata mellan gummistav och stelkropp görs därefter om till randvillkor i ett andra steg. Där används en modell av bakaxeln i aluminium men utan gummistavarna. Man får då möjlighet att avläsa spänningarna som uppkommer i bakaxeln. Randvillkoren måste dock uttryckas som analytiska funktioner och all kontaktdata är diskret. Därför anpassas polynom av tillräckligt hög grad till kontaktdata med hjälp av minsta kvadratmetoden.

2.5.1 Minsta kvadratmetoden

Ett bestämt linjärt ekvationssystem kan ställas upp och lösas på följande sätt

$$\mathbf{X}\vec{B} = \mathbf{Y} \tag{2.52}$$

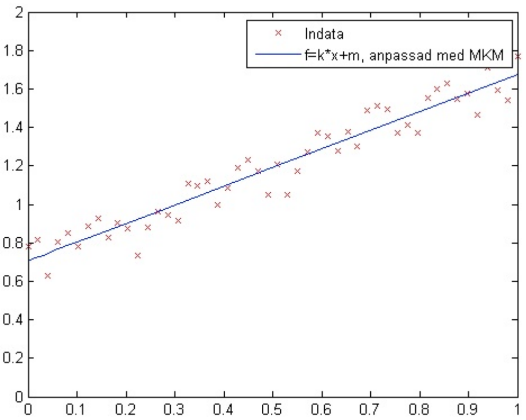
$$\vec{B} = \mathbf{X}^{-1}\mathbf{Y} \tag{2.53}$$

där $\vec{B}$ är en vektor vars element är de okända parametrarna som skall beräknas. $\mathbf{X}$ är en matris vars rader motsvarar den okända delen av ekvationerna, kolumnerna motsvarar de ekvationstermer ur vilka de okända parametrarna brutits ut. Om antalet okända parametrar är lika många som antalet oberoende ekvationer så är systemet bestämt och kan därmed lösas. Om antalet oberoende ekvationer överstiger antalet okända parametrar så är systemet överbestämt och ingen exakt lösning existerar. En approximativ lösning kan dock beräknas genom att använda minsta kvadratmetoden. Som namnet antyder minimerar minsta kvadratmetoden summan av det kvadratiska felet. Ekvationssystemet ställs då upp och löses på följande sätt:

$$\mathbf{X}^T\mathbf{X}\vec{B} = \mathbf{X}^T\mathbf{Y} \tag{2.54}$$

$$\vec{B} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y} \tag{2.55}$$

$\vec{B}$, $\mathbf{X}$ och $\mathbf{Y}$ är samma som i ekvation (2.52) och (2.53). Figur 2.13 visar ett exempel på när lösningen till ett överbestämt ekvationssystem approximerats med minsta kvadratmetoden.



Figur 2.13: *En rät linje som anpassats till data med hjälp av minsta kvadratmetoden*

2.5.2 Funktioner med påtvingade nollställen

I tvåstegsmodellen görs kontaktspänningar om till randvillkor genom att funktionsanpassa tredimensionella polynom till kontaktspänningarna. Det är viktigt att den pålagda lasten, som beskrivs av polynomet, går ned till noll där kontakten mellan gummi och metall slutar. I annat fall uppstår där en diskontinuitet vilket kan ge upphov till en singulär spänningsbild. För att åstadkomma detta måste polynomet konstrueras så att det redan innan funktionsanpassningen är noll på kanterna.

Om en tredimensionell funktion $F(x, y, z)$ skall vara lika med noll över ytan $z = g(x, y)$ finns flera sätt att åstadkomma detta på, ett sätt är att välja $F(x, y, z)$ på följande sätt

$$F(x, y, z) = (z - g(x, y))f(x, y, z) \tag{2.56}$$

där $f(x, y, z)$ är en funktion som kan väljas godtyckligt. Då funktionen befinner sig på ytan $z = g(x, y)$ så är $z - g(x, y) = 0$ och därmed kommer $F(x, y, z) = 0$. Om funktionen $F(x, y, z)$ skall vara lika med noll över de två ytorna $z = g_1(x, y)$ och $z = g_2(x, y)$ så kan $F(x, y, z)$ skrivas som:

$$F(x, y, z) = (z–g_1(x, y))(z–g_2(x, y))f(x, y, z) \tag{2.57}$$

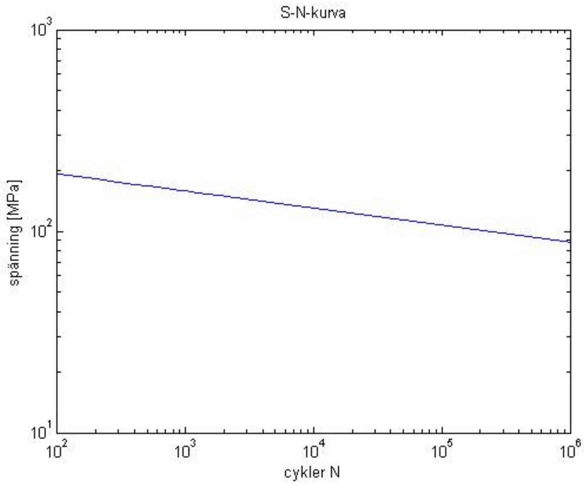
Mer generellt gäller det att om $F(x, y, z)$ skall vara lika med noll över ytorna $z = g_1(x, y), z = g_2(x, y), \ldots, z = g_n(x, y)$ så kan $F(x, y, z)$ skrivas som

$$F(x, y, z) = (z–g_1(x, y))(z–g_2(x, y)) \cdot \ldots \cdot (z - g_n(x, y))f(x, y, z) \tag{2.58}$$

Liknade tekniker kan användas om funktionen har en annan dimension eller om det önskas att funktionen skall vara lika med noll över något annat än en yta.

2.6 Utmattning

Även om bakaxeln är konstruerad för att hålla vid olika maxbelastningar är det möjligt att den går sönder på grund av utmattning av aluminiumet. Utmattning kan ske vid spänningsvariationer långt under brottgränsen, dessa variationer uppkommer ofta vid normal körning och kan vara den faktor som anger livslängden på bakaxeln. För att beräkna livslängen kan en så kallad S-N-kurva för aluminium användas. Det är en kurva som tagits fram experimentellt och anger antalet cykler en geometri tål vid en viss amplitudspänning innan brott. I figur 2.14 ser man en S-N-kurva för det aktuella aluminiumet, Al 6082 T6 med hårdanodiserad yta [8]. Värdet på amplitudspänningarna σ_a som uppkommer vid normal användning av fordonet fås genom att

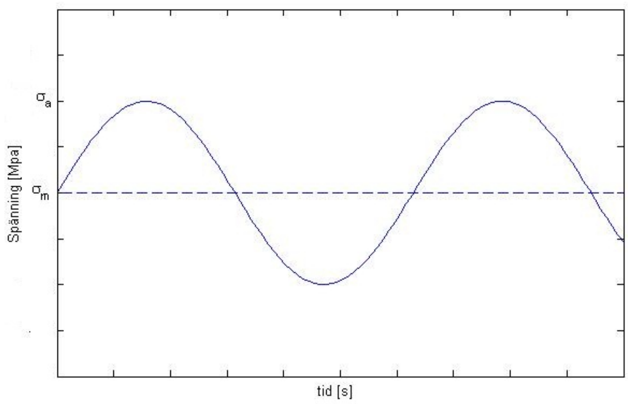


Figur 2.14: *S-N-kurva för Al 6082 T6*

beräkna vilka krafter som bakaxeln utsätts för vid körning. Spänningarna i bakaxeln kommer att variera kring en mittspänning, σ_m, som antas uppkomma då fordonet står still eller kör på plan mark, det vill säga den spänning som uppkommer på grund av den aktuella massan för fordonet. Ojämnheter i vägen kommer sedan att påverka spänningarna, se figur 2.15. Sambandet mellan den kraft som påverkar bakaxeln och spänningarna som uppkommer på grund av dem antas variera linjärt, det vill säga

$$\sigma = Fk_s + m_s \tag{2.59}$$

där k_s och m_s är konstanter.



Figur 2.15: *Schematisk figur som visar mitt och amplitudspänning vid en växlande last*

Vägprofil

För verkliga vägar gäller att lägre amplituder förekommer oftare än högre. Man behöver därför en modell som beskriver hur våglängder och amplituder varierar för en standardväg. För detta används en funktion som med hjälp av PSD ($PowerSpectralDensity$) för vägens amplitud z_r beskriver en vägprofil med olika vägkvaliteter [6]:

$$\mathrm{PSD}(z_r) = \Phi_{z_r}(\Omega) = \Phi_0 \left(\frac{\Omega}{\Omega_0}\right)^{-w} \tag{2.60}$$

$$\Phi_0 = \begin{cases} 1 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{rad} & \text{Bra väg} \\ 10 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{rad} & \text{Medelbra väg} \\ 100 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{rad} & \text{Dålig väg} \end{cases}$$

$w =$ vägens vågighet, $2 \leq w \leq 3$ där bra vägar har större vågighet än dåliga
$\Omega =$ vinkelfrekvens rad/m
$\Omega_0 = 1$ rad/m

För att kunna bestämma en vägprofil måste man bestämma sig för vilka våglängder, λ, man vill uttrycka vägen i för att få fram en vektor med n olika värden för vinkelfrekvensen Ω. Den kortaste våglängden man bestämmer sig för är den kortaste man antar påverkar fordonet vid körning, detsamma med den längsta. En backe som stiger 100 m på 6 km kommer exempelvis inte att påverka utmattningsberäkningarna. Detta innebär att man alltså gör en approximation av vägprofilen då man antar värden på våglängderna.

$$\vec{\Omega} = 2\pi\vec{\lambda} = [\Omega_1, \Omega_2, .., \Omega_n] \tag{2.61}$$

Funktionen $\mathrm{RMS}(z_r(t))$, ($RootMeanSquare$) är i tidsdomänen definierad som,

$$\mathrm{RMS}(z_r(t)) = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T z_r^2(t)\,\mathrm{d}t} \tag{2.62}$$

vilket kan skrivas om i frekvensdomänen som en approximation av $\mathrm{RMS}(z_r)$ med de diskreta värdena i ekvation (2.61) enligt [6]:

$$\begin{aligned} \mathrm{RMS}(z_{ri}) &= \left(\int_{(\Omega_{i-1}+\Omega_i)/2}^{(\Omega_i+\Omega_{i+1})/2} \Phi_{z_r}\,\mathrm{d}\Omega\right)^{1/2} = \left(\int_{(\Omega_{i-1}+\Omega_i)/2}^{(\Omega_i+\Omega_{i+1})/2} \Phi_0 \left(\frac{\Omega}{\Omega_0}\right)^{-w} \mathrm{d}\Omega\right)^{1/2} = \{\Omega_0 = 1\} = \\ &= \left(\Phi_0 \left[\frac{\Omega^{1-w}}{1-w}\right]_{(\Omega_{i-1}+\Omega_i)/2}^{(\Omega_i+\Omega_{i+1})/2}\right)^{1/2} = \left(\frac{\Phi_0}{1-w}\left[\left(\frac{\Omega_i+\Omega_{i+1}}{2}\right)^{1-w} - \left(\frac{\Omega_{i-1}+\Omega_i}{2}\right)^{1-w}\right]\right)^{1/2} \end{aligned} \tag{2.63}$$

Det första och sista värdet för vinkelfrekvensen ges av ekvation (2.64) och (2.65)

$$\Omega_0 = \Omega_1 - \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{2} \tag{2.64}$$

$$\Omega_{n+1} = \Omega_n - \frac{\Omega_n - \Omega_{n-1}}{2} \tag{2.65}$$

För att översätta spektrat till riktiga amplituder för sinusformade signaler vid varje våglängd används:

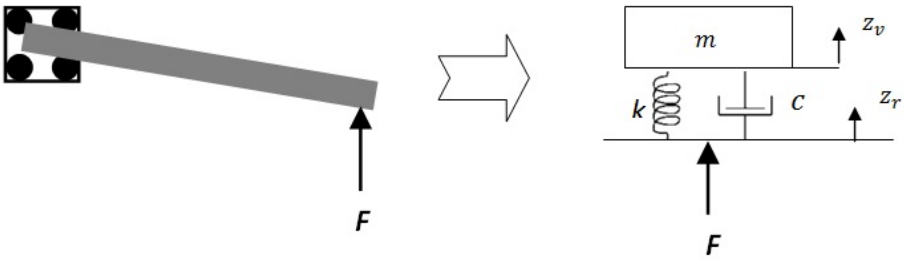
$$\hat{z}_{ri} = \sqrt{2}\,\mathrm{RMS}(z_{ri}) \tag{2.66}$$

Då hastigheten på fordonet, v_x, är känd kan man uttrycka vägprofilen som en funktion av tiden. Vägprofilen beskrivs genom en Fouierserieutveckling, det vill säga en summa av sinusfunktioner:

$$z_r(t) = \sum_{i=0}^{n} \hat{z}_{ri}\sin(v_x\Omega_i t) \tag{2.67}$$

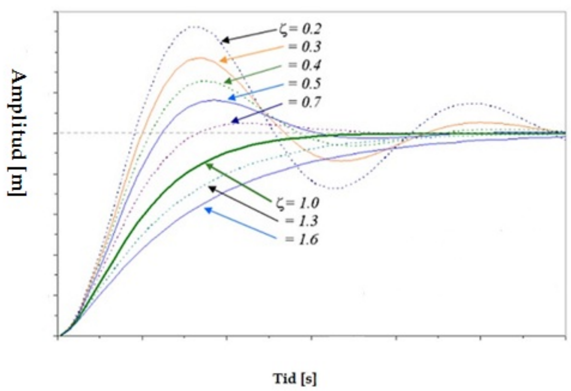
Dynamisk modell av bakaxeln

Med $z_r(t)$ känd går det att beskriva bakaxelns dynamiska beteende genom att skapa en förenklad modell. I figur 2.16 ser man hur bakaxeln ersätts av en massa m med en fjäder med fjäderkonstant k och en dämpare med dämpningskonstant c. Dämpningen ska illustrera gummits viskösa effekter. Den dynamiska modellen är alltså en grov approximation för att beskriva gummits beteende. Fordonets vertikala rörelse beskrivs av z_v. Fjäderkonstanten $k = F/(z_v - z_r)$ och kan beräknas utifrån ett statiskt lastfall med känd utböjning på bakaxeln.



Figur 2.16: *Till vänster: Torsionsaxeln sett från sidan, till höger: dynamisk modell över hjulupphängningen*

Dämpningskonstanten $c = 2\,\zeta\, m\sqrt{k/m}$, där ζ anger dämpningsförhållandet [10]. Hur responsen vid ett stegsvar varierar beroende på dämpningsförhållandet ζ illustreras i figur 2.17.



Figur 2.17: *Responsen vid ett stegsvar vid olika värden på dämpningsförhållandet* ζ

Differensen $\Delta z(t) = z_r(t) - z_v(t)$ ger den utböjning som uppträder på grund av vägens ojämnheter vid körning och $z_r(t)$ är redan känd. För att beräkna $z_v(t)$ friläggs systemet ovan, se figur 2.18.

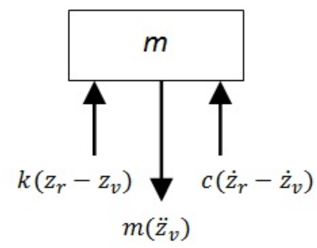
$$\uparrow: m\ddot{z}_v(t) = k(z_r(t) - z_v(t)) + c(\dot{z}_r(t) - \dot{z}_v(t)) \Rightarrow \tag{2.68}$$

$$\Rightarrow m\ddot{z}_v(t) + c\dot{z}_v(t) + kz_v(t) = kz_r(t) + c\dot{z}_r(t) \tag{2.69}$$

Genom att Laplacetransformera ekvation (2.69) fås:

$$ms^2 z_v(s) + csz_v(s) + kz_v(s) = csz_r(s) + kz_r(s) \Rightarrow \tag{2.70}$$

$$\Rightarrow z_v(s) = \frac{z_r(s)(cs + k)}{ms^2 + cs + k} \tag{2.71}$$



Figur 2.18: *Friläggning av massan ur den dynamiska modellen över hjulupphängningen*

Ekvation (2.71) ger överföringsfunkionen $G(s)$ mellan vägens och fordonets vertikala förskjutningar:

$$G(s) = \frac{z_v(s)}{z_r(s)} = \frac{cs + k}{ms^2 + cs + k} \tag{2.72}$$

Vägens amplitud $z_r(t)$ beskrivs av en sinusfunktion, det innebär att fordonets amplitud $z_v(t)$ också beskrivs av en sinusfunktion fast med förändrad amplitud samt en fasförskjutning som bestäms med hjälp av överföringsfunktionen G, se ekvation (2.73)-(2.76).

$$z_r(t) = A\sin(\omega t) \tag{2.73}$$

$$z_v(t) = |G(j\omega)|A\sin(\omega t - \angle G) \tag{2.74}$$

$$|G(j\omega)| = \left|\frac{k + j\omega c}{-m\omega^2 + k + cj\omega}\right| = \frac{\sqrt{k^2 + \omega^2 c^2}}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + c^2\omega^2}} \tag{2.75}$$

$$\angle G = \arctan\left(\frac{c\omega}{k}\right) - \arctan\left(\frac{c\omega}{k - m\omega^2}\right) \tag{2.76}$$

I utmattningsberäkningen antas att den kraft som påverkar systemet enbart beror på fjädern. Den kraften ger sedan ett värde på amplitudspänningen enligt det linjära antagandet som gjordes ovan, vilket ger:

$$\sigma_{\mathrm{a}} = F\,k_s + m_s = k\,\Delta z(t)\,k_s + m_s \tag{2.77}$$

Genom att ta fram de dominerade amplituderna i $\Delta z(t)$ och utifrån dessa uppskatta en medelamplitud och en frekvens f med vilken de valda amplituderna förekommer kan man få fram ett specifikt värde på σ_{a} som ger N antal svängningar i S-N-kurvan. Man kan då få fram en uppskattad livslängd i år samt ett uppskattat antal mil genom att göra följande beräkningar:

$$\text{Antal år} = \frac{N/f}{3600 \cdot 24 \cdot 365} \tag{2.78}$$

$$\text{Antal mil} = \frac{(N/f) \cdot v_x}{10000} \tag{2.79}$$

3 Genomförande och resultat

Under projektets gång har genomförandet av olika moment ofta berott på resultat av tidigare arbete. Genomförandet och resultatet redovisas därför i ett enda löpande kapitel för att få en logisk följd i rapporten och därmed underlätta för läsaren.

