



Institutionen för Vattenbyggnad
Chalmers Tekniska Högskola

Department of Hydraulics
Chalmers University of Technology

Manual för REFRAC

Ett datorprogram för analys av
vattenvågors refraktion

av

Magnus Bernander Peter Billton

Examensarbete 1984:1

Göteborg 1984

Adress: Institutionen för Vattenbyggnad
 Chalmers Tekniska Högskola
 412 96 Göteborg

Telefon: 031/81 01 00

SAMMANFATTNING

Refraktionsberäkningar av havsvågor kan ofta vara tidsödande. Det gäller till exempel då man vill finna den djupvattensvåg som ger störst våg vid en speciell plats.

För att underlätta refraktionsberäkningarna, har en vågtrajektorie metod, enligt "Shore Protection Manual", implementerats i Fortran. Programmet som skrivits heter REFRAC, och finns tillgängligt vid Institutionen för Vattenbyggnad.

Utförda beräkningar visar god överensstämmelse med jämförbara beräkningar.

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

SAMMANFATTNING

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

FÖRORD

1. TEORI

1.1	Allmänt	4
1.2	Djupvattenvågens karakteristika	4
1.3	Inverkan på vågkarakteristika vid uppgrundning	5
1.4	Brytande vågor	10

2. PROGRAM

2.1	Allmänt	11
2.2	Flödesschema	12
2.3	Program förklaring	13

3. MANUAL

3.1	Koordinatsystem, rutnät	28
3.2	Definition av indata	29
3.3	Utskrifter	31

REFERENSER	32
------------	----

Förord

REFRAC tillkom pga en önskan på inst.f.vattenbyggnad, Chalmers Tekniska Högskola, att ha ett lättillgängligt och lättanvändbart dataprogram för analys av vågförhållanden vid hamn- och offshoreanläggningar, samt grund och kustavsnitt.

Arbetet med programmet har givit oss en mycket bra terminal- och programbeskrivningsvana som ett nyttigt komplement till den dataundervisning som ges på Väg och Vatten.

Slutligen vill vi rikta ett stort tack till vår handledare, Nils Mårtensson, som alltid har haft tid med oss och varit oss till stor hjälp under arbetstiden.

Göteborg 1984-06-14

1. TEORI

1.1 Allmänt

Vågmönstret ute i havet har ofta ett mycket komplext utseende varför man har ständiga variationer i vågform, hastighet och riktning. Det är därför svårt att göra en beskrivning av havsytans utseende. Det finns dock två klassiska vågteorier av vilka den av Airy (1845) kommer att behandlas. Denna förutsätter att vågen är sinusformad samt att vågamplituden är liten. Airys teori benämns även "linjär teori" eller "liten amplitudteori".

1.2 Djupvattenvågens karakteristika

Den inkommande djupvattenvågens längd beräknas enligt linjär vågteori mha dess fashastighet vilken definieras av sambandet:

$$C = \frac{L}{T}$$

där C = fashastighet
 L = våglängd
 T = vågperiod

Denna är en funktion av våglängd och vattendjup enligt:

$$C = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \cdot \tanh\left(\frac{2\pi D}{L}\right)} \quad (1.2)$$

där D = vattendjupet
 g = gravitationskraften
 L = våglängden

Ur nämnda samband fås

$$C = \frac{g}{\omega} \cdot \tanh(kD) \quad (1.3)$$

där $\frac{2\pi}{L}$ och $\frac{2\pi}{T}$ benämnes

vågtalet, k , respektive vinkelfrekvensen, ω .

Ur ekvationerna (1.1) och (1.3) fås våglängden:

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh(kD) \quad (1.4)$$

Då $\frac{D}{L} > 0.5$, dvs på djupt vatten, kan $\tanh(kD)$ sättas lika med 1.

Ekvationerna (1.2) - (1.4) kan således skrivas:

$$L_0 = \frac{gT^2}{2\pi} = 1,561 \cdot T^2 \quad (1.5)$$

$$C_0 = \sqrt{\frac{g L_0}{2\pi}} = 1.25 \sqrt{L_0} \quad (1.6)$$

$$C_0 = \frac{gT}{2\pi} = 1.56 \cdot T \quad (1.7)$$

Där djupvattenförhållande indexeras med siffran 0.

Ur ekvationerna (1.4) och (1.5) samt (1.3) och (1.7) erhålles:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{L}{L_0} = \tanh(kD) \quad (1.8)$$

1.3 Inverkan på vågkaraktistika pga uppgrundning

I övergångsområdet mellan grunt och djupt vatten dvs då $0.04 < \frac{D}{L} < 0.5$, erhålles våglängden genom iteration i ekvation (1.4). Det är i detta område refraktion sker varför denna ekvation

används för att beräkna förändringen av våglängden vid variation i vattendjupet, dvs då vågen går från ett djup till ett annat.

Den fortplantade vågenergin

Den totala energin i ett vågsystem består av summan av dess kinetiska energi, E_k , och dess potentiella energi, E_p .

E_k beror av vattenpartiklarnas rörelse emellan E_p bestäms av vattenytans avvikelser från lugnvattenytans.

Förutsatt att E_p relateras till lugnvattenytan samt att alla vågor fortplantar sig i samma riktning, gäller enligt linjär vågteori:

$$E_k = E_p$$

Den totala energin per våglängd och breddenhet är då:

$$E = E_k + E_p = \frac{\rho g H^2 L}{16} + \frac{\rho g H^2 L}{16} + \frac{\rho g H^2 L}{8} \quad (1.9)$$

Energins medelvärde per ytenhet blir då:

$$\bar{E} = \frac{E}{L} = \frac{\rho g H^2}{8} \quad (1.10)$$

Energin som transporteras i vågriktningen fås genom integration av produkten, tryck \times yta \times hastighet, över hela vattendjupet i ett plan vinkelrätt mot vågriktningen. Medelvärdet av energitransporten för en vågperiod, dvs medeleffekten blir:

$$\bar{P} = enC = EC_g \quad (1.11)$$

$$\text{där } n = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{4\pi D/L}{\sinh(4\pi D/L)} \right] \quad (1.12)$$

och C_g = grupphastigheten.

