



Institutionen för Vattenbyggnad
Chalmers Tekniska Högskola

Department of Hydraulics
Chalmers University of Technology

Datormodellen DAGVL-DIFF
för beräkning av icke-stationära
flödesförlopp i avloppssystem.

En analys av stabilitet och
beräkningsnoggrannhet.

av

Stefan Pup

Examensarbete
Nr. 1987:5

Göteborg 1987

Adress: Institutionen för Vattenbyggnad
Chalmers Tekniska Högskola
412 96 Göteborg

Telefon: 031/81 01 00

FÖRORD

Jag vill rikta ett stort tack till professor Anders Sjöberg för all hjälp och för visat tålamod samt till övriga på institutionen för vattenbyggnad, vilka jag kan ha kommit ivägen för under mitt examensarbete.

Göteborg April 1987

Stefan Pup

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

	sida
1. INLEDNING	2
1.1 Allmänt	2
1.2 Kort beskrivning av programmet	3
1.2.1 Programmets uppbyggnad	3
1.2.2 Indata	7
2. PROGRAMMETS ANVÄNDBARHET	11
3. BERÄKNINGSSTEG	17
3.1 Val av Δx	17
3.2 Val av Δt	19
4. STABILITETSKONSTANTER	22
4.1 Viktningsfaktorn θ	22
4.2 Val av stabilitetskonstanter	24
5. BASFLÖDE	32
6. VOLYMFEL	38
7. SAMMANFATTNING	43
REFERENSER	45

1. INLEDNING

1.1 Allmänt

DAGVL-DIFF är en datormodell för beräkning av icke stationära flödesförlopp i delvis eller helt fyllda avloppssystem, tunnlar eller kanaler. Datormodellen skiljer sig från övriga dagvattenmodeller (typ ILLUDAS, NIVA-NET) genom att den kan ta hänsyn till dämningseffekter i ledningssystemen. Förutom denna förmåga att kunna beakta dämningseffekter ger DAGVL-DIFF mera korrekta beräkningsresultat än ILLUDAS och NIVA-NET då den grundar sig på mer fullständiga rörelseekvationer.

DAGVL-DIFF kan ej användas direkt för dimensionering av ledningssystem. Detta beror på att vid beräkning av flödesförlopp i uppströms liggande ledningar, vid höga nedströmsvattenstånd (dämning), krävs att man vid varje tidpunkt måste kunna lösa ett antal ekvationer som binder samman aktuella flöden och vattenstånd i systemets samtliga beräkningspunkter. För att detta skall vara möjligt, krävs att geometrin för i systemet ingående ledningar är känd.

Programmet beräknar för samtliga beräkningspunkter längs ledningarna det aktuella flödet, trycklinjens nivå i ledningarna samt vattenytans läge i brunnarna över vald referensnivå.

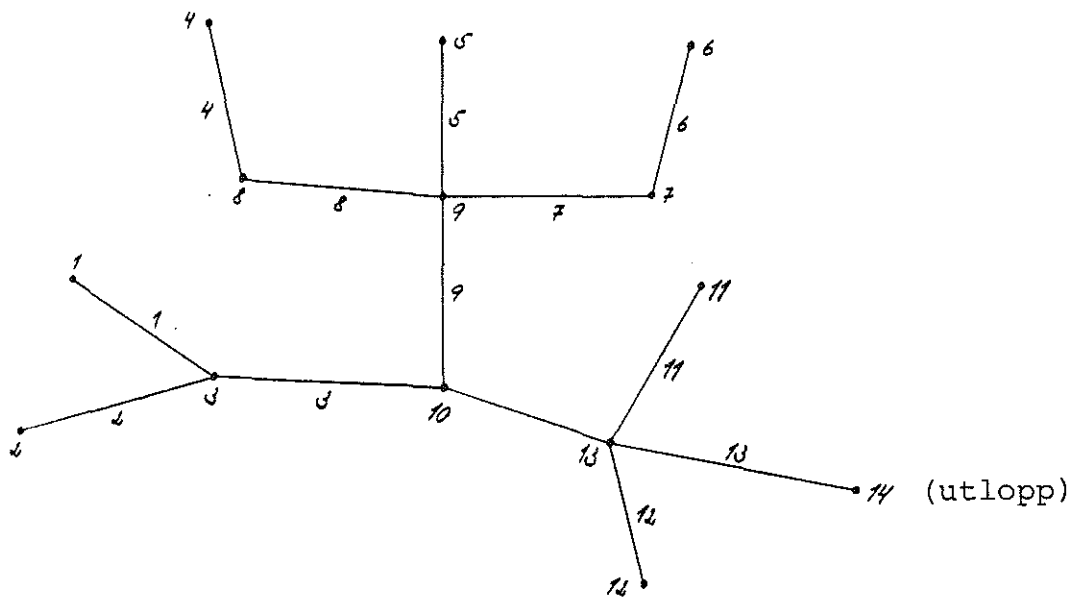
Avsikten med arbetet har varit att utröna vilka problem som kan uppstå vid användning av DAGVL-DIFF och för vilka användningsområden det är mest lämpat. Härvid har undersökts hur variationer i indata hos beräkningssteg, stabilitetskonstanter och basflöde påverkar resultaten av körningarna vad gäller beräkningsnoggrannhet, instabilitet i lösningarna och volymfel.

1.2 Kort beskrivning av programmet

1.2.1 Programmets uppbyggnad

1.2.1.1 Ledningssystemets utseende

Programmet kan endast användas för trädformade ledningssystem med maximalt 98 stycken delledningar, vilka kan vara av tunnel-, kanal- eller cirkulär sektion.



Figur 1.1 Exempel på konvergerande (trädformat) ledningssystem.

I ledningarnas knutpunkter inläggs olika typer av brunnar:

- uppströms ledningsbrunn utan inkommande ledning
- ledningsbrunn med en " "
- " " två " ledningar
- " " tre " "
- fiktiv brunn
- utloppsbrunn med endast en " ledning
- bräddavlopp " " en " "

För att beräkningarna skall kunna starta krävs som begynnelsevillkor att vattendjupet i ledningarna överallt i systemet är större än noll. För att detta villkor skall kunna uppfyllas krävs att man som indata ger ett stationärt basflöde.

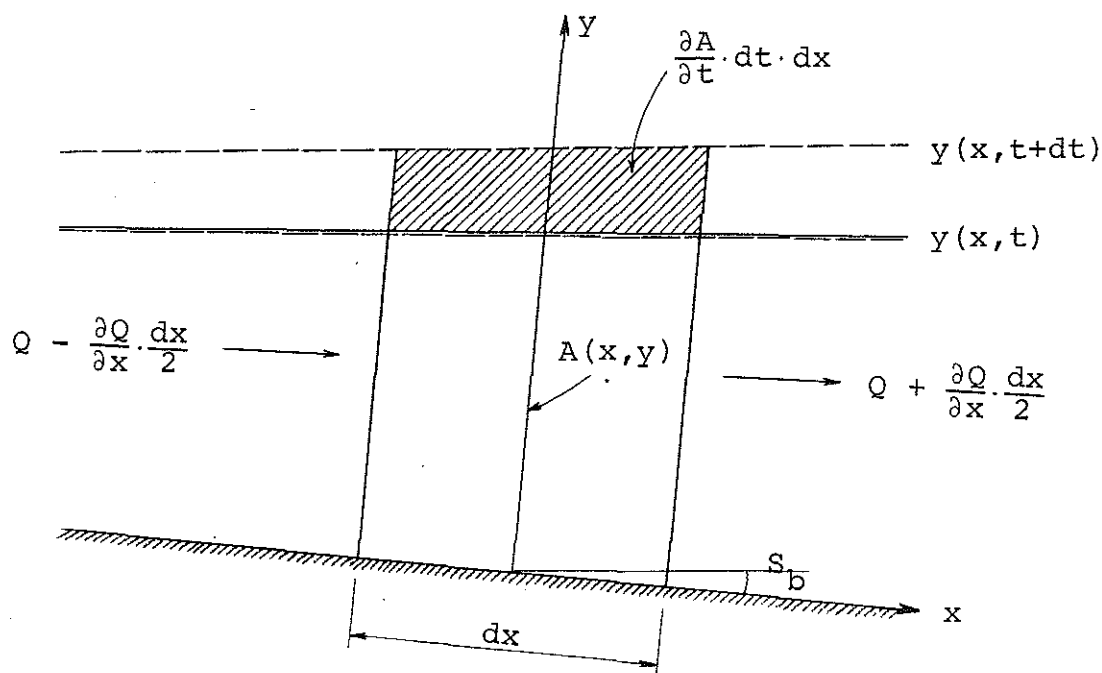
Tillrinningen till systemet kan ske dels via brunnarna, dels direkt till ledningarna. Tillrinningen adderas till basflödet.

Den kan ges som:

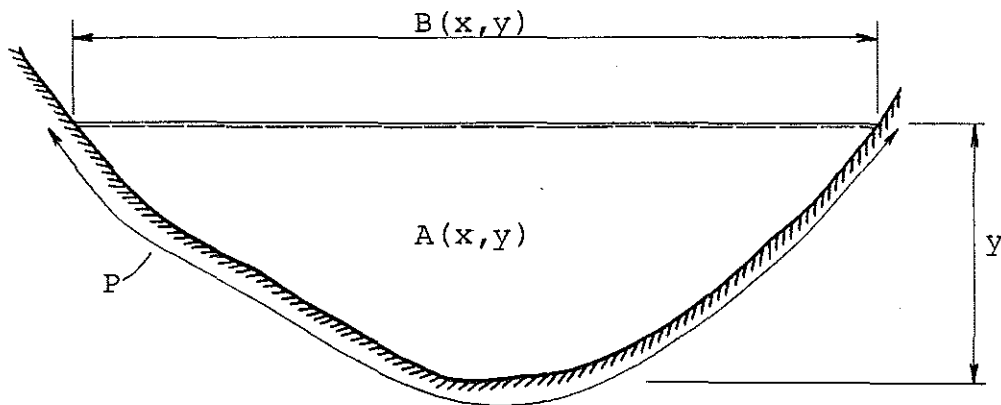
- given tillrinning som funktion av tiden
- tillrinning beräknad av programmet enligt tid-area-metoden för givet blockregn

1.2.1.2 Grundläggande ekvationer

Användaren av DAGVL-DIFF har möjlighet att köra programmet på tre olika sätt, DAGVL-DIFF 1, 2 och 3, se figur 1.9. I de tre versionerna utnyttjas på varierande sätt två olika ekvations-system för beskrivning av icke-stationära flödesförlopp. Ekvationssystemen består av dels en kontinuitetsekvation och dels av en rörelsemängdsekvation.



Figur 1.2 Kontrollvolym för kanalströmning med fri vattenyta.



Figur 1.3 Tvärsektion.

Dynamisk våg (fullständiga rörelseekvationer):

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial y}{\partial x} = gA(S_b - S_f) \quad (1.1)$$

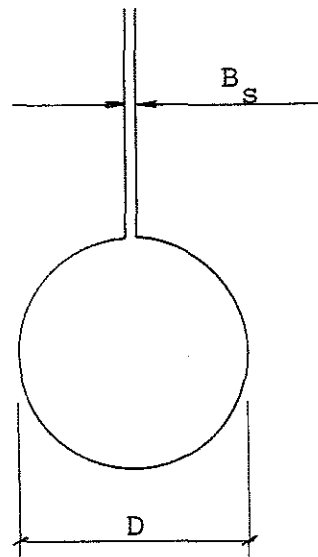
där S_f = friktionslutningen

Diffusiv våg (förenklade rörelseekvationer):

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = S_b - S_f \quad (1.2)$$

De två ekvationssystemen beskriver båda strömning med fri vattenyta, kanalströmning, men överförs i programmet till att även gälla för strömning i helt fylld sektion genom att en smal spalt införs i rörets hjässa.

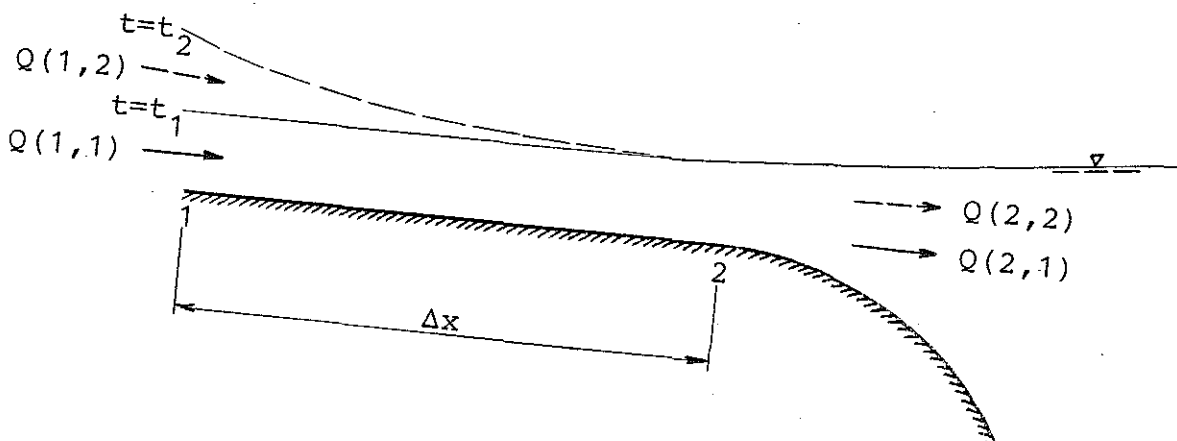


$$B_s = \frac{gA_{\text{FULL}}}{a_o^2}$$

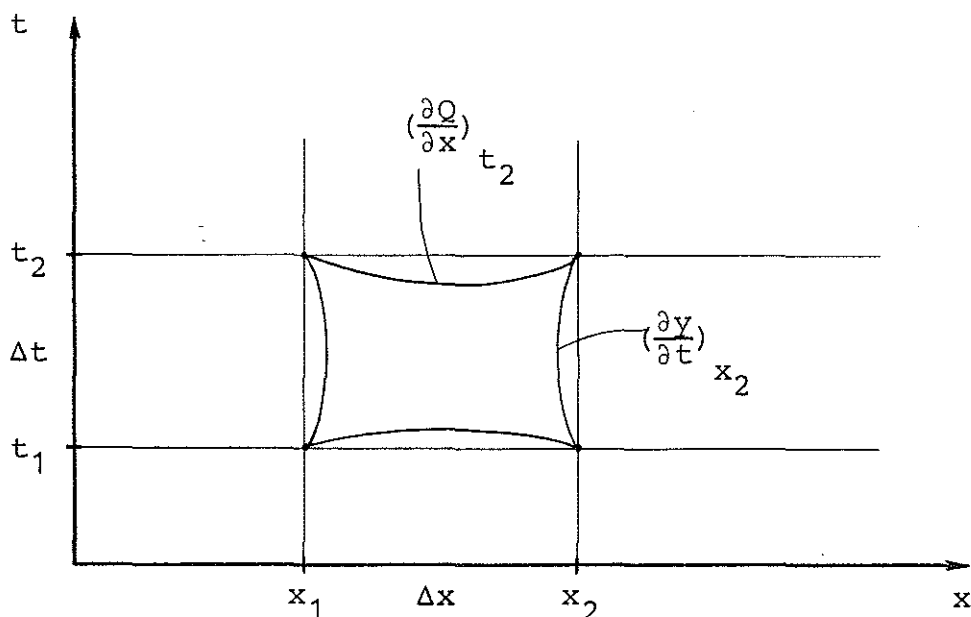
Figur 1.4 Strömning i helt fylld sektion överförs till strömning med fri vattenyta genom införandet av en smal spalt i rörets hjässa. a_o är utbredningshastigheten för elastiska tryckvågor i röret. Denna hastighet har i DAGVL-DIFF givits standardvärdet 50 m/s.

1.2.1.3 Lösning av ekvationssystemen

Det är ej möjligt att finna analytiska lösningar till rörelse-ekvationerna som med tillräcklig noggrannhet beskriver flödesförloppen. I DAGVL-DIFF används därför numeriska lösningsmetoder baserade på implicita differensscheman av så kallad box-typ (Preissmann-schema).



Figur 1.5 Exempel på kanalströmning i en bred kanal med i tiden varierande tillrinning och bottenlutningen S_b .



Figur 1.6 Exempel på implicit differensschema av så kallad box-typ (Preissmann-schema).

Detta medför att man för varje tidsteg Δt erhåller ett linjärt ekvationssystem, vilket i programmet löses med Gauss-eliminering. Som resultat erhålls vattendjup y och flöde Q i varje sektion längs ledningen efter varje nytt tidsteg Δt .