3.1 Materialmodellering

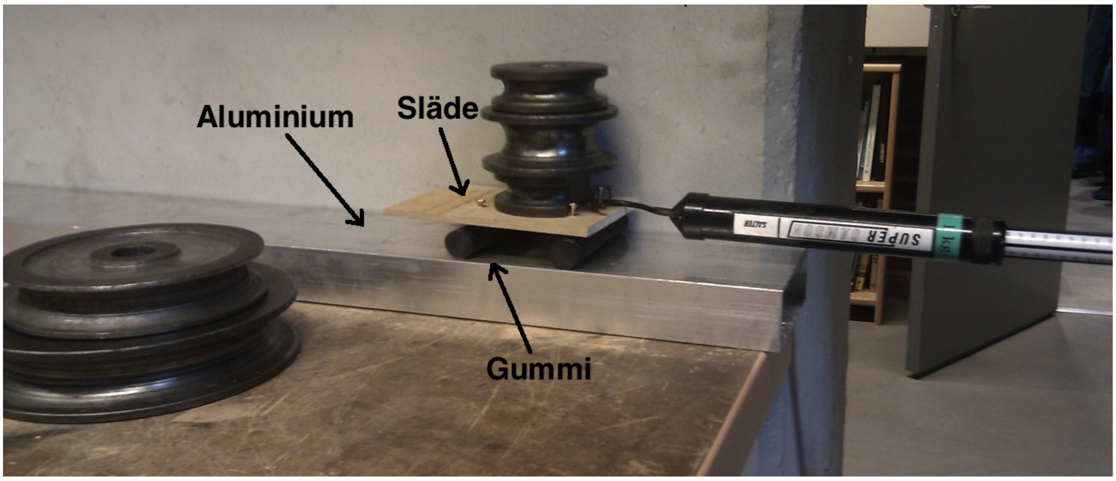
Vid FE-modellering krävs att samtliga ingående material i den studerade konstruktionen är beskrivna med en matematisk modell. Det mest kritiska i det här arbetet är att beskriva gummits egenskaper. För att göra detta togs materialdata fram med hjälp av ett dragprov. Med hjälp av materialdatan togs sedan parametrar för ovan beskrivna materialmodeller fram. Modellerna prövades sedan i en FE-modell av en prototyp bestående av en enkel torsionsaxel och jämfördes med ett test på denna prototyp. I prototypen ingår komponenter av stål och i den tänkta konstruktionen komponenter av aluminium. Dessa metaller är betydligt enklare att modellera då de är linjärt elastiska. I och med att kontaktberäkningar genomförs har även friktionsegenskaper mellan de olika materialen i kontakterna modellerats.

3.1.1 Friktionstest

Friktionskoefficienten för gummit beräknades med hjälp av en enkel testrigg som konstruerats i en verkstad. Testriggen bestod av en släde, vikter samt fjädervågar. Släden var en platta som två gummistavar skruvades fast i. Principen för testet är att gummit ska vara i kontakt med ett underlag, sedan belastas gummit med olika vikter för att få olika värden på normalkrafterna som uppstår. Gummit utsätts sedan för en vertikal kraft som mäts med noggranna fjädervågar tills det rör på sig, man kan då läsa av det värde på friktionskraften som krävs för respektive normalkraft. I figur 3.1 syns hur testet utfördes i fallet med aluminium. Värdena som uppmättes vid friktionstesten redovisas i Appendix A, resultatet redovisas i tabell 3.1.

Tabell 3.1: Friktionskoefficienter

Gummi mot stål	$\mu_s = 0{,}6702$
Gummi mot aluminium	$\mu_a = 0{,}6059$



Figur 3.1: *Testsläden som glider på aluminium*

3.1.2 Dragprov

Dragprov av materialet genomfördes i två omgångar med olika tillvägagångssätt. Samtliga gummistavar har tillhandahållits av Clean Motion och är enhetliga med de stavar som är tänkta att användas i hjulupphängningen. Det första provet gjordes på institutionen för material- och tillverkningsteknik. I institutionens laboratorium finns en maskin för dragprov som används till olika plaster och den är även lämplig för gummi då magnituden av de inblandade krafterna är någorlunda lika. Töjningarna blir förstås betydligt större men maskinens kapacitet var ändå tillräcklig. Provstavarna som används i maskinen ska vara av vissa mått och dessa kan ses i figur 3.2. Beredningen av denna stav var invecklad då det var svårt att forma gummit efter kriterierna. Problemet löstes genom att kyla ner en gummistav med flytande kväve så att de blev hårda och styva. Efter nedkylning blev det möjligt att såga fram ett rätblock med hjälp av en bandsåg och den slutliga formen erhölls genom att midjan skars ut efter en mall med hjälp av en kniv. Resultatet var allt annat än perfekt, ytorna var skrovliga och tvärsnittsmåttet varierade en aning längs staven.

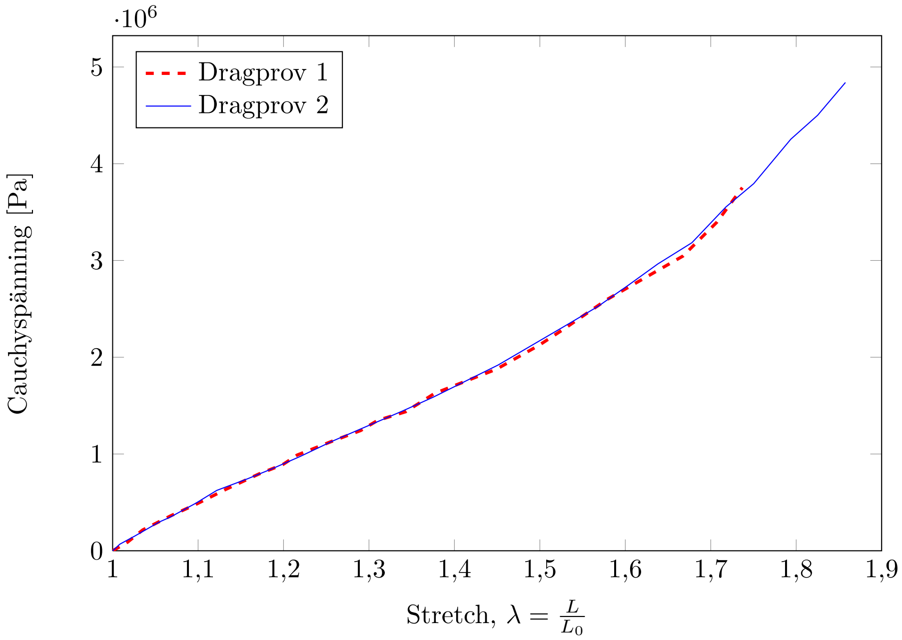
Figur 3.2: *Provstav som användes vid dragprov i laboratoriet*

Provstaven klämdes sedan fast i dess båda ändar i maskinen. Förlängningen mättes med hjälp av två lägesgivare som klämdes fast och i begynnelsetillstånd var placerade 60 mm från varandra. I begynnelsetillståndet lades även en viss förspänning på gummit utifall att det skulle bli ihoptryckt vid inspänningen. Därefter genomförde maskinen ett dragprov och genererade data för kraft och förlängning. Förlängningen motsvarade en töjning på drygt 50 %.

Det andra dragprovet gjordes i prototyplabbet på Chalmers och utfördes på hela gummistavar. En våg användes för att mäta kraften och slangklämmor tillsammans med en omformad svetstråd utgjorde fästen i gummistavens båda ändar. Dragprov med två olika gummistavar utfördes. Olika ursprungslängder användes för att få lite variation mellan testerna. Belastningen lades på genom att fästa två spännband i varsin ände av ett bord och länka samman dessa med våg och gummistav emellan. Kraften kunde då avläsas på vågen och längden mätas med ett skjutmått. Tillvägagångssättet illustreras i figur 3.3.

Figur 3.3: *Genomförande av dragprov på en gummistav*

Resultatet av de två dragproven från prototyplabbet omräknat i Cauchyspänning och stretch syns i figur 3.4. Det dragprov som utfördes på institutionen för material- och tillverkningsteknik förkastades då kurvan var mycket hackig och avvek stort från de andra två dragproven som bedömdes som mer tillförlitliga. Som kan ses i figur 3.4 stämmer de två proven från prototypverkstaden väl överens. Uppmätta värden från dragproven redovisas i Appendix B.



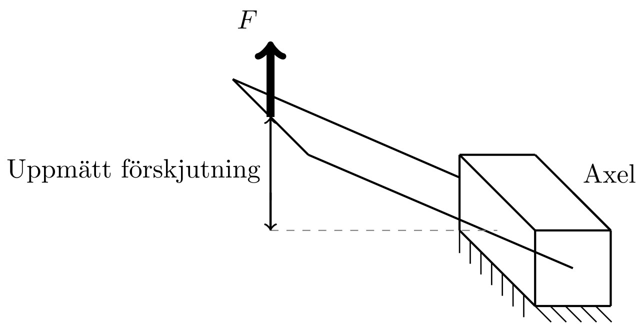
Figur 3.4: *Dragprovkurva för två olika gummistavar från testet i prototyplabbet*

3.1.3 Prototyptest

I samband med att examensarbetet om elfordonets bromsar och stötdämpning [7] genomfördes tillverkades en prototyp i form av en enkel torsionsaxel. Principiellt liknar denna den tänkta konstruktionen med motsvarande profiler och gummistavar. Dimensionerna är dock grövre och profilerna samt svingarmarna är gjorda av stål. Under examensarbetet genomfördes ett test på denna prototyp genom att dess svingarmar utsattes för olika belastningar med hjälp av en domkraft och förskjutningar av belastningspunkten mättes. Vid detta test mättes förskjutningen dock endast vid 12 olika laster och last-förskjutning-kurvan är hackig och därav genomfördes ett nytt test i detta projekt.

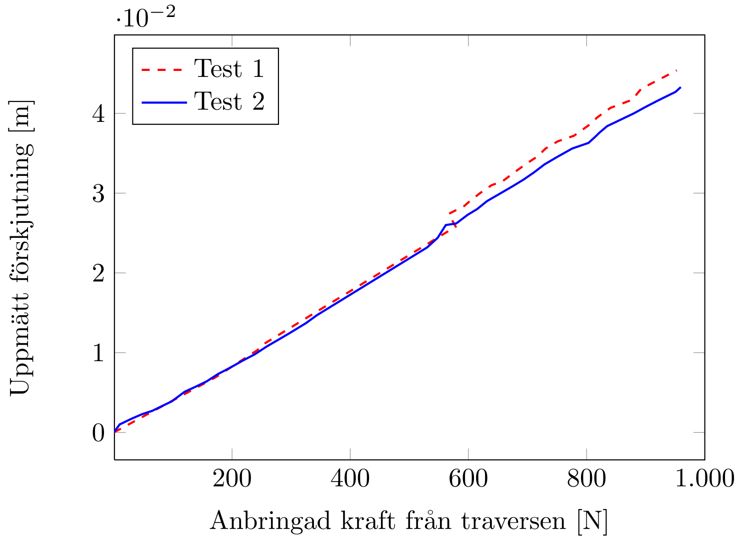
Det nya testet utfördes genom att prototypen spändes fast i ett mycket tungt och styvt bord med svingarmarna i horisontalläge. I förhållande till rörelserna hos prototypens don kunde bakaxelprofilen betraktas som fast inspänd. Förskjutningar påtvingades sedan med hjälp av en travers. Traversen kopplades samman med svingarmarna och kördes steg för steg upp mot taket. Mellan traversen och belastningspunkten monterades en våg som mätte kraften, se figur 3.5 samt figur 3.6.

Förskjutningarna mättes utifrån bordet som skillnaden mellan läget vid en viss belastning och utgångsläget. För att med säkerhet få fram tillförlitliga resultat utfördes två test, resultatet från båda redovisas i figur 3.7, de uppmätta värdena redovisas i Appendix C.



Figur 3.5: *Schematisk skiss av prototyptestet*

Figur 3.6: *Test av utböjning på prototypen vid olika belastningar*



Figur 3.7: *Graf som visar den vertikala förskjutningen mot den pålagda kraften för de båda test som utfördes*

3.1.4 Beräkning av materialparametrar

För att kunna utnyttja den materialdata för gummit som uppmätts vid dragprovet används materialmodellerna som beskrivits i avsnitt 2.2.2. Detta kräver kännedom om de konstanter, C_{xx}, som förekommer i dessa modeller. Konstanterna beräknas med hjälp av ekvationerna (2.30), (2.36) och (2.43) för Neo-Hooke, Mooney-Rivlin och Yeoh i respektive ordning. Utöver konstanterna innehåller ekvationerna även Cauchyspänning och stretch. Vid dragprovet bestämdes förlängningen av en gummistav vid ett antal olika krafter genom staven. Cauchyspänning och stretch beräknas genom att använda de uppmätta storheterna i ekvation (2.12) respektive (2.14). Med dessa värden bestämda uppstår för varje materialmodell ett ekvationssystem enligt

$$\vec{\sigma} = \mathbf{A}\vec{C} \tag{3.1}$$

där $\mathbf{A}$ är en matris med koefficienter från ekvationerna (2.30), (2.36) och (2.43), $\vec{\sigma}$ är en vektor med de beräknade Cauchyspänningarna och $\vec{C}$ är en vektor med materialkonstanterna. Notera att koefficienterna i $\mathbf{A}$ är funktioner av λ och antalet ekvationer är lika med antalet utförda mätningar vid dragprovet. Ekvationssystemet är överbestämt och löses med minsta kvadratmetoden. Beräknade värden på σ och λ utifrån dragproven redovisas i Appendix D.

Utifrån hårdhetstalet $H = 58°$ IRHD beräknades materialparametrarna för Mooney-Rivlin enligt ekvation (2.37) och (2.38).

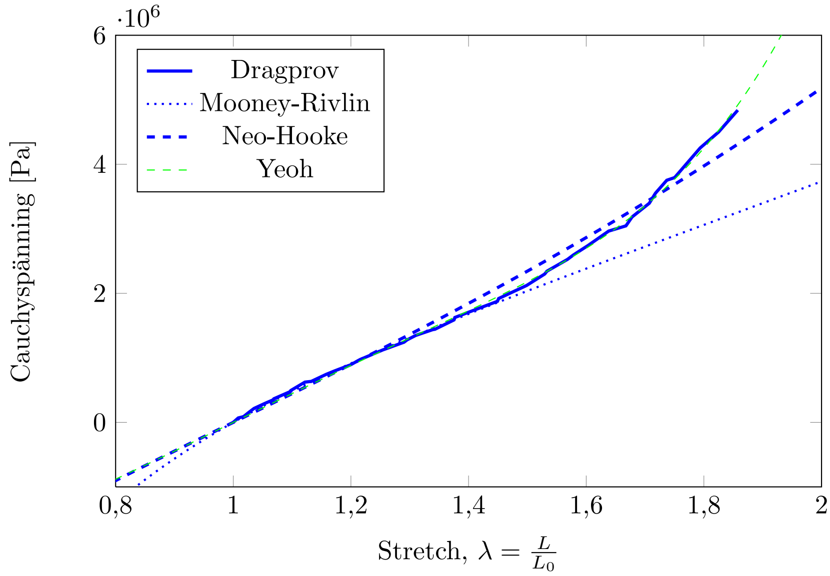
Materialparametrar

Parametrarna som beräknades för de olika materialmodeller som undersöktes redovisas i tabell 3.2.

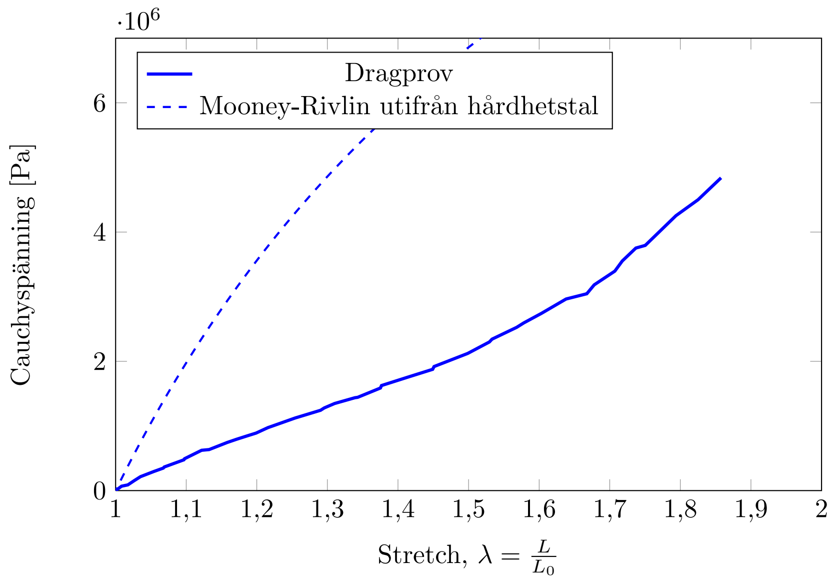
Tabell 3.2: Materialparametrar för materialmodellerna som beskriver gummit [MPa]

Neo-Hooke	$C_{10} = 0{,}7402$		
Mooney-Rivlin	$C_{10} = 0{,}2042$	$C_{01} = 0{,}6587$	
Yeoh	$C_{10} = 0{,}7471$	$C_{20} = -0{,}1015$	$C_{30} = 0{,}0583$
Mooney-Rivlin IRHD	$C_{10} = -0{,}9067$	$C_{01} = 4{,}6091$	

Som en första verifikation till att materialkonstanterna är riktiga jämfördes de olika modellerna med resultaten från dragprovet, se figur 3.8. I figur 3.9 redovisas resultatet från när materialkonstanterna räknandes ut från gummits IRHD-värde. Som man kan se fungerade denna metod mycket dåligt. Modellen blev alldeles för styv varför den förkastades. I figur 3.8 har de två dragproven sammanfogats och därmed reducerats till en kurva som innehåller fler punkter. Den materialmodell som visar sig vara den bästa approximationen är Yeoh vilket också är den mest komplicerade modellen. Vidare bör poängteras att jämförelsen här är för en dragprovkurva, vilket vill säga ett enaxligt dragspänningstillstånd. I torsionsaxeln komprimeras gummistavarna i radiell led och därmed fås en helt annan situation än den vid dragprovet. För att identifiera vilken materialmodell som bäst överensstämmer med gummits hyperelastiska egenskaper då gummistavarna utsätts för kompression och skjuvning skapades en FE-modell av prototypen i Abaqus.



Figur 3.8: *Materialmodeller i jämförelse med dragprov*

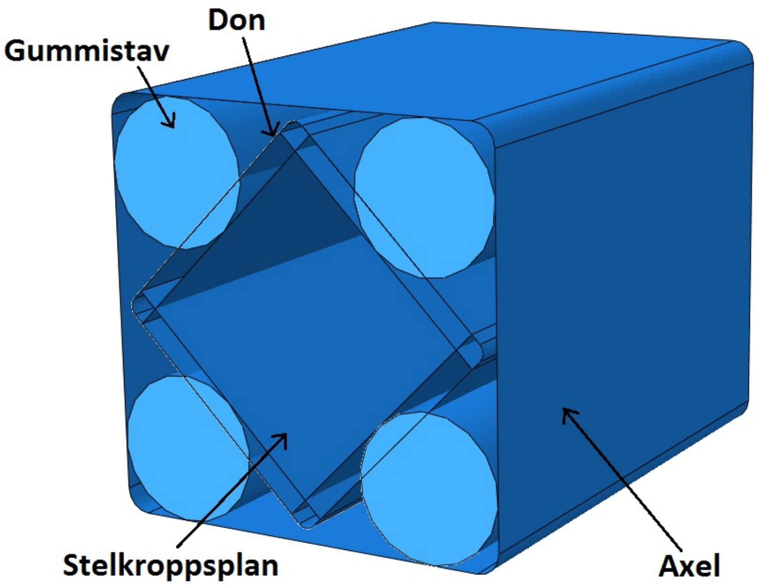


Figur 3.9: *Materialmodell från IRHD värde i jämförelse med dragprov*

3.2 FE-modell av prototypen

En FE-modell av prototypen skapades för att jämföras med utböjningstestet på prototypen i figur 3.7 och därmed kunna välja och verifiera materialmodell för gummit. För att återge tidigare beskrivet prototyptest i Abaqus, applicerades lastfall på FE-modellen motsvarande det som användes vid prototyptestet. Tre olika simuleringar av prototyptestet utfördes där gummit beskrevs av de tre olika materialmodellerna i tabell 3.2. Parametrarna för Mooney-Rivlin utifrån IRHD användes inte på grund av den dåliga överensstämmelsen med dragprovet. Resultaten från simuleringarna jämfördes med det verkliga resultatet från prototyptestet och gav en indikation på vilken av materialmodellerna som bäst beskriver det aktuella gummit i stavarna.

