

Simulering av kometbanor

i Oorts moln och nära planeter

TEKNISK FYSIK, TEKNISK MATEMATIK OCH FYSIKPROGRAMMET

CHALMERS
GÖTEBORGS UNIVERSITET

Alexander Bore, bore@student.chalmers.se
Calle Ekdahl, callee@student.chalmers.se
Stefan Holmgren, gusohokost@student.gu.se
Charbel Rizk, rizkc@student.chalmers.se
Frida Strömbeck, stfrida@student.chalmers.se
Rune Visser, gusvissru@student.gu.se

Handledare
Magnus Thomasson, magnus.thomasson@chalmers.se

Examinator
Vincent Desmaris, vincent.desmaris@chalmers.se
Lars Bengtsson, lars.bengtsson@physics.gu.se

19 maj 2014



CHALMERS

Sammandrag

För att undersöka hur en kometbana påverkas av kometens omgivning utfördes datorsimuleringar. Simuleringarna visade att det finns minst två olika källor för kometerna i Oorts moln. De visade också att den galaktiska tidvatteneffekten och förbipasserande stjärnor kan skicka Oortmolnkometer in till solsystemet. Kometer inne i solsystemet simulerades för att avgöra om dessa kan fångas upp av Jupiter, samt hur en komet på kollisionskurs med jorden bäst avstyrs.

Abstract

To examine the influence of different surroundings on cometary orbits we used computer simulations. They showed that there are at least two different sources for the comets that make up the Oort cloud. They also showed that the galactic tide and star passages can send comets of the Oort cloud into the solar system. Comets inside the solar system were also simulated, to determine whether or not Jupiter could catch them, and also to examine which way to preferably avert a comet on a collision course towards Earth.

Innehåll

1	Inledning	1
2	Grundläggande teori	1
3	Programmet	3
3.1	Flerkroppssimuleringar	3
3.2	Lösningsmetoder	3
3.3	Felanalys	5
3.4	Enheter	6
3.5	Hur programmet representerar kroppar	7
3.6	Analys av resultat	8
3.7	Visualisering av resultat	9
3.8	Möjlighet till vidareutveckling	9
3.9	Kända problem	10
3.10	Dokumentation och källkod	10
4	Simuleringar	11
4.1	Kometer, stjärnhopar och bildandet av Oorts moln	11
4.1.1	Introduktion	11
4.1.2	Metod	12
4.1.3	Resultat	17
4.1.4	Diskussion	19
4.2	Utkast av kometer till Oorts moln	20
4.2.1	Introduktion	20
4.2.2	Metod	21
4.2.3	Resultat	22
4.2.4	Diskussion	26
4.3	Bildandet av långperiodiska kometbanor från Oorts moln	27
4.3.1	Introduktion	27
4.3.2	Metod	28
4.3.3	Resultat	29
4.3.4	Diskussion	31
4.4	Infångning av komet	32
4.4.1	Introduktion	32
4.4.2	Metod	33
4.4.3	Resultat	34
4.4.4	Diskussion	39
4.5	Störningar av kometbanor	40
4.5.1	Introduktion	40
4.5.2	Metod	41
4.5.3	Resultat	42
4.5.4	Diskussion	45

5 Sammanfattning	45
Referenser	47
A Kompletterande data	50
A.1 Simulering av 30 kroppar i asteroidbältet	50
A.2 Störningar av kometbanor	51
B Bidragsrapport	52
B.1 Programmet	52
B.2 Rapporten	52

1 Inledning

Kometer är kroppar som består av is och stoft, som rör sig i solsystemet. Kometer färdas i elliptiska banor, som gör att de har en bana som varierar från att vara långt från solen till att vara nära solen. De kännetecknas av sin svans som de får när de närmar sig det inre solsystemet. När kometer befinner sig långt bort från solen är de väldigt svåra att upptäcka.

Det finns kortperiodiska kometer som härstammar från Kuiperbältet, ett bälte av kometer som finns runt om planeter, ungefär 30-50 AU från solen. AU är en astronomisk enhet (engelska astronomical unit) som betecknar medelavståndet från jorden till solen, dvs $1 \text{ AU} = 149\,597\,870,7 \text{ km}$. Långperiodiska kometer kommer från Oorts moln, en sfär av kometer runt solsystemet med avstånd 2000-50000 AU från solen.

Syftet med detta arbete är att ta reda på:

- Hur bildades Oorts moln?
- Hur kan en komet som befinner sig i Oorts moln få en bana in mot solen?
- Vad händer med kometer då de är i närheten av planeter?

För att undersöka dessa olika frågor har ett simuleringsprogram skrivits. Programmet räknar ut kometens bana då kometen utsätts av gravitationskraften från andra kroppar, som solen och planeter.

2 Grundläggande teori

I den här rapporten används en del lagar och begrepp från astronomin. Då de behövs för att enkelt kunna diskutera ämnesområdet, ges en kort förklaring här.

Kepler var en astronom som i början av 1600-talet presenterade tre lagar om planeters rörelse, baserade på Tycho Brahes observationer[1]. Dessa lagar kallas nu Keplers lagar och lyder:

1. Planeters bana är elliptiska, med stjärnan i en av brännpunkterna.
2. En linje mellan stjärna och planet sveper över samma yta under lika stora tidsintervall.
3. Periodtiden i kvadrat är direkt proportionell mot längden av den halva storaxeln i kubik.

Lagarna formulerades för planeter, men gäller för alla kroppar när man förenklar solsystemet till ett tvåkropparsproblem.

Den halva storaxel som nämns i den tredje är en del av det koordinatsystem som används för att beskriva en kropps bana i solsystemet. Detta system utnyttjar sig av banelement som koordinater, och tillåter en att på ett enkelt sätt beskriva den bana som en kropp har[2].