Ekvation (1.12) visar att vågenergin inte transporteras med fashastigheten, C , utan med grupphastigheten, C_g , där $n_o = \frac{1}{2}$ för djupt vatten och $n = 1$ för grunt vatten.

Den fortplantade vågeffekten

Då en vågfront rullar in över ett område med sluttande botten, vars nivålinjer är parallella med såväl varandra som med vågfronten, påverkas fashastighet, våglängd och våghöjd. Dock förblir alltid vågperioden densamma.

Om man bortser från energiförlusten genom vattnets viskositet och bottenfriktionen, blir den av vågorna fortplantade effekten oförändrad under vågornas rörelse från djupt till grunt vatten dvs:

$$\bar{E} \cdot C_{go} = E C_g \quad (1.13)$$

Index o indikerar djupt vatten.

Enligt ekvation (1.8) gäller:

$$\frac{C}{C_o} = \frac{L}{L_o} = \tanh(kD)$$

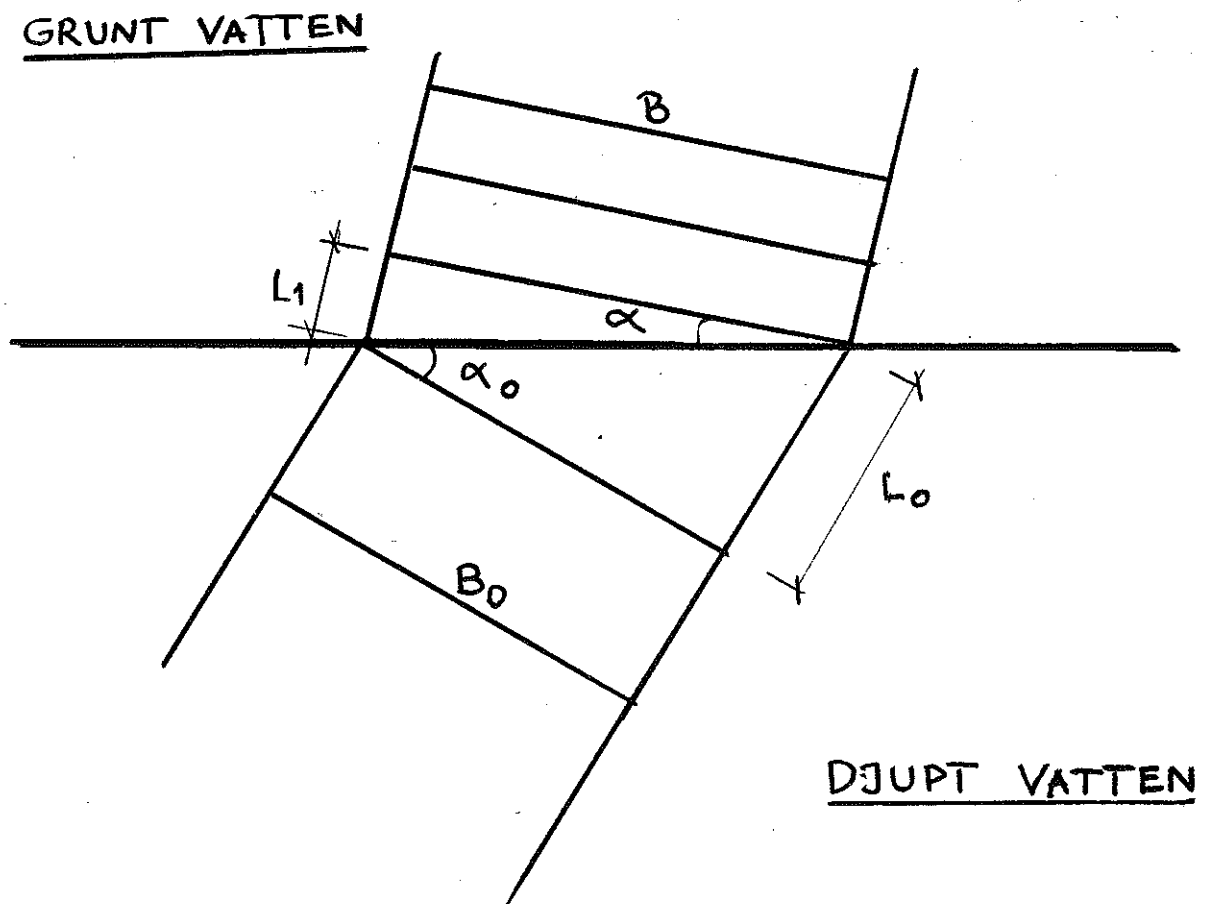
I kombination med (1.10) och (1.12) fås uttrycket:

$$\frac{H}{H_o} = \sqrt{\frac{C_{og}}{C_g}} = \frac{2 \cdot \cosh(kD)}{\sqrt{\sin\left(\frac{4\pi D}{L}\right) + \frac{4\pi D}{L}}} \quad (1.14)$$

Om vågorna vandrar in med sned riktning kommer vattendjupet längs vågkammen att variera.

Enligt ekvation(1.8) beror våghastigheten av vattendjupet, D , vilket innebär att den del av vågkammen som befinner sig närmast land över det grundare vattnet, får en lägre hastighet än den som befinner sig på det djupare vattnet. Som en följd av detta kommer vågfronten att böja av och sträva efter att bli parallell med botten nivålinjer. Analogt med ljusets brytning då en ljusstråle passerar ett glasprisma.

I refraktionsanalysen antas att ingen energitransport sker i sidled utefter vågkammen. Om friktionsförlusterna försummas förblir energitransporten konstant mellan två linjer dragna vinkelrätt mot vågkammens sträckning. Avståndet mellan dessa linjer kallas för delningsbredd. Då delningsbredden ökar, minskar våghöjden och då delningsbredden minskar fås en motsvarande ökning av våghöjden.



Enligt Snells lag för brytning gäller:

$$\frac{L_o}{L} = \frac{C_o}{C} = \frac{\sin \alpha_o}{\sin \alpha} \quad (1.15)$$

$$\frac{B_o}{B} = \frac{\cos \alpha_o}{\cos \alpha} \quad (1.16)$$

där α_o och α utgör infalls- resp. refraktionsvinkel.