I FE-modellen är gummistavarna inklämda mellan axel och don, vilket var svårt att åstadkomma direkt i Abaqus. Skapandet av modellen skedde därför i tre delmoment; detaljkonstruktion, montering och ihopklämning av gummistavar, vilket inkluderar definiering av kontaktytor. Detaljkonstruktionen bestod av framtagandet av modeller för ingående komponenter, det vill säga axel, don och gummistavar, se figur 3.10. Axeln och donet är i prototypen gjorda av stål och är således mycket styvare än gummistavarna. Med anledning av detta modellerades axeln och donet som stelkroppar i Abaqus och tjockleken på godset i dessa överensstämmer därför inte med prototypens. I det andra delmomentet, montering, sattes de ingående detaljerna ihop, det vill säga att varje detalj placerades på sin plats. I det här läget fanns fortfarande inga kontakter definierade mellan de ingående komponenternas ytor och det fanns därför ett överlapp mellan gummistavarna och donet. För att eliminera överlappet gjordes en ihopklämning av gummistavarna i ett tredje delmoment, vilket innebar att stelkroppsplan användes. Fyra stelkroppsplan detaljkonstruerades och fördes in i modellen.



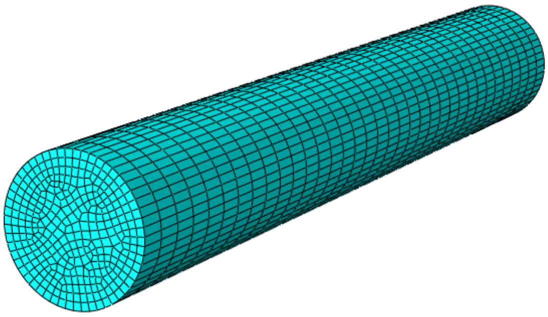
Figur 3.10: *Förklaring av detaljer i FE-modellen av prototypen*

Definiering av kontakter

I modellen finns det ett antal ytor som på något sätt kommer i kontakt med andra ytor. Dessa kontaktytor behöver definieras så att interaktionen mellan dem sker på ett sätt som speglar verkligheten. Ytorna i verifieringsmodellen som krävde definiering av kontakt var kontaktytor mellan gummistavarna och axelns insida samt mellan gummistavarna och utsidan av donet. Metoden som användes för att klämma in gummistavarna mellan axeln och donet medförde att även kontaktytan mellan gummistavar och stelkroppsplan behövde definieras. Kontaktegenskaperna angavs så att ingen inträngning tilläts i normalriktningen och att ingen glidning förekom i tangentiell riktning. Samma interaktionsegenskaper användes för samtliga kontakter. Beräkning av kvoterna mellan skjuvspänning och kontakttryck i kontaktnoderna gav att endast 7 % av dessa översteg friktionskoefficienten mellan stål och gummi i tabell 3.1. Därmed verkar antagandet om ingen glidning vara en god approximation.

Beräkningsnät

De enda komponenterna som krävde elementindelning i FE-modellen av prototypen var gummistavarna. Beräkningsnätet som gummistavarna delades in i bestod av hexaederelement med hybridformulering och reducerad integration. De två senare inställningarna krävdes då inkompressibilitet antogs i materialmodellen för gummit. Nätgenereringsmetoden som användes var sweep där stavens tvärsnittsyta delas in i ytelement som extruderas i axiell riktning, se figur 3.11. Linjära basfunktioner användes för att kraven på datorkapacitet skulle hållas låga. Kvadratisk interpolation skulle ha begränsat antalet element i modellen till ett allt för litet antal.

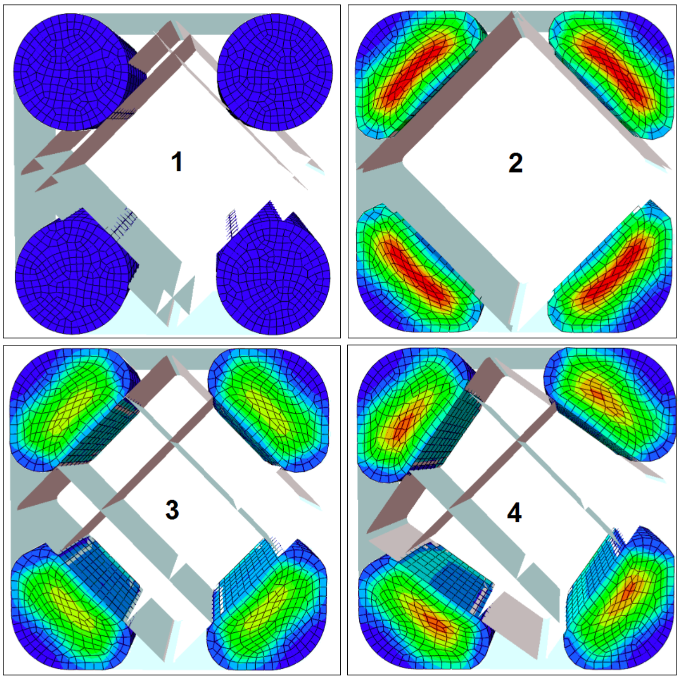


Figur 3.11: *Gummistav med beräkningsnät*

Beräkningsgång

Beräkningarna i FE-modellen av prototypen utfördes i fyra steg. De tre första svarade då för monteringen av gummistavarna mellan axeln och donet, det vill säga ihopklämningen av gummistavarna. I det sista steget utfördes sedan beräkningar med avseende på pålagd last. De fyra beräkningsstegen illustreras i figur 3.12. I samtliga beräkningssteg aktiverades *Nlgeom* som talar om för Abaqus att ta hänsyn till olinjäriteter i geometrin. Ett stort antal tidssteg krävdes för att genomföra denna simulering. Beräkningen utfördes med Newtons metod och lasten stegades upp linjärt över tidsstegen.

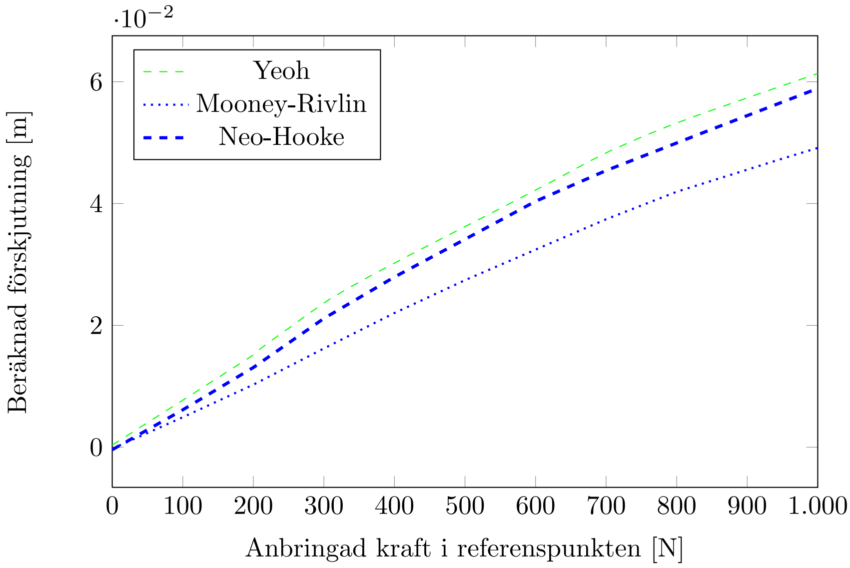
I det initiala beräkningssteget görs justeringar som ska gälla igenom hela beräkningsgången och här definierades kontakterna mellan gummistavarna och axelns insida. I samma steg definierades också ett randvillkor för fast inspänning av axeln. På så sätt säkerställer man att pålagd last endast ger deformation av gummistavarna, det vill säga att man inte tillåter förskjutning av själva axeln. Eftersom axeln behandlas som en stelkropp i beräkningsmodellen föreskrevs randvillkoret i en referenspunkt för axeln. I det andra beräkningssteget utfördes själva ihopklämningen av gummistavarna och här definierades kontakten mellan dessa och stelkroppsplanen. För stelkroppsplanen bestämdes sedan ett förskjutningsrandvillkor i diagonal riktning in mot axelns hörn i syfte att trycka planen mot gummistavarna och på så sätt klämma ihop dem. När gummistavarna väl var ihopklämda kunde kontakten mellan dem och donet definieras. I det tredje steget nollställdes sedan förskjutningarna ifrån föregående beräkningssteg och därigenom förflyttades stelkroppsplanen tillbaka till sitt utgångsläge. Gummistavarna följde med tillbaka och stannade vid kontakt med donet och därmed var monteringen av gummistavarna fullföljd. Det fjärde och sista beräkningssteget användes för att lägga på lasten. Den stegades upp till 982 N och lades på i form av en punktlast på ett avstånd från donets centrum som motsvarade längden på hävarmen i prototypen. Hävarmen i FE-modellen av prototypen skapades genom att förlägga donets referenspunkt på ett avstånd av 250 mm från dess centrum. Punktlasten lades sedan på i vertikal riktning i denna referenspunkt, vilket skapade att vridande moment kring axelns centrum. Till följd av denna vridning komprimerades gummistavarna ytterligare och en vertikal utböjning kunde utläsas i referenspunkten.



Figur 3.12: *1: Initialt steg 2: Intryckning av plan 3: Tillbakadragning av plan 4: Vridning*

Resultat

Resultatet av beräkningarna kan ses i figur 3.13, där varje materialmodell representeras av en kurva som visar beräknad utböjning för respektive last.



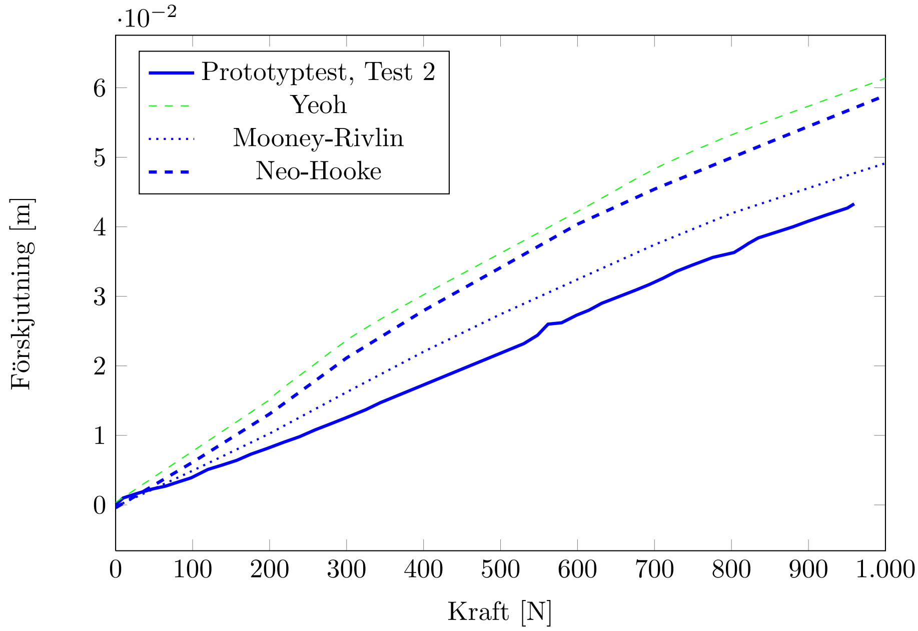
Figur 3.13: *Beräknade förskjutningar för respektive materialmodell*

3.3 Val av materialmodell

Resultatet av beräkningarna på FE-modellen av prototypen visar hur utböjningen för varje materialmodell återges i Abaqus. Man vill hitta den materialmodell som bäst beskriver gummits verkliga egenskaper och därför görs en jämförelse mellan resultatet av ovannämnda simuleringar och det verkliga prototyptestet, se figur 3.14. Kurvan för prototyptestet motsvarar test 2 i figur 3.7 då denna kurva antogs beskriva utböjningen mest korrekt. Jämförelsen visar att det är utböjningskurvan för Mooney-Rivlin som bäst överensstämmer med prototyptestet. Detta resultat skiljer sig markant gentemot tidigare jämförelse med dragproven, se figur 3.8, där Yeoh framstod som den mest lämpliga materialmodellen. Som tidigare nämnts skiljer sig beteendet hos gummit åt betydligt vid enaxlig dragspänning jämfört med radiell kompression. Valet av materialmodell baserades därför på jämförelsen mellan FE-modellen och prototyptestet. Materialmodellen som valdes för fortsatt arbete i projektet var därmed Mooney-Rivlin, eftersom jämförelsen med prototyptestet visar att denna modell bäst återger gummits egenskaper i Abaqus. Materialparametrarna för gummit vid FE-beräkningarna av den tänkta konstruktionen ses i tabell 3.3.

Tabell 3.3: Slutgiltiga materialparametrar för gummit

Mooney-Rivlin	C_{10} = 0,2042 MPa	C_{01} =70,6587 MPa



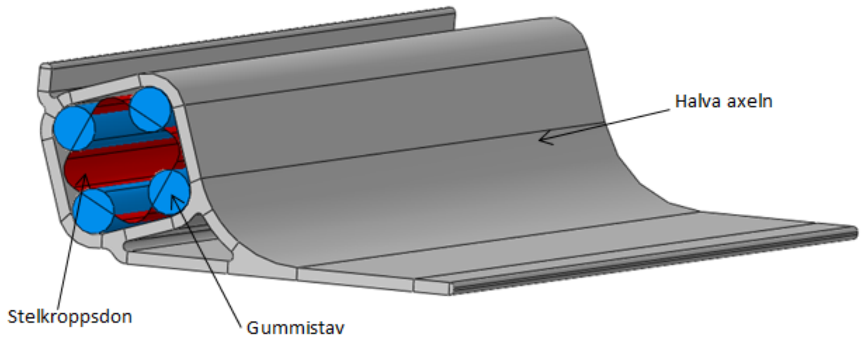
Figur 3.14: *FE-modell av prototypen i jämförelse med prototyptestet*

3.4 FE-modell av den tänkta konstruktionen: Den fullständiga modellen

Den tänkta konstruktionen modellerades i Abaqus utifrån de CAD-ritningar som tillhandahölls av Clean Motion. Då beräkningarna antogs bli komplicerade och svåra att få att konvergera delades arbetet upp i två parallella lösningsgångar som har valts att kallas *den fullständiga modellen* samt *tvåstegsmodellen*. Tanken var även att skapa ett bra underlag för att jämföra resultaten mellan de två modellerna och på så sätt verifiera om resultaten verkar rimliga. Tvåstegsmodellen beskrivs under rubrik 3.5.

Den fullständiga modellen är precis som namnet antyder en komplett FE-modell där bakaxeln har tilldelats aluminiumets materialegenskaper till skillnad från i FE-modellen av prototypen. Detta gör att man för olika lastfall kan simulera påfrestningar på bakaxeln i Abaqus. Både utböjning och spänningar kan alltså avläsas ur en och samma modell. Problemet med den fullständiga modellen är att kontaktberäkningarna mellan gummit och bakaxeln blir mycket komplicerade tillsammans med både stora deformationer av gummit och deformationer av bakaxeln. Detta leder till att beräkningarna tar mycket lång tid att utföra om de över huvud taget konvergerar.

Konstruktionen skapades med samma sorts delsteg som för FE-modellen av prototypen; detaljkonstruktion, montering och ihopklämning av gummistavar samt applicering av last. Detaljkonstruktionen bestod av att modellera bakaxeln, gummistavarna, stelkroppsdon samt stelkroppsplanen som behövdes vid ihopklämningen av gummistavarna. I det andra delsteget, montering, sattes konstruktionen ihop enligt figur 3.15. Precis som i FE-modellen av prototypen klämdes gummistavarna fast med hjälp av stelkroppsplan.



Figur 3.15: *Den fullständiga modellen innan ihopklämning av gummistavarna*

Implementering av materialmodell

Den materialmodell som användes för gummits hyperelastiska egenskaper var Mooney-Rivlin med konstanter enligt tabell 3.3. Bakaxeln tilldelades de materialparametrar för aluminiumet som presenterats i tabell 2.1. Donet behandlades som stelkropp då det är mycket styvare än gummit och inga spänningar skulle utläsas från det.

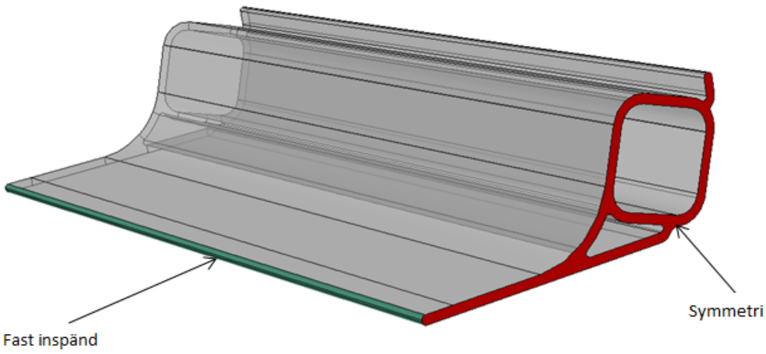
Beräkningsnät

I den fullständiga modellen användes två typer av element, hexaederelement och triangulära prisman. Beräkningsnätet upprättades genom att dela in gummistavarna och bakaxelns tvärsnitt i delytor för att sedan använda nätgenereringsmetoden sweep, se figur 3.16. Till bakaxeln användes ett hexaederdominerat beräkningsnät och för gummistavarna användes bara hexaederelement med samma inställningar som i FE-modellen av prototypen. Både bakaxeln och gummistavarnas element tilldelades linjära basfunktioner då beräkningar med kvadratiska basfunktioner kräver högre datorkapacitet. Antalet element genom bakaxelprofilens tjocklek var tre.

Figur 3.16: *Bakaxeln och gummistavarna uppdelade i delytor*

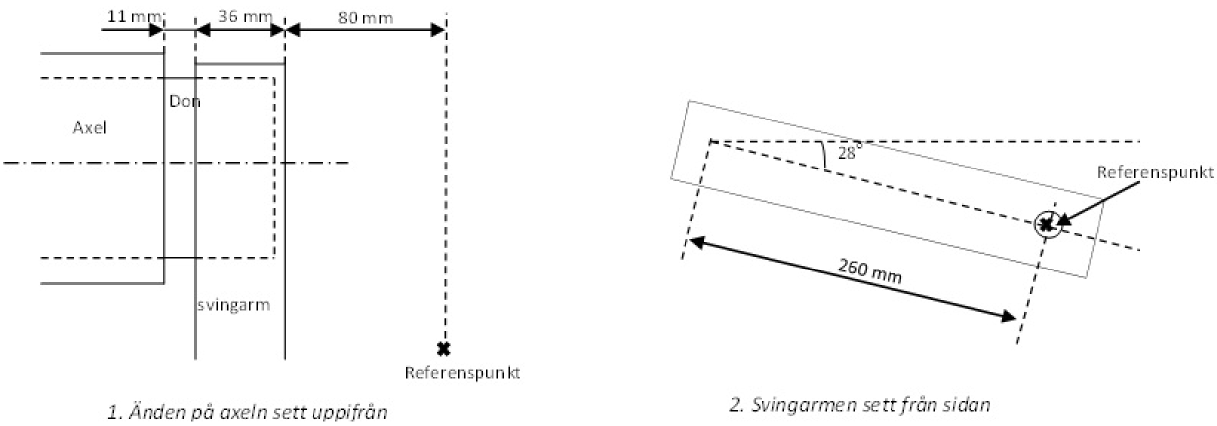
Beräkningsgång

Som tidigare nämts består beräkningen precis som i fallet med FE-modellen av prototypen av fyra delsteg där hjulupphängningen monteras i de tre första och hjullasten läggs på i det fjärde. Beräkning av kvoterna mellan skjuvspänning och kontakttryck i kontaktnoderna visade att 4 % av dessa översteg friktionskoefficienten mellan aluminium och gummi i tabell 3.1. Därför antogs för kontaktberäkningarna att ingen glidning förekom, dessutom antogs att ingen inträngning tilläts i normalriktningen. Bakaxeln antogs vara fast inspänd längst ut på den svansliknande del av bakaxeln som går in under karossen på ZBee. Detta ger upphov till ett singulärt område längs den fasta randen vilket medförde att spänningarna nära detta blev orimligt stora. De beräknade spänningarna antas dock vara tillförlitliga längre bort från denna rand, det vill säga i fyrkantsprofilen. Då torsionsaxeln är symmetrisk i axiell led görs beräkningarna på halva axeln och symmetrirandvillkor tilldelas bakaxelprofilens tvärsnitt i symmetriplanet, se figur 3.17.