Det finns 6 banelement som tillsammans beskriver ett koordinatsystem. Dessa är:

- a halva storaxeln, halva längden av den linje som går mellan perihelium (den punkt där kroppen är närmast solen) och aphelium (den punkt som ligger längst bort på banan).
- e excentricitet, ett mått på hur avlång banan är.
- i inklinering, den vinkel som anger hur mycket kroppens bana lutar jämfört med ekliptikan (planet som innehåller solen och jordens bana).
- ω Periheliumets argument, den vinkel som beskriver åt vilket håll perihelium är riktad.
- Ω vinkel till den uppstigande noden jämfört med referensriktning, som i solsystemets fall sätts till vädurens stjärnbild.
- τ Tiden när kroppen passerar perihelium.

Precis som vattnet på jorden påverkas av solen och månen, vilket ger tidvattnet, drar även Vintergatans centrum i dess kroppar. Detta leder till att komet och sol accelereras lite olika, vilket kan räknas om till en extra accelerationsterm. Effekten, och hur man räknar på den, beskrivs utförligt i avsnitt 4.3.

Flykthastigheten för en komet är den hastighet som krävs för att kometen inte längre ska vara bunden till sin stjärna, då dess kinetiska energi blivit större än vad som kan omvandlas till potentiell energi av stjärnan[3]. Denna räknas ut med ekvationen

$$v_f = \sqrt{\frac{2G(m_1 + m_2)}{R}} \quad (1)$$

där G är den allmänna gravitationskonstanten, m_1 och m_2 är de respektive kropparnas massor och R är radien mellan dessa.

3 Programmet

För att kunna genomföra simuleringarna som beskrivs i den här rapporten skrevs ett program i programmeringsspråket Java. Här nedan följer en förklaring av vad programmet gör, hur bra resultaten programmet ger är, vilka inställningar som finns och hur simuleringar byggs upp. Detta avsnitt är intressant både för den som vill ha en djupare förståelse av vad som ligger bakom simuleringarna i kommande avsnitt och för den som eventuellt vill använda programmet till att utföra egna simuleringar.

3.1 Flerkroppssimuleringar

Att genomföra en flerkroppssimulering innebär att räkna ut hur tillståndsvektorerna $(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})_i$ för en uppsättning kroppar kommer att utvecklas över tid givet kropparnas begynnelsevärden $(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})_{i,t=0}$ och krafterna som påverkar dem. Rymden är ett relativt tomt område vilket betyder att den ömsesidiga gravitationskraften $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ kropparna sinsemellan ofta utan att minska lösningens noggrannhet nämnvärt kan antas vara den enda kraften som påverkar. Att genomföra en flerkroppssimulering kan alltså betyda att lösa systemet av differentialekvationer som ges av

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = -G \sum_{j=0, j \neq i}^N \frac{m_j}{r_{ij}^2} \mathbf{r}_{ij} \quad (2)$$

där n är antalet kroppar och $i \in [1, N]$.

3.2 Lösningmetoder

Eftersom det inte finns analytiska lösningar till ett system såsom (2) för $N > 2$ måste flerkroppssimuleringar utföras med numeriska metoder. Ett sätt att lösa differentialekvationerna på är att använda en så kallad stegmetod, varav Eulers metod är det enklaste exemplet. Med denna metod bestäms lösningen i tidpunkten $t + \delta t$ av uttrycket

$$f(t + \delta t) = f(t) + \frac{df(t)}{dt} \delta t$$

där storleken av δt begränsas av hur exakt resultat som eftersträvas.

Programmet använder en stegmetod som kallas för Runge-Kutta 8(5,3) Dormand-Prince (hädanefter DP853). DP853 använder ett viktat medelvärde av derivatan i tolv olika punkter $\tau_i \in [t, t + \delta t]$ för att beräkna en mer exakt approximation av $f(t + \delta t)$ än vad som är möjligt med bara ett värde av derivatan som i Eulers metod.

Precis som Eulers metod löser DP853 endast första ordningens differentialekvation. Genom att sätta $\beta = \dot{\alpha}$ kan dock differentialekvationen av andra ordningen $\ddot{\alpha} = \psi(x)$ skrivas som

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \psi(x) \\ \dot{\alpha} = \beta \end{cases}$$

vilket är ett system av första ordningens ordinära differentialekvationer som DP853 kan hantera. Funktionen i (2) som motsvarar $\psi(x)$ är gravitationskraften, så varje steg kräver att programmet beräknar avstånden mellan de olika kropparna och att det summerar alla bidrag. Desto färre beräkningar desto snabbare blir simuleringen, därför eftersträvas en så lång steglängd som möjligt. Längden på ett steg med notationen här ovan är δt . Det är ett trivialt faktum att om ett system simuleras en tidsperiod Δt så går det dubbelt så fort om tiden avverkas av hälften så många steg, vilket är vad dubbel steglängd innebär. Men om steglängden ökar minskar noggrannheten i lösningen eftersom derivatan av en funktion bara är en bra indikation av vart funktionen är på väg kring punkten i vilken derivatan beräknades. Därför använder DP853 en algoritm som för varje steg egentligen tar två steg, varav ett är längre än det andra. Genom att jämföra skillnaden mellan resultaten med en toleransnivå avgör algoritmen sedan om steget uppfyller de noggrannhetskrav som användaren har specificerat och om så inte är fallet prövar den en kortare steglängd. Den beräkningsmässiga kostnaden av att beräkna värden för ett steg som sedan inte används vägs upp av att steglängden kan variera och bli längre när det är lämpligt, samtidigt som det ger användaren ett sätt att kontrollera noggrannheten i lösningen. Siffrorna i DP853 refererar till metodens noggrannhet där felet i ett enda steg är $O(\delta t^8)$ och felet som ges av metoderna som används för att bestämma steglängden är $O(\delta t^5)$ respektive $O(\delta t^3)$.