Enligt ekvation (1.10) är medelenergin per ytenhet:

$$E = \frac{\rho g H^2}{8} = W$$

Då energitransporten över en bottenkonturlinje är konstant fås våghöjden efter bottenförändringen till:

$$C_{go} W H_o^2 B_o \cos \alpha_o = C_g W H^2 B \cos \alpha$$

vilket ger

$$\frac{H_o^2}{H^2} = \frac{C_g \cos \alpha B}{C_{go} \cos \alpha_o B_o}$$

och

$$H = \left(\frac{C_{go} \cos \alpha_o B_o}{C_g \cos \alpha B} \right)^{1/2} \cdot H_o \quad (1.17)$$

där H_o är våghöjden på den inkommande djupvattenvågen.

Det är denna formel (1.17), som ligger till grund för våghöjdsberäkningen i REFRAC.

1.4 Brytande vågor

Om en våg tenderar att bryta beror på dess branthet, H/L . På djupt vatten inträffar detta då $H/L = 0.14$ vilket motsvarar en kamvinkel på 120° .

När en våg rör sig in över uppgrundande vatten kommer den maximalt uppnåeliga kamvinkeln att minska. Minskningen är en funktion av relativa vattendjupet D/L , vågens initiella branthet och bottenens lutning. Som tumregel kan följande samband användas:

$$\frac{H_b}{H_o} = \frac{1}{3,3 (H_o/L_o)^{1/3}} \quad (1.18)$$

$$\frac{D_b}{H_b} = 1.28 \quad (1.19)$$

Där D_b är det vattendjup på vilket brytningen initieras och H_b är den brytande vågens höjd.

I REFRAC har förhållandet (1.19) utnyttjats. Detta ger tillräcklig tillförlitlighet trots att brytande vågor uppvisar stor spridning då brott som tidigare nämnts beror av flera viktiga faktorer.

2. PROGRAM

2.1 Allmänt

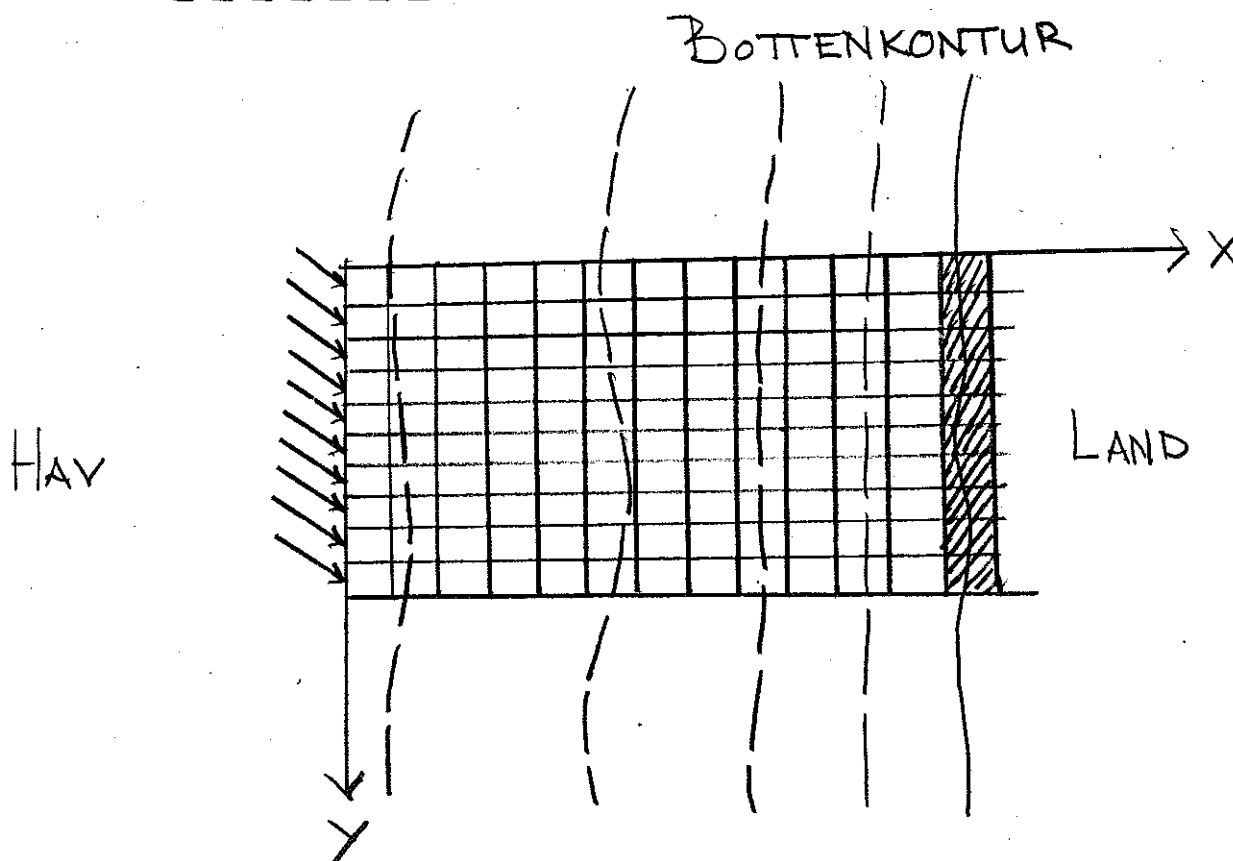
REFRAC är ett analysprogram för vindvågors refraktions- och våghöjdsförhållanden.

Programmet bygger på att bottenförhållandena inom ett visst kustavsnitt eller havsområde diskretiseras till ett nät av kvadratiska rutor, med ett för varje ruta givet djup.

Som indata ges en djupvattenvåg som definieras av sin våghöjd, vågperiod och infallsvinkel, vilka alla är relaterade till rutnätet.