Figur 3.17: *Bakaxeln är fast inspänd på långsidan och tilldelas symmetrirandvillkor i tvärsnittet*

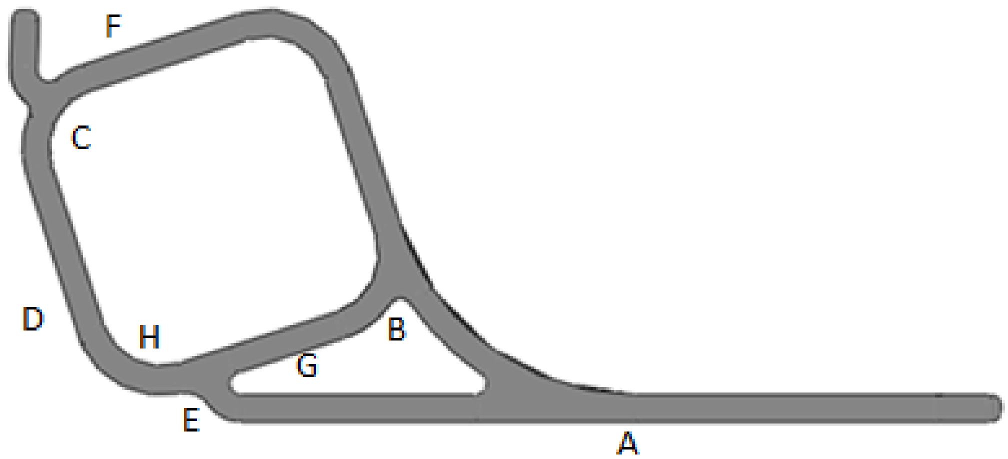
Lasten applicerades i en referenspunkt för donet som är placerad i hjulcentrums position. I verkligheten har kraften som lasten ger upphov till sin angreppspunkt på fordonets hjul. För att återge ett korrekt lastfall i beräkningsmodellen har donets referenspunkt, det vill säga kraftens angreppspunkt, här flyttats till ett läge som motsvarar hjulets position i verkligheten enligt figur 3.18. Den kraft som applicerades var på 2060 N. I samtliga steg aktiverades *Nlgeom* eftersom gummistavarna var med i modellen och analysen därmed blev olinjär.



Figur 3.18: *Figur över kraftens angreppspunkt*

Resultat

De maximala spänningarna vid maxlast och den nominella spänningen då gummistavarna är monterade men ingen hjullast lagts på för olika högt belastade områden som beskrivs i figur 3.19 har sammanställts i tabell 3.4. Maximal effektiv- och huvudspänning redovisas.



Figur 3.19: *Intressanta områden för spänningsanalys på bakaxeln*

Tabell 3.4: Spänningsvärden i bakaxeln från den fullständiga modellen

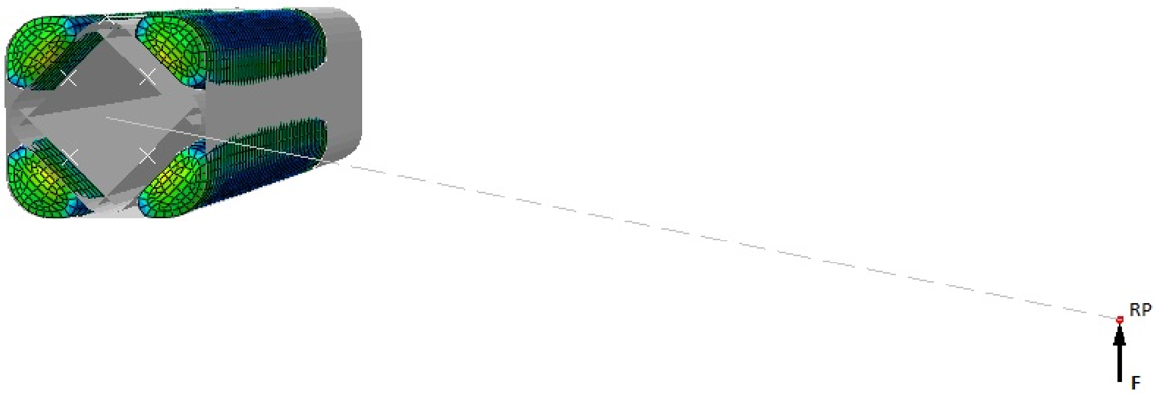
Område	A	B	C	D	E	F	G	H
Nominell spänning, Största huvudspänning [MPa]	0,52	−3,6	99	73	29	72	66	106
Nominell spänning, von Mises [MPa]	0,76	23	92	66	26	66	60	97
Last på 2060 N, Största huvudspänning [MPa]	241	-20	167	107	74	101	79	105
Last på 2060 N, von Mises [MPa]	214	89	151	97	62	92	72	96

3.5 FE-modell av den tänkta konstruktionen: Tvåstegsmodellen

Tvåstegsmodellen innebär att man delar upp beräkningen i två separata steg. I det första steget beräknas främst utböjningen, det vill säga hjulets förskjutning vid en given last. Utböjningsresultatet kan sedan användas för att beräkna vinkelutslaget för olika lastfall. I det andra steget skapas en spänningsanalys över de spänningar som uppstår i bakaxeln vid samma last. Utifrån detta resultat kan man analysera konstruktionen med avseende på hållfasthet och utmattning. Fördelen med att dela upp beräkningen i två steg är att det möjliggör vissa förenklingar. Utböjningsberäkningen i det första steget beror främst på stora deformationer i gummistavarna och inte så mycket på de små deformationerna som uppstår i den övriga aluminiumkonstruktionen. Man kan därför approximera den övriga aluminiumkonstruktionen med stelkroppar, vilket ger mycket enklare och snabbare beräkningar som kräver mindre datorkapacitet. Genom att plocka ut information om skjuvspänningar och tryck i kontaktytorna i det första steget, kan man sedan använda denna information för att återskapa lastfallet i det andra steget utan att behöva göra om beräkningen från steg ett. Därmed kan man bortse helt från de stora deformationerna i gummistavarna i det andra steget. Denna förenkling i spänningsanalysen av bakaxeln medför då enklare och snabbare beräkningar. Därigenom tillåter man ett finare beräkningsnät vilket medför större noggrannhet i spänningsanalysen.

3.5.1 Steg 1: Beräkningsmodell för utböjning, vinkelutslag och kontaktdata

För att kunna bestämma utböjning samt vinkelutslag vid belastning av den tänkta konstruktionen och även för att ta fram kontaktdata till andra steget i tvåstegsmodellen, skapades en beräkningsmodell i Abaqus. Utformningen av denna liknade till stor del FE-modellen av prototypen. Metoden för inklämning av gummistavarna är till stor del identisk med prototypmodellens, som utnyttjar stelkroppsplan för att pressa in stavarna så att kontakter kan definieras. Även i den här modellen användes stelkroppar för modellering av don och bakaxel. De olika delarna i beräkningsmodellen måttsattes så att dimensionerna överensstämde med den tänkta konstruktionens. Eftersom bakaxeln är symmetrisk i axiell led, utfördes beräkningarna i Abaqus endast på halva bakaxeln i syfte att minska beräkningstiden. Angreppspunkten för lasten förflyttades därmed till en punkt i modellens koordinatsystem som motsvarade det ena hjulets centrumposition i den tänkta konstruktionen. Genom att applicera givna lastfall i denna punkt, se figur 3.20, och mäta dess utböjning, det vill säga horisontella och vertikala förskjutningar, kunde ett vinkelutslag bestämmas för respektive last.



Figur 3.20: *FE-modell för utböjning och vinkelutslag med referenspunkt*

Implementering av materialmodell

För gummistavarna användes den hyperelastiska materialmodellen Mooney-Rivlin med materialparametrar enligt tabell 3.3. Övriga komponenter är att betrakta som stela i förhållande till gummistavarna och därför modellerades alla komponenter utom gummistavarna återigen som stelkroppar. Detta medförde att modellen endast kan användas för att studera utböjningen på grund av gummistavarnas deformation. De små utböjningar som förekommer i övriga komponenter behandlas alltså inte i denna modell.

Beräkningsnät

Eftersom modellen, bortsett från gummistavarna, består av analytiska stelkroppar så krävs endast elementindelning för gummistavarna. Elementtypen var hexaeder med samma inställningar som vid tidigare modellering av gummistavar.

Beräkningsgång

Beräkningsgången som används i beräkningsmodellen för utböjning, vinkelutslag och kontaktdata är i stort sett identisk med den för prototypmodellen och är även här uppdelad i fyra steg. Metoden för inklämning av gummistavarna, det vill säga inklämning genom användande av stelkroppsplan, är samma som för prototypmodellen. Även de ingående detaljernas utformning är lik i de båda modellerna med den enda skillnaden att måtten har anpassats för att återspegla den tänkta konstruktionens. I den här modellen uppskattades andelen noder med glidning till 4 % med hjälp av friktionskoefficienten mellan aluminium och gummi, därför definierades kontakterna även här utan glidning. Även randvillkoren definierades på samma sätt och i samma beräkningssteg som för prototypmodellen, det vill säga fast inspänning av bakaxeln i steg ett och förskjutningsrandvillkor i steg två och tre. Skillnaderna finns i hur lasten appliceras i det fjärde och sista steget. Kraften som lades på motsvarar kraften som uppstår på ett bakhjul vid belastning. Fyra olika belastningsfall används vid beräkning, se tabell 3.5. Lasten applicerades i donets referenspunkt som var placerad enligt figur 3.18, precis som i den fullständiga modellen. Observera att för att symmetri ska råda har det antagits att fordonets båda bakhjul belastas med lika stor kraft simultant.

Tabell 3.5: Olika lastfall för fordonet samt resulterande last per svingarm

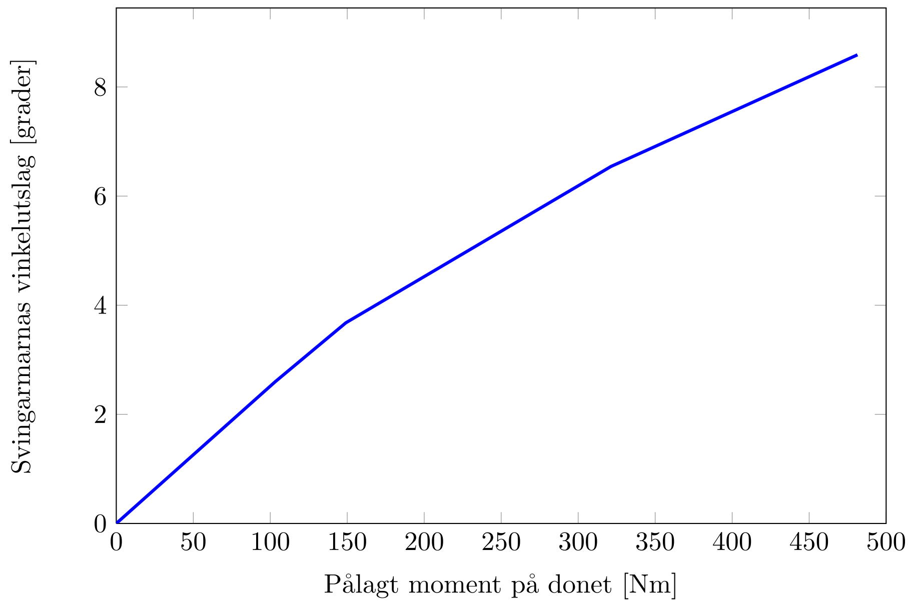
Lastfall	Olastat fordon (150 kg)	Fordon + förare (225 kg)	Fordon + förare + 2 passagerare (385 kg)	Fordon + förare + 2 passagerare (385 kg) @1,5g
Last per sving	442 N	638 N	1375 N	2060 N

Resultat

Lasten resulterade i en vertikal och en horisontell förskjutning för respektive lastfall, se tabell 3.6. Förskjutningarna kunde sedan räknas om till ett vinkelutslag för varje pålagt moment, vilket genererade ett moment-vinkel-diagram, se figur 3.21.

Tabell 3.6: Förskjutning av hjulets centrum vid olika lastfall

Pålagd last	442 N	638 N	1375 N	2060 N
Vertikal förskjutning	11,7 mm	16,5 mm	29,3 mm	38,3 mm
Horisontell förskjutning	1,5 mm	2,3 mm	4,8 mm	7,0 mm



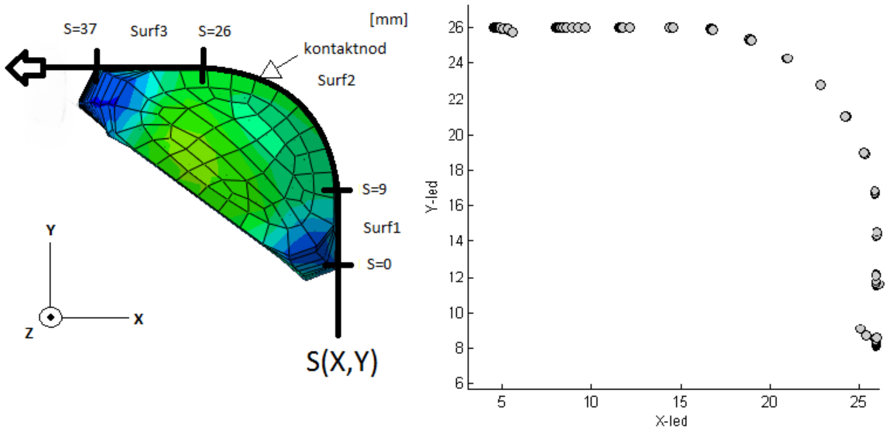
Figur 3.21: *Moment-vinkel-diagram för den tänkta konstruktionen*

3.5.2 Konvertering av kontaktdata till randvillkor

Här beskrivs tillvägagångssättet för att göra om den diskreta kontaktdatan från steg 1 i tvåstegsmodellen till analytiska funktioner som kan appliceras som randvillkor i steg 2 med hjälp av analytiska fält. Fälten togs fram för att användas i FE-modeller i såväl två som tre dimensioner i steg 2. Som funktioner användes polynom av olika grad.

Beskrivning av kontaktgeometrin

Geometrin i kontaktytan mellan gummistav och aluminiumprofil visualiseras i figur 3.22. Figuren visar hur den deformerade gummistaven ser ut betraktat i xy-planet. Gummistaven har en utsträckning i z-led, principiellt är dock utseendet detsamma oberoende av vilket djup den betraktas ur så figuren är alltså representativ för hela den deformerade staven. Kontaktytan har delats in i tre delytor; Surf1, Surf2 och Surf3. Surf1 är en rät yta med konstant x-koordinat, Surf2 är en krökt yta med en konstant radie och Surf3 är en rät yta med konstant y-koordinat. Surf3 är bredare än Surf1 då gummistaven vridits moturs. S är en linje i xy-planet som går längs gummistavens tangent. Gummistaven har ett beräkningsnät som är genererat med metoden Sweep, det vill säga att ett tvådimensionellt beräkningsnät har skapats i xy-planet och helt enkelt förlängts i z-led. Det medför att kontaktnoderna är ordnade i räta linjer innan deformationen. Då deformationen nästan bara sker i xy-planet och är relativt uniform i z-led kommer kontaktnoderna i stort sett att bibehålla den ordnade strukturen. Figur 3.22 visar utöver kontaktgeometrin även kontaktnoderna för den deformerade gummistaven, projicerat i xy-planet.

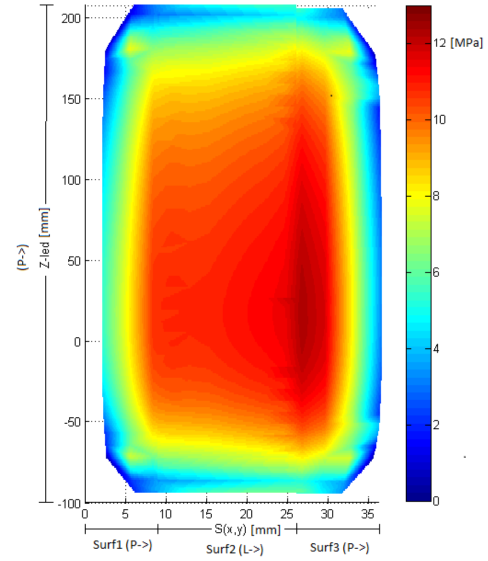


Figur 3.22: *Till vänster visas kontaktytans geometri, till höger visas kontaktnodernas positioner*

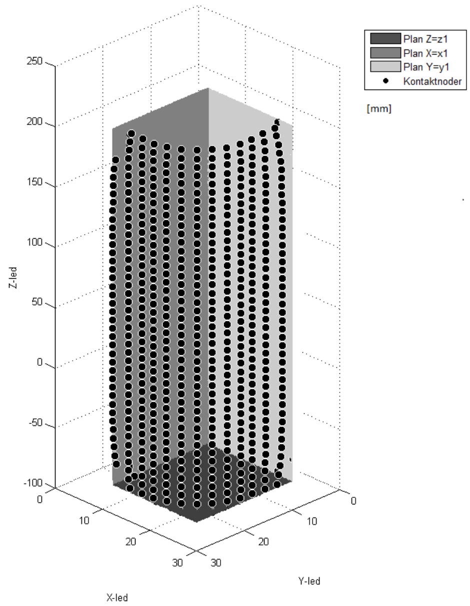
Kontakttrycket

I z-led och i S-led över Surf1 och Surf3 varierar kontakttrycket paraboliskt. I S-led över Surf2 är variationen av mer linjär karaktär. Kontakttrycket illustreras i figur 3.23, P indikerar parabolisk variation och L indikerar linjär variation. Kontakttrycket är den dominerande kontaktspänningen, storleksordningen är 10 MPa. Det är därför av extra stor vikt att polynomapproximationen blir bra och detta regleras främst med polynomgraden. Då noderna är ordnade i raka rader kommer för hög polynomgrad leda till stora värdesvariationer mellan nodraderna, detta för att minsta kvadratmetoden endast minimerar felet i noderna, inte mellan dem. Dessutom blir polynomen snabbt stora vilket gör dem svårhanterliga. För låg polynomgrad leder i allmänhet till en dålig approximation. Kontaktytan är en funktion av de tre rumsvariablerna x, y och z och följaktligen måste även polynomen vara det. Kontakttrycket har paraboliska variationer i både x, y och z-led, det är därmed rimligt att anta att polynom av minst grad två krävs för en god approximation. Det visar sig att minst ett komplett tredjegradspolynom krävs för att fånga upp det linjära beteendet över Surf2.

Betrakta återigen figur 3.23 och notera att kontakttrycket i regel är nollskilt i ränderna. Randvillkoren och därmed polynomapproximationerna bör vara lika med noll på ränderna för att undvika en singulär spänningsbild. Polynomen måste därför ha rötter i ränderna till kontaktytan innan det anpassas till kontaktspänningarna. Randen där $z = 207{,}5$ mm är ett undantag då denna ligger på axelprofilens kant. Detta kan åstadkommas genom att införa tre plan i ränderna över vilka polynomet skall vara lika med noll, planen tillsammans med kontaktnoderna visas i figur 3.24.