Två parametrar som användaren anger är absolut tolerans, ATOL, och relativ tolerans, RTOL. Ett steg från $y_n = f(t)$ till $y_{n+1} = f(t + \delta t)$ accepteras bara om det uppfyller kravet att

$$|y_{n,i} - \hat{y}_{n,i}| \leq \delta_i$$

där

$$\delta_i = \text{ATOL}_i + \max(|y_{n,i}|, |\hat{y}_{n,i}|) \cdot \text{RTOL}_i$$

och \hat{y} är det alternativa steget med lägre noggrannhet. Om y_n är ett stort värde dominerar alltså den relativa toleransen och avgör huruvida steget är godkänt eller inte, medan om y_n är litet dominerar den absoluta toleransen. Standardinställningen i programmet är 10^{-20} för båda men ett mer lämpligt tal väljs oftast för simuleringen som ska utföras.

3.3 Felanalys

För att testa programmet gjordes många olika simuleringar av problem med kända lösningar. Ett sådant test visas i tabell 1, där det går att se hur programmet på ett korrekt sätt kan simulera banor kring solen. Lösningen blir dålig först då kropparna i simuleringen passerar väldigt nära solen och inställningarna för noggrannheten inte är strikta. Ytterligare ett test gick ut på att simulera en stjärnhop med trettio stjärnor över en tidsperiod på tre miljoner år med inställningen $ATOL=RTOL=10^{-6}$ för att avgöra hur väl programmet bevarar energi. Under simuleringen förlorade systemet av stjärnor $2 \cdot 10^{-10}$ procent av den ursprungliga totala energin. Slutligen undersöktes en bana kring solen med excentriciteten 0,9 och halva storaxeln 1 AU med avseende på precession. Simuleringen visade att banan hade precesserat 1.54 grader efter en miljon år. Under simuleringen var $ATOL=RTOL=10^{-6}$.

Ett problem i vissa tillämpningar är att programmet bara räknar med gravitationskraften och bortser ifrån effekten av sublimering. Därför kommer kometer, som påverkas av strålningstryck och en raketeffekt då komets material förgasas, inte att simuleras realistiskt över långa tidsperioder om de passerar nära solen. Detta bekräftades då två kända kometer simulerades med startvärden som hämtades ifrån NASAs tjänst JPL HORIZONS. Den första kometen, som kallas för Flamsteed och är känd därför att den analyserades av Isaac Newton i *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, har enligt JPL HORIZONS en tidpunkt för perihelium den trettionde juli 1683 klockan 14:11. Om en simulering initieras med $RTOL=ATOL=10^{-20}$ den 1:a juni 1683 beräknar programmet dock tidpunkten för perihelium till trettionde juli 1683 klockan 11:11. På lite mer än en månad har felet alltså hunnit bli tre timmar. Det andra exemplet är Halleys kometa som har passerat jorden många gånger och är känd på grund av det. Den simulerades från år 1600 fram tills idag. År 1607 var tidpunkten för perihelium den 27:e oktober vilket programmet beräknade rätt men därefter blir det sämre, då tidpunkten för perihelium 15:e september 1682 beräknades till 16:e juni 1683. Nästa tidpunkt för perihelium var april 1761 men programmet beräknade det till mars 1759.

Felet var förväntat. Försöket med Flamsteed visar dock att så länge som simuleringarna är korta är resultatet såpass nära att det kan vara godtagbart i många fall. Dessutom avtar både effekten av strålningstryck och uppvärmning snabbt med avståndet ifrån solen, vilket gör att problemet inte alls borde finnas vid simulering av kometer i utkanten av solsystemet, eller ännu längre ut såsom i Oorts moln.

Tabell 1: I ett tvåkroppspromblem såsom en komet som färdas i en bana kring solen borde inte den motsvarande halva storaxeln förändras över tid. Denna tabell visar skillnaden mellan den ursprungliga storleken på den halva storaxeln a och dess storlek efter att kometen har simulerats i tiotusen år. Kometen började i en bana med den angivna halva storaxeln a och avståndet till perihelium r_p . $ATOL=RTOL$ är 10^{-20} , 10^{-12} respektive 10^{-6} för de olika blocken. Längdenheten är AU.

a	$r_p=0.1$	1	10	100	1000
10^3	$1.72 \cdot 10^{-9}$	$1.60 \cdot 10^{-9}$	$1.14 \cdot 10^{-12}$	$2.51 \cdot 10^{-11}$	$2.13 \cdot 10^{-11}$
10^4	$4.69 \cdot 10^{-6}$	$1.34 \cdot 10^{-7}$	$3.69 \cdot 10^{-8}$	$8.40 \cdot 10^{-10}$	$3.40 \cdot 10^{-10}$
10^5	$6.96 \cdot 10^{-5}$	$3.67 \cdot 10^{-6}$	$4.47 \cdot 10^{-6}$	$1.66 \cdot 10^{-6}$	$6.71 \cdot 10^{-7}$
10^3	$1.66 \cdot 10^{-4}$	$3.13 \cdot 10^{-7}$	$1.94 \cdot 10^{-10}$	$4.66 \cdot 10^{-11}$	$3.41 \cdot 10^{-12}$
10^4	0.02	$3.12 \cdot 10^{-5}$	$8.31 \cdot 10^{-9}$	$5.48 \cdot 10^{-9}$	$2.85 \cdot 10^{-9}$
10^5	1.65	$0.03 \cdot 10^1$	$2.40 \cdot 10^{-6}$	$5.39 \cdot 10^{-8}$	$1.97 \cdot 10^{-7}$
10^3	7.37	0.02	$5.30 \cdot 10^{-10}$	$1.55 \cdot 10^{-10}$	$4.51 \cdot 10^{-11}$
10^4	790.28	2.21	$4.86 \cdot 10^{-8}$	$9.76 \cdot 10^{-9}$	$6.13 \cdot 10^{-10}$
10^5	273783.51	221.90	$4.87 \cdot 10^{-6}$	$2.64 \cdot 10^{-7}$	$5.73 \cdot 10^{-7}$