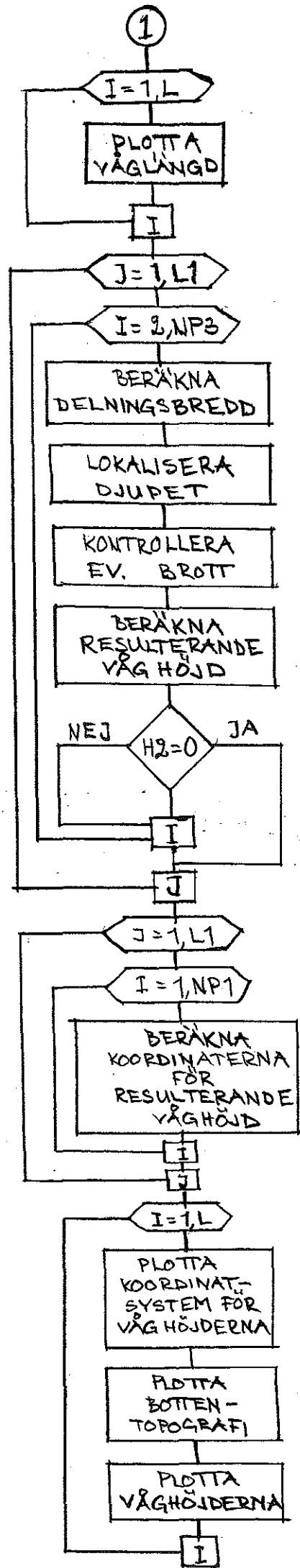
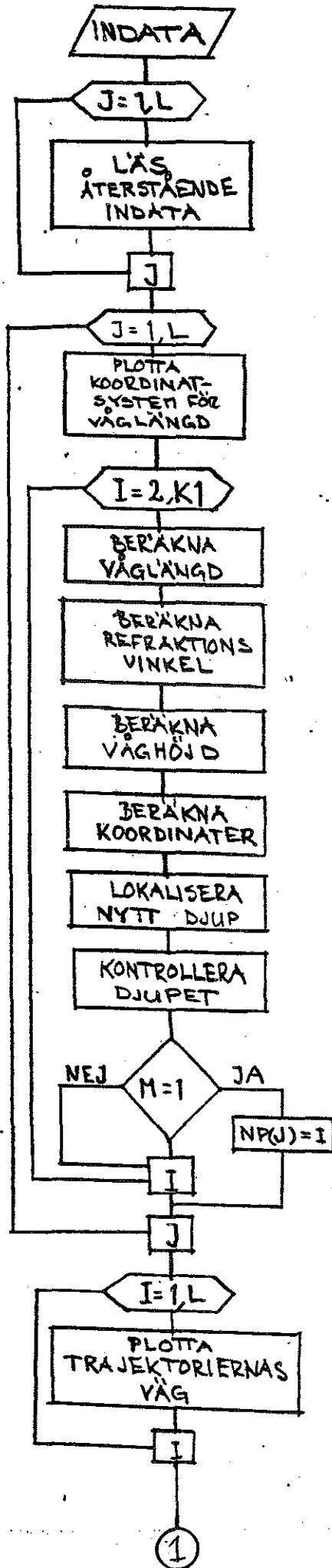
Den mot det koordinatbestämda rutnätet insända djupvattenvågen representeras i programmet av vågtrajektorier. Dessa vågtrajektorier insändes en och en utefter koordinatsystemets ena sida i mitten på varje ruta. Därefter koordinatbestämmer programmet vågtrajektoriernas väg genom rutnätet enligt linjär vågteori. Slutligen utföres en våghöjds- och vågbrottsanalys baserad på de uträknade vågtrajektorierna.

Principskiss



2.2

Flödesschema



2.3 Programförklaring

Den första delen av huvudprogrammet dvs satserna 530-630 utför inläsningen av programmets indata:

Vågtrajektoriernas egenskaper:

ANO:	Infallsvinkel mot x-axeln	[radianer]
H1:	Djupvattenvågens höjd	[m]
T:	Djupvattenvågens period	[s]

Koordinatsystemets storheter:

K:	Antal rutor i x-riktning	
L:	Antal rutor i y-riktning	
IX:	De kvadratiska rutornas sida	[m]

Bottenstrukturens utseende:

D: Matris innehållande djupen i de olika [m]
rutorna.

Efter inläsningen ges trajektoriernas startvärden till matriserna XC, YC, AN, WL och H där:

XC: lagrar x-koordinater
 YC: lagrar y-koordinater
 AN: lagrar infallsvinklar relaterade till koordinaterna
 WL: lagrar våglängderna relaterade till koordinaterna

Med begynnelsevärden:

XC(1, J) = 0
 YC(1, J) = Rutornas mittkoordinat
 H (1, J) = H1
 AN(1, J) = ANO
 WL(1, J) = $1.561 \cdot T^2$

Huvudprogrammets andra del. Satserna (630-850) följer varje enskild trajektorias väg genom koordinatsystemets rutnät och beräknar stegvis fram koordinaterna för varje skärning och dess vågkaraktäristika. Dessa lagras allteftersom i matriserna XC, YC, WL, H, och AN.

När en trajektoria stannar d.v.s. antingen lämnar koordinatsystemet eller träffar på land, registreras antalet beräkningssteg i vektorn NP, detta för att underlätta plottning och utskrifter.

Allt detta åstadkoms genom en yttre J-snurra som byter trajektoria och en inre I-snurra som utför stegningen genom koordinatsystemets rutor för varje trajektoria genom anrop av följande subrutiner.

Subroutine Wavelength

Denna subroutine beräknar den pga nivåskillnad i vattendjup nya våglängden då en vågtrajektorie går från en ruta till en annan.

De ingående parametrarna är:

Vattendjupet: D i den ruta till vilken trajektorien kommer till

Vågperioden T: Vilken förblir oförändrad.

I subrutinen kommer den nya våglängden WL att beräknas genom iteration i formeln

$$WL = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh \frac{(2\pi D)}{WL}$$

Som undre gräns för iterationen ges våglängden på grunt vatten enligt formeln

$$WL_1 = T \cdot \sqrt{9.81 \cdot D}$$

Den övre gränsen ges av formeln för djupvattenvågor:

$$WL_2 = 1.561 \cdot T^2.$$

Utgående parameter WL är den nya våglängden i nästa ruta.