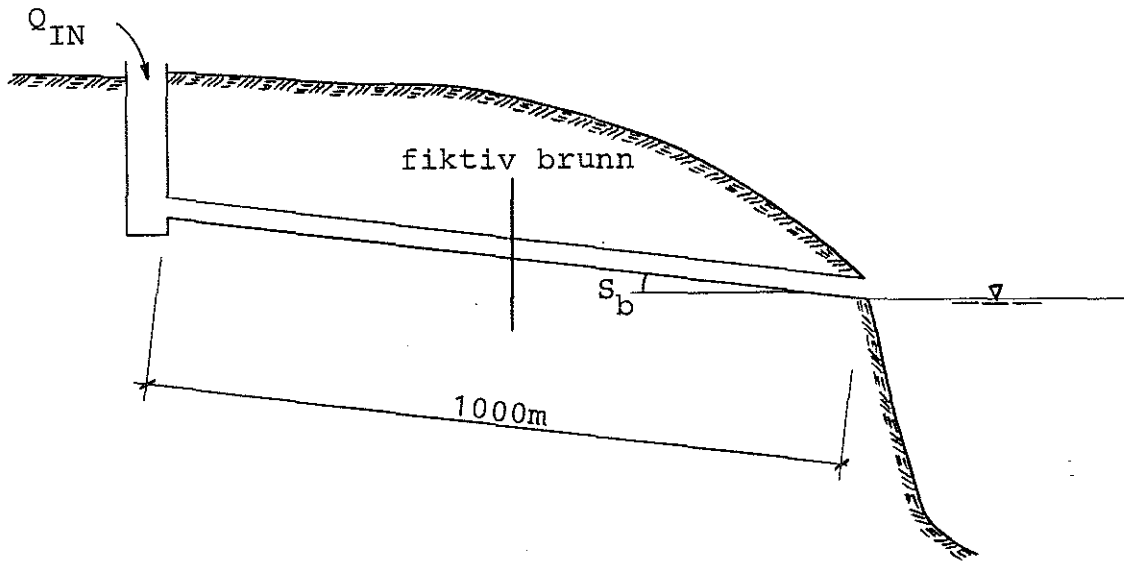
1.2.2 Indata

Under arbetet med de olika deluppgifterna har DAGVL-DIFF 3 använts. Härigenom har möjlighet erhållits att själv bestämma vilka ekvationer och randvillkor som skall utnyttjas. De olika indatagrupperna har exekverats dels för LINMOD=1 (diffusiv våg med referensdjup y_{NORM}), dels för LINMOD=3 (dynamisk våg med referensdjup y_{NORM}), se figur 1.9.

Undersökningarna har utförts på en 1000 m lång, rak ledning med en diameter på 0.5 m placerad i olika lutningar och med varierande grad av dämning i nedströmsänden. Trots att minsta tillräddliga ledningslutning, ur självrensningssynpunkt, för en ledning med denna diameter uppgår till 2% enligt [2], har även lutningen 1% undersökts. Ledningslutningen har sedan stegvis ökats

upp till 10%.

På ledningens mitt har placerats en fiktiv brunn för att ge möjlighet att öka antalet delsträckor Δx . Mannings tal har valts till 80 (betongrör).

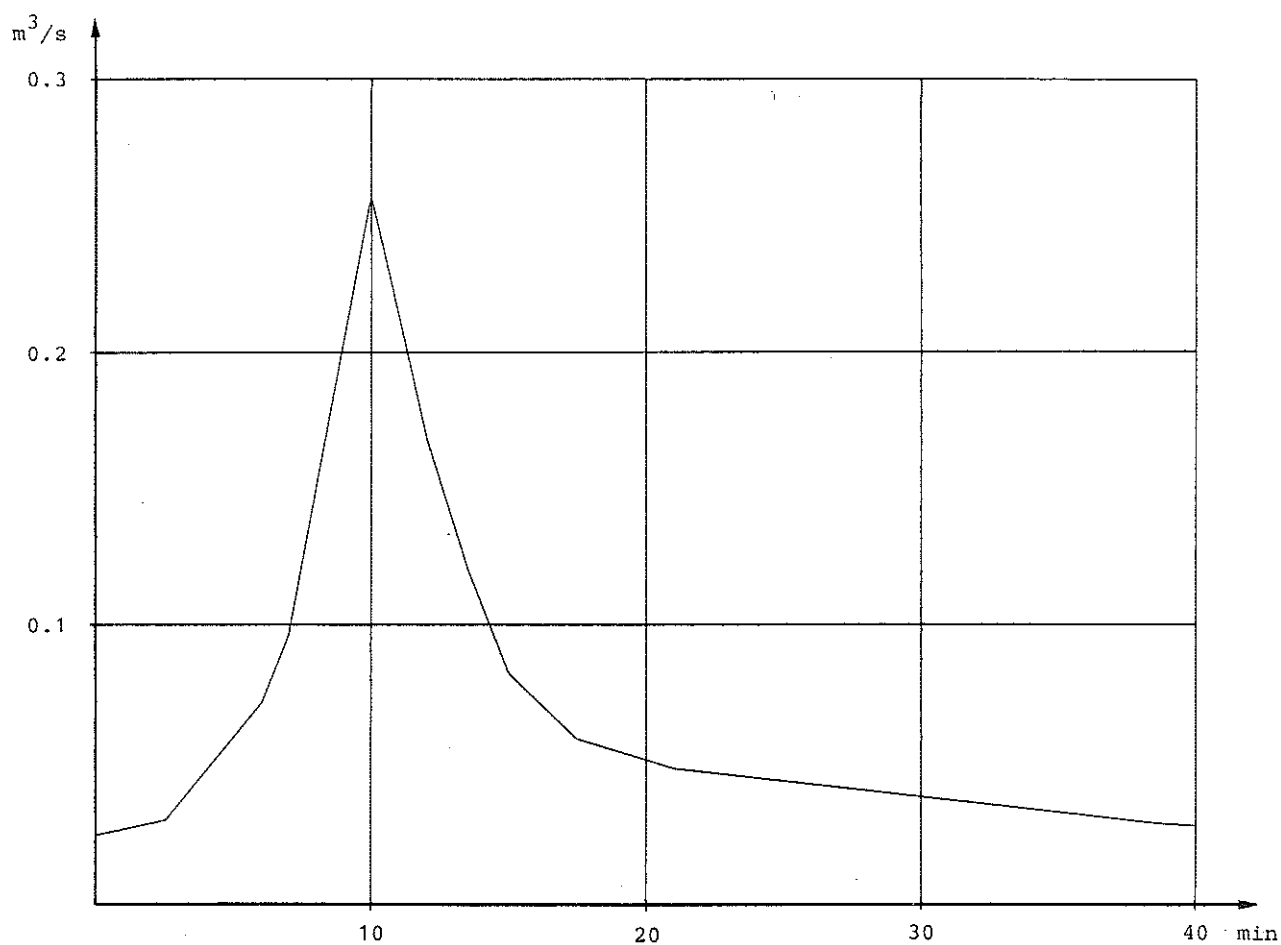


Figur 1.7 Utseende hos det ledningssystem på vilket undersökningarna utfördes.

I ledningens uppströmsände, som i samtliga fall placerats 1.0 m under markytan, har inloppsbrunnen givits diametern 1.0 m. Som nedströms randvillkor har valts en konstant vattennivå i höjd med ledningens underkant (se figur 1.7) eller varierande grad av dämning (konstant i tiden).

Tillrinningen till ledningen har endast skett via inloppsbrunnen (ingen tillrinning direkt till ledningen) och enligt avrinningshydrografen redovisad i figur 1.8. Denna är hämtad från [1] och utgör resultatet från ett nederbördstillfälle i Bergsjön, Göteborg.

Som basflöde har valts 10% av den maximala tillrinningen.



Figur 1.8 Tillrinningshydrograf uppmätt i Bergsjön, Göteborg
1973-10-09.

För att erhålla en så god översikt över körningsresultaten som möjligt har den fullständiga utskriften använts. Denna redovisar flöde, ledningens fyllnadsarea och vattendjup i alla beräkningssektioner längs ledningen samt vattennivåerna i knutpunkterna.

Övriga indata intressanta för respektive undersökning redovisas i anslutning till de olika avsnitten.

Version	Typ av rörelseekvation	Referensdjup	MODTYP
DAGVL-DIFF 1	$S_b > 0$: diffusiv våg	Y_{NORM}	
	$S_b < 0$: dynamisk våg	Y_{KRIT}	
DAGVL-DIFF 2	$S_b > 0$: $Fr_{MAX} > 1$: diffusiv våg $Fr_{MAX} < 1$: dynamisk våg	Y_{NORM} Y_{NORM}	
	$S_b < 0$: dynamisk våg	Y_{KRIT}	
DAGVL-DIFF 3	$S_b > 0$: diffusiv våg	Y_{NORM}	LINMOD=1
	diffusiv våg	Y_{NORM} om $Fr > 1$ Y_{KRIT} om $Fr < 1$	LINMOD=2
	dynamisk våg	Y_{NORM}	LINMOD=3
	dynamisk våg	Y_{NORM} om $Fr > 1$ Y_{KRIT} om $Fr < 1$	LINMOD=4
	$S_b < 0$: dynamisk våg	Y_{KRIT}	

Figur 1.9 De tre olika sätt, DAGVL-DIFF 1, 2 och 3, på vilket programmet kan köras. I DAGVL-DIFF 3 måste användaren själv för varje ledning specificera vilken ekvation och vilka randvillkor som skall utnyttjas. S_b betecknar ledningens lutning.

2. PROGRAMMETS ANVÄNDBARHET

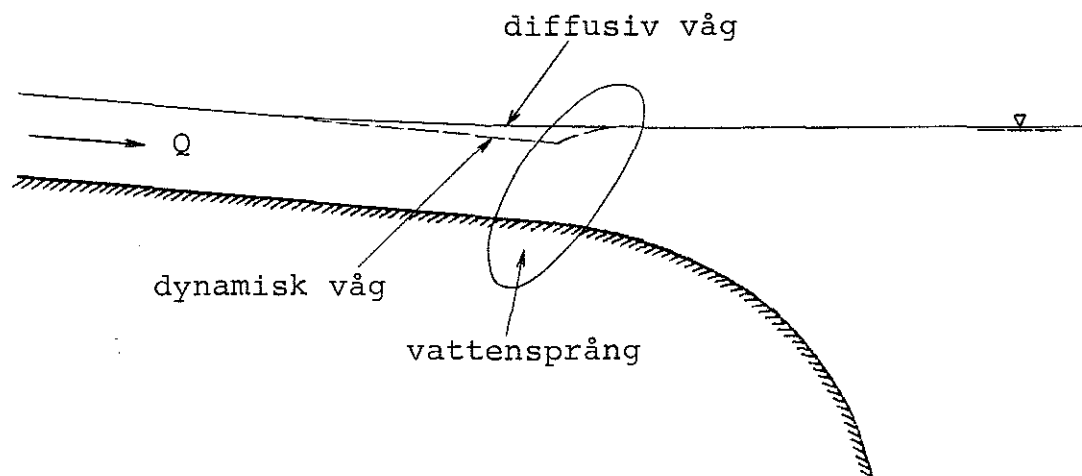
De diffusiva vågekvationerna utgör en bra approximation till de dynamiska vågekvationerna (1.1) om $Fr \ll 1$ eftersom man då kan visa [3] att:

$$gA \frac{\partial y}{\partial x} \gg \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) \quad (2.1)$$

$$gA \frac{\partial y}{\partial x} \gg \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (2.2)$$

De två försummade gradienttermerna är av samma storleksordning men har motsatt tecken, vilket borde medföra att de diffusiva vågekvationerna skulle kunna vara tillämpbara även då villkoret $Fr \ll 1$ ej är uppfyllt. Programmet kan för de diffusiva vågekvationerna härigenom sägas räkna oberoende av Froudes tal. Det har också visat sig att de diffusiva vågekvationerna (LINMOD=1,2) kan användas för alla ledningslutningar, då resultaten från testkörningarna har givit kontinuerliga trycknivå- och flödeskurvor.

De diffusiva vågekvationerna ger en kontinuerlig övergång från strömmande, $Fr < 1$, till stråkande tillstånd, $Fr > 1$, vilket eliminerar problemet vid vattensprång.



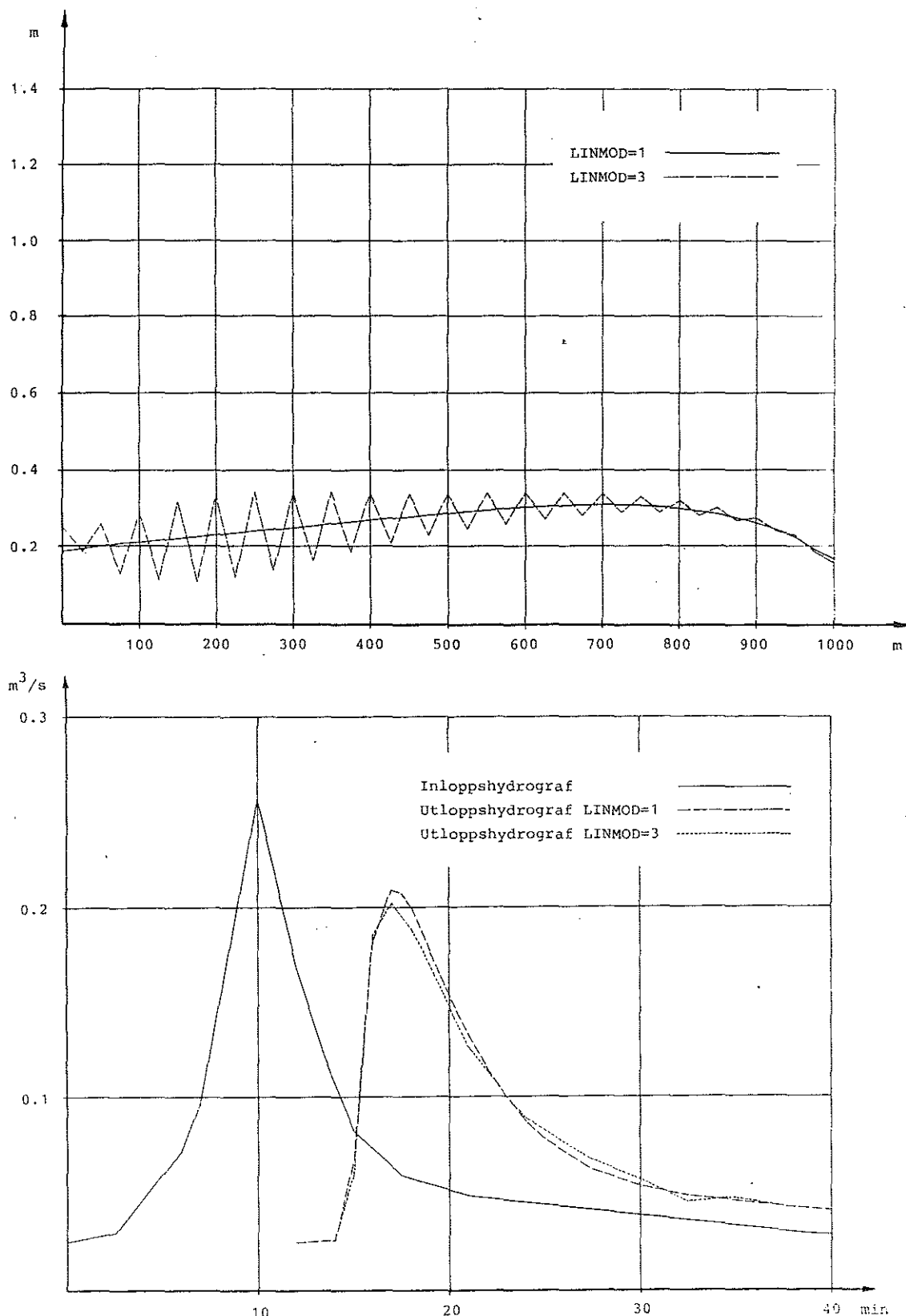
Figur 2.1 De diffusiva vågekvationerna ger en kontinuerlig övergång från strömmande till stråkande tillstånd.

För de dynamiska vågekvationerna uppträder icke kontrollerbar numerisk instabilitet vid vattensprång vilket beror på att diffekvationerna i övergången från strömmande till stråkande tillstånd inte har någon entydig lösning. För att kunna lösa diffekvationerna vid vattensprång krävs speciell lösningsteknik och någon sådan är ej utvecklad för DAGVL-DIFF.