Figur 3.23: *Konturplot på det kontakttrycket enligt kontaktdata*



Figur 3.24: *Kravområden för kontakttrycket*

Då de tre ränderna karaktäriseras av en konstant $x-$, $y-$ eller $z-$koordinat kan planens ekvationer skrivas som

$$x = x_1 \tag{3.2}$$

$$y = y_1 \tag{3.3}$$

$$z = z_1 \tag{3.4}$$

där x_1, y_1 och z_1 är de konstanta koordinaterna. Ett polynom med nollställen längs ränderna kan då konstrueras genom att stoppa in ekvationerna (3.2), (3.3) och (3.4) i ekvation (2.58). För en tredimensionell FE-modell får polynomen formen

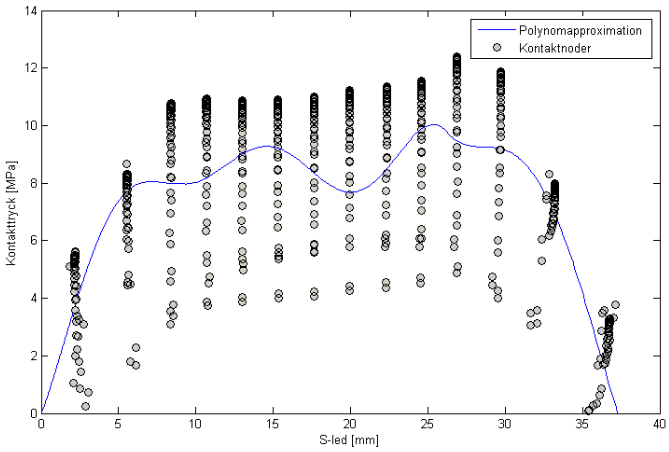
$$F(x, y, z) = (x - x_1)\,(y - y_1)\,(z - z_1)\,P_3(x, y, z) \tag{3.5}$$

där $P_3(x, y, z)$ är ett komplett tredimensionellt tredjegradspolynom med okända koefficienter. Notera att det slutliga polynomet inte bara innehåller tredjegradstermer utan även parasittermer av högre polynomgrader. En tvådimensionell FE-modell, som också byggdes upp i tvåstegsmodellen, är inte variabel i z-led och därför blir formen på polynomen

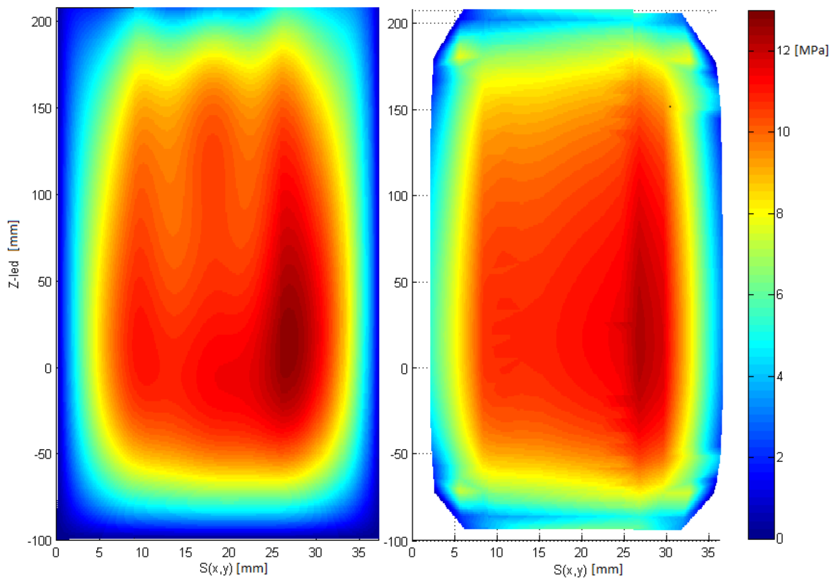
$$F(x, y) = (x - x_1)\,(y - y_1)\,P_3(x, y) \tag{3.6}$$

där $P_3(x, y)$ är ett komplett tvådimensionellt tredjegradspolynom med okända koefficienter.

Med hjälp av minsta kvadratmetoden bestäms de okända koefficienterna så att ekvation (3.5) och (3.6) anpassas till kontaktnodernas kontakttryck. All kontaktdata är dock tredimensionell. För att de tvådimensionella polynomapproximationerna skall kunna hantera detta projiceras kontaktspänningarna i xy-planet innan funktionsanpassningen. Resultatet av de två- och tredimensionella polynomapproximationerna för en gummistav visas i figur 3.25 respektive figur 3.26. Notera att kanterna extrapolerats ner till noll utanför kontaktytan. Ytan som lasten appliceras på har därmed expanderats en aning jämfört med kontaktytan. I annat fall skulle polynomet tvingas vara noll där det egentligen är nollskilt och approximationen skulle bli dålig.



Figur 3.25: *Visar polynomapproximationen av kontakttrycket i två dimensioner samt kontakttrycket enligt kontaktdata projicerat i xy-planet*



Figur 3.26: *Till vänster polynomapproximationen av kontakttrycket i tre dimensioner, till höger kontakttrycket enligt kontaktdatan*

Kontaktskjuvspänningar

Tillvägagångssättet för att ta fram polynomapproximationer för kontaktskjuvspänningarna är i stort sett samma som för kontakttrycket. För att undvika upprepning utelämnas därför detaljer av sådan karaktär. I Abaqus delas kontaktskjuvspänningarna upp i två komponenter, Cshear1 som går i S-led och Cshear2 som går i z-led. Cshear1 har ett paraboliskt beteende i både S- och z-led över Surf1 och Surf3. Över Surf2 är spänningen oregelbunden och mycket nära noll. En konturplott över Cshear1 visas till höger i figur 3.27.

Det oregelbundna beteendet över Surf2 är svårt att fånga upp med polynom av rimlig storlek. Värdet på Cshear1 är dock mycket nära noll och denna skjuvspänning kan helt enkelt försummas över Surf2. Istället för att använda ett polynom över hela kontaktytan används då istället två polynom, ett över Surf1 och ett över Surf3. Surf1 och Surf3 är plana ytor vilket gör att en dimension kan reduceras bort i polynomen. Då Cshear1 har ett paraboliskt beteende över både Surf1 och Surf3 bör polynom av minst grad två användas. Polynomen tas fram på samma sätt som tidigare och för en tredimensionell FE-modell får polynomen formen

$$F_{\text{surf3}}(x,z) = (x - x_1)\,(x - x_2)\,(z - z_1)\,P_2(x,z) \tag{3.7}$$

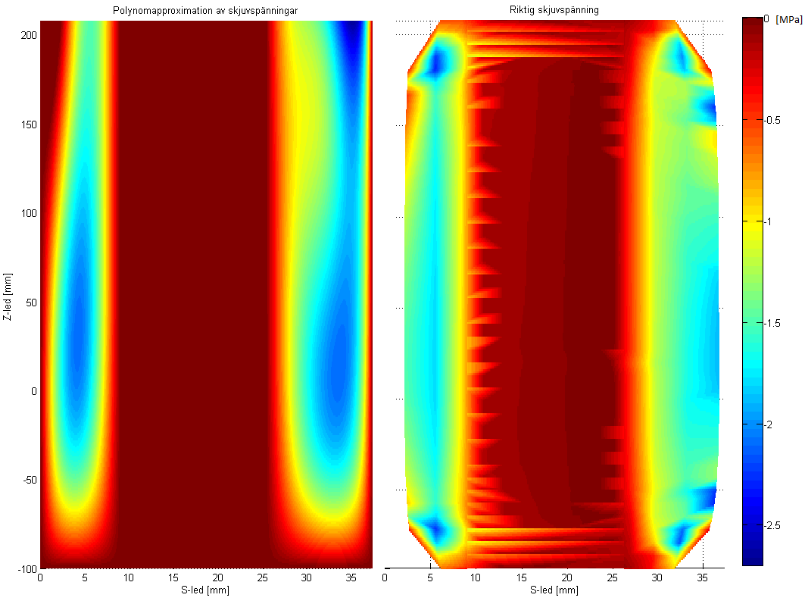
$$F_{\text{surf1}}(y,z) = (y-y_1)(y-y_2)(z-z_1)\,P_2(y,z) \tag{3.8}$$

där $P_2(x,z)$ och $P_2(y,z)$ är kompletta tvådimensionella andragradspolynom med okända koefficienter. För en tvådimensionell FE-modell måste polynomen vara konstanta i z-led och får därmed formen

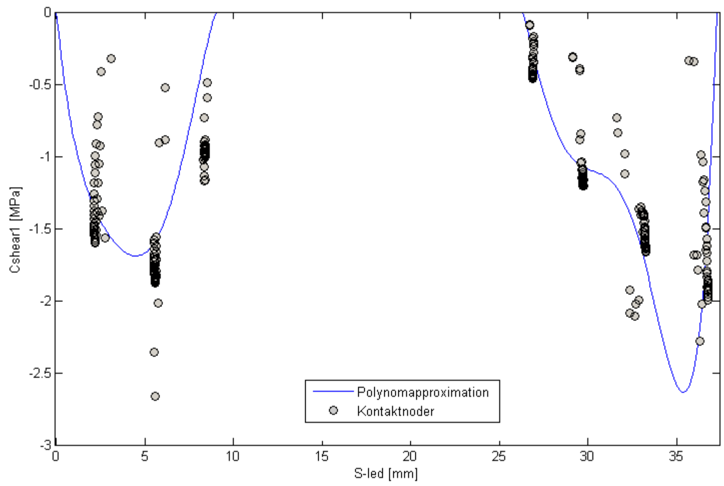
$$F_{\text{surf1}}(y) = (y-y_1)(y-y_2)\,P_3(y) \tag{3.9}$$

$$F_{\text{surf3}}(x) = (x-x_1)(x-x_2)\,P_3(x) \tag{3.10}$$

där $P_3(y)$ och $P_3(x)$ är kompletta endimensionella tredjegradspolynom med okända koefficienter. Ekvationerna (3.7), (3.8), (3.9) och (3.10) anpassas till kontaktnodernas Cshear1-värden över respektive yta. Resultatet av funktionsanpassningarna till de tre- och två-dimensionella FE-modellerna visas till vänster i figur 3.27 och i figur 3.28 respektive.

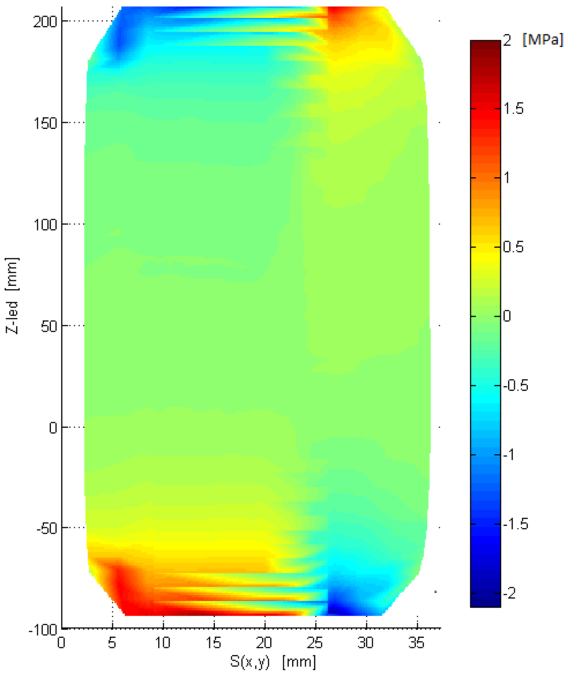


Figur 3.27: *Till vänster visas polynomapproximationen av Cshear1 i tre dimensioner, till höger visas Cshear1*



Figur 3.28: *Kurvan visar polynomapproximationen av Cshear1 i två dimensioner där punkterna visar Cshear1 projicerat i xy-planet*

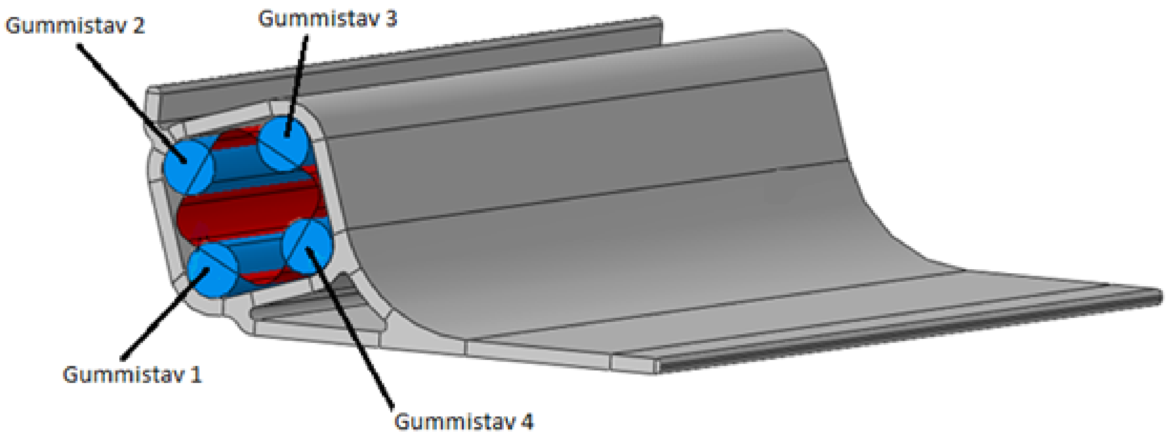
Cshear2 är riktad i z-led och då deformationen i huvudsak sker i xy-planet är denna skjuvspänning mycket liten och kan försummas. Cshear2 visas i figur 3.29.



Figur 3.29: *Konturplot på Cshear2*

Avvikelser i approximationerna av kontaktdatan

För att kontrollera hur väl polynomfunktionerna approximerade kontaktdatan beräknades standardavvikelsen, polynomapproximationsmedelvärdet samt medelvärdet från den ursprungliga kontaktdatan för respektive gummistav. I tabell 3.7 redogörs resultaten, numreringen av stavarna visas i figur 3.30.



Figur 3.30: *Bakaxel med gummistav 1, 2, 3 och 4 markerade*

Tabell 3.7: Standardavvikelse och medelvärde för polynomapproximationerna och kontaktdatan

3D-modell	Gummistav 1	Gummistav 2	Gummistav 3	Gummistav 4
Standardavvikelse kontakttryck [MPa]	0,7849	0,8140	0,7951	0,7945
Standardavvikelse Cshear1 [MPa]	0,3232	0,3436	0,3450	0,3427
Medelvärde kontakttryck [MPa]	7,8473	8,0869	8,2519	7,8020
Medelvärde Cshear1 [MPa]	0,6185	0,6242	−0,6288	−0,6048
2D-modell				
Standardavvikelse kontakttryck [MPa]	1,9364	2,0714	1,9987	1,9429
Standardavvikelse Cshear1 [MPa]	0,3062	0,3155	0,3022	0,3098
Medelvärde kontakttryck [MPa]	7,1902	7,8047	7,7055	7,1213
Medelvärde Cshear1 [MPa]	0,6535	0,6643	−0,6691	−0,6445
Kontaktnoderna				
Medelvärde kontakttryck [MPa]	8,1709	8,3286	8,2930	8,1282
Medelvärde Cshear1 [MPa]	0,6165	0,6576	−0,6329	−0,6419

Förändring av lastfälten

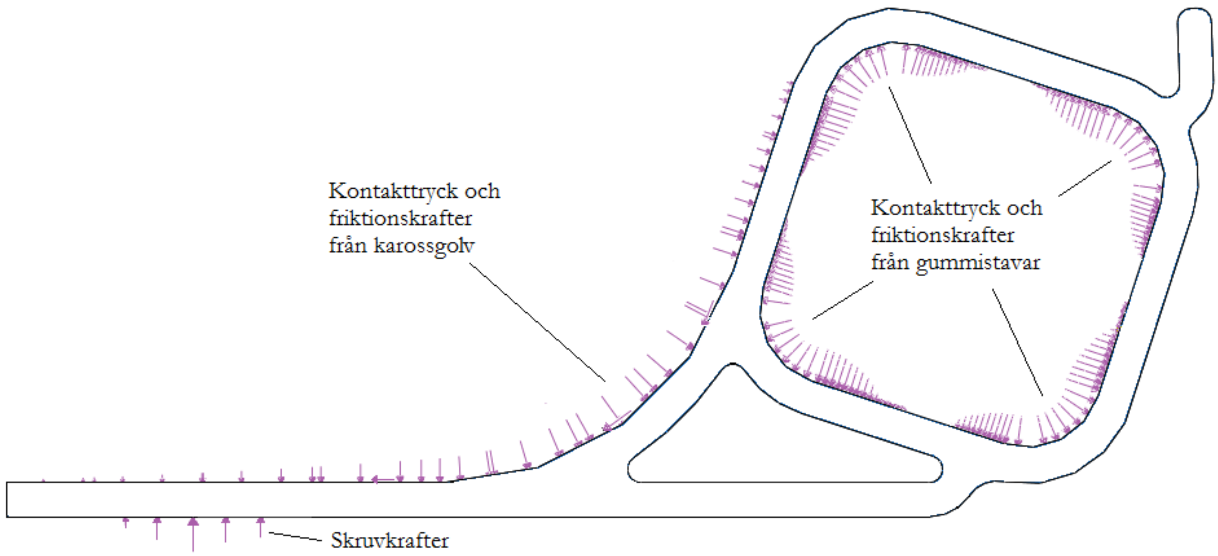
Storleken på kraftresultanterna som överförs från en gummistav till aluminiumprofilen vid belastning på 2060 N per hjul är ungefär 100 kN. Den totala kraft som går genom hjulupphängningen, reaktionskraften, är 4120 N. Det innebär att små fel i polynomapproximationerna kan generera förhållandevis stora fel i reaktionskraften. Stora fel i reaktionskraften genererar i sin tur stora fel i spänningsbilden. Liknande resonemang kan göras för momentet. Detta undviks genom att ställa krav på att reaktionskraften som polynomapproximationerna ger upphov till skall vara lika med resultanten till den pålagda lasten. Detsamma gäller för reaktionsmomentet i godtycklig punkt. Detta åstadkoms genom att öka magnituden på vissa lastfält. Magnitudförändringarna för de olika fälten och gummistavarna visas i tabell 3.8.

Tabell 3.8: Polynomapproximationernas magnitudökningar för att anpassa reaktionskraften och reaktionsmomentet

3D-modell	Gummistav 1	Gummistav 2	Gummistav 3	Gummistav 4
kontakttryck	1,7%	0%	0%	1,7%
Cshear1, Surf1	12%	12%	12%	12%
Cshear1, Surf3	0%	0%	0%	0%
2D-modell				
Kontakttryck	6,3%	0%	0%	6,3%
Cshear1, Surf1	12%	12%	12%	12%
Cshear1, Surf3	0%	0%	0%	0%

3.5.3 Steg 2: FE-modell för beräkning av spänningar i bakaxeln

Det andra beräkningssteget i tvåstegsmodellen är att implementera kontaktrandvillkoren på bakaxeln i Abaqus. Dessutom behövs fler randvillkor som återspeglar övriga laster som verkar på bakaxeln vid körning. Figur 3.31 visar en friläggning av bakaxeln. Utöver kontakttrycken från gummistavarna verkar ett tryck från kontakten med karossgolvet och krafter från skruvarna på bakaxeln. I figuren illustreras skruvkraften som ett fördelat tryck så som den applicerades i Abaqus. Kontakttrycken består förstås både av normaltryck och friktionskrafter fördelade över ytorna.