Subroutine ANGLE

Denna subroutin beräknar den pga refraction nya vinkeln som uppstår då en vågtrajektorie går in i en ruta med ett från föregående ruta skilt djup och en infallsvinkel $\neq 0$.

Ingående parametrar:

Inkommande vågs infallsvinkel AN1

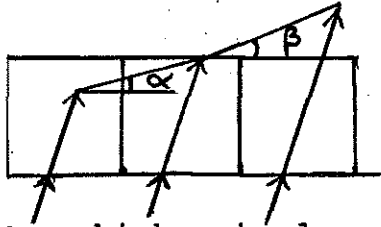
Inkommande vågs våglängd WL1 samt den refrakterade vågens våglängd WL2.

Utgående parametrar:

Den refrakterade vågens utgångsvinkel AN2 ur vilken infallsvinkeln för nästa steg beräknas.

Subroutine ADJUST

Då infallsvinkeln blir liten kommer Snells lag för brytning att ge ett dåligt resultat på brytningsvinkeln. Därför kommer, när infallsvinkeln ligger mellan -10° och $+10^\circ$, den nya infallsvinkeln att i ADJUST beräknas på följande sätt.



$$AN2 = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

Man skickar in den aktuella trajektorian i den ruta till vilken den är på väg och kontrollerar hur lång tid det tar för den aktuella vägen att gå genom denna ruta. Därefter skickar man in två trajektorier, med samma egenskaper som den aktuella, i rutorna bredvid denna (se fig.), och ser hur långt de kommer på den tid det tog för den första att gå genom en ruta.

Den nya infallsvinkeln fås sedan som medelvinkeln av de två i figuren visade vinklarna α och β .

In- och utgående parametrar är samma som i subroutine ANGLE.

Subroutine HEIGHT

Subrutinen bestämmer den pga refraction och uppgrundning ändrade våghöjden

Ingående parametrar:

Inkommande vågs infallsvinkel AN1 samt dess höjd H1 och längd WL1.

Refrakterade vågens vinkel AN2 och dess längd WL2 samt perioden T

Beräkningen sker enligt tidigare härledd formel:

$$H2 = \left(\frac{CG1 \cos AN1}{CG2 \cos AN2} \right)^{1/2} \cdot H1$$

I denna beräkning tas ej hänsyn till den över området skilda refractionen. Denna effekt beaktar vi senare i subrutinen Breake, där våghöjden map trajektoriernas delningsbrädder uträknas.

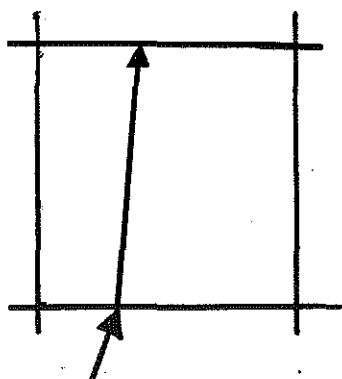
Utgående parameter är den refrakterade vågens höjd H2.

Subroutine COORD, COORD2

Subrutinen COORD beräknar de nya koordinaterna för trajektorian om denna korsar en X-linje.

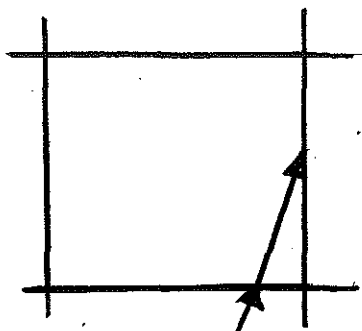
Om den istället skulle skära en Y-linje kallar COORD istället på en liknande subrutin COORD2 som på analogt vis räknar ut de nya skärningskoordinaterna.

De olika fall som behandlas i COORD är följande



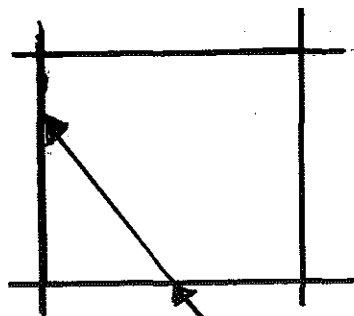
$$N = 1$$

Fig. 2.2 Trajektorian kommer från en X-skärning och kommer nästa gång att skära en X-linje framåt eller bakåt.



$$N2 = 0$$

Fig. 2.3 Trajektorian kommer från yttre X-linjen och kommer i nästa att skära en Y-linje åt höger.

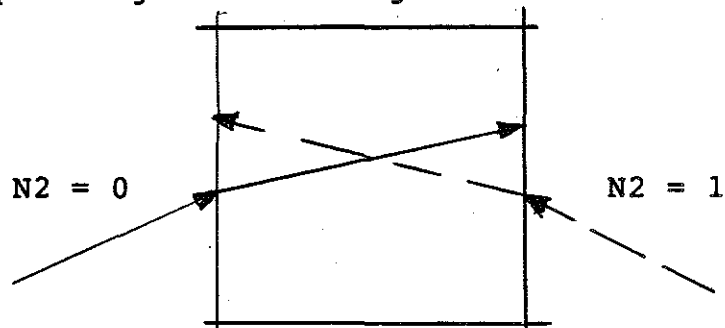


$$N2 = 1$$

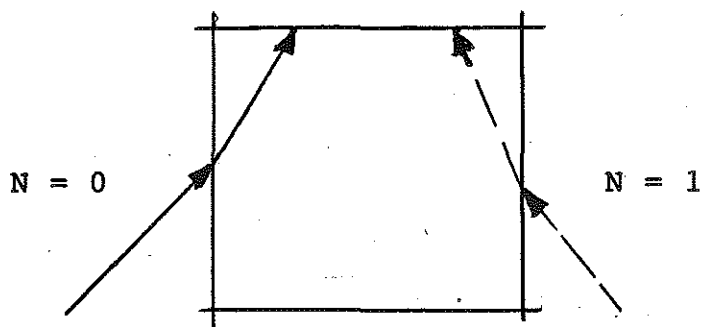
Fig. 2.4 Trajektorian kommer från inre X-linjen och kommer i nästa steg att skära en Y-linje åt vänster.