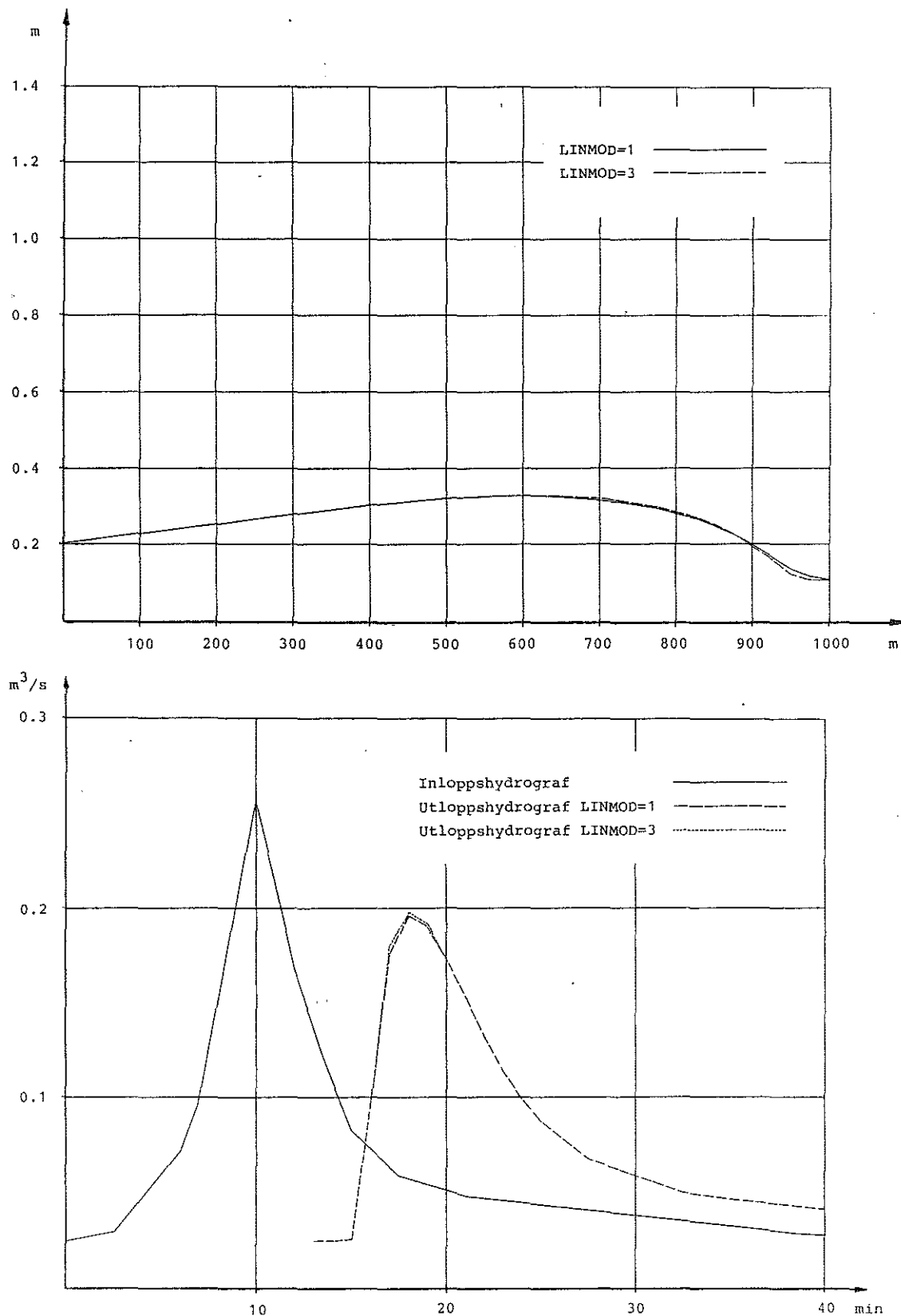
I enlighet med detta visar resultaten från testkörningarna, att de dynamiska vågekvationerna (LINMOD=3,4) endast kan användas för ledningslutningar upp till cirka 6% beroende på graden av dämning i nedströmsänden. Ju större dämning desto tidigare börjar svängningar i trycklinjekurvorna att uppträda. Ett exempel på detta erhålls genom en jämförelse mellan trycklinjekurvorna i figur 2.3 och figur 2.4. Den enda skillnaden i indata mellan de två testexemplen utgörs av valet av nedströms vattenstånd. Man kan klart se hur trycklinjen börjar svänga i exemplet med dämning.

För ledningslutningar upp till cirka 6% råder strömmande tillstånd, $Fr_{MAX} < 1$. Då $Fr_{MAX} > 1$ kommer Froudes tal längs ledningen att växla från att vara större än 1 till att vara mindre än 1 och man erhåller svängningar hos trycklinjekurvorna. Om ledningens lutning ökas så mycket att $Fr_{MAX} \gg 1$ och Froudes tal längs ledningen överallt är större än 1 leder också detta till att odämpbara svängningar erhålls hos trycklinjekurvorna.

En jämförelse mellan beräkningsresultaten för de diffusiva och de dynamiska vågekvationerna visar att skillnaderna i flöden och trycknivåer är mycket små. Vad gäller trycknivåerna rör det sig om differenser på maximalt 20 mm. Detta sammantaget med de dynamiska vågekvationernas begränsade användbarhet i sin nuvarande utformning, gör att man kan ifrågasätta behovet av att i någon större omfattning använda DAGVL-DIFF 3.



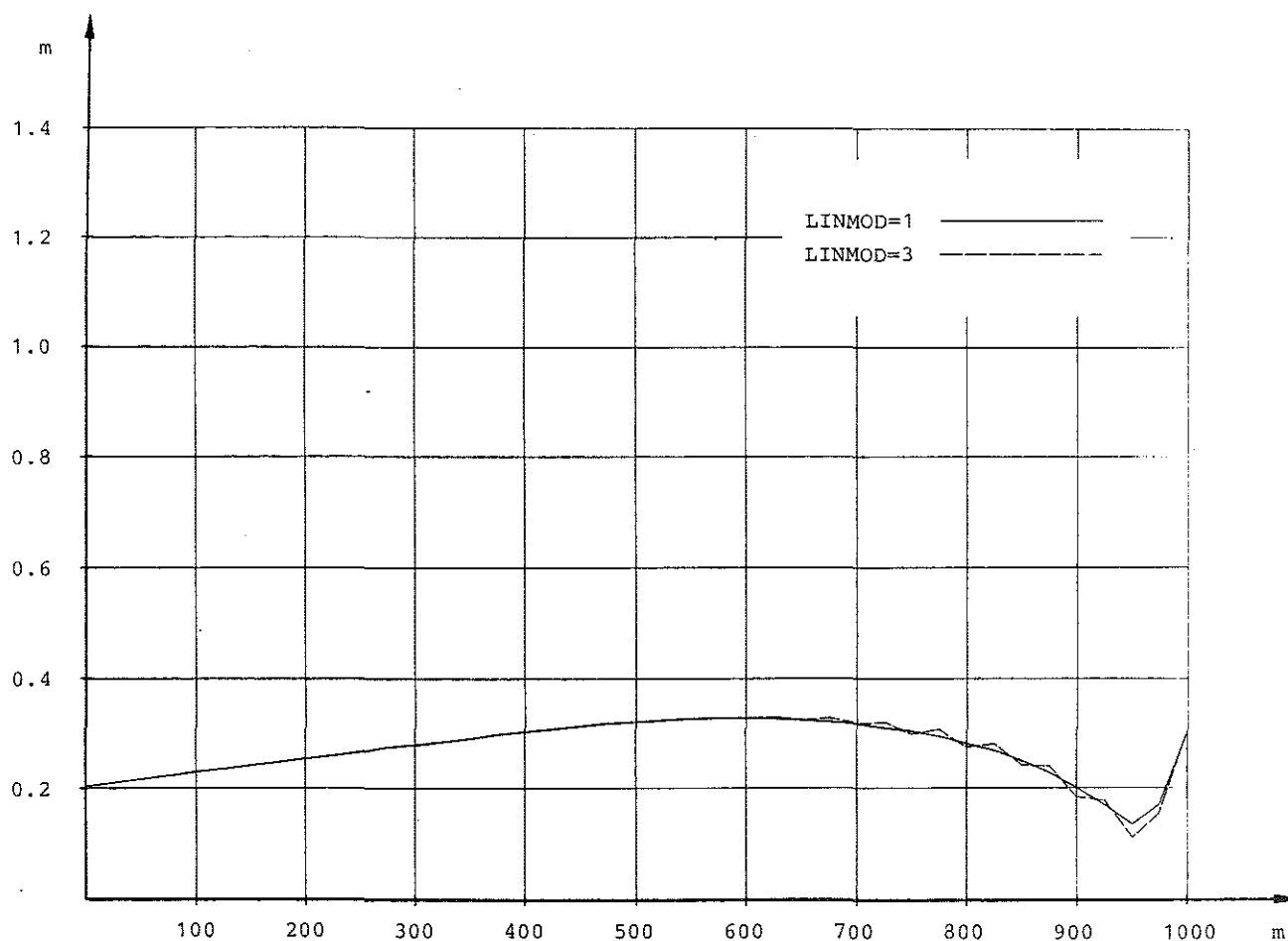
Figur 2.2 Trycklinjer efter 15 min (överst) och utloppshydrografer. Ledningslutning $S_b = 8^\circ / \infty$. Beräkningarna ger ett $Fr_{MAX} > 1$ vilket för LINMOD=3 leder till kraftiga svängningar hos trycklinjekurvan. Övriga indata intressanta för beräkningen: nedströmsvattendjup $y_{DOWN} = 0.5$ m (ingen dämning), stabilitetskonstanter $OMY1 = 0.55$ och $OMY2 = 1.00$, basflöde $Q_{BAS} = 0.1 \cdot Q_{MAX}$, $\Delta x = 25$ m och $\Delta t = 0.0625$ min.



Figur 2.3 Trycklinjer efter 15 min (överst) och utloppshydrografer. Ledningslutning $S_b = 6^\circ/100$.

Beräkningarna ger ett $Fr_{MAX} < 1$ vilket medför att svängningar hos trycklinjekurvan inte uppträder för LINMOD=3.

Övriga indata intressanta för beräkningen: nedströmsvattendjup $y_{DOWN} = 0.5$ m (ingen dämning), stabilitetskonstanter $OMY1 = 0.55$ och $OMY2 = 1.00$, basflöde $Q_{BAS} = 0.1 \cdot Q_{MAX}$, $\Delta x = 25$ m och $\Delta t = 0.0625$ min.



Figur 2.4 Trycklinjer efter 15 min med dämning i rörets nedströmsände, $y_{\text{DOWN}}=0.8\text{m}$. Detta betyder att vattendjupet i röret då är lika med 0.3m i nedströmsändan. För LINMOD=3 uppträder svängningar på vågens framsida. Ledningslutning $S_b=6\%$. Övriga indata intressanta för beräkningen: stabilitetskonstanter $OMY1=0.55$ och $OMY2=1.00$, basflöde $Q_{\text{BAS}}=0.1 \cdot Q_{\text{MAX}}$, $\Delta x=25\text{m}$ och $\Delta t=0.0625\text{min}$.

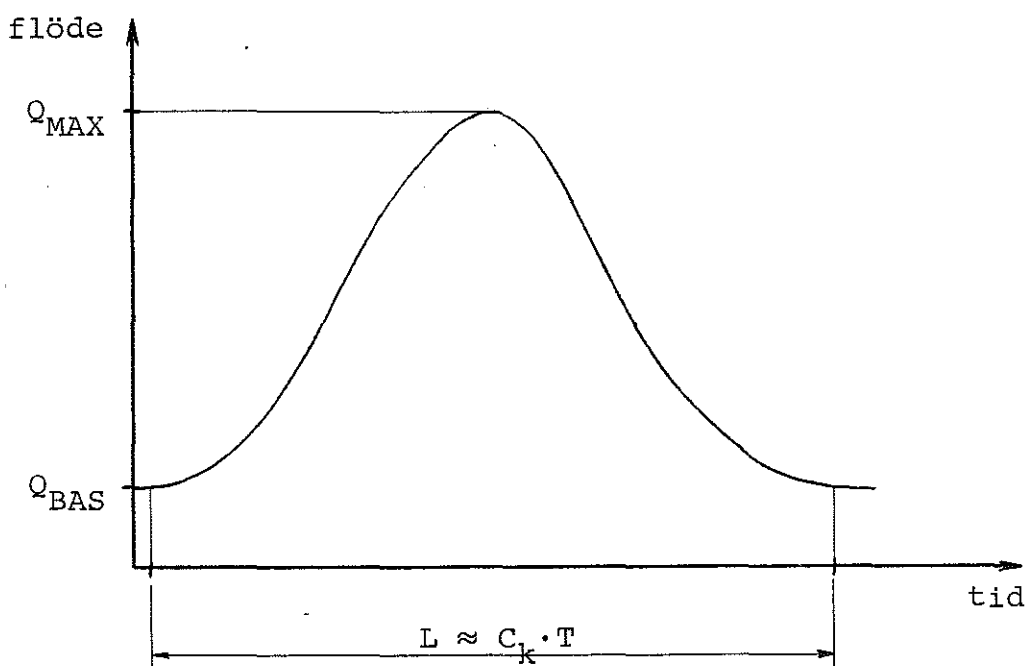
3. BERÄKNINGSSTEG

Generellt gäller att beräkningsnoggrannheten ökar med minskande längd hos beräkningsstegen Δx och Δt , eftersom den numeriska lösningen av differentialekvationerna närmar sig den analytiska då $\Delta x \rightarrow 0$ och $\Delta t \rightarrow 0$. En gles indelning av Δx och Δt ger lägre beräkningskostnader men sämre beräkningsresultat.

Då lösningsmetodiken av de diffusiva och de dynamiska vågekvationerna grundar sig på användandet av implicita differensscheman, kan valet av Δx och Δt i princip göras oberoende av varandra. Längden hos beräkningsstegen kan därför väljas utifrån hur god återgivning av flödesförloppen som man önskar erhålla. Vid snabbt varierande flödesförlopp måste Δx och Δt väljas mindre än vid långsamma förlopp.

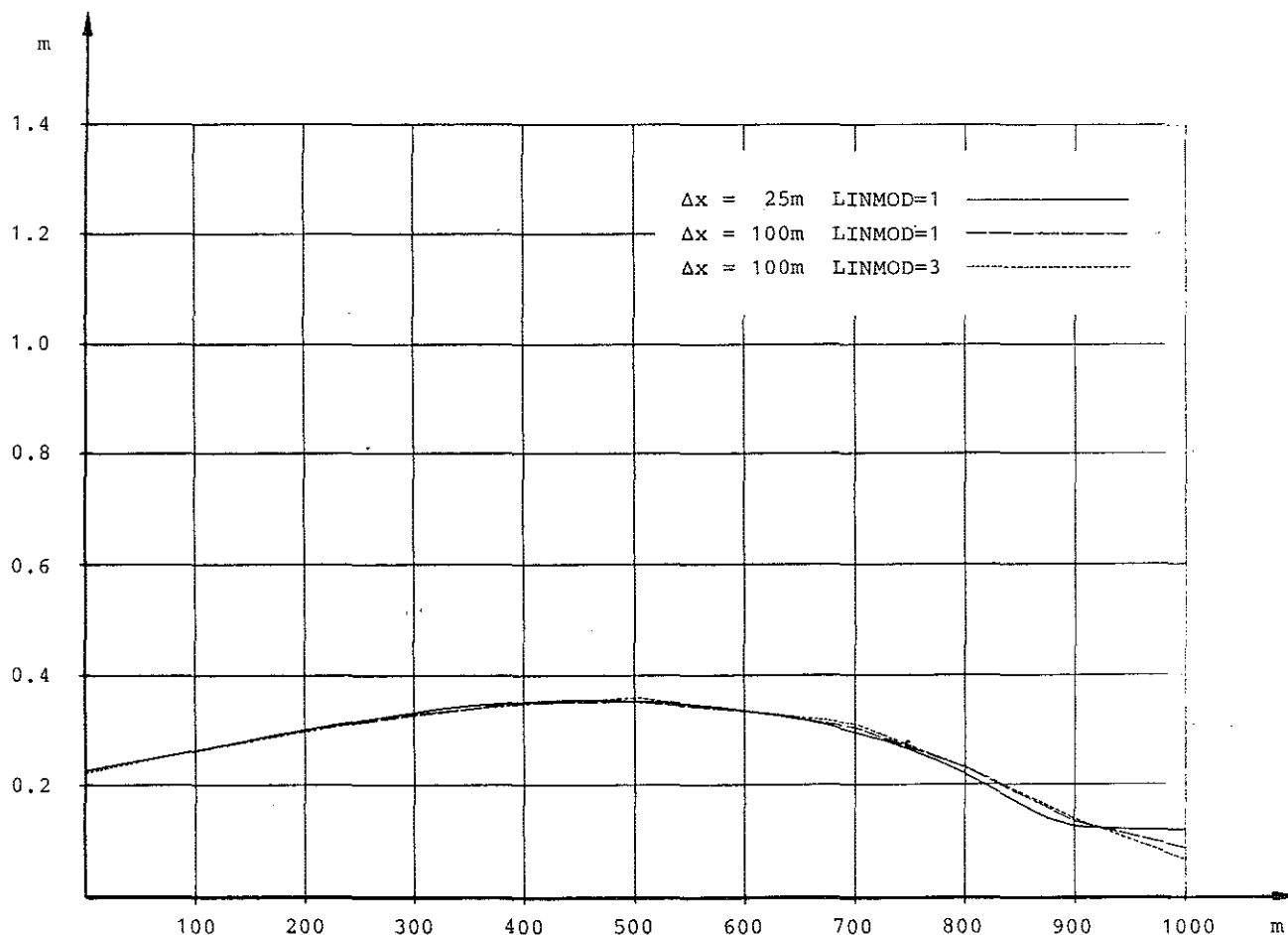
3.1 Val av Δx

Det är viktigt att anpassa längden hos beräkningssteget Δx till våglängden hos flödet i ledningarna. Om våglängden hos flödet kallas för L , kan till exempel ett $\Delta x = L/2$ ge en klart felaktig bild av flödesförloppet, speciellt om detta är snabbt.



Figur 3.1 Approximativt samband mellan våglängd L och varaktighet T . C_k är flodvågens kinematiska våghastighet svarande k mot Q_{MAX} .

Som framgår av trycknivåkurvorna i figur 3.2 ger ett längre Δx en trycknivåkurva med mer markerade brytpunkter samtidigt som felaktigheter i trycknivåerna uppträder vid flödesfronten. Dessa effekter verkar förstärkas om de dynamiska vågekvationerna (LINMOD=3,4) tillämpas.



Figur 3.2 Trycklinjer efter 15 min vid varierande längd hos beräkningssteget Δx . Ledningslutning $S_b = 4\%$.
 Nedströmsvattendjup $y_{DOWN} = 0.5\text{m}$ (ingen dämning).
 Stabilitetskonstanter $OMY1 = 0.55$ och $OMY2 = 1.00$.
 Basflöde $Q_{BAS} = 0.1 \cdot Q_{MAX}$. $\Delta t = 0.0625\text{min}$.

3.2 Val av Δt

Som övre gräns för val av tidsteget Δt har tidigare (bland annat [4] och [5]) rekommenderats uttrycket

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{V} \quad (3.1)$$

där V är medelhastigheten lika med Q/A .