3.4 Enheter

Inom astronomin finns det många olika enheter som kan användas för ange massa, avstånd, tid och så vidare. Solmassor och parsec är populära för vissa tillämpningar exempelvis. Både i programmet och i den här rapporten valdes det att använda kilogram för massa, AU för avstånd och grader för de banelement som anger vinklar. För att ange tider, såsom till exempel när en simulering ska starta och när den ska sluta, används så kallade julianska datum. Ett julianskt datum (JD) är antalet dagar sedan 1:a januari 4713 f.kr. Detta är naturligtvis en godtycklig startpunkt. Ett annat alternativ vore JD2000 som är antalet dagar sedan 1:a januari 2000. Det används internt i koden som representerar planeterna, men användaren behöver aldrig använda något annat än JD. I den här rapporten används därför bara JD för startvärden för simulatorn där det anges.

3.5 Hur programmet representerar kroppar

För att beräkna gravitationen mellan de olika kropparna i en simulering krävs en beräkning för varje par av kroppar vilket gör att antalet beräkningar i en N -kroppssimulering är proportionellt mot N^2 . Det huvudsakliga sättet på vilket programmet minskar antalet beräkningar är genom att hantera kroppar som masslösa när det är lämpligt. Konstruktionen av en simulering utgår alltid ifrån ett tomt tredimensionellt rum i vilket användaren av programmet kan placera två olika typer av kroppar, som kallas för "kända" respektive "okända" kroppar. De okända kropparna är de vars begynnelsevärden är kända, men vars framtida positioner är okända. De kända kropparna har bestämda banor, som ges av en tidsberoende funktion, så därför är deras framtida positioner kända. Eftersom deras banor är förutbestämda påverkas de kända kropparna inte av gravitationen ifrån andra kroppar och de påverkar ej heller varandra. De okända kropparna påverkas av gravitationen ifrån de kända kropparna men påverkar med standardinställningarna inte varandra. I vissa fall, som i en stjärnhop, kan man vilja ha okända kroppar som påverkar varandra och detta är också möjligt med en inställning. Kometer i stjärnhopen har dock så liten massa jämfört med stjärnorna att stjärnorna inte märkbart påverkas av kometerna, samtidigt som kometerna också på grund av masskillnaden gentemot stjärnorna såväl som att avståndet mellan kometerna är såpass stort inte heller påverkar varandra. Genom att sätta kometernas massa till noll ger man den informationen till programmet som då undviker många kraftberäkningar som det annars hade behövt göra. Skillnaden är väldigt viktig eftersom antalet beräkningar växer linjärt med antalet masslösa partiklar, istället för att växa proportionellt mot N^2 .

Ett vanligt fall där kända kroppar är användbara är för att modellera solsystemet eftersom planeternas banor är kända. Till exempel omfattar en simulering av solsystemet och en komet tio stycken kroppar och det betyder att $\frac{10(10-1)}{2} = 45$ beräkningar krävs för den ömsesidiga gravitationen medan om alla åtta planeterna och solen är kända kroppar krävs bara nio beräkningar.

I programmet finns det två uppsättningar planeter som kan användas för att snabbt lägga till solsystemet i en simulering. Den ena uppsättningen är optimerad för noggrannhet medan den andra är optimerad för att göra så få beräkningar som möjligt. Den noggranna uppsättningen använder samma algoritm och banelement som vanligtvis används för att planera rymdfärder[5]. Med denna kan man exakt återskapa solsystemet så som det var vid ett visst datum. Den andra klassen flyttar planeterna i typiska banor utan att behöva genomföra nästan några beräkningar alls.

Utöver ömsesidig gravitation kan programmet också hantera andra typer av

krafter som dyker upp. Detta görs via två huvudsakliga mekanismer, kraftfält och så kallade händelsehanterare som används för att plötsligt då ett villkor uppfylls modifiera en kropps tillståndsvektor. Konkret kan händelsehanterare exempelvis ändra en komets hastighetsvektor plötsligt som om en motor hade gett den en knuff. En händelsehanterare kan också avbryta integrationen om en komet kommer inom radien för en planet, vilket skulle betyda kollision. Kraftfält kan användas för motorer som verkar kontinuerligt på en komet, bromskraften i en planetatmosfär eller för att representera potentialen ifrån interstellära gasmoln.

Det finns många problem i flerkroppssimuleringar av kometer som är återkommande, därför har programmet flera olika funktioner som ämnar göra det enklare och snabbare att programmera simuleringar. Dessa kan inkluderas genom att ändra inställningarna på lämpligt sätt. Exempel är en händelsehanterare för att detektera när en okänd kropp kommer inom ett visst avstånd ifrån en planet, kraftfältet som motsvarar den galaktiska tidvatteffekten och ett sätt att generera en stjärnhop med lämpliga begynnelsevärden och lämplig massfördelning.

I viss mån reflekterar programmets inbyggda funktioner målet med undersökningarna i den här rapporten. Framförallt kan kända banor för planeterna användas eftersom målet är att studera hur kometbanor påverkas av planeterna, inte hur planetbanorna påverkas eller ens detaljer i en viss komets bana.

3.6 Analys av resultat

Den data som programmet genererar kan exporteras och laddas in i andra programvaror för analys, dock finns det flera situationer då det kan vara en fördel att analysera data direkt i programmet. Det helt generella verktyget för detta kallas för steghanterare. En steghanterare är en funktion som tar emot systemets tillståndsvektor i varje steg. En steghanterare används exempelvis för att analysera flerkroppssystem genom att räkna ut kinetisk energi och potentiell energi vid varje tidssteg. Resultatet skrivs av den steghanteraren till fil efter varje steg. Det finns en annan steghanterare som sparar tillståndsvektorerna ifrån varje steg internt och sedan, då simuleringen är över, interpolerar emellan dem. På det sättet tillhandahåller den en kontinuerlig lösning vilken kan användas för att hitta periheliumavståndet och andra mått som inte kan beräknas exakt ifrån diskreta värden.