De tänkbara fallen i COORD2 är följande

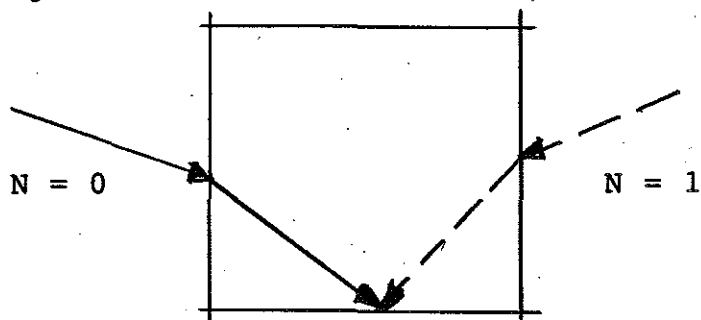
Trajektorian kommer från en Y-skärning och kommer att skära ytterligare en Y-linje



Trajektorian kommer från en Y-skärning och kommer att skära en X-linje framåt



Trajektorian kommer från en Y-linje och kommer att skära en X-linje bakåt



Ingående parametrar:

Koordinaterna för infallande vågen $X1$, $Y1$, infallsvinkeln $AN1$, refrakterad vågs vinkel $AN2$, rutornas sidlängd IX .

N och $N2$ som kan anta värdena 0 eller 1 talar om i vilken riktning trajektorian går (bakåt, framåt, vänster, höger)

Utgående parametrar:

X -koordinat för nästa skärning, $X2$, Y -koordinat för nästa skärning $Y2$, infallsvinkel för nästa skärning $AN2$, N och $N2$ justeras av subrutinen om vågen ändrar riktning.

Subroutine WHPLOT

Plottar våghöjderna i punkter mittemellan trajektorierna vid varje skärning med X-linjer.

Dessutom indikeras ev. vågbrott med en asterix på samma ställen som våghöjderna skrivs ut.

Subroutine WLPLLOT

Plottar våglängderna i punkter associerade till trajektoriernas skärningar med X-linjer.

Subroutine LOCATION

I denna subrutin lokaliseras det djup som är associerat till den ruta som trajektorian går in i vid nästa beräkningssteg.

Den kontrollerar även om trajektorian lämnar koordinatsystemet och i så fall avslutas beräkningen av denna och beräkningen av nästa vågtrajektoria påbörjas.

Ingående parametrar:

Koordinater för inkommande våg (X_1, Y_1),
koordinater för refrakterad våg (X_2, Y_2)

Matris innehållande alla djup D , och rutornas sidlängd IX .

Utgående parametrar:

Det lokaliserade djupet i nästa ruta D_1 , samt parametern M som talar om ifall trajektorian lämnar koordinatsystemet.

Subroutine LOCATION 2

Subrutinen lokaliserar det aktuella djupet mellan två trajektorier.

Detta behövs då vågbrottsvillkoret i subrutinen BREAKE skall kontrolleras.

Ingående parametrar:

Vänster trajektorias Y-koordinat, Y1.

Höger trajektorias Y-koordinat, Y2.

Den i huvudprogrammet inre loopens index, I.

Utgående parameter:

Det aktuella djupet mellan två trajektorier.

Subroutine DEPTH

Denna subrutin kontrollerar om trajektorian träffar land dvs om djupet i nästa ruta är lika med 0 och avbryter i så fall genom att sätta $M = 1$.

Ingående parameter:

Vattendjupet D i nästa ruta

Utgående parameter:

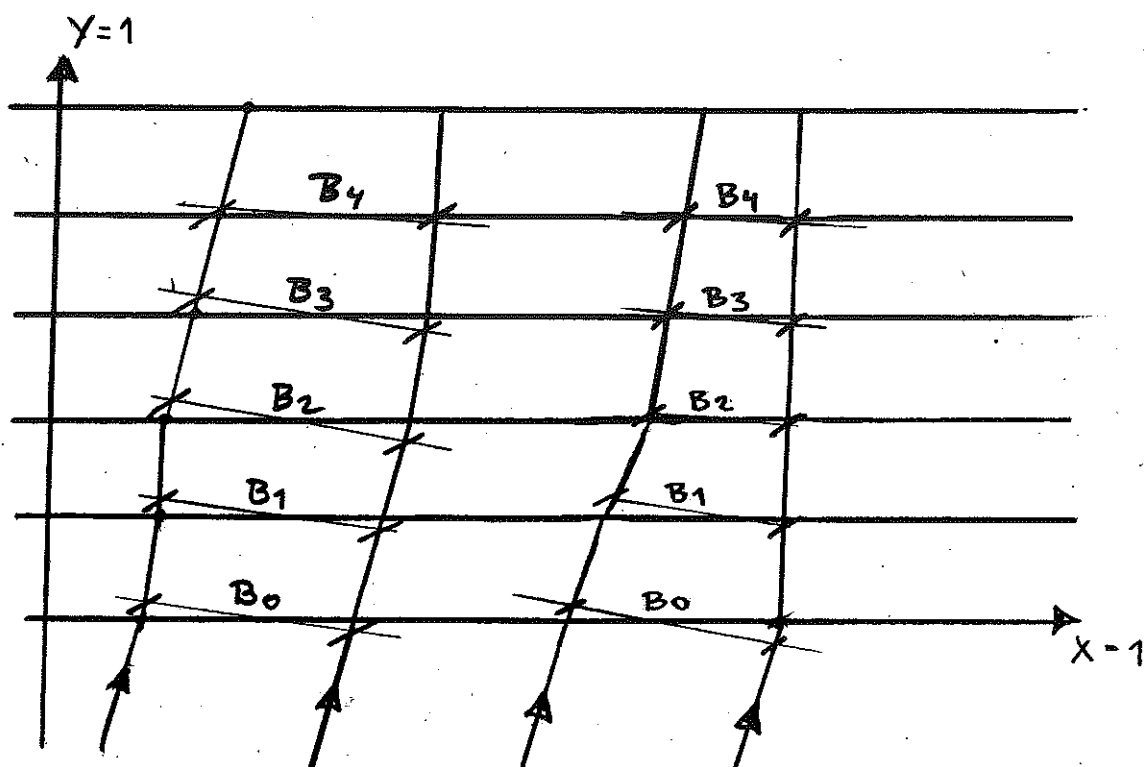
M som indikerar att trajektorian har träffat land.