Det har under testkörningarna visat sig, att för de diffusiva vågekvationerna (LINMOD=1,2) stämmer detta uttryck bättre vid stora ledningslutningar än vid små. Vid små lutningar ($S_b < 10\%$) kan tidstegen väljas så stora att man kan ansätta

$$\Delta t < 5 \frac{\Delta x}{V} \quad (3.2)$$

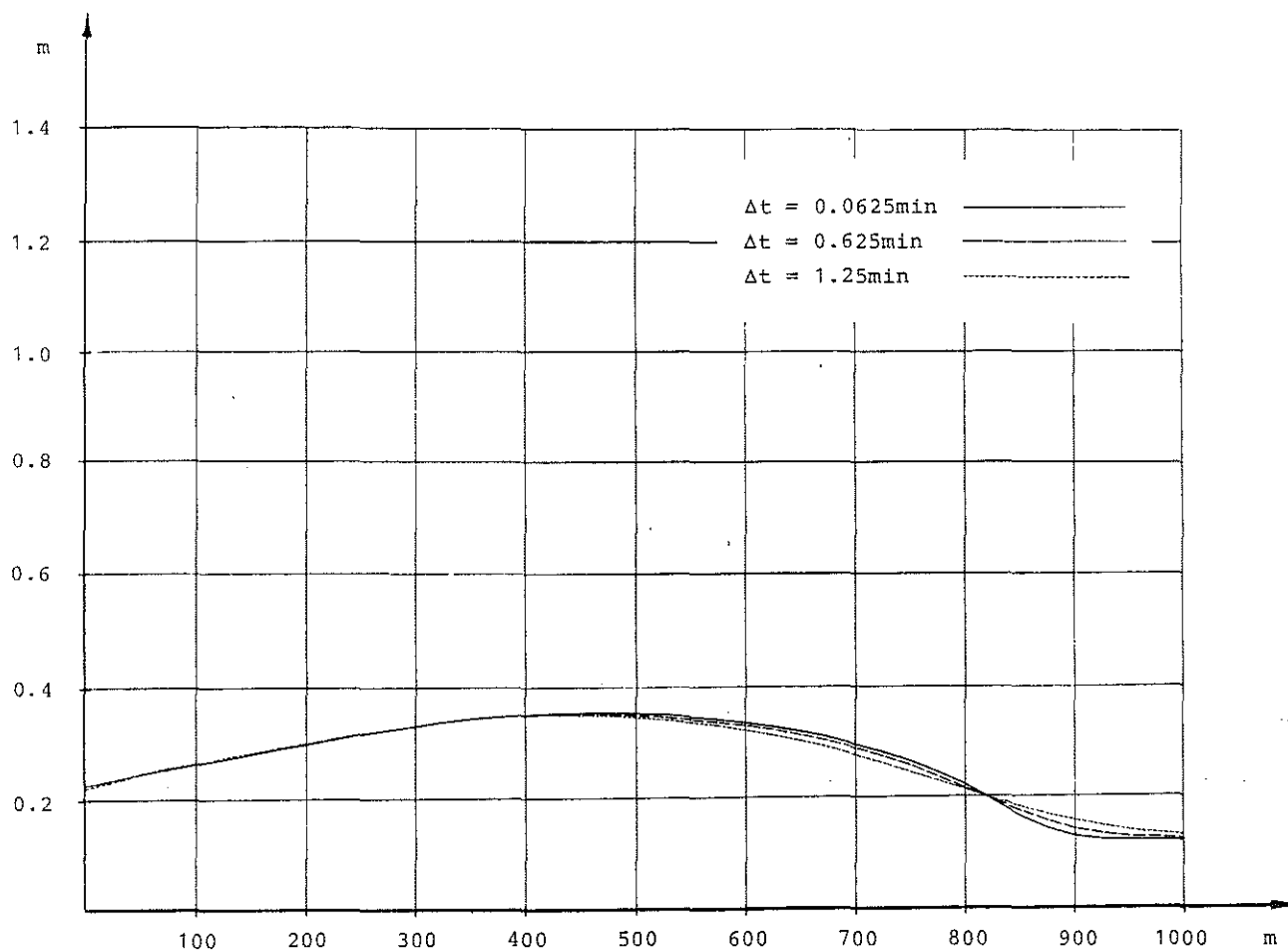
som villkor för att instabilitet inte skall uppstå i de numeriska lösningarna.

Då ledningslutningarna ökar börjar instabilitet uppträda vid allt mindre värden på Δt . Det är därför troligt att villkoret (3.1) ändå är korrekt för mycket stora ledningslutningar.

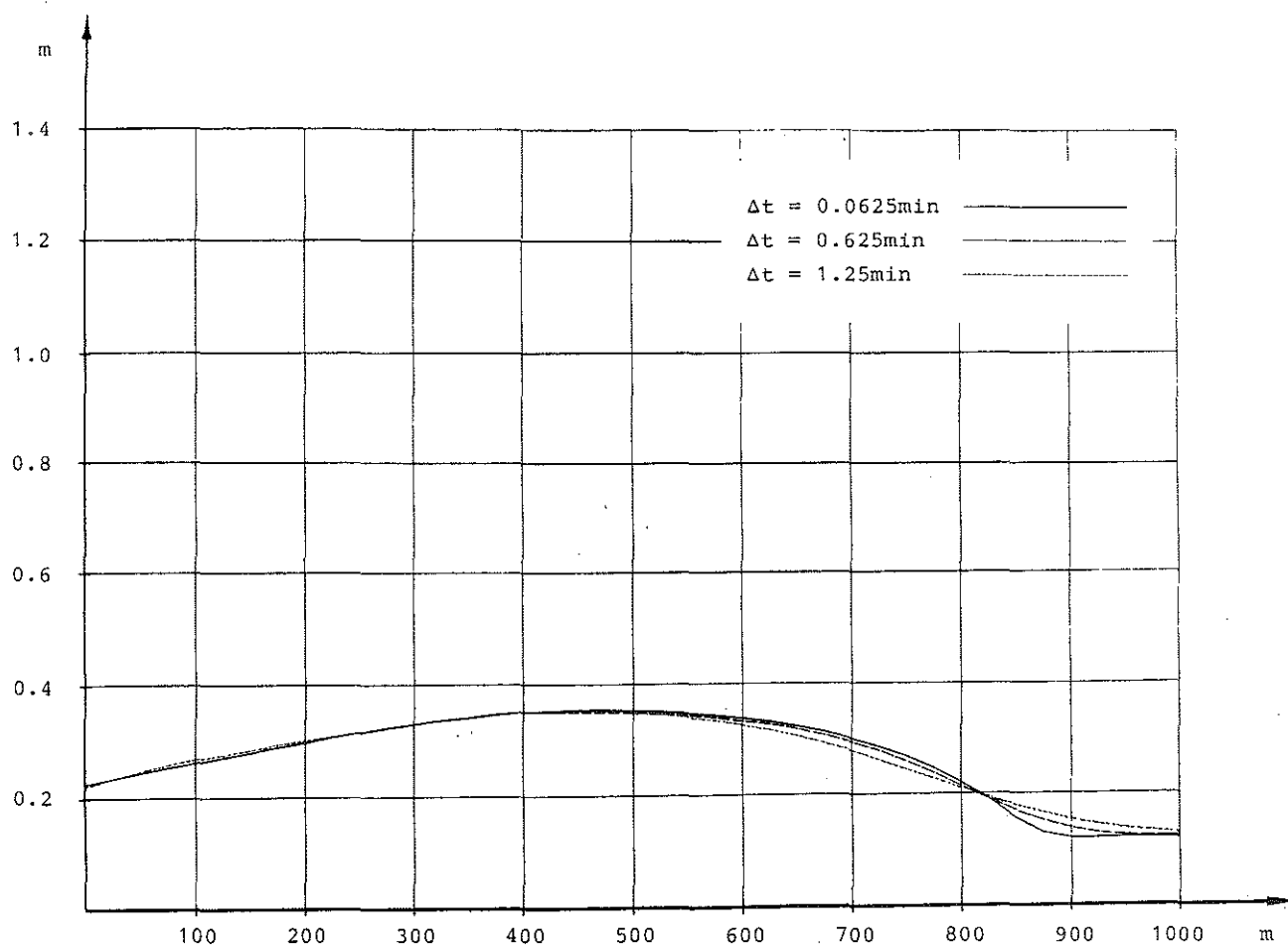
På samma sätt som vid valet av Δx är de dynamiska vågekvationerna (LINMOD=3,4) känsligare än de diffusiva vågekvationerna vid val av tidsteg och instabilitet uppstår här redan för relativt små Δt . Villkoret (3.1) kan därför anses vara korrekt för de dynamiska vågekvationerna.

Studerar man de olika trycknivåkurvorna i figur 3.3 och 3.4, finner man, att man för både de diffusiva och de dynamiska vågekvationerna erhåller en utflackning av vågfronten vid ökande Δt . Denna effekt är dock mer markant för de dynamiska vågekvationerna och kan för dessa ge en minskning av lutningen hos flödesfronten på ungefär 1%. Dämning i nedströmsänden verkar inte nämnvärt påverka utflackningen.

Det har också visat sig att vid ökande tidsteg kommer trycknivåkurvans maximipunkt att förskjutas mot uppströmsänden ungefär ett Δx . Därvid kommer trycknivåkurvans maximum samtidigt att minska något.



Figur 3.3 Trycklinjer efter 15 min för de diffusiva vågekvationerna (LINMOD=1) vid varierande längd hos beräkningssteget Δt . Ledningslutning $S_b=4\%$. Nedströmsvattendjup $y_{DOWN}=0.5\text{m}$ (ingen dämning). Stabilitetskonstanter $OMY1=0.55$ och $OMY2=1.00$. Basflöde $Q_{BAS}=0.1 \cdot Q_{MAX}$. $\Delta x=25\text{m}$.



Figur 3.4 Trycklinjer efter 15 min för de dynamiska vågekvationerna (LINMOD=3) vid varierande längd hos beräkningssteget Δt . Ledningslutning $S_p=4\%$. Nedströmsvattendjup $y_{\text{DOWN}}=0.5\text{m}$ (ingen dämning). Stabilitetskonstanter $OMY1=0.55$ och $OMY2=1.00$. Basflöde $Q_{\text{BAS}}=0.1 \cdot Q_{\text{MAX}}$. $\Delta x=25\text{m}$.

4. STABILITETSKONSTANTER

4.1 Viktningsfaktorn θ

Vid den numeriska lösningen av differentialekvationerna med implicit differensschema, approximeras de ingående termerna med olika uttryck. Flödets variation längs ledningen kan härvid uttryckas med följande ekvation:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)_{t_1} + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)_{t_2} \right] \quad (4.1)$$

$$\text{där } \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)_{t_1} = \frac{Q(2,1) - Q(1,1)}{\Delta x}$$

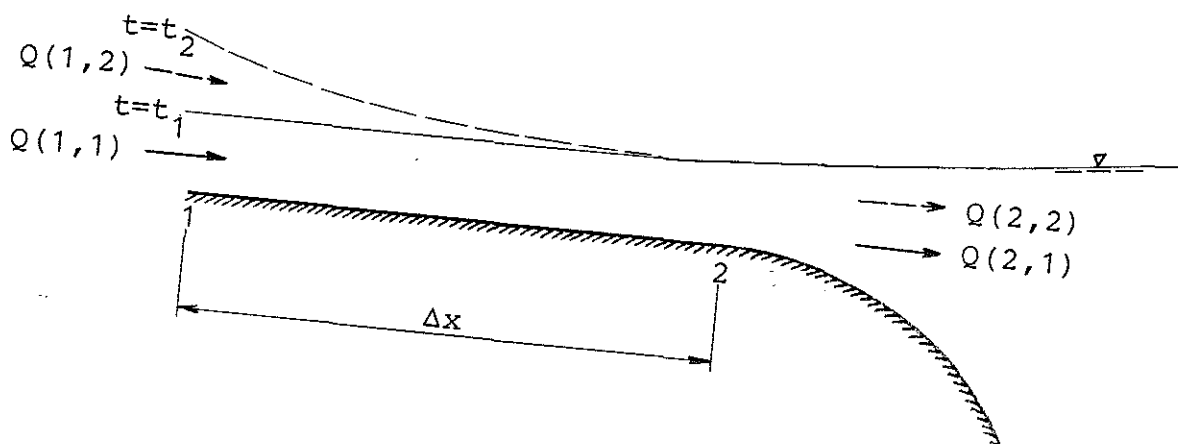
$$\left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)_{t_2} = \frac{Q(2,2) - Q(1,2)}{\Delta x}$$

$Q(1,1)$ = känt flöde i sektion 1 vid tiden t_1

$Q(2,1)$ = känt flöde i sektion 2 vid tiden t_1

$Q(1,2)$ = sökt flöde i sektion 1 vid tiden $t_2 = t_1 + \Delta t$

$Q(2,2)$ = sökt flöde i sektion 2 vid tiden $t_2 = t_1 + \Delta t$



Figur 4.1 Exempel på kanalströmning i en bred kanal med i tiden varierande tillrinning och bottenlutningen S_b .

I DAGVL-DIFF utnyttjas dock en något modifierad approximation av uttrycket $\partial Q/\partial x$ ovan:

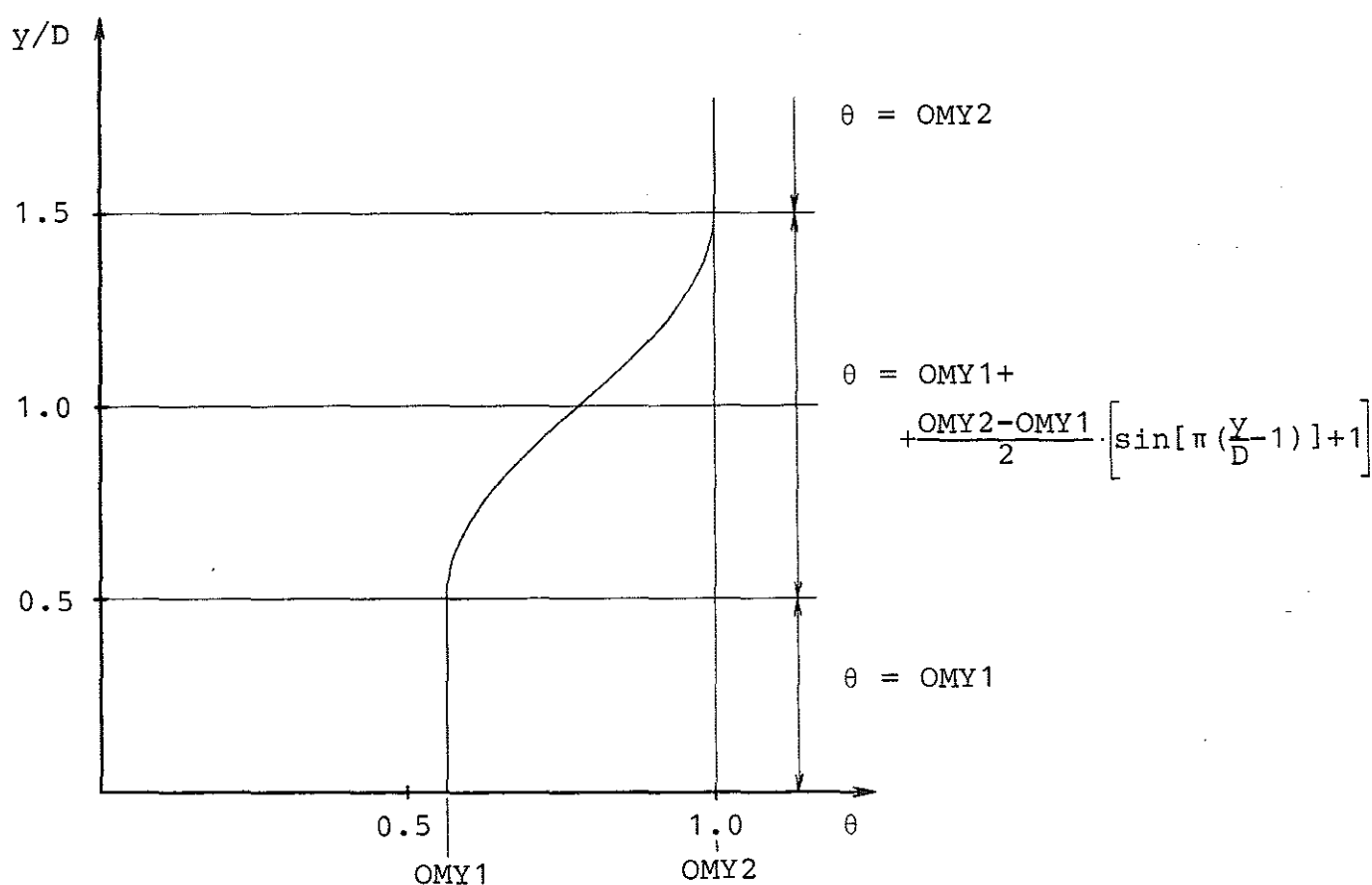
$$\frac{\partial Q}{\partial x} = (1-\theta) \left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)_{t_1} + \theta \left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)_{t_2} \quad (4.2)$$

där θ måste befinna sig inom intervallet

$$0.5 < \theta < 1.0 \quad (4.3)$$

för att numerisk instabilitet inte skall uppstå.

Det finns möjlighet att låta θ variera med vattendjupet enligt den kurva som redovisas i figur 4.2. Som standardkurva är i programmet inlagd den kurva som svarar mot $OMY1=0.55$ och $OMY2=1.00$.