3.7 Visualisering av resultat

Resultatet av en simulering kan, antingen direkt eller efter att det har laddats in ifrån fil, ges till en visualiseringsfunktion i programmet som animerar resultatet i 3D. Visualiseringen har grundläggande funktioner för att starta och stoppa animationen, ändra hastighet samt att ändra skala. I avsnitt 4.2 finns exempel på hur 3D-bilderna visualiseringsverktyget skapar ser ut, men det ser bättre ut på en datorskärm. Eftersom 3D-animeringen bygger på en flexibel 3D-motor finns det en stor potential för hur den kan förbättras. Bakgrund, texturer för kroppar och kometsvansar är alla saker som skulle kunna implementeras och antingen ersätta hur det ser ut nu eller utgöra ett alternativt renderingsläge. I vilken riktning vidareutveckling bör ske beror helt på vad man har för syfte med programmet i framtiden. Den nuvarande typen av visualisering är väldigt väl anpassad för hur den användes under arbetet med den här rapporten.

3.8 Möjlighet till vidareutveckling

Det finns ett väldigt enkelt gränssnitt för standardsimuleringar, men alla simuleringar som avviker på något sätt skrivs med javakod. För att gränssnittet skulle kunna användas för mer avancerade simuleringar krävs mycket arbete för att bland annat inkludera steghanterare, händelsehanterare och kraftfält. Ett sådant grafiskt gränssnitt skulle ta lång tid att utveckla och kan förmodligen bara motiveras om programmet ska användas av personer som saknar erfarenhet av Java.

För personer med erfarenhet av Java är det nuvarande upplägget smidigt. Eftersom simuleringarna skrivs i javakod precis som programmet ger detta en stor möjlighet att påverka hur programmet beter sig, och programmet är också skrivet för att kunna använda sig av kod skriven av användaren exempelvis användarens steghanterare och användarens händelsehanterare.

Ett annat exempel är hur begynnelsevärdena för en okänd kropp anges. I programmet finns flera alternativ, som xyz-koordinater och motsvarande hastigheter, det vill säga tillståndsvektorn, eller en standarduppsättning av banelement. För att ange begynnelsevillkoren i en annan uppsättning av banelement är det enkelt att lägga till ett nytt alternativ, så länge man kan formulera sambandet mellan den nya uppsättningen banelement och tillståndsvektorn.

Koordinatsystem för begynnelsevillkor, steghanterare, händelsehanterare och kraftfält är alla exempel på delar av programmet som kan utvecklas och läggas till i programmet utan att behöva ändra koden. Det gör programmet flexibelt och ger användaren stora möjligheter att testa olika saker.

3.9 Kända problem

Programmet är generellt nog för att kunna modellera vilka flerkroppspromblem som helst. Detta omfattar de simuleringar som går att finna i litteraturen om astronomi. Gedigen användning av programmet har bara avslöjat ett stort problem, att programmet är långsammare än de simuleringsprogram som generellt sett används för den avsedda typen av simuleringar. Det finns en stor grupp av problem som brukar undersökas med simuleringar som pågår i flera miljarder år. Ett exempel är att simuleringar av hur Jupiter kan fånga långperiodiska kometer i kortperiodiska banor brukar simuleras över flera miljarder år med tusentals eller tiotusentals kroppar, som i [4], då processen är väldigt långsam och svår att kvantifiera med bara ett fåtal objekt. Som exempel på hur programmet presterar tar simuleringen av en stjärnhop med trettio stjärnor i tre miljoner år som beskrivs i felanalysen cirka sex timmar att slutföra på en dator med en Intel i5 Ivy Bridge-processor, medan en typisk simulering av en stjärnhop med femton stjärnor och trettio kometer i tjugo miljoner år tar cirka trettio timmar att slutföra. I båda fallen användes $RTOL=ATOL=10^{-6}$.

Även långa simuleringar med många objekt går att genomföra genom att integrera rörelseekvationerna. Den underliggande ODE-lösaren, DP853, skulle dock behöva bytas ut. DP853 är en bra och noggrann ODE-lösare men det finns andra ODE-lösare som är bättre lämpade för vissa typer av problem. Exempelvis kan ekvationerna för kroppar som har elliptiska banor integreras väldigt snabbt med så kallade symplektiska integratorer. Det finns också en del andra approximationer som skulle kunna ha implementerats för vissa problem. Överföringen av kometer mellan Oorts moln och solsystemet skulle exempelvis kunna approximeras till stor del av ett tvåkropparproblem och därmed skulle det vara möjligt att undvika simulering av stora delar av dessa kometers banor.

3.10 Dokumentation och källkod

Programmets källkod finns tillgänglig på Github under adressen <https://github.com/CEkdhl/cometsimulator/>. Där finns även dokumentation i form av exempelkod såväl som så kallad Javadoc-dokumentation. Det är möjligt att börja genomföra egna simuleringar efter att man kollat på exempelkoden men Javadoc innehåller den noggranna dokumentationen av alla de individuella funktionerna. Javadoc gör det möjligt att få en djupare förståelse för programmet, som också kan fås genom att läsa den kommenterade koden.