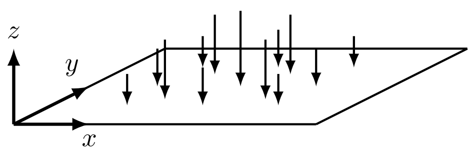
Figur 3.31: *Friläggning av bakaxeln*

Randvillkor

Trycket som skulle efterlikna det från skruvarna i den verkliga konstruktionen applicerades precis som kontakttrycken från gummistavarna genom att definiera fält med analytiska funktioner. Även här måste funktionerna gå kontinuerligt ner till noll på ränderna till området som trycket verkar på för att undgå singulariteter i FE-beräkningen. De analytiska funktionerna valdes därmed på formen

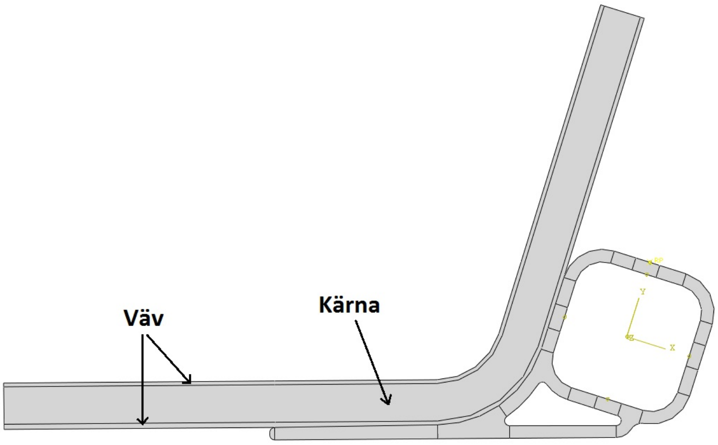
$$p(x, y) = Cx(x - L)y(y - L) \tag{3.11}$$

där p är trycket och L är längden av sidorna till ett kvadratiskt område som trycket fördelas över. C är en konstant som skalar funktionen så att integralen av trycket över området, det vill säga den resulterande skruvkraften, blir av rätt storlek. I det här fallet valdes en skruvkraft på 30 kN. För att få tryckfältet att verka på rätt område krävs även att man skapar ett koordinatsystem i ena hörnet av det kvadratiska området, se figur 3.32. Storleken på skruvkraften visade sig inte ha så stor betydelse men att ta bort den helt gör att spänningsbilden förändras i de undre delarna av bakaxeln. Syftet med skruvkraften är alltså inte att framkalla korrekta spänningsvärden i och i direkt anslutning till skruvområdena, utan att få med skruvarnas effekter på spänningar i andra områden i modellen.



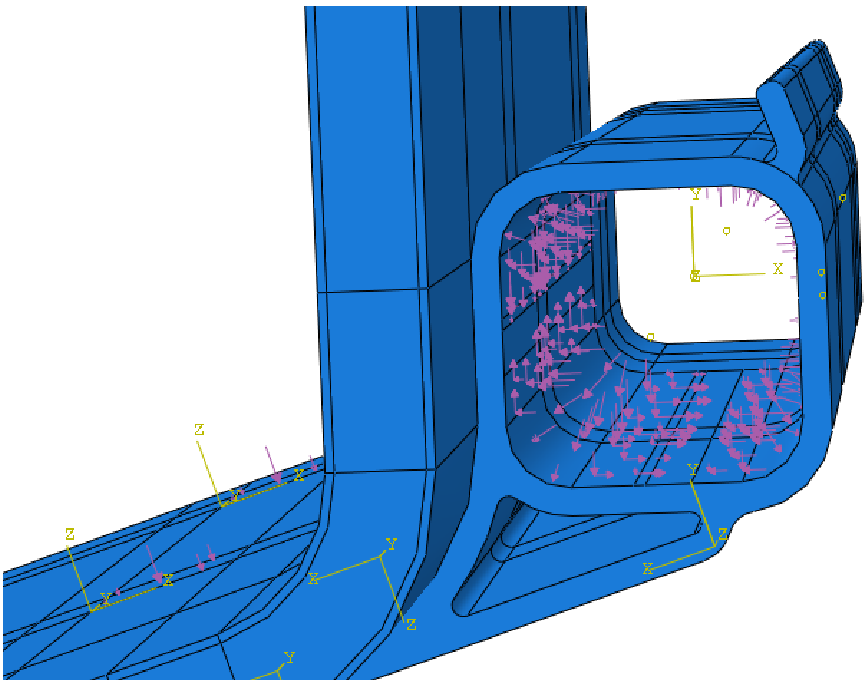
Figur 3.32: *Lasten som appliceras för att approximera skruvkrafterna*

Karossgolvet består av polymera material i tre lager. De yttre lagren är 1,5 mm i tjocklek och består av en väv med en ungefärlig elasticitetsmodul på 16,8 GPa. Det inre lagret är 15 mm i tjocklek och har en betydligt lägre elasticitetsmodul på cirka 70 MPa. Uppbyggnaden återges i figur 3.33.



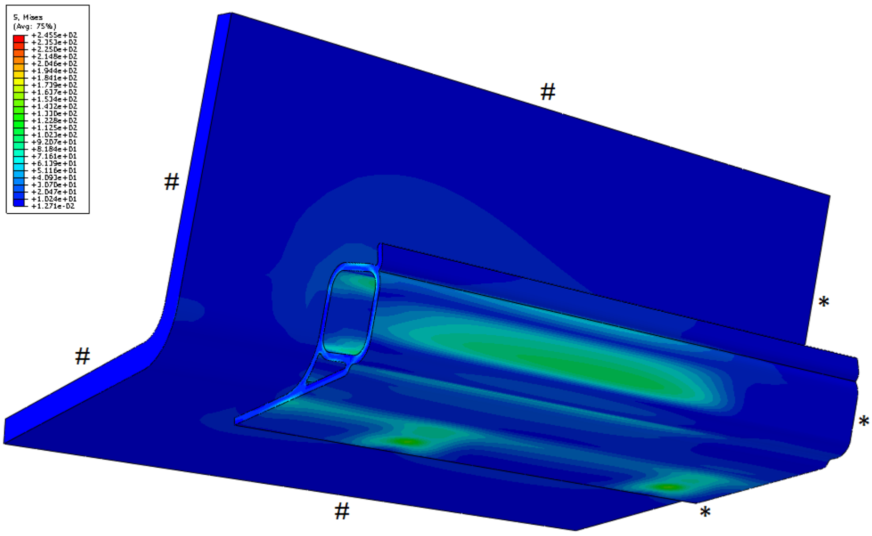
Figur 3.33: *Karossgolvets uppbyggnad*

För att efterlikna de verkliga förhållandena och approximera kontakttrycket mellan golv och bakaxel byggdes en del av karossen upp i Abaqus. Karossen och bakaxeln ritades upp som en enda del. Ingen kontakt definierades alltså mellan karossgolv och bakaxel utan de båda delarna modellerades som en enda kontinuerlig del. Denna del delades upp i olika regioner, eller partitioner, som tilldelades olika materialparametrar. Tvärsnitten på karossgolvets periferi tilldelades randvillkoret fast inspänd och den del av modellen som ligger i symmetriplanet tilldelades axiell symmetri. De olika lasternas motsvarande skruvkrafter och kontaktspänningar från gummistavar applicerades sedan på ett antal olika delytor i modellen som även de definieras av partitioner. Skruvkraften applicerades förstås även på ovansidan av golvet som i det verkliga fallet. En närmare titt på de olika partitionerna och lasterna kan tas i figur 3.34. För jämförelse med den fullständiga FE-modellen genomfördes även beräkningar med randvillkor enligt figur 3.17.



Figur 3.34: *Partitioner och laster. Svarta linjer avgränsar partitioner, pilar visar laster.*

Den färdiga modellen ser ut som i figur 3.35 där de tvärsnitt av karossgolvet som är fast inspända har markerats med # och de ränder som tilldelats symmetrirandvillkor har markerats med $*$.



Figur 3.35: *Överblick av modellen för bakaxeln, * indikerar symmetri och # indikerar fast inspänd*

Beräkningsnät

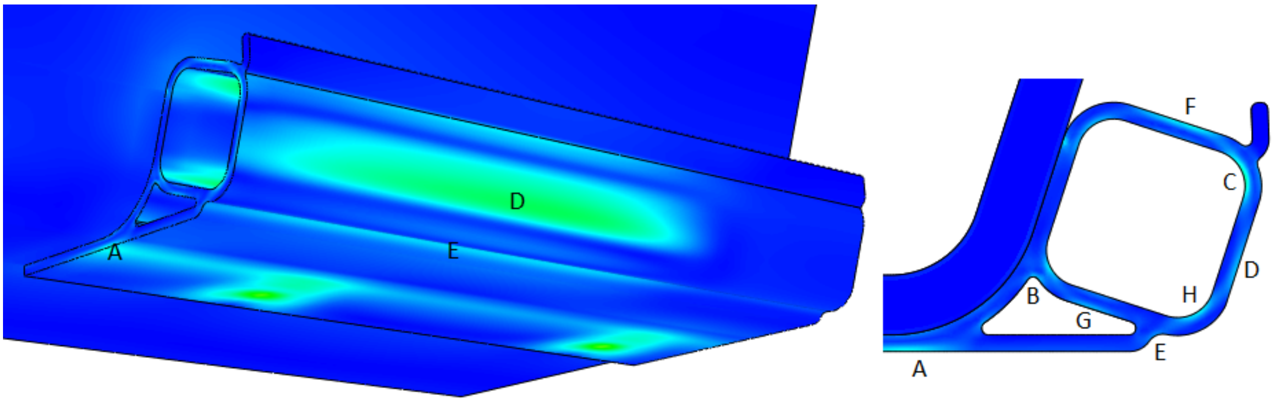
Beräkningsnätet som användes var hexaederdominerat med en liten del triangulära prisman i radierna. Så långt det var möjligt genererades de olika partitionernas beräkningsnät med metoden Structured men i stora delar av aluminiumprofilen måste Sweep användas. Elementen hade linjär interpolation och antalet element längs profilens tjocklek var fem.

Beräkningsgång

Samtliga material är linjärt elastiska, inga kontakter finns och inga stora deformationer förekommer. Därav är beräkningen linjär och betydligt snabbare än i tidigare beskrivna FE-modeller. Endast två beräkningssteg behöver genomföras, ett initialt och ett där lasterna läggs på. I det initiala steget definieras randvillkoren fast inspänning och symmetri. Eftersom beräkningen är linjär kan lasten läggas på i ett enda tidssteg.

Resultat

Resultatet av beräkningen gav en spänningsbild som till viss del kan utläsas av figur 3.35 eller figur 3.36. I figur 3.36 finns dessutom ett antal intressanta områden utmärkta. Detta är områden där spänningen lokalt koncentreras och som är intressanta för fortsatta analyser. I varje sådant område plockades de högsta värdena för effektivspänning och huvudspänning ut. Spänningarna redovisas i tabell 3.9. I tabell 3.10 visas resultaten från spänningsanalysen med samma randvillkor för inspänning som användes för den fullständiga modellen.



Figur 3.36: *Bakaxeln i ursprungligt utförande med högt belastade områden markerade med bokstäverna A-H*

Tabell 3.9: Maximala spänningar i högt belastade områden vid last på 2060 N

Område	Effektivspänning enligt von Mises [MPa]	Maximal huvudspänning [MPa]
A	66,7	67,7
B	53,1	−72,7
C	160,6	173,9
D	101,3	112,4
E	52,9	62,9
F	106,3	117,1
G	90,6	101,0
H	133,1	143,8

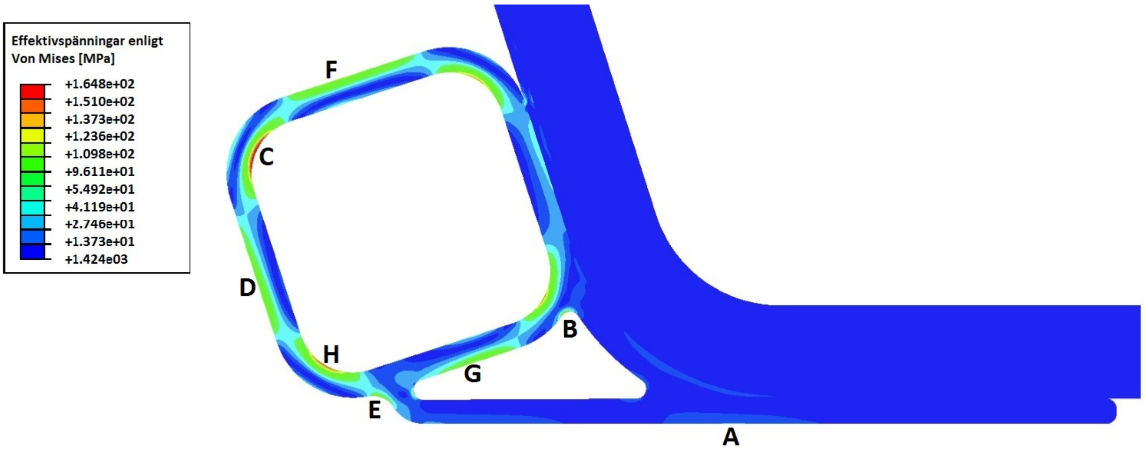
Tabell 3.10: Uppmätta spänningar i område A-H, randvillkor för inspänning som den fullständiga modellen

Område	A	B	C	D	E	F	G	H
Last på 2060 N, Största huvudspänning [MPa]	304	-15	189	117	82	109	91	128
Last på 2060 N, von Mises [MPa]	271	119	176	105	68	102	81	118

3.5.4 Tvådimensionell FE-modell för kontroll av beräkningsnät

Hittills har alla FE-modeller gjorts i tre dimensioner. De tredimensionella modellernas begränsningar är att då beräkningsnätet förfinas för att erhålla önskat antal element genom bakaxelprofilens tjocklek så kan summan av elementen komma att överskrida vad en dator har kapacitet att hantera eller också kan det ta flera dagar att genomföra simuleringen. Därför skapades även en tvådimensionell modell av bakaxelns tvärsnitt. Resultatet av dessa beräkningar är dock inte underlag för spänningsanalyser utan syftet var att kunna kontrollera hur mycket ett förfinat beräkningsnät påverkar resultatet. Med den tvådimensionella modellen kan antalet element genom profilens tjocklek ökas till många gånger fler än i de tredimensionella modellerna utan att beräkningstiden blir längre. Man kan därmed bedöma om antalet element i de tredimensionella modellerna är tillräckligt. Om det inte är det kan man uppskatta hur stort felet på grund av för grovt beräkningsnät är. En spänningsbild visas i figur 3.37 och effektivspänningar för de olika beräkningsnäten i de områden som markerats A-H jämförs i tabell 3.11 samt tabell 3.12 för linjära respektive kvadratiska element.

Tillvägagångssättet var detsamma som användes vid tvåstegsmodellens andra steg med tredimensionell FE-modell. Kontakttryck och skjuvspänningar gjordes om till analytiska fält i MATLAB för att kunna applicera dem som laster i Abaqus. Skillnaden var att man i detta fall tog fram en medelbelastning då man saknade den axiella dimensionen. Därför är det viktigt att poängtera att det inte går att jämföra den tvådimensionella modellens spänningar med spänningarna för den tredimensionella. Spänningarna varierar en hel del i axiell led och i denna modell är lasterna medelvärderade. Dessutom är inte skruvlasterna med då de inte ansågs lämpliga att medelvärdera.



Figur 3.37: *Spänningsfördelning i bakaxelprofilen*

Tabell 3.11: Effektivspänningar enligt von Mises i 2D-modellen, linjära element

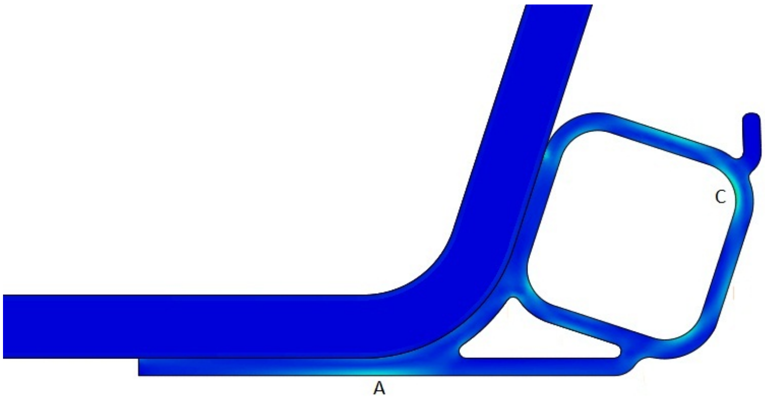
Område	2396 st 3 st i tjocklek	8904 st 5 st i tjocklek	220125 st 25 st i tjocklek	303030 st 29 st i tjocklek	449305 st 36 st i tjocklek
A	31,2	25,4	27,5	27,8	27,9
B	57,8	61,8	67,1	74,5	76,3
C	123,7	140,0	161,3	165,6	166,6
D	76,2	88,0	93,6	95,62	91,9
E	61,8	63,7	69,3	76,6	76,2
F	92,2	96,7	106,5	107,3	107,9
G	72,27	80,2	86,1	90,0	91,0
H	110,5	128,3	141,8	142,4	143,9

Tabell 3.12: Effektivspänningar enligt von Mises i 2D-modellen, kvadratiska element

Område	2396 st 3 st i tjocklek	8904 st 5 st i tjocklek	303030 st 29 st i tjocklek
A	31,2	28,3	27,8
B	80,0	78,0	76,6
C	143,3	154,3	169,1
D	84,6	91,4	91,3
E	72,4	74,0	75,0
F	101,3	104,0	109,2
G	81,4	88,1	92,1
H	132,2	139,1	145,8

3.6 Utmattning

Sambandet mellan hjullasten F och spänningen σ i bakaxeln bestämdes för två olika områden på bakaxeln som var intressanta ur utmattningssynpunkt. Bakaxelns utformning enligt figur 3.38 medför att den vilar mot fordonets kaross.