Figur 4.2 Variationen av viktningsfaktorn θ i DAGVL-DIFF. $OMY1$ och $OMY2$ kan ges som indata till programmet.

4.2 Val av stabilitetskonstanter

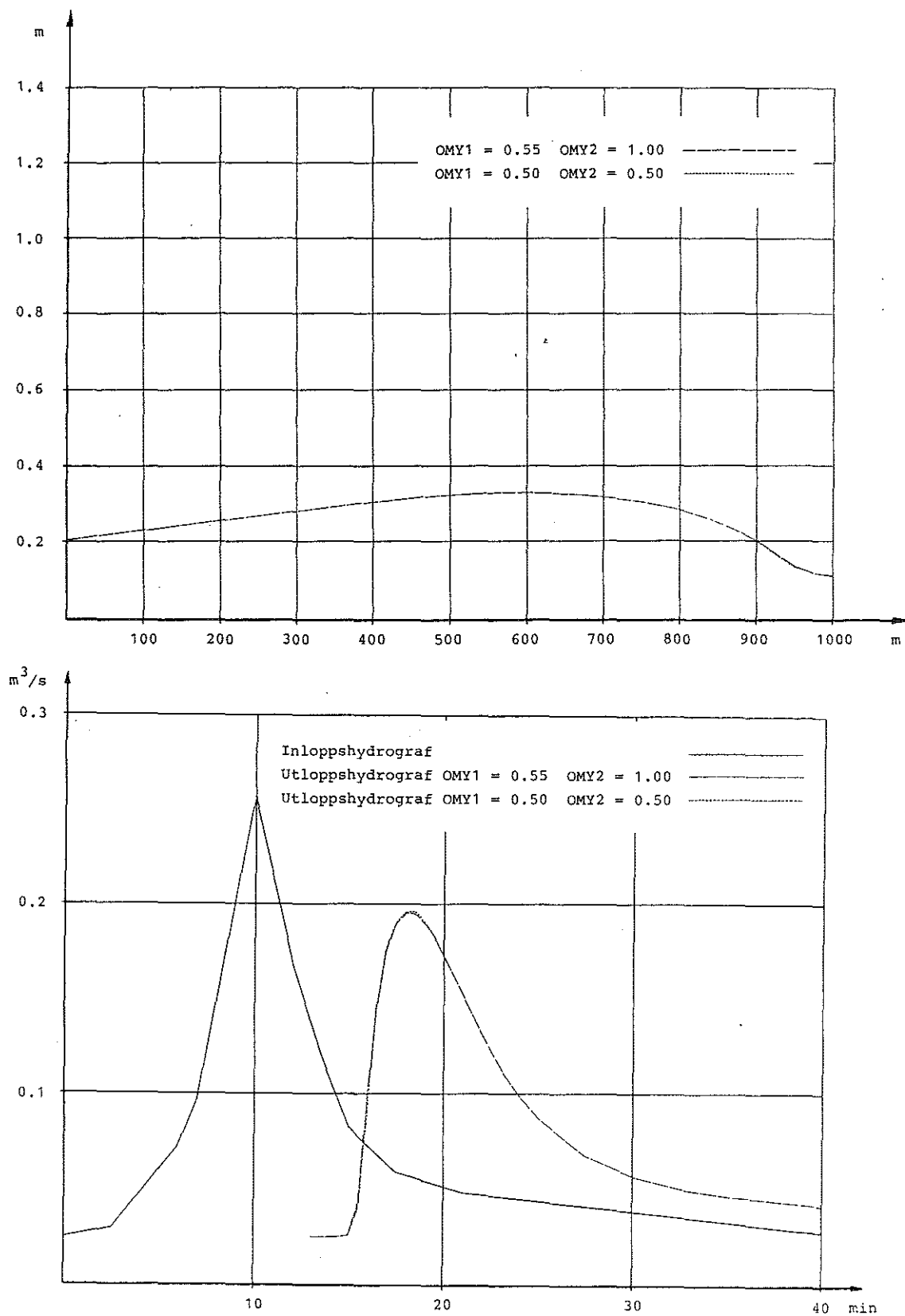
Vilket värde på θ som krävs för att numerisk instabilitet skall kunna undvikas beror på vågfrontens branthet, basflödets storlek samt på valet av Δx och Δt . Små värden på Δx och Δt gör det lättare att få igenom beräkningarna (se kapitel 3). Det gäller dock att villkoret (4.3) alltid måste vara uppfyllt.

Erhåller man stora svängningar i lösningarna, kan man försöka dämpa dessa genom att öka värdet på viktningsfaktorn θ . Numerisk instabilitet dämpas nämligen lättare om större vikt läggs vid $(\frac{\partial Q}{\partial x})_{t_2}$ än vid $(\frac{\partial Q}{\partial x})_{t_1}$, dvs vid det senare tidsteget. Man måste dock iakttaga försiktighet vid val av stora värden på θ , då detta kan innebära att även verkliga svängningar i flöden och trycknivåer dämpas ut.

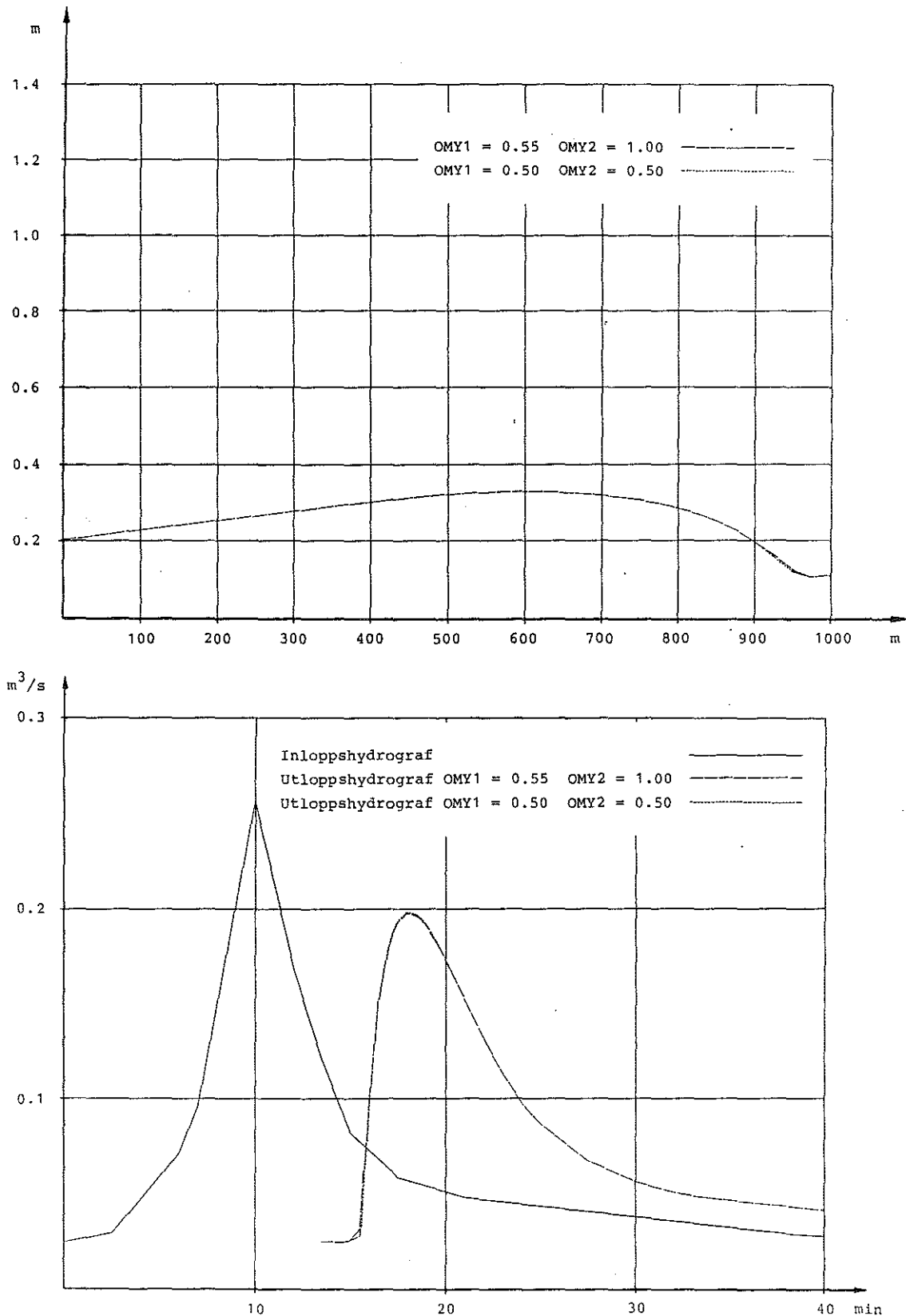
Vid de genomförda testkörningarna på det givna exemplet visade det sig att en ändring av θ inom det givna intervallet (4.3) inte gav några märkbara förändringar i utseende hos utloppshydrografer och trycknivåkurvor. Detta gäller för både de diffusiva och de dynamiska vågekvationerna, se figur 4.3-4.7. Ett exempel där dämpning av svängningar hos en trycknivåkurva dock lyckades visas i figur 5.5. En minskning av θ till under 0.5 medförde dock att lösningarna genast kollapsade.

För de dynamiska vågekvationerna (LINMOD=3,4) visade det sig att svängningarna i flöden och trycknivåer för lutningar större än 6% inte går att dämpa hur mycket θ än ökas och beräkningsstegen Δx och Δt minskas. Som tidigare nämnts i kapitel 3 beror detta på att de dynamiska vågekvationerna inte har någon entydig lösning i samband med vattensprång då flödet övergår från strömmande till stråkande tillstånd.

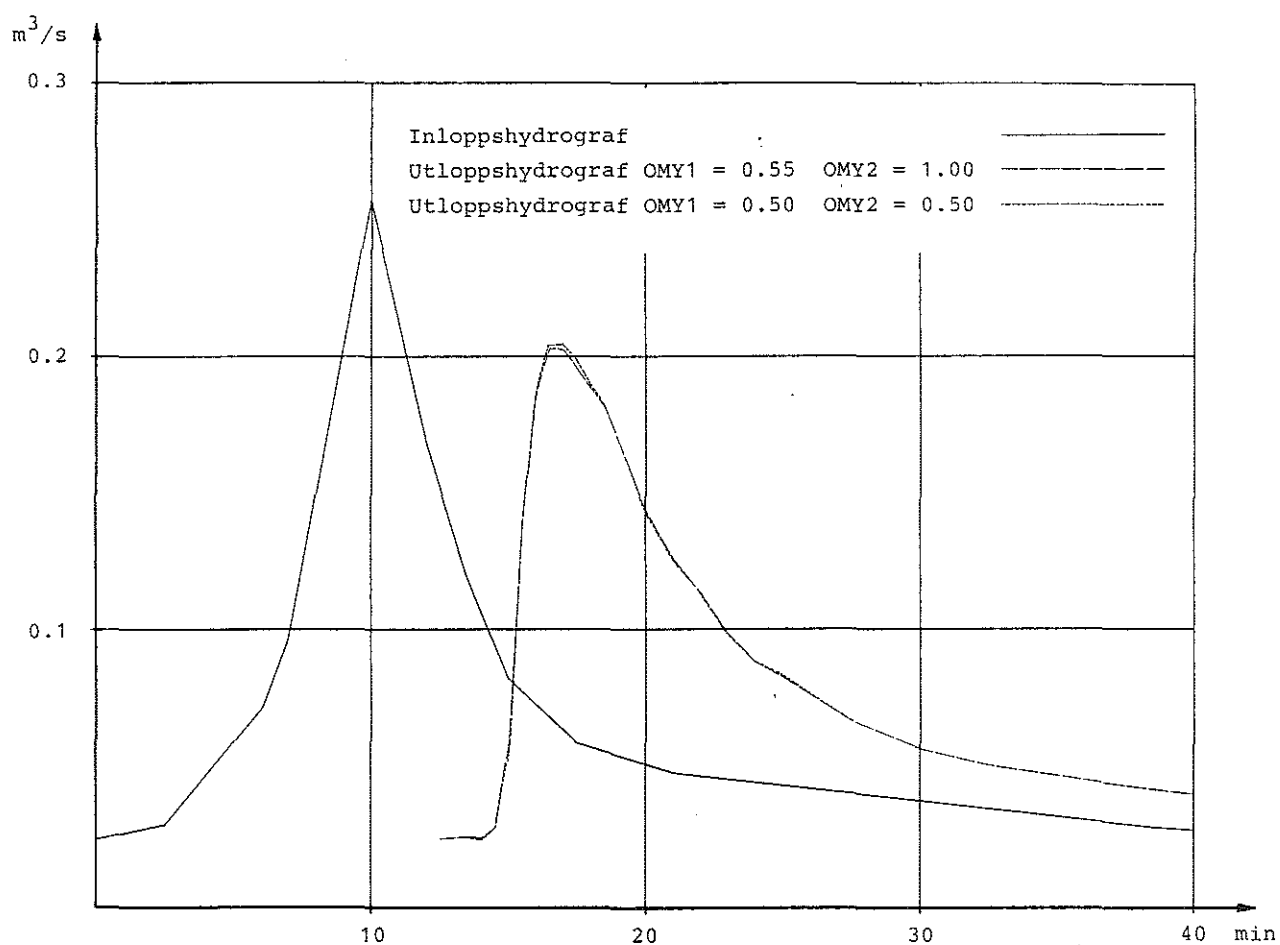
Det kan synas lämpligt att vid körningar med DAGVL-DIFF till en början använda de standardvärden som finns inlagda i programmet. Detta bör för små värden på Δx och Δt i allmänhet resultera i att körningarna går igenom utan problem med numerisk instabilitet. Vid ledningar med större värden på Δx och Δt och snabba flödesförändringar kan det dock visa sig vara nödvändigt att välja ett större värde på viktningsfaktorn θ för att undvika svängningar i de numeriska lösningarna.



Figur 4.3 Trycklinjer efter 15 min (överst) och utloppshydrografer för de diffusiva vågekvationerna (LINMOD=1) vid olika stabilitetskonstanter. Ledningslutning $S_D = 6^\circ/100$.
 Övriga indata intressanta för beräkningen: nedströmsvattendjup $y_{DOWN} = 0.5$ m (ingen dämning), basflöde $Q_{BAS} = 0.1 \cdot Q_{MAX}$, $\Delta x = 25$ m och $\Delta t = 0.0625$ min.

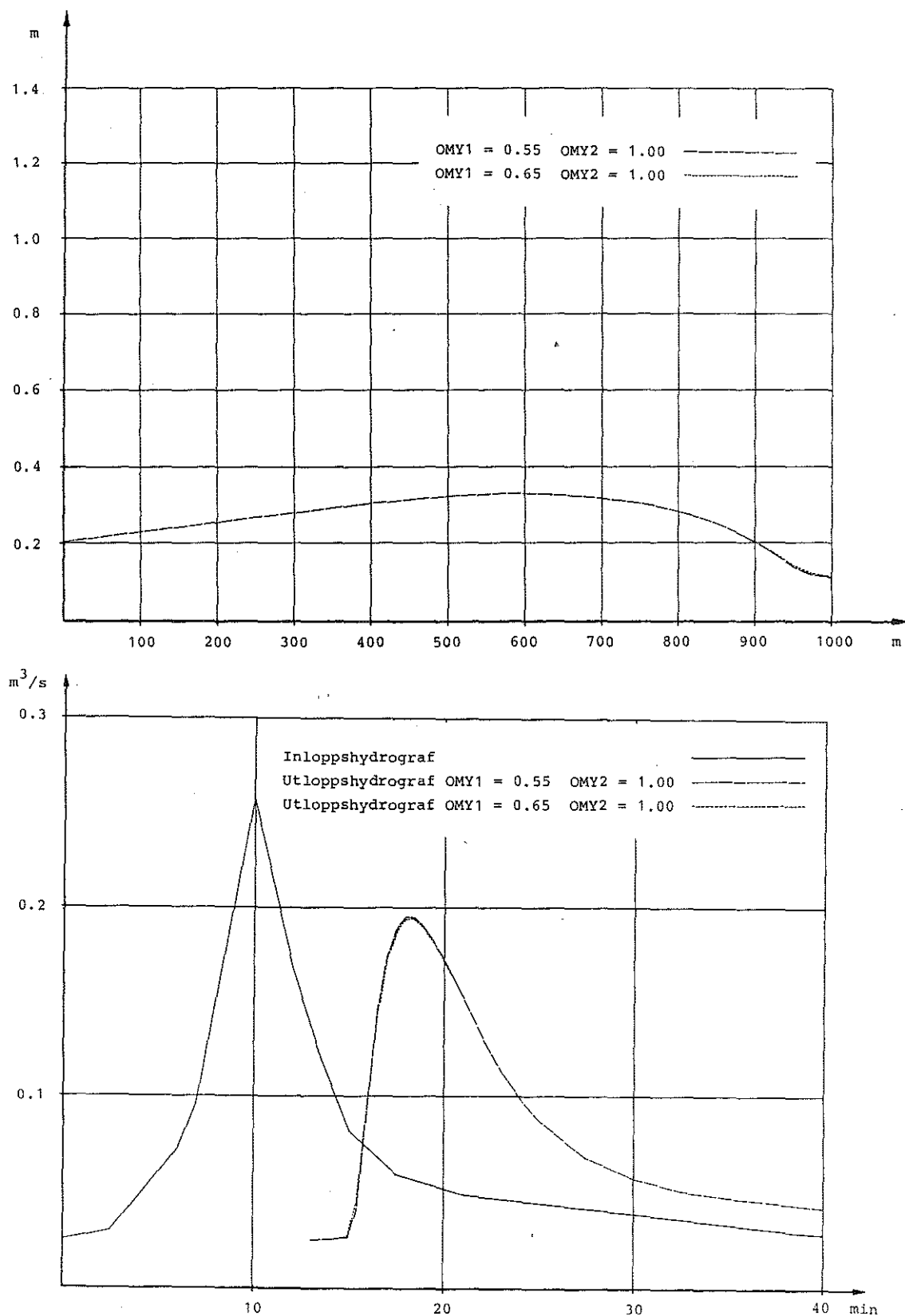


Figur 4.4 Trycklinjer efter 15 min (överst) och utloppshydrografer för de dynamiska vågekvationerna (LINMOD=3) vid olika stabilitetskonstanter. Ledningslutning $S_b = 6^\circ/100$.
 Övriga indata intressanta för beräkningen: nedströmsvattendjup $y_{DOWN} = 0.5$ m (ingen dämning), basflöde $Q_{BAS} = 0.1 \cdot Q_{MAX}$, $\Delta x = 25$ m och $\Delta t = 0.0625$ min.