Subroutine POWER

I subrutinen kommer den nya delningsbredden mellan två trajektorier att beräknas, vilket sker på följande sätt.

Först beräknas koordinaterna för mittpunkten mellan två närliggande trajektorier. Som resulterande trajektorievinkel används medelvinkeln mellan de två trajektorierna. Den nya delningsbredden blir lika med avståndet mellan trajektorierna multiplicerat med \cos för den resulterande infallsvinkeln.

Denna operation sker för varje trajektoriepar som skär x-linjer.



Den nya delningsbredden utgör referensdelningsbredd vid nästa beräkningssteg för signifikant våghöjd i subrutinen BREAKE.

Ingående parametrar:

Y-koordinat för vänster trajektoria, Y1

Y-koordinat för höger trajektoria, Y2

Vänster trajektorias infallsvinkel, AN1

Höger trajektorias infallsvinkel, AN2

Utgående parameter;

Ny delningsbredd, B1

Subroutine BREAKE

I denna subrutin kontrolleras om vågbrott kommer att inträffa. Detta göres genom att se på förhållandet mellan signifikant våghöjd och aktuellt vattendjup.

Ingående parametrar:

Vinkelräta avståndet mellan två inkommande trajektorier, B0
Vinkelräta avståndet mellan två refrakterade trajektorier, B1.

Vattendjupet i rutan man träder in i, D1.
Våghöjd för den vänstra av två vågtrajektorier, H1.
Våghöjd för den högra av två vågtrajektorier, H2.

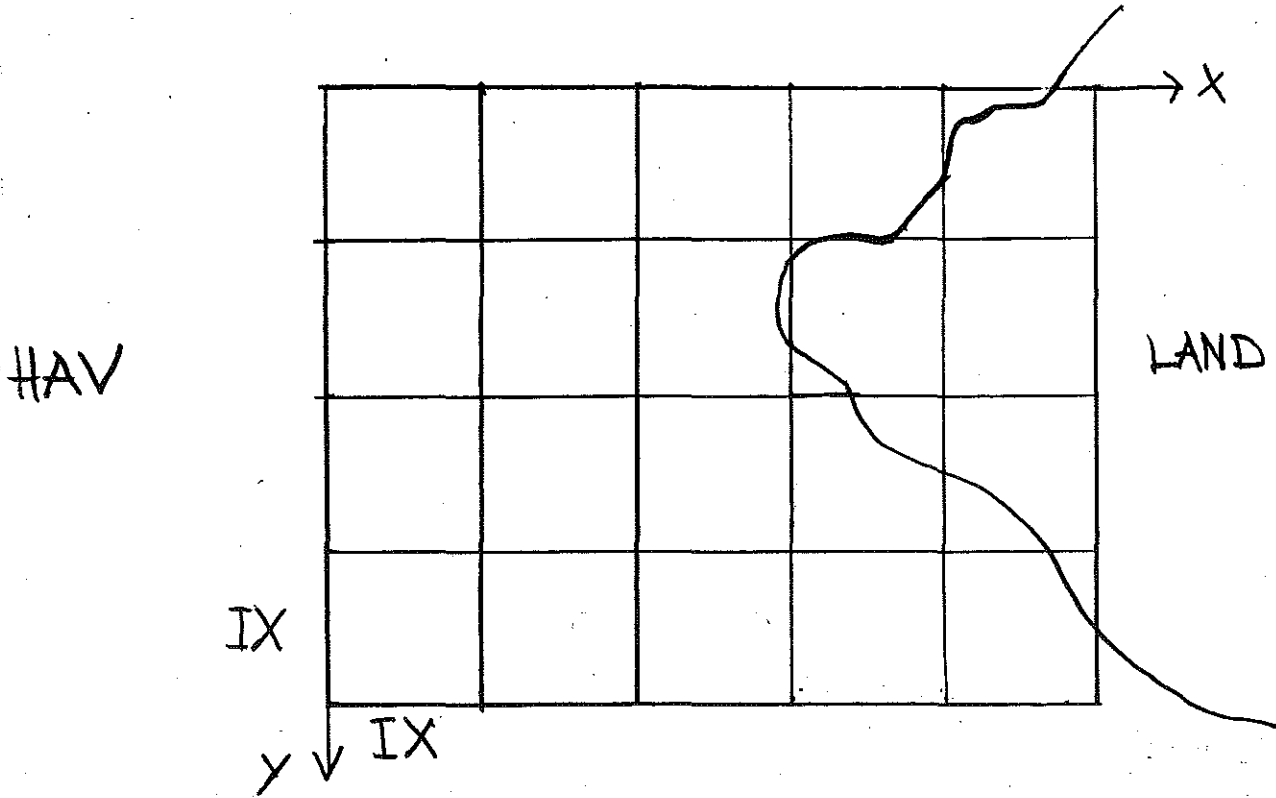
Utgående parametrar:

Signifikant våghöjd, HS
Eventuellt vågbrott markerad med en asterix.