Figur 3.38: *Bild på bakaxeln som analyserats i Abaqus till utmattningsberäkningarna samt intressanta områden med avseende på spänningskoncentrationer*

Punkten A avlastas alltså av stödet vid pålagd last. I obelastat tillstånd är värdet på huvudspänningen i punkt A noll. Analyserna i Abaqus visade att huvudspänningen i A ökade linjärt till 67,7 MPa vid pålagd last upp till 1,5 g vilket motsvarar en kraft F på 2060 N, se tabell 3.9. Detta ger att konstanterna i ekvation (2.59) blir:

$$k_{sA} = \frac{66{,}7}{2060} \quad \text{och} \quad m_{sA} = 0$$

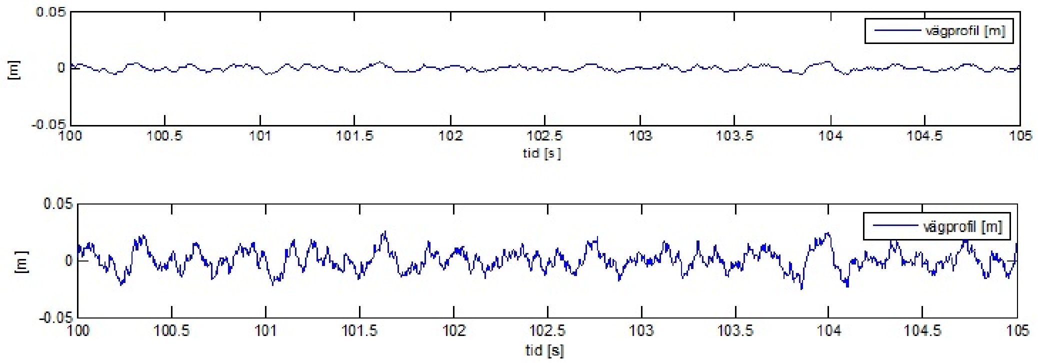
Den största huvudspänningen återfinns i område C som därför är ett högaktuellt område för utmattning. Eftersom gummistavarna är inklämda mellan axeln och donet i just det området råder en nominell spänning där som förekommer även då hjullasten är noll. Denna har beräknats till 99 MPa, se tabell 3.4. Spänningsanalysen i Abaqus visade att huvudspänningen i uppgick till 173,9 MPa vid en pålagd last som motsvarar 1,5 g, se tabell 3.9. Huvudspänningen i punkt C ökade alltså 74,9 MPa utöver den nominella spänningen vid maxlast. Konstanterna i ekvation (2.59) som beskriver sambandet mellan huvudspänning och pålagd kraft i området blir då:

$$k_{sC} = \frac{74{,}9}{2060} \quad \text{och} \quad m_{sC} = 99$$

Resterande parametrar vid utmattningsberäkningen bestämdes enligt följande:

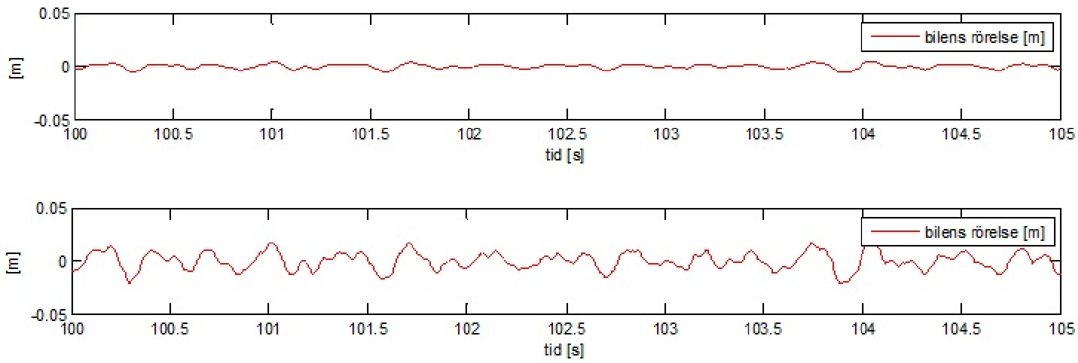
- Utmattningsberäkningen görs på halva axeln under antagandet att tre personer sitter i fordonet. Detta ger massan på bakaxeln, $m = 140$ kg
- Fjäderkonstanten k beräknas vid statisk belastning på 1 g vilket motsvarar en kraft $F = 1375$ N och en vertikal utböjning på 29,3 mm. Detta ger en fjäderkonstant $k = 47000$ N/m
- Dämpningskonstanten c beräknas för ett nära kritiskt system, det vill säga en viss översläng vid ett stegsvar, se figur 2.17. Dämpningsförhållandet antas därför vara $\zeta = 0{,}9$ vilket ger dämpningskonstanten $c = 4617{,}27$ Ns/m
- Vägen kommer beskrivas med $n = 100$ våglängder i spannet $0{,}1\,\text{m} \leq \lambda \leq 0{,}5\,\text{m}$
- På grund av att fordonet har en maximal hastighet på 45 km/h antas en marschhastighet 40 km/h vilket ger $v_x = 11{,}11$ m/s
- Två olika vägkvaliteter kommer undersökas: *Medelbra väg* (w=2,5) samt *Dålig väg* (w=2) enligt parametrarna i ekvation (2.60)

Vägens vertikala höjdändring $z_r(t)$, ekvation (2.67), beräknades i MATLAB med ovanstående inparametrar. Figur 3.39 visar hur två vägar med olika kvaliteter ser ut i ett tidsintervall.



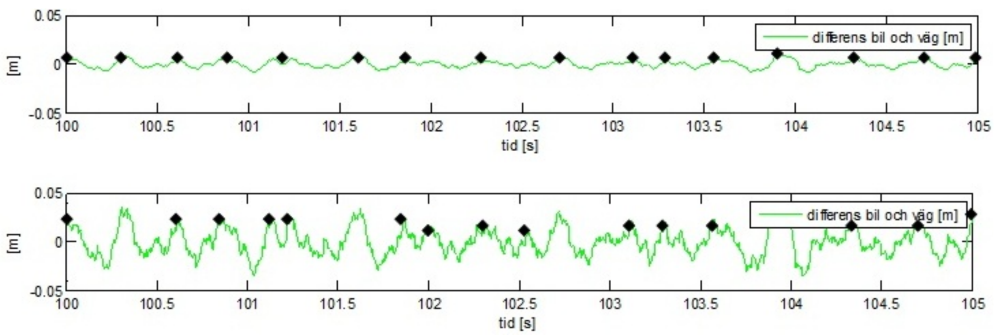
Figur 3.39: *Den övre figuren visar en medelbra väg och den undre en dålig väg*

Även fordonets vertikala rörelse $z_v(t)$, ekvation (2.74), beräknades med hjälp av MATLAB. Se figur 3.40.



Figur 3.40: *Fordonets vertikala rörelse vid, den övre figuren visar en medelbra och den undre en dålig väg*

Med $z_r(t)$ och $z_v(t)$ kända beräknades också differensen $\Delta z(t)$ i MATLAB, resultatet för två olika vägkvaliteter ses i figur 3.41. De dominerande amplituderna för båda vägkvaliteter har markerats med svarta punkter i figur 3.41, och frekvensen f de förekommer med har beräknats för att få fram ett specifikt värde på spänningsamplituden genom att använda ekvation (2.77).



Figur 3.41: *Differensen Δz, den övre visar en medelbra väg och den undre en dålig*

Vid körning på den dåliga vägen uppskattades differensen ha en dominerande medelamplitud $\Delta z = 0{,}022$ m med en uppskattad frekvens $f = 3$ Hz. Antalet år samt mil som bakaxeln håller vid en dålig väg redovisas i tabell 3.13, de beräknades för båda områden med hjälp av ekvationerna (2.78) och (2.79).

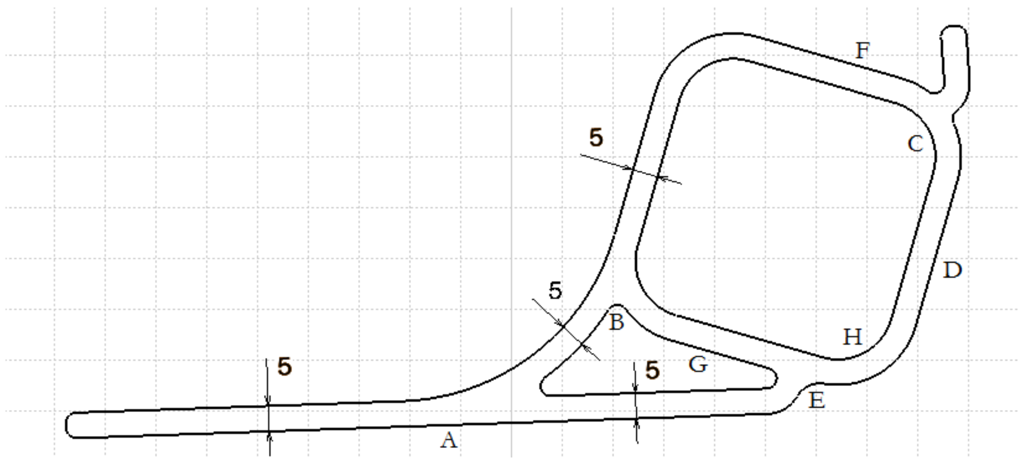
Tabell 3.13: Livslängd och antal mil som bakaxeln uppskattats hålla

Område	Spänningsamplitud σ_a [MPa]	Livslängd [År]	Livslängd [mil]
A	34	900	$3{,}2 \cdot 10^7$
C	42,1	71	$2{,}5 \cdot 10^6$

I tabellen syns tydligt att utmattning troligen inte kommer inträffa i de utsatta områdena. Om man undersöker fallet med en medelbra väg kommer den uppskattade medelamplituden Δz ligga runt 0,005 m med en frekvens omkring 3,2 Hz vilket ger ytterligare en längre livslängd som i stort sett kan betraktas som oändlig. Dessutom kommer spänningsamplituden understiga 10 MPa vid körning på en medelbra väg vilket gör att uppskattningen med S-N-kurvan som används för materialet inte återger antalet cykler för så låga spänningsamplituder.

3.7 Dimensionering och viktminskning

För att kunna ge en rekommendation på om och hur bakaxelns vikt kan reduceras undersöktes några olika sätt att åstadkomma detta. Metoderna innebär ingen förändring av konstruktionens huvudsakliga utförande och funktion utan inriktades på att helt enkelt avverka onödigt material från komponenten. Koncepten testades sedan i Abaqus med pålagd maxlast för att se hur spänningsbilden förändras som en konsekvens av det avverkade materialet. Koncepten ska inte ses som några kompletta förslag till förändring av konstruktionen utan användas till att se hur fristående förändringar påverkar påfrestningarna på bakaxeln. Kombinationer av de olika förändringarna kan säkerligen göras med ännu bättre resultat. Det ursprungliga tvärsnittet syns i figur 3.42.



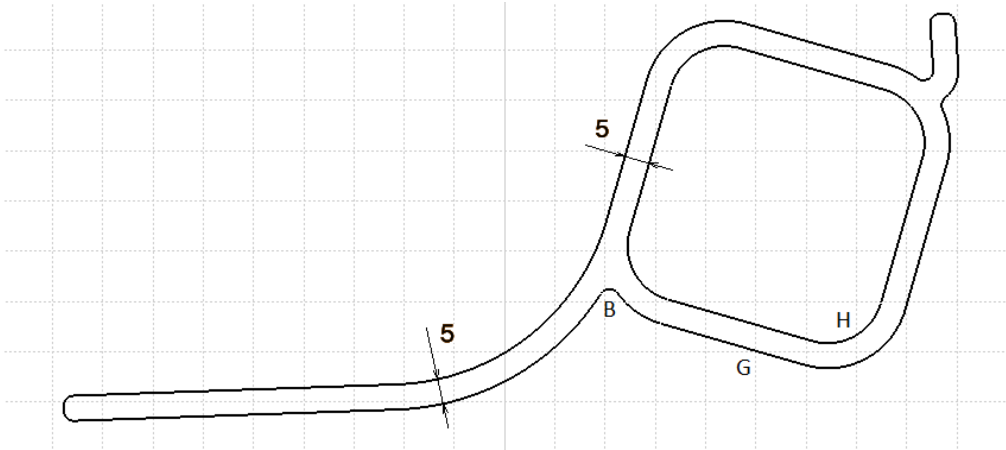
Figur 3.42: *Mått och uteseende på det ursprungliga tvärsnittet*

3.7.1 Konceptuella förslag

De olika koncept som undersöktes redovisas nedan. Tillsammans med varje koncept ges en tabell över viktminskning och maximala spänningar i de områden där spänningen ökat markant eller på annat sätt är intressant samt en diskussion om konceptets lämplighet och potential. Vid spänningsberäkningarna användes korrigerade versioner av den tredimensionella tvåstegsmodellen med karossgolvet fast inspänt i dess periferi med liknande beräkningsnät som i den ursprungliga modellen. Det intressanta här är hur spänningarna förändras jämfört med den ursprungliga konstruktionen. De ursprungliga spänningarna kan utläsas ur tabell 3.9 med hjälp av figur 3.36.

Koncept utan stöd

Konceptet bygger helt enkelt på att man tar bort det nedre stöd som förbinder fyrkantsprofilens bakre del med den svansliknande del som går in under och skruvas fast i karossen, se figur 3.43 och spänningarna i tabell 3.14.



Figur 3.43: *Bakaxeln utan stöd mellan svans och fyrkantsprofil*

Tabell 3.14: Beräknade spänningar i konceptet utan stöd

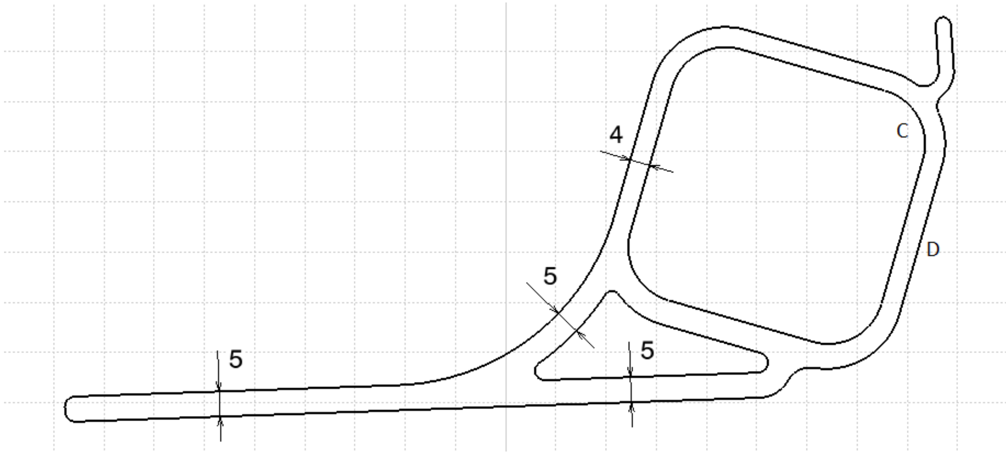
Område	Effektivspänning enligt von Mises [MPa]	Maximal huvudspänning [MPa]
B	117,2	139,2
G	138,6	155,4
H	185,6	203,7
Viktminskning	0,76 kg	

Spänningen ökar som man kan förvänta sig kraftigt i B samt även i G och H. Notera även att spänningen i B byter tecken och alltså går från att vara en tryckspänning till en dragspänning. Spänningarna i de redovisade punkterna är höga men tillsammans med en förstärkning i området kring B och G kan detta alternativ vara aktuellt. En sådan förstärkning kan helt enkelt utföras som en större radie i B. Detta leder till en ökad godstjocklek i området och denna ökning av tjocklek skulle kunna låtas gå från B förbi G och fram till nästa radie. På så sätt borde B och G och sannolikt även H avlastas. Viktminskningspotentialen är relativt stor för detta koncept trots eventuell förstärkning kring B.

Koncept med minskad godstjocklek i fyrkantsprofilområdet

Ett sätt att minska vikten är förstås att minska godstjockleken. Detta kan göras genom hela tvärsnittet eller i delar av det. Vid konceptundersökningen minskades tjockleken i de aktuella delarna av komponenten med 1 mm. Ett koncept som undersöktes var att minska godstjockleken i själva fyrkantsprofilen, se figur 3.44 och tabell 3.15.

Detta koncept ger höga spänningsvärden i kontaktytorna till gummistavarna. Framför allt noteras detta i område C där effektivspänningen går långt över 200 MPa. Även i fyrkantsprofilens periferi blir spänningarna höga och område D är mest påfrestat. Spänningarna är högre än acceptabelt och därför rekommenderas inte en minskning av godstjocklek i fyrkantsprofilen. Spänningarna i fyrkantsprofilområdet är höga redan i det ursprungliga utförandet enligt tabell 3.9.



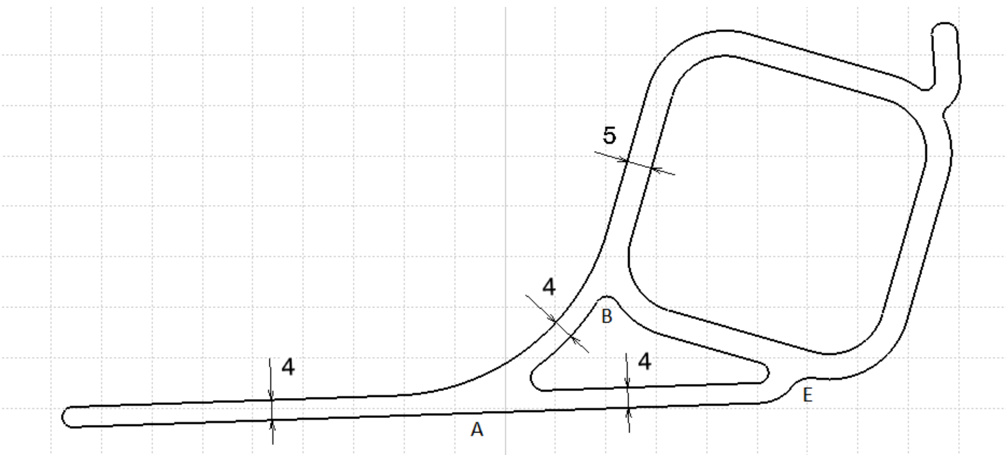
Figur 3.44: *Bakaxeln med minskad godstjocklek i fyrkantsprofilområdet*

Tabell 3.15: Beräknade spänningar vid minskad tjocklek i fyrkantsprofilområdet

Område	Effektivspänning enligt von Mises [MPa]	Maximal huvudspänning [MPa]
C	219,1	241,0
D	148,3	165,1
Viktminskning	0,42 kg	

Koncept med minskad godstjocklek i övriga delar av komponenten

Ett andra alternativ att minska godstjockleken hos komponenten är att göra det i den del som ovan liknats vid en svans, se figur 3.45. Beräkningar utfördes även för detta koncept med resultat enligt tabell 3.16.



Figur 3.45: *Bakaxeln med minskad godstjocklek i svansen*

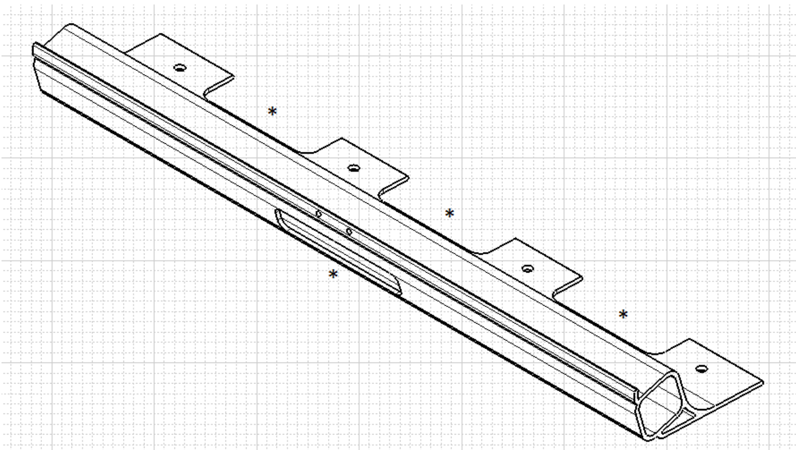
Tabell 3.16: Beräknade spänningar vid minskad tjocklek i övriga delar av komponenten

Område	Effektivspänning enligt von Mises [MPa]	Maximal huvudspänning [MPa]
A	76,8	78,0
B	60,0	−77,5
E	45,8	53,2
Viktminskning	0,37 kg	

Här kan man se små ökningar av effektivspänningarna i A och B. Ökningarna är dock marginella och potentialen för minskad vikt hos komponenten är relativt stor. Man kan även se att spänningen rentav minskar i vissa områden såsom exempelvis E. Detta alternativ rekommenderas utifrån detta resultat men effekterna av skruvhålen bör undersökas närmare innan något beslut tas då man ju minskar godstjockleken i dessa regioner. Sammantaget när det gäller minskning av godstjocklek kan sägas att det absolut finns potential för detta och då i synnerhet i området A-B-G där en minskning med mer än en millimeter kan vara aktuellt. Flärpen som finns i det övre högra hörnet av fyrkantsprofilen i figur 3.45 borde även kunna vara av betydligt mindre tjocklek jämfört med resten av profilen då den knappt belastas alls. I själva fyrkantsprofilen bör dock den nuvarande tjockleken behållas. Det som kan begränsa ändringar av tjockleken är tillverkningsprocessen. Vid strängextrudering är det önskvärt med så uniform materialflödeshastighet som möjligt över tvärsnittet.