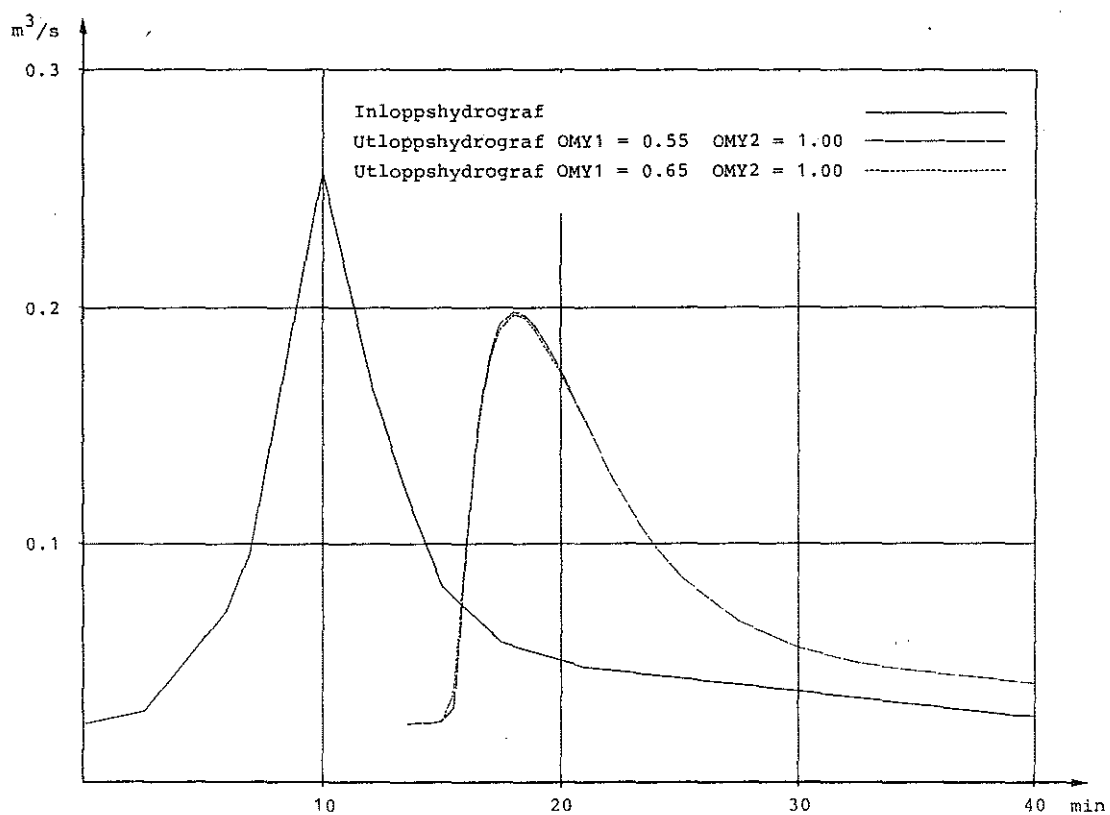
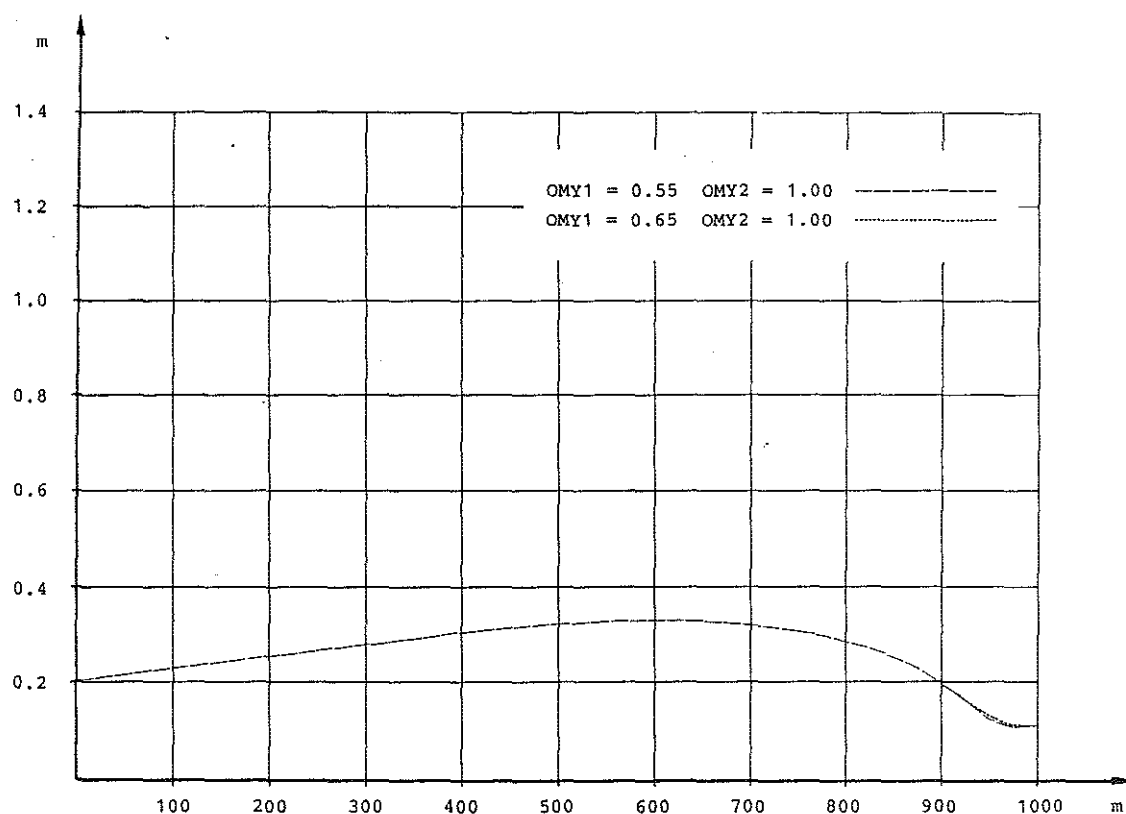


Figur 4.5 Utloppshydrografer för de dynamiska vågekvationerna (LINMOD=3) vid olika stabilitetskonstanter. Ledningslutning $S_b=8\%$.

Övriga indata intressanta för beräkningen: nedströmsvattendjup $y_{DOWN}=0.5\text{m}$ (ingen dämning), basflöde $Q_{BAS}=0.1 \cdot Q_{MAX}$, $\Delta x=25\text{m}$ och $\Delta t=0.0625\text{min}$.



Figur 4.6 Trycklinjer efter 15 min (överst) och utloppshydrografer för de diffusa vågekvationerna (LINMOD=1) vid olika stabilitetskonstanter. Ledningslutning $S_b = 6^\circ/100$.
 Övriga indata intressanta för beräkningen: nedströmsvattendjup $y_{DOWN} = 0.5$ m (ingen dämning), basflöde $Q_{BAS} = 0.1 \cdot Q_{MAX}$, $\Delta x = 25$ m och $\Delta t = 0.0625$ min.



Figur 4.7 Trycklinjer efter 15 min (överst) och utloppshydrografer för de dynamiska vågekvationerna (LINMOD=3) vid olika stabilitetskonstanter. Ledningslutning $S_b = 6^\circ/\infty$.

Övriga indata intressanta för beräkningen: nedströmsvattendjup $y_{DOWN} = 0.5$ m (ingen dämning), basflöde $Q_{BAS} = 0.1 \cdot Q_{MAX}$, $\Delta x = 25$ m och $\Delta t = 0.0625$ min.

5. BASFLÖDE

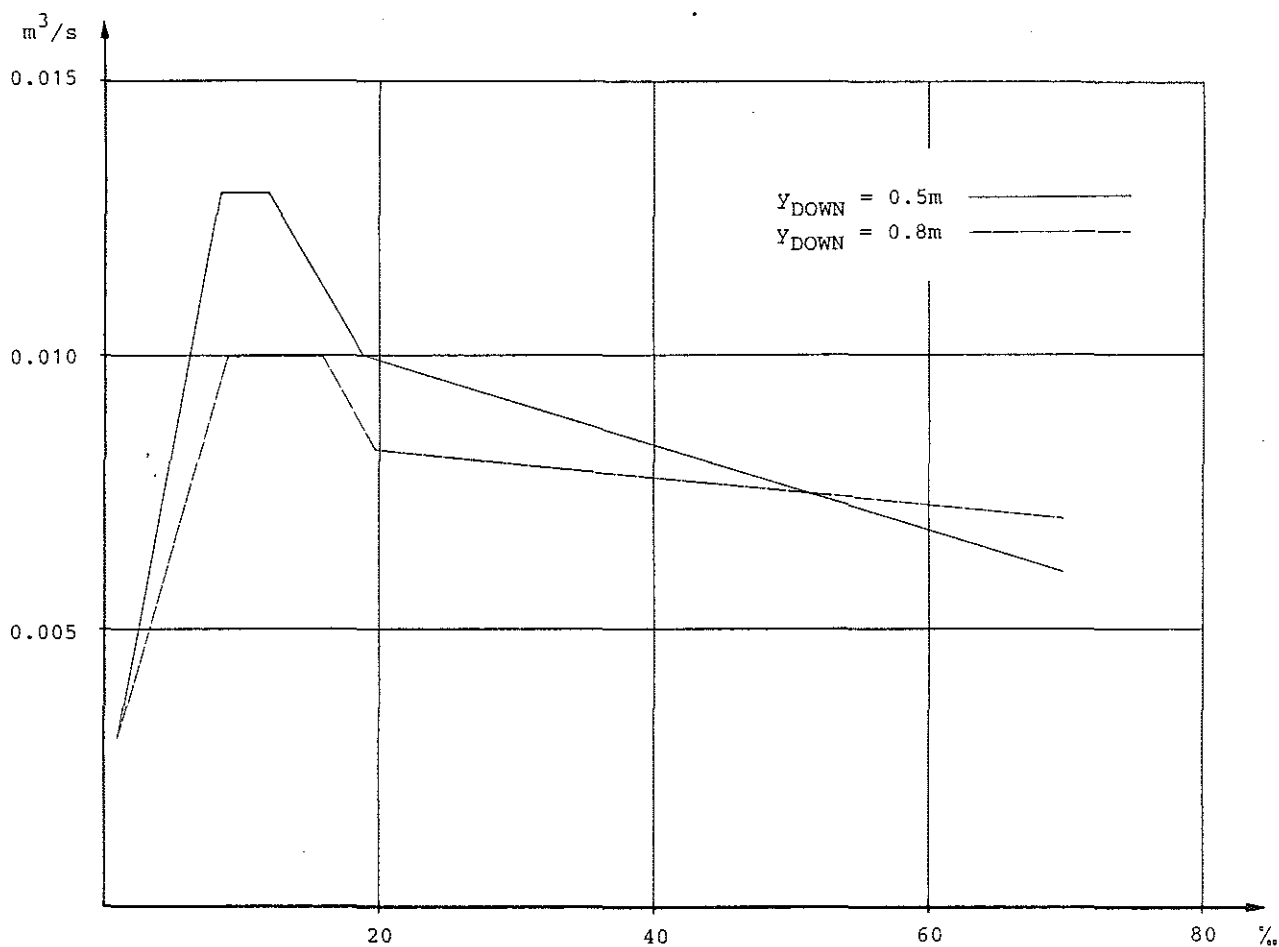
För att beräkningarna i programmet skall kunna starta krävs att man som begynnelsevillkor ger ett visst basflöde till ett antal knutpunkter och/eller ledningar. Programmet beräknar därefter det mot basflödet svarande initiella vattendjupet i varje ledning. Vattendjupet i ledningarna får härvid aldrig bli lika med noll.

Ett för litet basflöde kan ge upphov till numerisk instabilitet i lösningarna. Programmet kontrollerar därför att det givna basflödet ger upphov till ett vattendjup, som är större än ett minsta tillåtet relativt vattendjup. Detta relativa vattendjup är inlagt som standardvärde i programmet.

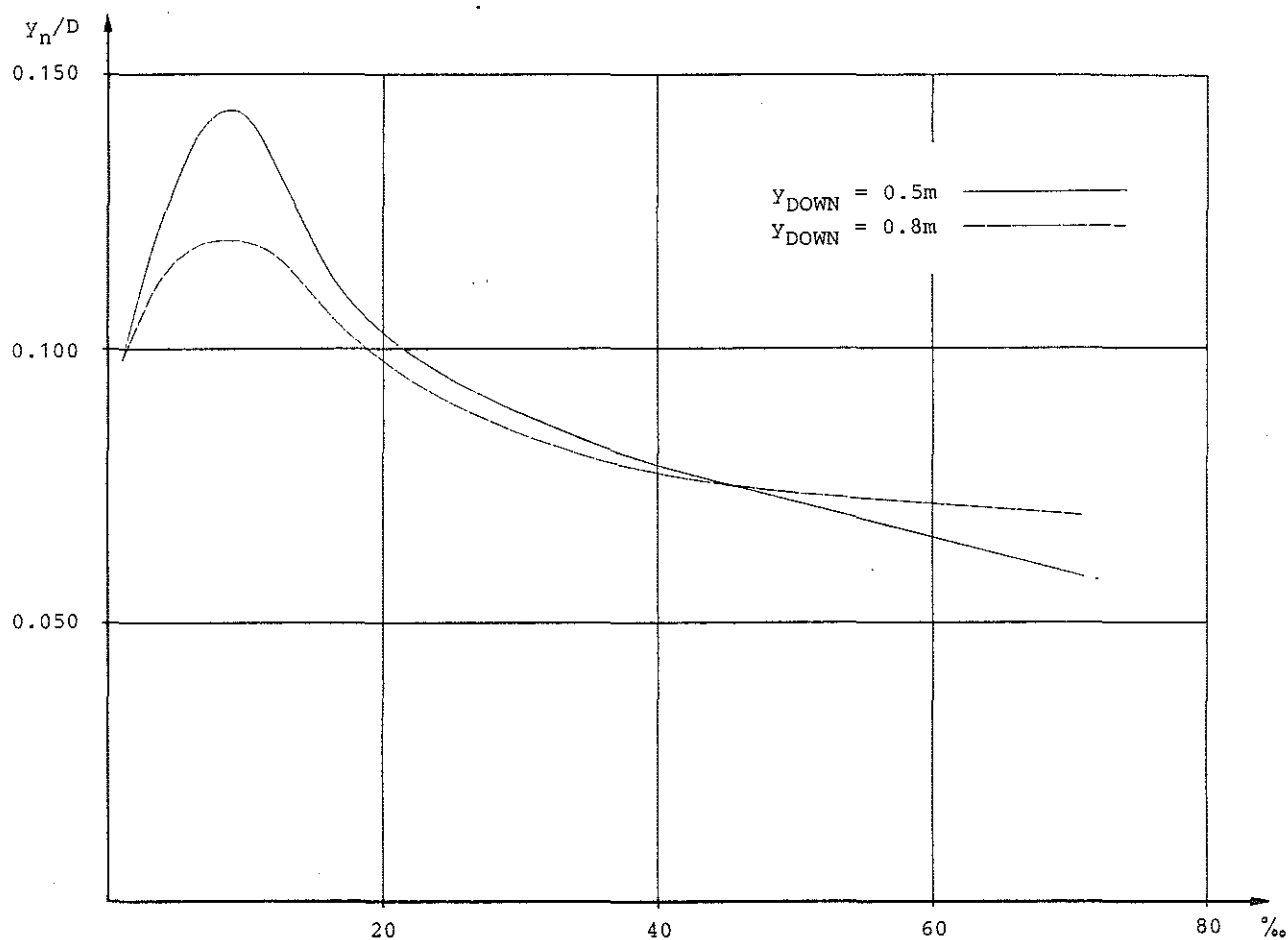
Små initiella vattendjup kan tillsammans med snabba och stora flödesökningar ge upphov till så stora svängningar vid flödesfronten att beräkningarna avbryts. Inträffar detta kan man försöka dämpa svängningarna genom att minska Δx och Δt och/eller öka basflödet.

I figur 5.1 och 5.2 redovisas minsta tillåtna basflöde respektive minsta tillåtna relativa vattendjup vid olika ledningslutningar, för att en körning med de diffusiva vågekvationerna (LINMOD=1) av det givna testexemplet, inte skall spåra ur eller drabbas av avbrott. Motsvarande för de dynamiska vågekvationerna (LINMOD=3) redovisas i figur 5.3 och 5.4.