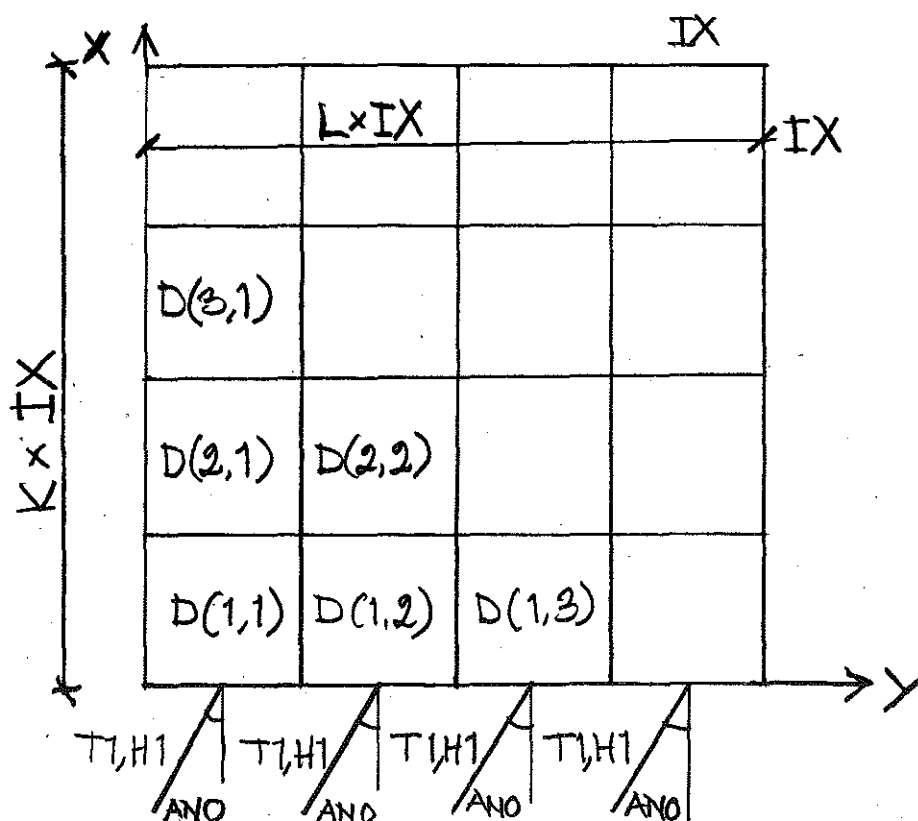
3. MANUAL

3.1 Koordinatsystem, rutnät

Det första steget vid analys med REFRAC, är att på lämpligt sätt definiera ett koordinatsystem för det aktuella området.



Då detta är gjort delas botten in i kvadratiska rutor med sidan IX. Diskretiseringen måste ske ända ut till det vattendjup där man erhåller en djupvattenvåg, dvs där $\frac{D}{L} > 0.5$

3.2 Definition av indata

Indata ges på två filer nämligen:

INDATA och DJUP

I filen INDATA ges i en följd, H1, T, ANO, K, L, IX

H1 - Djupvattenvågens höjd [m]

T - Vågperiod [s]

ANO- Infallsvinkel mot x-axeln [rad]

K - Antalet rutor i x-led

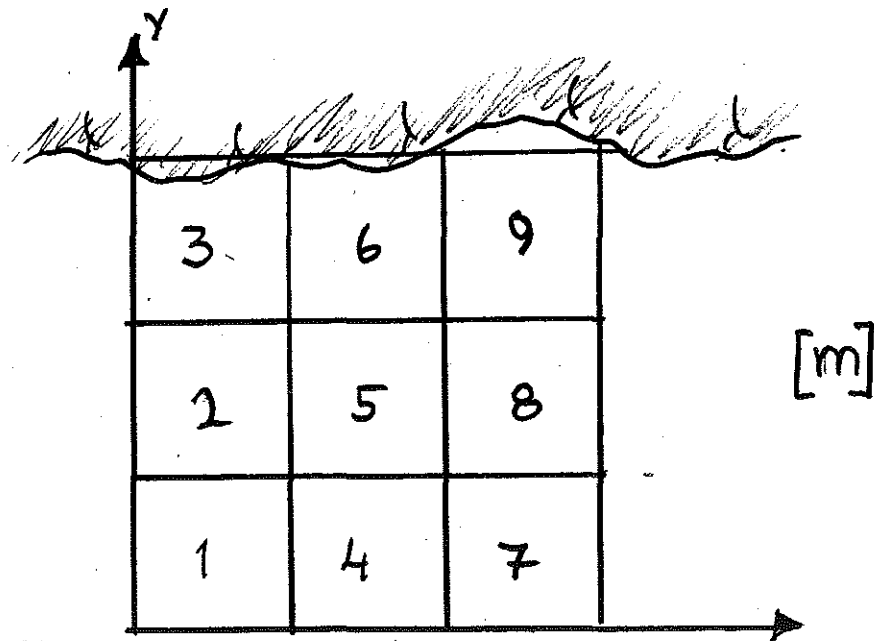
L - Antalet rutor i y-led

IX - rutornas sidlängd [m]

Exempel på indatarad:

```
000 10 8.3, 13.0, -0.43, 100, 220, 50
```

I filen DJUP ges vattendjupet i varje ruta. Eftersom fortrankompilatorn läser in matriser kolonnvis måste djupindata till matrisen D ges enligt följande:



Exempel på djupförhållande.

Exempel på dess indatafil

```
00010 1, 2, 3
00020 4, 5, 6
00030 7, 8, 9
```

Dvs kolonnerna i x-riktning ges här radvis.

Observera dock att rätt mängd indata ges. Djupfilen skall ha K stycken element på varje rad samt innehålla L rader.

3.3 Utskrifter

Dessa göres av plotter och utgörs av koordinatsystemets rutnät med trajektoriernas koordinater sammanbundna av linjer inlagda. Vid varje skärning med en x- eller y-linje skrivs våglängderna ut. Därefter plottas i ett nytt koordinatsystem trajektorierna med våghöjder och brottzoner inlagda. Brottzoner betecknas här med en asterix.

REFERENSER

1. Cederwall, K. och Larsen, P. (1976):
Hydraulik för väg- och vattenbyggare. Lund 1976.
2. Mårtensson, N. (1983): Wind Generated Waves. Göteborg
(1983).
3. Mårtensson, N. och Bergdahl, L. (1983): On the Wave
climate of the southern Baltic. Göteborg (1983)
4. Sjöberg, A. (1981): Vindvågor. Göteborg (1981).
5. Silvester, R. (1974): Coastal Engineering 1 -
Elsevier Scientific Publishing Company, New York 1974
6. U.S.Army, Corps of Engineers (1977): Shore Protection
Manual, Volume I, II and III - Virginia 1977.