Avverkning av material i delar med låg påfrestning

I områden med låg påfrestning skulle material kunna avverkas efter strängextruderingen genom att fräsa ur delar av profilen. Sådana områden är till exempel den mittre del av fyrkantsprofilen som inte innehåller något gummi och delar av svansen som ligger mellan skruvhålen. Ett exempel på detta syns i figur 3.46 nedan där de urfrästa områdena är stjärnmarkerade. Potential för viktminskning ges i tabell 3.17 där första siffran är för exemplet i figuren och den andra anger viktminskning per profilyta urfräst material.



Figur 3.46: *Bakaxeln med urfräst material i områdena markerade med* $*$

Tabell 3.17: Viktminskning vid urfräst material

Viktminskning	0,36 kg (0,001 35 kg/cm^2)

Detta alternativ ger ökade kostnader för tillverkning av komponenten då ytterligare steg i bearbetningen införs. Viktminskningspotentialen är inte speciellt hög relativt sett och risken ökar kraftigt för sprickbildning på grund av spänningskoncentrationer i de radier som introduceras. Därför rekommenderas inte det här konceptet, åtminstone inte förrän man har övervägt de ovan rekommenderade alternativen. Inga beräkningar utfördes för det här alternativet.

4 Diskussion

Materialmodellerna fångade upp dragprovkurvans beteende precis som förväntats enligt teorin men flera felkällor finns i materialmodelleringen. Vid såväl dragprovet som prototyptestet gjordes mätningar manuellt med skjutmått vilket förstås begränsar precisionen. Glidning och rörelser kan ha förekommit i de infästningar som skulle ha varit fasta. En annan aspekt som kan påverka resultatet kan vara friktionen som uppkommer mellan gummistavarna och stålet i prototypen. Kanske glider gummistavarna en aning vid belastning. De uppmätta krafterna minskade kontinuerligt vid en konstant deformation i både dragprovet och prototyptestet. Detta kan ha berott på de nämnda glidningarna men också på gummits viskösa effekter. Relaxationen gjorde mätningarna krångliga och kanske felaktiga. Felet på grund av deformationen i prototypens svingarmar och don kan däremot betraktas som försumbart då de är tillverkade av överdimensionerade stålprofiler.

Valet av materialmodell för gummit baserades på överensstämmelsen mellan FE-modell av prototypen och prototyptestet. Anledningen till detta var att gummit har olika beteende i kompression jämfört med i dragbelastning. Därför var det inte lämpligt att direkt lita på materialmodellerna baserade på dragprovet. Helst av allt skulle komprimerande och skjuvande materialprov utföras så att valet kan baseras på vilken modell som beskriver detta bäst istället. Man slipper då att utföra ytterligare ett test och en FE-modell för att verifiera materialmodellen, därmed minskar antalet felkällor.

Resultatet av utböjningen vid olika belastningar verkar vara trovärdigt men är begränsat av hur väl materialmodellen för gummit stämmer i det aktuella spänningstillståndet. Användandet av stelkroppar i tvåstegsmodellens första steg kan dock medföra ett litet fel i resultatet eftersom hänsyn då inte tas till deformationer i aluminiumkonstruktionen och karossen. Dessutom kan försummandet av glidning i kontakterna ha medfört ett litet fel eftersom vi faktiskt vet att glidning förekommer även om det bara sker i fyra procent av kontaktnoderna.

Från beräkningsmodellerna erhölls en spänningsbild varur spänningarna i bakaxeln kan utläsas. Utseendet på spänningsbilden anses tillförlitlig då jämförelse mellan de olika modellerna har gett liknande resultat med avseende på var de mest kritiska regionerna påträffas. De exakta storlekarna på spänningarna är däremot svåra att fastställa då många approximationer gjorts och datorkapaciteten har varit begränsad och därmed beräkningsnätens finhet. Även om spänningarna inte är exakta och även om de inte har kunnat verifieras är ändå bedömningen att de ligger i rätt storleksordning och att den totala approximationen är tillräckligt god för att kunna analyseras. Under hela arbetet har spänningar nära hålen och skruvarna i infästningen till karossen ignorerats. Det är mycket möjligt att det uppstår höga spänningar och spänningsamplituder i dessa områden som är kritiska vid olika analyser.

Den fullständiga modellen genomfördes endast med ett alltför grovt beräkningsnät och de numeriska felen är därmed stora. Randvillkoren som användes för inspänning av konstruktionen är kraftigt förenklade och speglar inte verkligheten särskilt väl. Någorlunda tillförlitliga spänningar kan endast förväntas långt från randvillkoret då det ger upphov till singularitet.

Tvåstegsmodellen innebar ytterligare en approximation på vägen mot det slutliga resultatet, nämligen kurvpassningen av lastfunktionerna till kontaktdatan. Denna approximation möjliggjorde dock stora förbättringar av modellen. Finare beräkningsnät och en mer verklighetsspeglande inspänning av konstruktionen kunde användas och därmed minskades respektive fel jämfört med den fullständiga modellen. Inspänningen eller beräkningsnätet är emellertid inte perfekta. Karossen modellerades som fast inspänd i ändarna trots att den i verkligheten kan tänkas röra sig något. Bakaxelprofilen i FE-modellen sitter fast i karossen längs hela kontakten dem emellan och detta är ju givetvis inte fallet i verkligheten. Även materialet i karossen kan tänkas ha ett annorlunda beteende i verkligheten jämfört med modellen eftersom det yttersta lagret, väven, är modellerat som ett isotropt linjärt elastiskt material i modellen. Detta kan ha resulterat i att materialet fått en högre böjstyvhet i modellen än i verkligheten. Med hjälp av den tvådimensionella modellen kunde man se att fem element genom bakaxelprofilens tjocklek med linjär interpolation inte var nog för att göra lösningen nätoberoende. Beräkningar med fler element i tjocklek hade troligtvis gett något högre maximala spänningar.

Resultatet från spänningsanalysen av den tvådimensionella modellen är baserat på ett medelvärde av lasten och kan därför inte jämföras med någon av de andra modellerna. Dessutom tas ingen hänsyn till skruvlaster i den tvådimensionella modellen till skillnad från tvåstegsmodellen.

Jämförelse mellan den fullständiga modellen och tvåstegsmodellen med samma typ av randvillkor, se tabell 3.4 och tabell 3.10, visar också på en skillnad i storlek hos spänningarna. I tabell 3.11 påvisas skillnaden av den maximala spänningen i utvalda regioner hos den tvådimensionella modellen för olika antal element. De visar tydligt att den maximala spänningen först ökar med antal element för att sedan plana ut. Det beteendet anses även gälla för de båda tredimensionella modellerna vilket kan vara förklaringen till skillnaden i resultaten då tvåstegsmodellen har fem element i tjocklek medan den fullständiga endast har tre. I tabell 3.11 och 3.12 jämförs spänningarna för olika typer av basfunktioner, linjära respektive kvadratiska längs elementränderna. Jämförelsen påvisar att för samma antal element ger kvadratiska element större maximala spänningar. Om samma beteende antas i de tredimensionella modellerna antyder detta att redovisade spänningar är något lägre än i verkligheten.

Resultatet av utmattningsanalysen visar att livslängden för axeln med avseende på utmattning kan betraktas som oändlig. Detta är dock baserat på utmattning vid körning rakt fram på dålig och medelbra väg. Det kan finnas andra källor till utmattning, till exempel belastning vid kurvtagning eller körning över farthinder, som skulle kunna ge en kortare livslängd. Dessutom är analysen gjord med utgångspunkt i en modell av en förenklad bakaxel, det vill säga utan skruvhål. Det kan vara så att det är just i området kring dessa hål som utmattning först uppträder men hänsyn till detta tas alltså inte i resultatet. En annan faktor som påverkar resultatet är hur spänningsamplituderna tas fram. För det första beräknas spänningsamplituderna utifrån ett linjärt förhållande mellan spänning och pålagd last. Detta förhållande beräknas med hjälp av spänningar från spänningsanalysen, som vi ju redan har nämnt innehåller en viss osäkerhet. Osäkerhet förekommer även i den nominella spänningen, det vill säga spänningen i obelastat tillstånd. Den nominella spänningen är troligtvis något högre i verkligheten, vilket medför att spänningsamplituden blir lägre. För det andra är spänningsamplituderna beräknade utifrån en medelamplitud, som är baserad på utvalda amplituder av differensen mellan vägens och fordonets amplitud. Att hänsyn inte tagits till alla amplituder och frekvenser i spektrat kan alltså innebära ytterligare en felkälla. Livslängden är dock beräknad med utgångspunkt av en dålig väg och det är högst otroligt att fordonets körförhållanden kommer att vara så dåliga. Om man tittar på mer normala körförhållanden så ökar livslängden ytterligare, vilket gör att resultatet troligtvis är en säker uppskattning trots förekommande felkällor.

Rekommendationen med avseende på dimensionering och viktminskning ges genom att undersöka enkla förändringar på bakaxelprofilens tvärsnitt. Mer komplicerade tvärsnitt hade undersökts om tid hade funnits. Möjligheterna till viktminskning beror på vilka krav som ställs på säkerhetsmarginaler till plasticering. Rekommendationen bygger till stor del på jämförelser med det ursprungliga tvärsnittet och ger därför ett visst utrymme för tolkning av läsaren.

4.1 Slutsats och rekommendationer

Projektet har utan tvekan fullgjort sitt syfte och resulterat i en beräkningsmodell. Modellen indikerar att den tänkta konstruktionen är funktionsduglig och kommer att hålla för de belastningar den kommer att utsättas för vid normal användning av fordonet ZBee.

Uträknad data för hjulens utböjning vid belastning är tillförlitliga då relativt få och högst rimliga approximationer gjordes för att komma fram till denna. Eventuella fel uppstår framför allt i modelleringen av gummits materialegenskaper men eftersom materialmodellen verifierats med ett verkligt fall antas den stämma med god noggrannhet.

Spänningsberäkningarna för bakaxeln har gjorts på två sätt. I den ena metoden blev de numeriska felen stora på grund av grovt beräkningsnät. Den andra lösningen innebar ytterligare approximationer i konverteringen av kontaktdata till randvillkor. Arbetet har emellertid gjorts på ett noggrannt sätt med rimliga antaganden och approximationer. Därför är spänningsbilden högst trovärdig medan den exakta storleken på spänningarna i bakaxeln ska betraktas med en viss misstänksamhet. Med detta i åtanke kan resultatet användas som en anvisning på i vilket storleksområde som spänningarna ligger och var spänningarna är som högst.

Resultaten från utmattningsanalysen är mer osäkra då den dynamiska modellen är förenklad och variationen av spänningsamplituder inte togs fullständig hänsyn till i och med den uppskattade medelvärderingen av hjulupphängningens utböjning. Analysen ger ändå en indikation på att bakaxelns livslängd i sammanhanget är att betrakta som oändlig. Värdet på livslängdens exakta storlek bör dock användas med försiktighet.

Beroende på vilka säkerhetskrav som ställs på konstruktionen kan olika grader av viktminskningspotential finnas. En viss tjockleksminskning av bakaxelprofilens tvärsnitt skulle till och med kunna göras utan att de maximala spänningarna ökar. Fyrkantsdelen av profiltvärsnittet är dock högt påfrestad redan i det ursprungliga utförandet och bör inte göras vekare.

Med de beräkningsmodeller som skapats under arbetets gång är förutsättningarna goda för fortsatta analyser och utveckling av hjulupphängningen. Modellerna är användbara som de är men även möjliga att förbättra på olika sätt. Vid framtida arbete borde man göra ett fleraxligt kompressionsprov för gummit som kan användas för att beräkna materialparametrarna. Detta på grund av att det mer efterliknar det verkliga belastningsfallet. Det är även av intresse att kartlägga gummits dynamiska egenskaper.

För att få högre tillförlitlighet i resultatet av spänningsanalysen bör man utreda hur spänningarnas storlek förändras då man ökar antalet element genom bakaxelprofilens tjocklek och undersöka hur många som krävs för att spänningarna ska konvergera mot ett stabilt resultat. Man bör dessutom undersöka hur spänningarna varierar med olika elementtyper och hur stor påverkan som användningen av kvadratiska basfunktioner har på resultatet. En djupare undersökning av hur randvillkoren för inspänning av bakaxeln i FE-modellen borde definieras vore också önskvärt för att säkerställa att modellerna speglar verkligheten. Ett sådant randvillkor borde även appliceras på den fullständiga modellen.

För utmattningsberäkningarna borde man även göra beräkningar för andra typer av belastningsfall än körning rakt fram på väg. För att kunna säkerställa en mer exakt livslängd bör man basera beräkningarna på vägdata från mätningar under sådana förhållanden som fordonet kommer att utsättas för. Det är också önskvärt att inkludera hela vägspektrat i beräkningarna, det vill säga alla frekvenser och amplituder för den väg man valt att undersöka och tillämpa någon form av delskadeteori. Eftersom resultaten tyder på en livslängd som kan betraktas som oändlig i ett sådant här sammanhang, kan det vara en god idé att titta på hållfasthet och utmattning i don och svingarmar. De hål som tagits bort och de effekter av skruvlasterna som ignorerats i syfte att förenkla beräkningarna i det här projektet, borde inkluderas i framtida beräkningar av axeln.

Referenser

[1] P.-E. Austrell. “Konstruktioinsberäkningar för gummikomponenter”. I: (2000).
[2] J. Bergström. “Constitutive Modeling of Elastomers - Accuracy of Predictions and Numerical Efficiency”. I: (?).
[3] J. Bonet och R. D. Wood. *Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis*. 1997.
[4] M. Claesson och J. Forsgren. “Samband mellan hårdhetstal och materialparametrar för polymermaterial”. I: (2005).
[5] D. Charlton och J. Yang. “A review of methods to characterize rubber elastic behaviorfor use in finite element analysis”. I: (1993).
[6] B. J. H. Jacobson. “Notes from a lecture in the course Vertical Dynamics”. I: (2012).
[7] A. Johanson och M. Nilsson. “Brake system and rear suspension for an electric ultra light vehicle”. I: (2011).
[8] L. Josefsson. “S-N- curve from his collection”. I: (2012).
[9] C. Klason och J. Kubát. *Plaster, materialval och materialdata*. 2002.
[10] B. Lennartson. *Reglerteknikens grunder*. 2002. ISBN: 978-91-44-02416-5.
[11] H. Lundh. *Grundläggande Hållfasthetslära*. 2000. ISBN: 978-91-972-860-2-2.
[12] F. Materialverk. “Riktlinjer vid val av gummi som konstruktionselement”. I: (1993).
[13] N. Ottonsen och H. Peterson. *Introduction to the FINITE ELEMENT METHOD*. 1992. ISBN: 0-13-473877-2.
[14] SAPA. *Handbok för konstruktörer, hur man lyckas med aluminiumprofiler*. JoL annonsbyrå AB.
[15] D. Systémes. *Abaqus User's Manual (6.10)*.

Appendix

Appendix A

Nedan följer resultaten från friktionstesten som utfördes med stål respektive aluminium mot gummi.

Tabell 4.1: Gummi mot stål

Normalkraft [N]	Friktionskraft [N]
6,0393	4,6645
9,2799	6,0393
14,6318	9,0344
19,7382	11,2930
18,8544	12,5205
28,1834	17,4305
55,4339	38,7890

Tabell 4.2: Gummi mot aluminium

Normalkraft [N]	Friktionskraft [N]
5,0573	3,9280
10,4092	7,1195
18,8544	10,0655
23,9608	12,5205
32,4060	16,9395
37,7579	26,2685
51,2113	31,4240

Appendix B

Nedan redovisas resultaten från dragproven som utfördes.

Dragprov 1

Dragkraft [N]	Längd [m]
0,00	0,1008
21,41	0,1025
51,26	0,1043
84,26	0,1077
107,04	0,1105
138,07	0,1141
166,94	0,1180
182,85	0,1208
182,85	0,1208
200,33	0,1225
220,75	0,1264
237,25	0,1300
253,36	0,1320
263,57	0,1353
290,87	0,1387
305,99	0,1425
318,95	0,1460
348,81	0,1510
370,41	0,1541
404,98	0,1590
449,95	0,1680
490,02	0,1720
532,24	0,1750

Dragprov 2

Dragkraft [N]	Längd [m]
0,00	0,0829
16,69	0,0836
37,32	0,0851
69,33	0,0874
80,52	0,0885
110,97	0,0910
137,28	0,0930
158,69	0,0960
176,56	0,0984
197,38	0,1011
222,32	0,1042
243,73	0,1074
266,12	0,1110
284,98	0,1140
326,61	0,1203
377,28	0,1271
397,71	0,1300
422,26	0,1329
446,81	0,1358
468,41	0,1391
510,64	0,1424
535,19	0,1451
585,47	0,1487
608,84	0,1513
643,21	0,1540

Appendix C

Nedan redovisas resultaten från de två prototyptesten.

Test 1

Pålagd kraft [N]	Utböjning [m]
0,0000	0,0000
171,8500	0,0069
242,5540	0,0103
256,3020	0,0112
578,3980	0,0258
566,6140	0,0274
593,1280	0,0284
603,9300	0,0291
619,6420	0,0300
639,2820	0,0310
657,9400	0,0315
677,5800	0,0326
698,2020	0,0337
716,8600	0,0346
730,6080	0,0356
751,2300	0,0365
778,7260	0,0372
803,2760	0,0385
818,0060	0,0395
840,5920	0,0407
876,9260	0,0417
892,6380	0,0431
924,0620	0,0443
952,5400	0,0454

Test 2

Pålagd kraft [N]	Utböjning [m]
0,0000	0,0000
9,8200	0,0010
29,4600	0,0017
48,1180	0,0023
64,8120	0,0027
78,5600	0,0032
98,2000	0,0039
119,8040	0,0051
137,4800	0,0057
157,1200	0,0064
175,7780	0,0073
196,4000	0,0081
218,0040	0,0090
238,6260	0,0098
259,2480	0,0108
277,9060	0,0116
298,5280	0,0125
325,0420	0,0137
343,7000	0,0147
530,2800	0,0232
547,9560	0,0244
561,7040	0,0260
579,3800	0,0262
599,0200	0,0273
614,7320	0,0280
631,4260	0,0290
650,0840	0,0298
675,6160	0,0309
693,2920	0,0317
710,9680	0,0326
728,6440	0,0336
749,2660	0,0345
775,7800	0,0356
803,2760	0,0363
815,0600	0,0371
821,9340	0,0376
834,7000	0,0384
857,2860	0,0392
879,8720	0,0400
899,5120	0,0408
923,0800	0,0417
950,5760	0,0427
959,4140	0,0433

Appendix D

Beräknade värden på σ och λ från dragprovet som användes vid beräkning av materialparametrar.

Dragprov 1

Cauchyspänning, σ	Stretch, λ
0,00	1,0000
0,09	1,0174
0,22	1,0352
0,37	1,0690
0,48	1,0968
0,63	1,1325
0,79	1,1712
0,89	1,1990
0,89	1,1990
0,99	1,2159
1,12	1,2546
1,24	1,2903
1,35	1,3102
1,44	1,3429
1,63	1,3767
1,76	1,4144
1,88	1,4491
2,12	1,4988
2,30	1,5295
2,59	1,5782
3,05	1,6675
3,40	1,7072
3,75	1,7370

Dragprov 2

Cauchyspänning, σ	Stretch, λ
0,00	1,0000
0,07	1,0084
0,16	1,0265
0,30	1,0543
0,35	1,0676
0,49	1,0977
0,62	1,1218
0,74	1,1580
0,85	1,1870
0,97	1,2195
1,13	1,2569
1,28	1,2955
1,44	1,3390
1,59	1,3752
1,92	1,4511
2,34	1,5332
2,53	1,5682
2,74	1,6031
2,96	1,6381
3,18	1,6779
3,55	1,7177
3,79	1,7503
4,25	1,7937
4,50	1,8251
4,84	1,8577