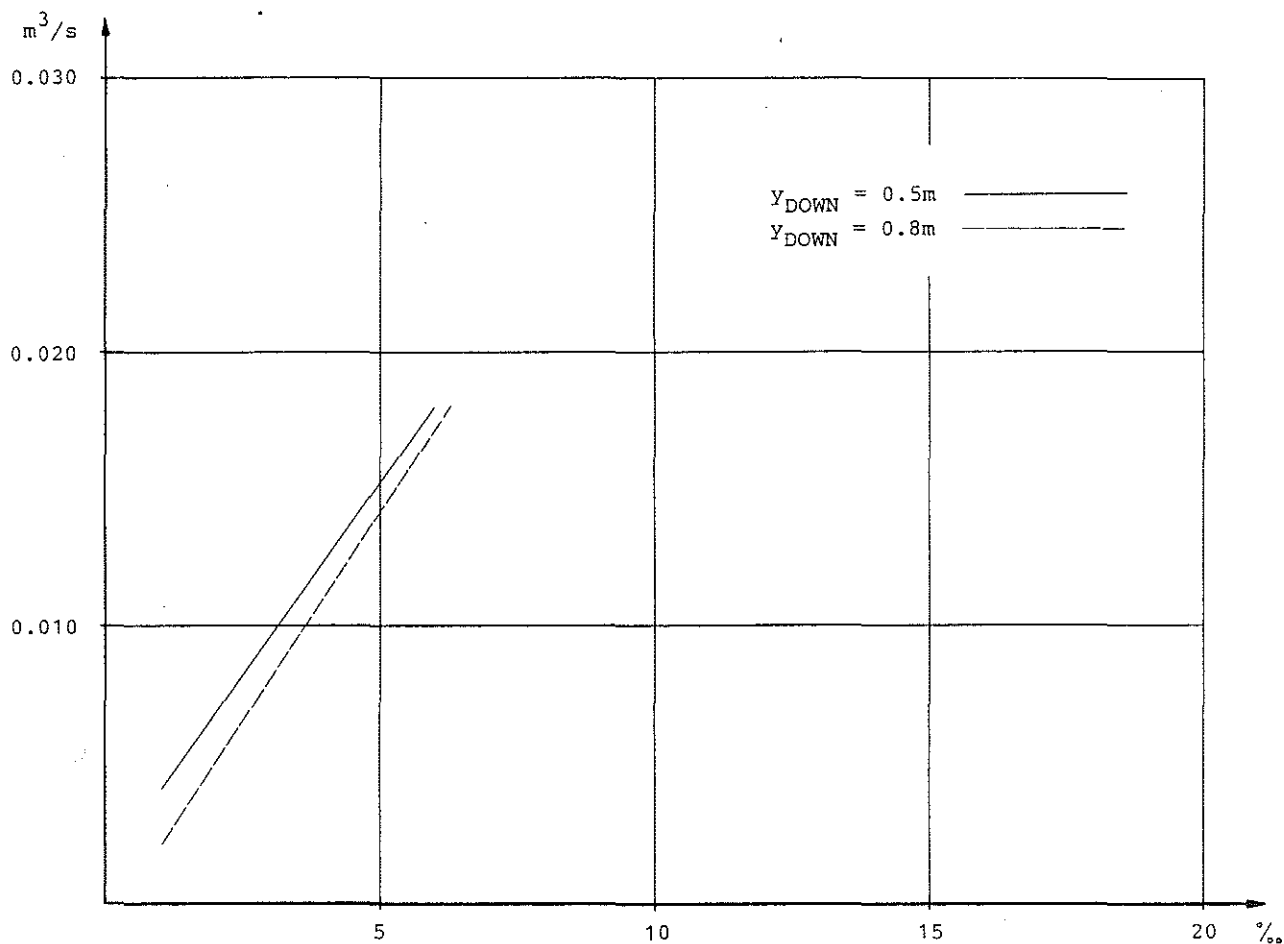
De genom försöken erhållna värdena på minsta tillåtna basflöden och relativa vattendjup är dock så små att svängningar ändå kan förekomma i lösningarna, både vad gäller flöden och trycknivåer. Detta gäller speciellt för de dynamiska vågekvationerna. För att undvika dessa problem kan man börja med att pröva ett basflöde motsvarande en relativ fyllnadshöjd av mellan 10% och 15%. Drabbas man ändå av störningar kan man, som tidigare nämnts, antingen försöka minska Δx och Δt och/eller öka basflödets storlek.



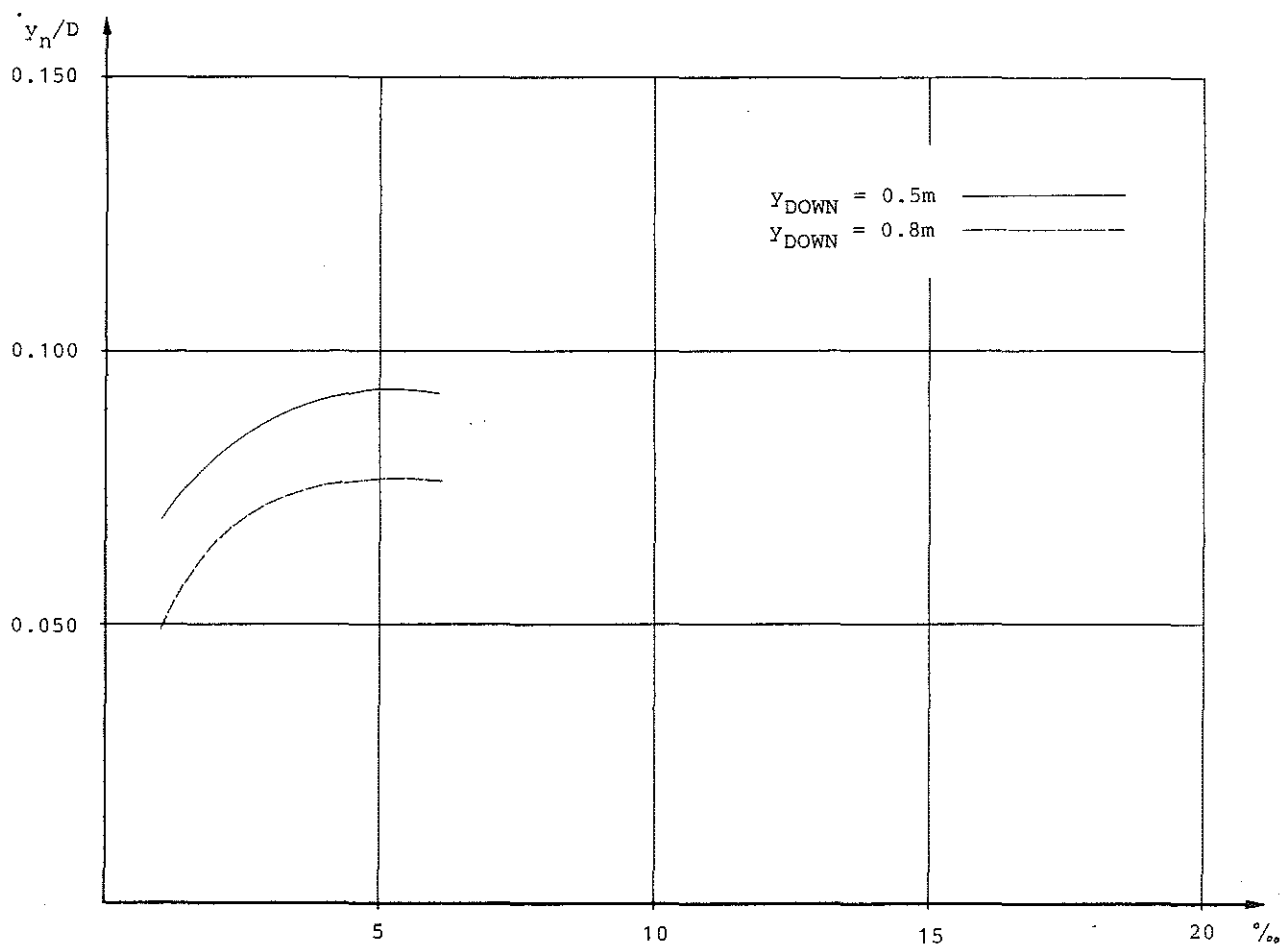
Figur 5.1 Minsta tillåtna basflöde som funktion av ledningslutningen för att de diffusiva vågekvationerna (LINMOD=1) inte skall drabbas av avbrott i beräkningarna. Diagrammet visar två olika försök, det ena utan dämning i rörets nedströmsände ($y_{\text{DOWN}}=0.5\text{m}$) och det andra med 0.3m dämning i rörets nedströmsände ($y_{\text{DOWN}}=0.8\text{m}$).
Stabilitetskonstanter $OMY1=0.55$ och $OMY2=1.00$.
 $\Delta x=25\text{m}$ och $\Delta t=0.0625\text{min}$.



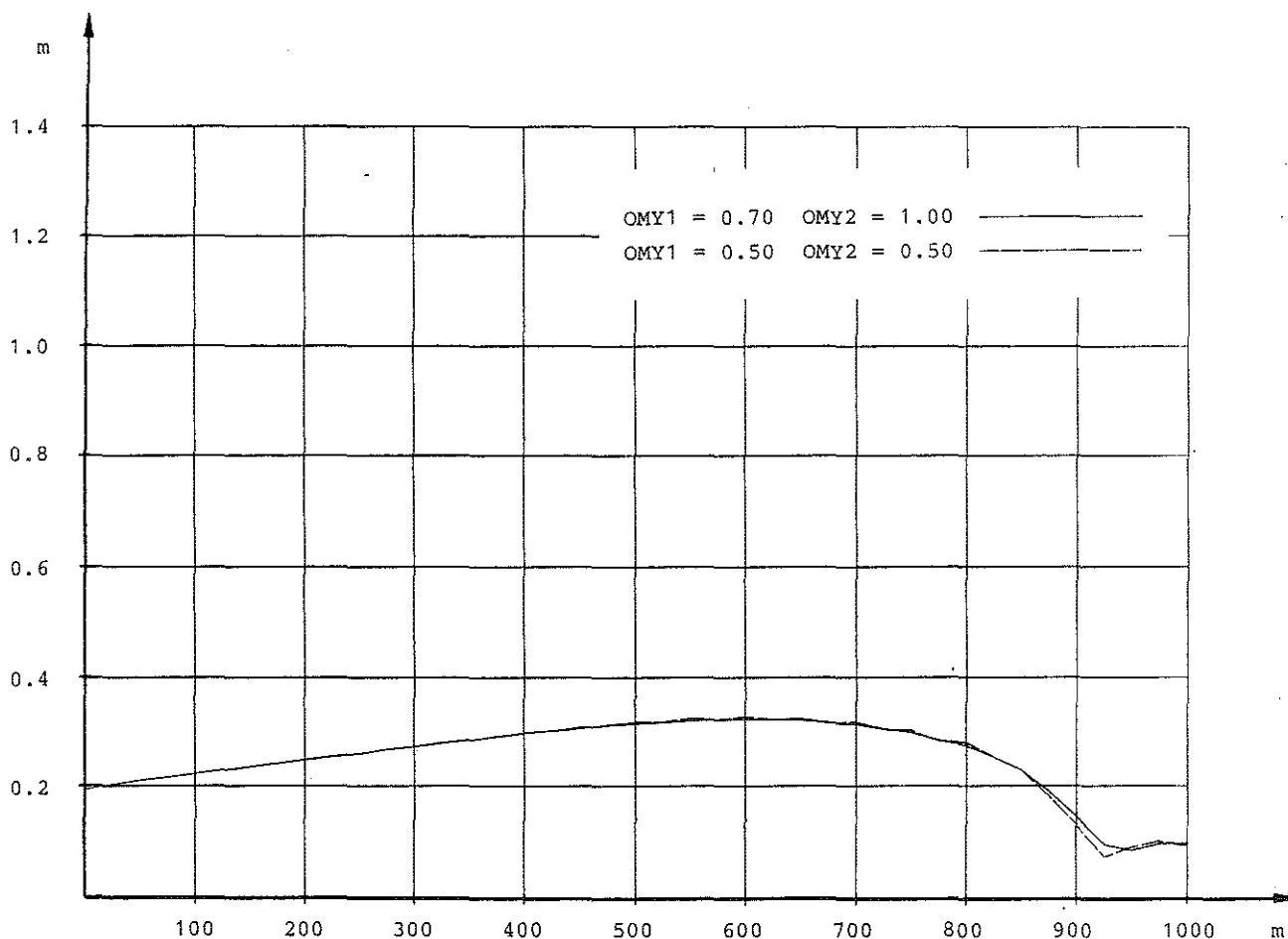
Figur 5.2 Minsta tillåtna relativa vattendjup som funktion av ledningslutningen för att de diffusiva vågekvationerna (LINMOD=1) inte skall drabbas av avbrott i beräkningarna. Diagrammet visar två olika försök, det ena utan dämning i rörets nedströmsände ($Y_{DOWN}=0.5m$) och det andra med 0.3m dämning i rörets nedströmsände ($Y_{DOWN}=0.8m$). Stabilitetskonstanter $OMY1=0.55$ och $OMY2=1.00$. $\Delta x=25m$ och $\Delta t=0.0625min$.



Figur 5.3 Minsta tillåtna basflöde som funktion av ledningslutningen för att de dynamiska vågekvationerna (LINMOD=3) inte skall drabbas av avbrott i beräkningarna. Diagrammet visar två olika försök, det ena utan dämning i rörets nedströmsände ($y_{\text{DOWN}}=0.5\text{m}$) och det andra med 0.3m dämning i rörets nedströmsände ($y_{\text{DOWN}}=0.8\text{m}$).
Stabilitetskonstanter $OMY1=0.55$ och $OMY2=1.00$.
 $\Delta x=25\text{m}$ och $\Delta t=0.0625\text{min}$.



Figur 5.4 Minsta tillåtna relativa vattendjup som funktion av ledningslutningen för att de dynamiska vågekvationerna (LINMOD=3) inte skall drabbas av avbrott i beräkningarna. Diagrammet visar två olika försök, det ena utan dämning i rörets nedströmsände ($y_{DOWN}=0.5m$) och det andra med 0.3m dämning i rörets nedströmsände ($y_{DOWN}=0.8m$). Stabilitetskonstanter $OMY1=0.55$ och $OMY2=1.00$. $\Delta x=25m$ och $\Delta t=0.0625min$.

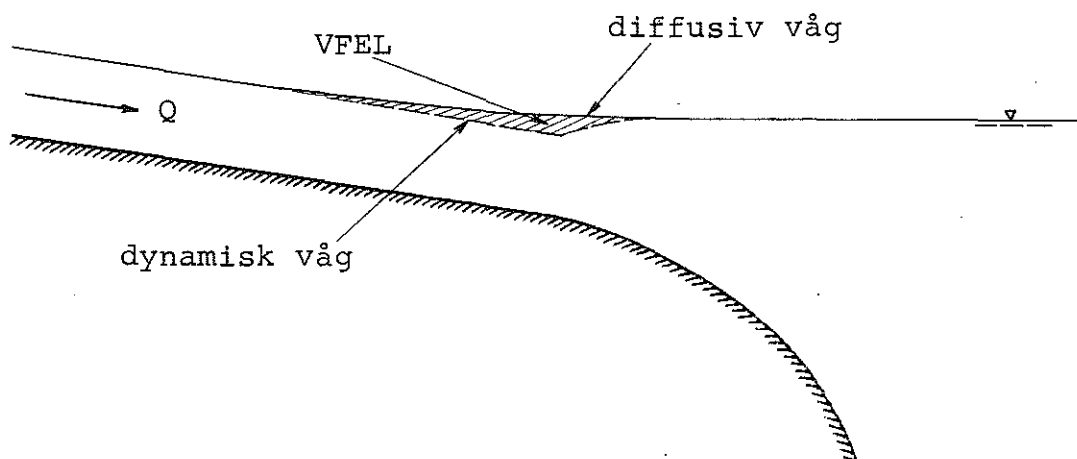


Figur 5.5 Figuren visar resultatet av ett försök, där svängningar i trycklinjekurvan (efter 15min körning) har dämpats genom en ökning av stabilitetskonstanterna OMY1 och OMY2. Beräkningarna är utförda med de dynamiska vågekvationerna (LINMOD=3) och med minsta tillåtna basflöde (enligt figur 5.3) $Q_{\text{BAS}}=0.018\text{m}^3/\text{s}$. Övriga indata intressanta för beräkningen: ledningslutning $S_b=6\%$, nedströmsvattendjup $y_{\text{DOWN}}=0.5\text{m}$ (ingen dämning), $\Delta x=25\text{m}$ och $\Delta t=0.0625\text{min}$.

6. VOLYMFEL

De diffusiva vågekvationerna har, som tidigare nämnts i kapitel 2, den stora fördelen att de eliminerar problemen vid vattensprång då de ger en kontinuerlig övergång från strömmande till stråkande tillstånd. Denna fördel saknar de dynamiska vågekvationerna då dessa ej har någon entydig lösning i samband med vattensprång, vilket leder till att icke kontrollerbar numerisk instabilitet då uppstår.

I övergångszonen från strömmande till stråkande tillstånd erhålls dock ett volymfel VFEL då för mycket vatten magasineras i ledningen.



Figur 6.1 Ett volymfel VFEL uppstår vid övergången från strömmande till stråkande tillstånd.