4 Simuleringar

4.1 Kometer, stjärnhopar och bildandet av Oorts moln

4.1.1 Introduktion

Det stora antalet kometer i Oorts moln kan eventuellt inte förklaras av att kometer som bildades kring solen har slungats ut eller på annat sätt hamnat i det området[10], därför är det intressant att undersöka alternativa källor för kometer. Man vet att kometer bildas kring stjärnor och man vet att de måste bildas en bit ut ifrån stjärnorna, eftersom kometer delvis består av is vilket kräver att området där de föddes är relativt svalt[6]. I solsystemet skulle det avståndet ungefär motsvara det avstånd ifrån solen där gasplaneterna ligger. Vidare är det känt att de allra flesta stjärnorna föds i stjärnhopar[8], det vill säga i grupper med andra stjärnor som interagerar med varandra. Detta leder till tre frågor som här ska undersökas genom att simulera en stjärnhop med kometer.

1. Lämnar kometer sina ursprungliga banor kring sina födelsestjärnor som följd av stjärnpassager i en typisk stjärnhop?
2. Om så är fallet, fångas dessa kometer upp av andra stjärnor eller försvinner de ut i rymden?
3. Hur stor blir den halva storaxeln (a) typiskt sett för uppfångade kometer? Hamnar uppfångade kometer vanligtvis i det område som definierar Oorts moln ($2000 \text{ AU} < a < 50000 \text{ AU}$)?

Den grundläggande processen för hur stjärnhopar bildas är känd. Den börjar i särskilda områden i rymden, så kallade molekylnmoln, där densiteten av partiklar är särskilt hög. På olika håll i molnet bildas klumpar av materia, som till slut kan kollapsa på grund av deras egen gravitation. När detta sker höjs temperaturen och stjärnor bildas[7]. Eftersom stjärnorna roterar tvingas överblivet material kring vardera stjärna till att bilda så kallade protoplanetära skivor. Det är i dessa som kometer sedan bildas. En modell kommer att föreslås för födelsen av en stjärnhop och dess kometer som är lämplig att implementera inom ramen för programmet som används för simuleringarna. Idén bakom undersökningen är att svara på frågorna genom att simulera stjärnor och kometer i deras protoplanetära skivor under en lång tid för att se vad som händer.

Andra har gjort liknande simuleringar förut. Levison et al. har, i en artikel som inspirerade följande simulering, undersökt vad som händer med kometer som bildas kring en stjärna i en stjärnhop eftersom de ansåg att solens protoplanetära skiva inte är en tillräckligt rik källa för att kunna motivera den beräknade mängden kometer i Oorts moln[10]. Deras slutsats är att upp

till 90 % av kometerna i Oorts moln kan ha sitt ursprung i andra stjärnors protoplanetära skivor.

4.1.2 Metod

För att simulera en stjärnhop måste massförhållandet mellan stjärnorna och gasen i stjärnhopens omgivning redas ut. Summan av gasens massa och stjärnornas massa är all massa som fanns från början i stjärnhopens område av molekylnolnet. Andelen materia som omvandlas till stjärnor kallas för stjärnbildningseffektiviteten (ϵ) och gasens massa efter stjärnbildningen M kan ges i termer av stjärnbildningseffektiviteten enligt

$$\epsilon = \frac{\sum_i m_i}{\sum_i m_i + M} \implies M = \left(\frac{1}{\epsilon} - 1\right) \sum_i m_i \quad (3)$$

där $\sum_i m_i$ är stjärnornas totala massa. Spektroskopiska undersökningar av stjärnhopar har visat att ϵ vanligtvis är mellan 0.1 och 0.3[12]. Olika potentialer har använts för att representera gravitationskraften som gasen bidrar med i en ung stjärnhop, till exempel så användes den så kallade hernquistprofilen i [10]. I [8] användes hernquistprofilen och plummersfären i olika simuleringar av stjärnor beroende på vilken potential koden som användes råkade vara skriven med och den övergripande utvecklingen av stjärnhopen blev likadan i båda fallen. Med den kunskapen valdes plummersfären, vars potential Φ och uttryck för acceleration ges av

$$\Phi = -\frac{GM}{\sqrt{r^2 + R^2}} \quad \ddot{\mathbf{r}} = -\frac{GM\mathbf{r}}{(r^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (4)$$

där M och R representerar molnets massa respektive utsträckning. Valet av M och R motiveras med att då $r > R$ liknar potentialen en punktmasa. I den här undersökning antas en sfäriskt symmetrisk massfördelning, vilket gör att en sådan potential är att förvänta utanför gasmolnet.

Stjärnhopens utsträckning R kan bestämmas med uttrycket

$$R(N) = 2.0626 \cdot 10^5 \sqrt{\frac{N}{300}} \text{ AU}$$

där N är antalet stjärnor i hopen[8]. Uttrycket är anpassat till empirisk data om unga stjärnhopar av den typ som denna simulering omfattar.

Gasens massa och därmed potentialen (4) kan bestämmas enligt (3) om massan på de individuella stjärnorna kan bestämmas. Sannolikhetsfördelningen $p(m) = km^{-\alpha}$ brukar kallas för den initiala massfunktionen och den speglar massfördelningen i stjärnhopar realistiskt. En funktion $m(X)$ som ger en massa ur sannolikhetsdistributionen kan användas för att bestämma

massan för individuella stjärnor genom att låta X var ett jämligt slumpat tal mellan noll och ett. $m(X)$ härleds här under antagandet att den minsta möjliga stjärnan är 0,5 solmassor och att den tyngsta är 150 solmassor. I detta intervall av massor fungerar $\alpha = -2.35$ [13], vilket ger

$$\begin{aligned}
 p(m) &= km^{-2.35} \\
 \int_{0.5M_{\odot}}^{150M_{\odot}} p(m)dm &= 1 = k \frac{150^{1-2.35} - 0.5^{1-2.35}}{1 - 2.35} \implies k = 0.53 \\
 X(m) &= \int_{0.5M_{\odot}}^m p(m')dm' = 0.53 \frac{m^{1-2.35} - 0.5^{1-2.35}}{1 - 2.35} \\
 m(X) &= \left(X \frac{1 - 2.35}{0.53} + 0.5^{1-2.35} \right)^{\frac{1}{1-2.35}}
 \end{aligned}$$

Stjärnornas initiala hastighet bestämdes genom att den kinetiska energin i systemet fördelades mellan stjärnorna så att alla fick samma hastighet.

$$\sum_i \frac{m_i v^2}{2} = T \implies v = \sqrt{\frac{2T}{\sum_i m_i}}$$

T är den totala kinetiska energin. För att beräkna systemets kinetiska energi användes Virialteoremet som säger att

$$\langle T \rangle = \frac{1}{2} \langle U_{\text{tot}} \rangle$$

där U är den potentiella energin i hela systemet, det vill säga summan av den potentiella energin stjärnorna sinsemellan och den potentiella energin varje stjärna har då den befinner sig i gasen.