För både de diffusiva och de dynamiska vågekvationerna tecknas kontinuitetsekvationen:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (6.1)$$

Den kan också skrivas:

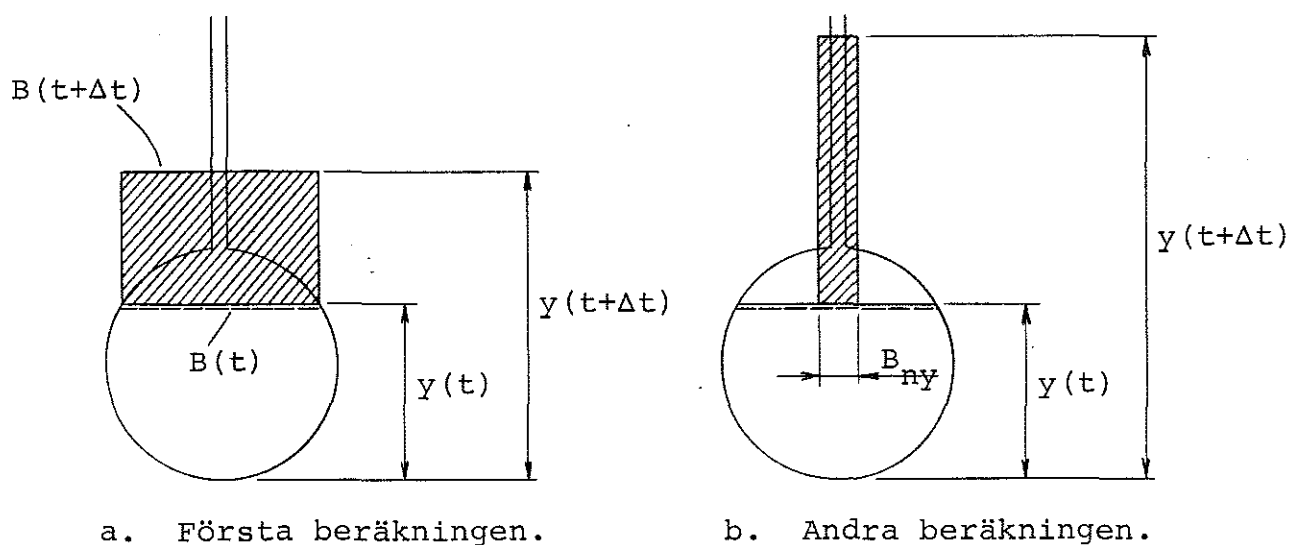
$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (6.2)$$

där $B = B(x, y)$ är tvärsektionens bredd i vattenlinjen vid strömning med fri vattenyta. För strömning i helt fylld sektion ändras kontinuitetsekvationen till:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B_s \cdot \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (6.3)$$

där $B_s = \frac{gA_{\text{FULL}}}{2a_0}$ (se avsnitt 1.2.1.2).

Bredden B betraktas för varje nytt tidssteg Δt som en konstant. Om vattendjupet och bredden vid tiden t är $y(t)$ respektive $B(t)$ så sätts i programmet $B=B(t)$ för beräkningen av vattendjupet $y=y(t+\Delta t)$ vid tiden $t+\Delta t$. Detta innebär att programmet förutsätter att tvärsektionen har ett utseende enligt den streckade ytan i figur 6.2a.



Figur 6.2 För att minska volymfelet hos ledningar med icke rektangulär tvärsektion bör beräkningarna göras om med ett medelvärde av bredden B under tidssteget Δt .

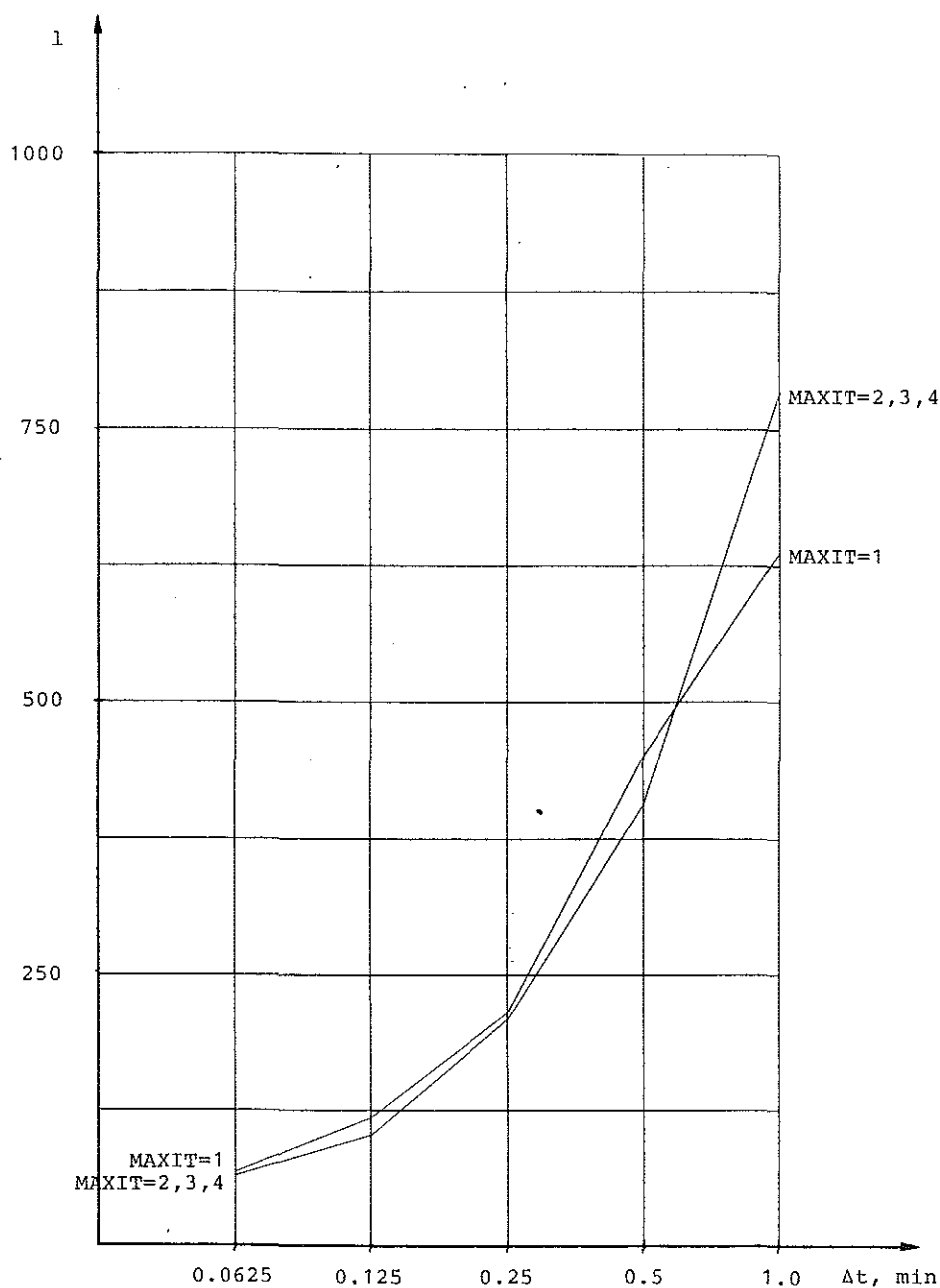
För att korrigera det volymfel som härigenom uppstår kan beräkningen göras om med en ny bredd B_{ny} . Denna tecknas

$$B_{ny} = \frac{A(t+\Delta t) - A(t)}{y(t+\Delta t) - y(t)} \quad (6.4)$$

under tidsteget Δt , vilket ger en bättre uppskattning av tvärsektionens medelbredd mellan vattennivåerna $y(t)$ och $y_{ny}(t+\Delta t)$. Antalet nya beräkningar av bredden B styrs i programmet av variabeln MAXIT. Som standardvärde i DAGVL-DIFF har satts MAXIT=2, vilket innebär att B_{ny} beräknas en gång.

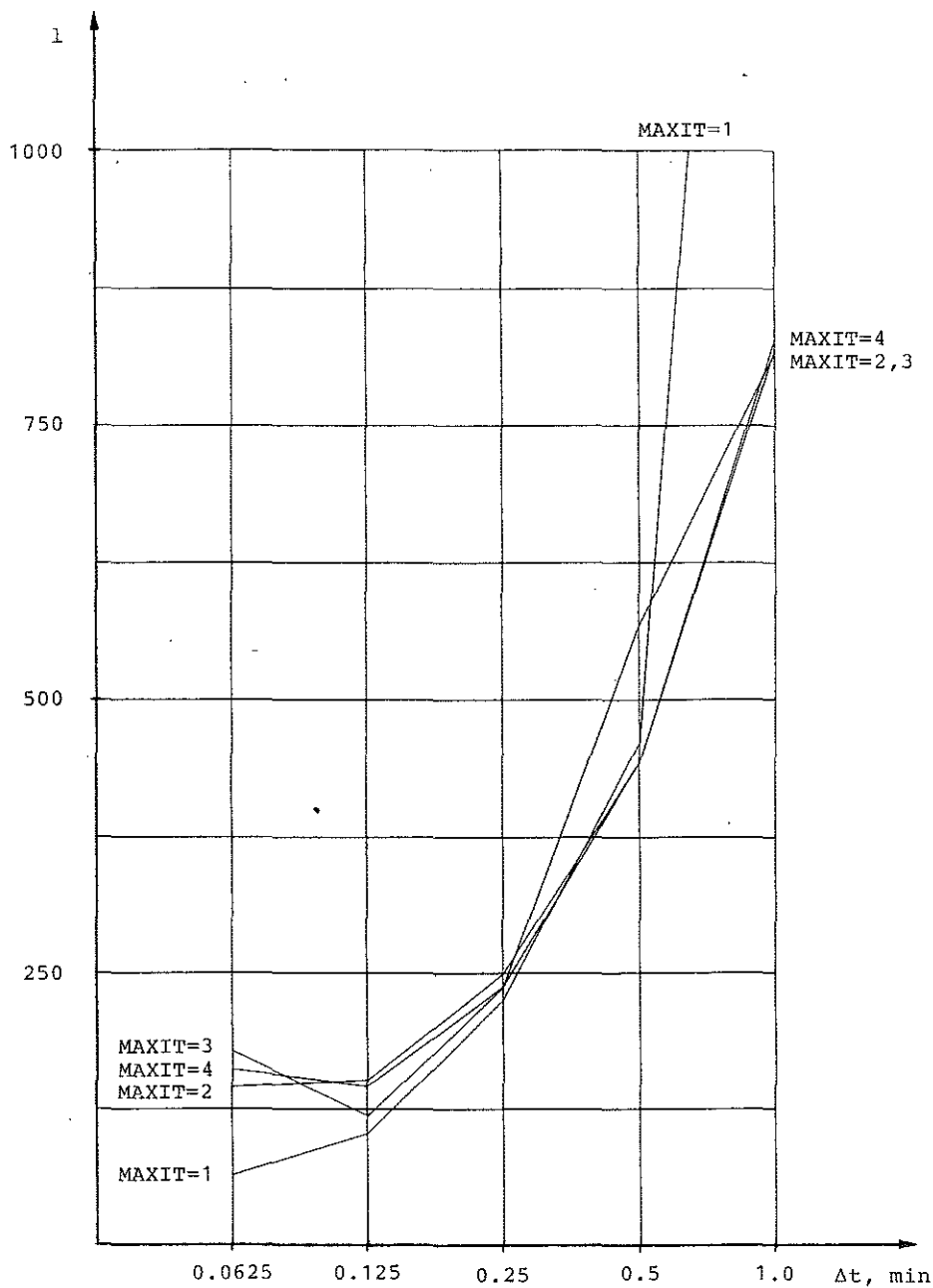
Vid undersökning av hur MAXIT förhåller sig till volymfelet har det visat sig att en ökning av MAXIT inte nämnvärt påverkar volymfelets storlek, se figur 6.3 och 6.4. Ibland kan det till och med öka vid en ökning av MAXIT. Även om MAXIT är stort kan stora volymfel uppträda om tidsteget Δt samtidigt är stort. Detta är speciellt fallet vid övergång från delvis fylld till helt fylld sektion.

Det har visat sig att en minskning av tidsteget Δt alltid leder till en större minskning av volymfelet än vad en motsvarande ökning av MAXIT gör. Detta gäller särskilt för de diffusiva vågekvationerna. En halvering av tidsteget Δt innebär en lika stor ökning i beräkningskostnad som en fördubbling av MAXIT, men leder alltid till en större minskning av volymfelet. Samtidigt utgör ett mindre Δt en fördel ur stabilitetssynpunkt. Man kan därför dra den slutsatsen att det är bättre att vid stora volymfel minska Δt än att öka MAXIT.



Figur 6.3 Storleken hos volymfelet som funktion av tidsteget Δt för de diffusiva vågekvationerna (LINMOD=1) vid olika värden på variabeln MAXIT.

Indata för det aktuella testexemplet: ledningslutning $S_b=6\%$, nedströmsvattendjup $y_{\text{DOWN}}=0.5\text{m}$ (ingen dämning), stabilitetskonstanter $\text{OMY1}=0.55$ och $\text{OMY2}=1.00$, basflöde $Q_{\text{BAS}}=0.1 \cdot Q_{\text{MAX}}$, $\Delta x=25\text{m}$ och $\Delta t=0.0625\text{min}$.



Figur 6.4 Storleken hos volymfelet som funktion av tidsteget Δt för de dynamiska vågekvationerna (LINMOD=3) vid olika värden på variabeln MAXIT.

Indata för det aktuella testexemplet: ledningslutning $S_b=6\%$, nedströmsvattendjup $y_{DOWN}=0.5\text{m}$ (ingen dämning), stabilitetskonstanter $OMY1=0.55$ och $OMY2=1.00$, basflöde $Q_{BAS}=0.1 \cdot Q_{MAX}$, $\Delta x=25\text{m}$ och $\Delta t=0.0625\text{min}$.

7. SAMMANFATTNING

Arbetet med DAGVL-DIFF har visat att de diffusiva vågekvationerna (LINMOD=1,2, se sidan 10) kan användas för alla ledningslutningar och oberoende av graden av dämning i nedströmsänden. De dynamiska vågekvationerna (LINMOD=3,4) kan däremot endast användas så länge strömmande tillstånd råder i ledningarna, dvs då Froudes tal $Fr_{MAX} < 1$. Om $Fr_{MAX} > 1$ kommer detta att leda till att icke kontrollerbar (odämpbar) numerisk instabilitet uppstår. De dynamiska vågekvationerna är också känsligare för dämning i nedströmsänden vilket visar sig genom att instabilitet då uppträder vid än svagare ledningslutning.

En jämförelse mellan de diffusiva och de dynamiska vågekvationerna visar att för de lutningar (mindre än 6%) då Froudes tal $Fr_{MAX} < 1$ är skillnaderna hos beräkningsresultaten mycket små.

Den största inverkan på beräkningsresultaten har valet av Δx och Δt samt valet av basflöde.

Indelningen i Δx och Δt styrs av vilken beräkningsnoggrannhet man önskar och av hur snabbt flödesförloppet varierar. En finare indelning ger större beräkningsnoggrannhet samtidigt som risken för instabilitet minskar. Som villkor för att undvika numerisk instabilitet vid valet av beräkningssteg kan anges

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{V}$$

där V är medelhastigheten lika med Q/A .

Basflödet måste väljas så stort att vattendjupet i ledningarna aldrig blir lika med noll. Ett för litet basflöde kan tillsammans med stora och snabba flödesökningar ge upphov till så kraftig instabilitet vid flödesfronten att beräkningarna avbryts. Det kan vara lämpligt att börja prova ett basflöde motsvarande en initiell relativ fyllnadshöjd av cirka 10%.

Valet av stabilitetskonstanter har vid körningar av olika test-exempel visat sig ha mycket liten inverkan på beräkningsresultaten. Det är endast i samband med mycket små basflöden som en ökning av θ har medfört att svängningar i lösningarna dämpats. Det kan därför anses vara lämpligt att till en början använda de standardvärden för θ som finns inlagda i programmet.

Variabeln MAXIT har i programmet givits standardvärdet två. Det har vid undersökningarna visat sig att en förändring av MAXIT inte nämnvärt påverkar volymfelets storlek. Resultaten visar istället att en minskning av Δt alltid leder till en större minskning av volymfelet än vad en motsvarande ökning av MAXIT gör. Då en halvering av Δt dessutom kostar lika mycket som en fördubbling av MAXIT och samtidigt utgör en fördel ur stabilitetssynpunkt är det bättre att vid stora volymfel minska Δt än att öka MAXIT.

REFERENSER

- [1] Institutionen för vattenbyggnad, Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg: Hydrologi för V2, Undervisningsskrift Nr 1978:06, 1978.
- [2] Institutionen för vattenförsörjnings- och avloppsteknik, Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg: Kompendium i VA-teknik, Oktober 1980.
- [3] Sjöberg, A.: Beräkning av icke stationära flödesförlopp i reglerade vattendrag och dagvattensystem, Rapport A:6. Institutionen för vattenbyggnad, Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg, 1976.
- [4] Sjöberg, A.: The Sewer Network Models DAGVL-A and DAGVL-DIFF, Rapport B:28. Institutionen för vattenbyggnad, Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg, 1981.
- [5] Sjöberg, A.: DAGVL-DIFF, Beräkning av icke stationära flödesförlopp i helt eller delvis fyllda avloppssystem, tunnlar och kanaler, Rapport B:45. Institutionen för vattenbyggnad, Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg, 1984.