Det finns indikationer[8] på att väldigt unga stjärnhopar inte befinner sig i virialjämvikt utan har mindre kinetisk energi än så. Simuleringar i [8] visar att stjärnhopar som börjar med mindre kinetisk energi sprids ut långsammare vilket skulle kunna påverka resultaten i denna undersökning eftersom stjärnorna då har mer tid att interagera med varandra vilket kan få kometer att lämna deras respektive födelsestjärnor.

Riktningen för hastigheten bestämdes genom att välja en slumpmässig punkt på enhetssfärens yta. För att få en jämlig fördelning användes de vanliga uttrycken

$$\begin{aligned}
 \theta &= 2\pi u \\
 \phi &= \arccos(2v - 1)
 \end{aligned}$$

Där u och v är slumpmässiga tal mellan noll och ett. När dessa vinklar används i ett sfäriskt koordinatsystem ger de en jämlig fördelning över hela enhetssfären.

Den ursprungliga positionen för stjärnorna angavs i ett sfäriskt koordinatsystem där vinklarna bestämdes med hjälp av ovanstående teknik. Det radiella avståndet kan antingen bestämmas i enlighet med observationer att densiteten av stjärnor skalar med r^{-1} som i [10], eller så kan man ta fasta på att plummersfären anses spegla massfördelningen i en stjärnhop och härleda den radiella utspridningen ifrån det uttrycket, vilket är vad författarna gör i [11]. Det finns ingenting som tyder på att det skulle spela någon roll för stjärnhopens generella utveckling så för den här simuleringen valdes det senare.

Massfördelningen som motsvarar potentialen (4) kommer att vara en sfäriskt symmetrisk funktion $\rho(r)$. Denna funktion ges av lösningen till Poissons ekvation $\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho(r)$, som leder till att

$$\rho(r) = \left(\frac{3M}{4\pi R^3}\right) \left(1 + \frac{r^2}{R^2}\right)^{-\frac{5}{2}}$$

Genom att integrera massfördelningen, som är densiteten, fås ett uttryck för hur mycket massa som befinner sig inuti ett klot med radien r , vilket resulterar i en funktion $M(< r)$ enligt

$$M(< r) = 4\pi \int_0^r r^2 \rho(r) dr = M \frac{r^3}{(r^2 + R^2)^{3/2}}$$

Densiteten $\rho(r)$ kan ses som en sannolikhetsfördelning som anger hur sannolikt det är att en masspartikel befinner sig på ett visst avstånd ifrån centrum. Med detta tankesätt kan $M(< r)$ ses som den kumulativa fördelningsfunktionen. Det gör att samma teknik som tidigare användes för att ta fram en funktion som genererar massor ur massfördelningen för stjärnor kan användas här för att ta fram en funktion som genererar radiella avstånd baserat på massfördelningen i plummersfären.

Det finns ingenting som tyder på att det skulle spela någon roll för stjärnhopens generella utveckling så för den här simuleringen valdes en enkel variant där plummersfärens massprofil beräknades genom att göra det, med programmets enheter ej korrekta, antagandet $G = M = R = 1$ vilket resulterar i att

$$M(< r) = r^3(1 + r^2)^{-\frac{3}{2}} \implies r(X) = (X^{-\frac{2}{3}} - 1)^{\frac{1}{2}}$$

där X är ett slumpmässigt tal mellan noll och ett.

Då ett system av kroppar utvecklas tenderar tyngre kroppar att röra sig mot stjärnhopens centrum. Sannolikhetsberäkningar har dock visat att fördelningen av stjärnor i stjärnhopar såsom Trapezium inte kan förklaras enbart

med denna effekt. De tyngsta stjärnorna borde i Trapezium ha bildats nära mitten av stjärnhopen[14]. För att efterlikna denna effekt, som antas finnas även i andra stjärnhopar, parades den minsta radien ihop med den största massan, den näst minsta radien med den nästa största massan och så vidare.

Alla stjärnor föds inte samtidigt i en stjärnhop. För att simulera detta slumpades det ut lika många födelsedatum som antalet stjärnor mellan noll och en miljon år. Stjärnorna skapades en efter en, så att fram tills första födelsedatumet fanns ingen stjärna, från första till andra födelsedatumet simulerades en stjärna, från andra till tredje födelsedatumet simulerades två stjärnor och så vidare. Detta kan bidra till att ge mer realistiska startvärden för hastighet och riktning än att börja simulera alla stjärnor på samma gång då alla stjärnor har slumpmässiga riktningar och hastigheter.

Antalet stjärnor och kometer i varje simulering valdes för att simuleringarna skulle gå att genomföra inom projektets tidsram. Den längsta simuleringen gjordes med tjugo stjärnor och fyrtio kometer vilket tog sextio timmar med en Intel i5 Ivy Bridge-processor. Stjärnhopar kan omfatta flera tusen stjärnor och sannolikheten att en stjärna tillhör en stjärnhop med tjugo eller färre stjärnor är under tio procent[8].

Gasen i en stjärnhop sprids snabbt ut på grund av till exempel strålningsprocesser och supernovor, och mycket få stjärnhopar har observerats som omsluts av ett gasmoln och är äldre än fem miljoner år[8]. Med tanke på denna tidsskala tas gasen bort vid tre miljoner år, det vill säga potentialen kan skrivas som en styckvis funktion som är noll då stjärnhopens ålder är större än tre miljoner år.

Efter att potentialen tagits bort spreds stjärnorna snabbt ut. Oorts moln definierades som området mellan 2000 AU och 50000 AU från en stjärna och eftersom målet var att avgöra om kometer hamnade i stabila banor inom dessa områden var det ofta nödvändigt att simulera i tjugo miljoner år eller mer. Efter tjugo miljoner år var avståndet mellan de mest närliggande stjärnorna över en miljon astronomiska enheter, vilket eftersom gravitationskraften avtar med radien i kvadrat ansågs vara tillräckligt för att kometer i Oorts moln skulle domineras starkt av dess närliggande stjärna. Därför valdes tjugo miljoner år som standardlängden av en simulering.

Exakt vid en miljon år placerades ett par kometer kring varje stjärna med periheliumavstånd på 100 AU och stora halvaxlar jämlikt slumpade mellan 1000 och 5000 AU. Alla kometer som delade födelsestjärna lades i samma plan för att reflektera att de bildades i stjärnans protoplanetära skiva. Begynnelsehastigheten för vardera komet bestämdes genom att placera den i perihelium och beräkna dess relativa hastighet gentemot stjärnan ur vis-

viva-ekvationen enligt

$$v_{\text{rel}} = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a}\right)}$$

där M är stjärnans massa, r_p är periheliumavståndet och a är den inom det nämnda intervallet slumpmässigt valda halva storaxeln. Avståndet ifrån perihelium skulle kunna göras mindre, särskilt med tanke på att kometerna enligt ett tidigare resonemang anses ha bildats kring gasplaneterna som ligger ungefär 10 AU ifrån solen. Ett problem som uppstod under simuleringar var att perihelium för kometer som inte lämnade sina födelsestjärnor långsamt blev mindre, vilket i enlighet med tabell 1 leder till större fel som i sig kan få betydelse. Det största problemet var dock att programmet för att garantera den noggrannhet som krävs tog väldigt små steg. Eftersom kometerna ligger i omlopp skedde de nära passagera regelbundet. Den sammanlagda effekten blev att simuleringen fortskred ohållbart långsamt. Detta avhjälpes dels med att sätta perihelium till 100 AU istället för 10 AU och genom att ta bort kometerna ur simuleringen om de trots detta hamnade i en sådan bana. Oftast hamnade inte kometerna i dessa banor förrän efter gasen tagits bort och stjärnorna spridits ut. Eftersom det inte fanns någon stjärna i närheten som skulle kunna ändra deras banor kan det inte ha påverkat hur många kometer som hamnade i Oorts moln. Den större halva storaxeln borde inte heller påverka eftersom $a \gg r_p$.

Simuleringen implementerades i programmet genom att låta alla stjärnor och kometer vara okända kroppar. Programmet ställdes in för att de okända kropparna skulle attrahera varandra men kometerna gavs massan noll eftersom de kan antas vara masslösa i förhållande till stjärnorna. Information om kometerna och stjärnorna skrevs till fil regelbundet. Den relativa respektive absoluta toleransen var 10^{-6} .

Målet med simuleringen var att identifiera kometer som hamnat i omlopp kring en stjärna på ett avstånd som motsvarar Oorts moln. Den halva storaxeln för att en komet bestämdes genom att lösa ut a ur vis-viva-ekvationen, så att

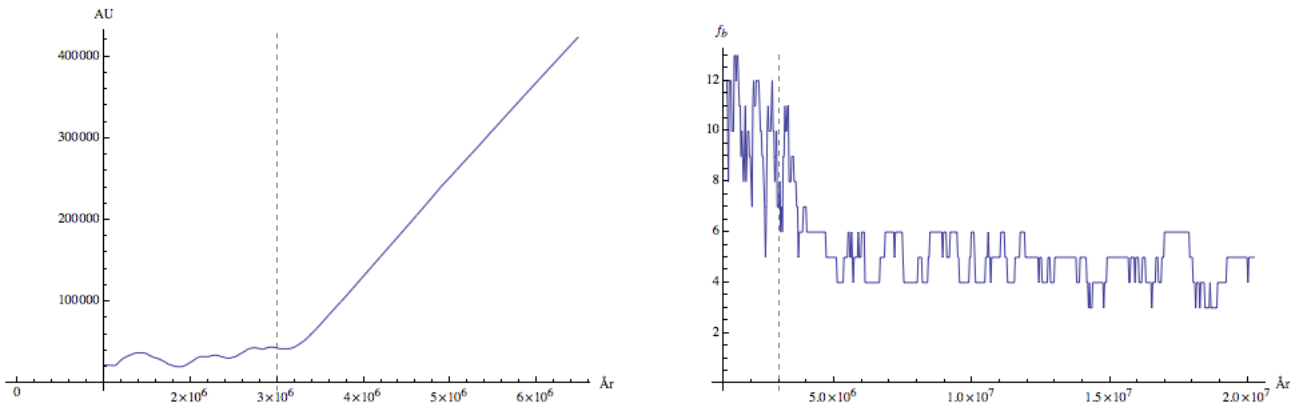
$$a = \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{v_{\text{rel}}^2}{Gm_i}}$$

där m_i är massan på den stjärna som var aktuell med tanke på den aktuella kometens position.

Baserat på de beräknade värdena av stora halvaxeln bestämdes antalet kometer i Oorts moln per stjärna. Avståndet mellan de stjärnor som fångat kometer och deras närmsta stjärnor kontrollerades för att se att det var över en miljon AU.

4.1.3 Resultat

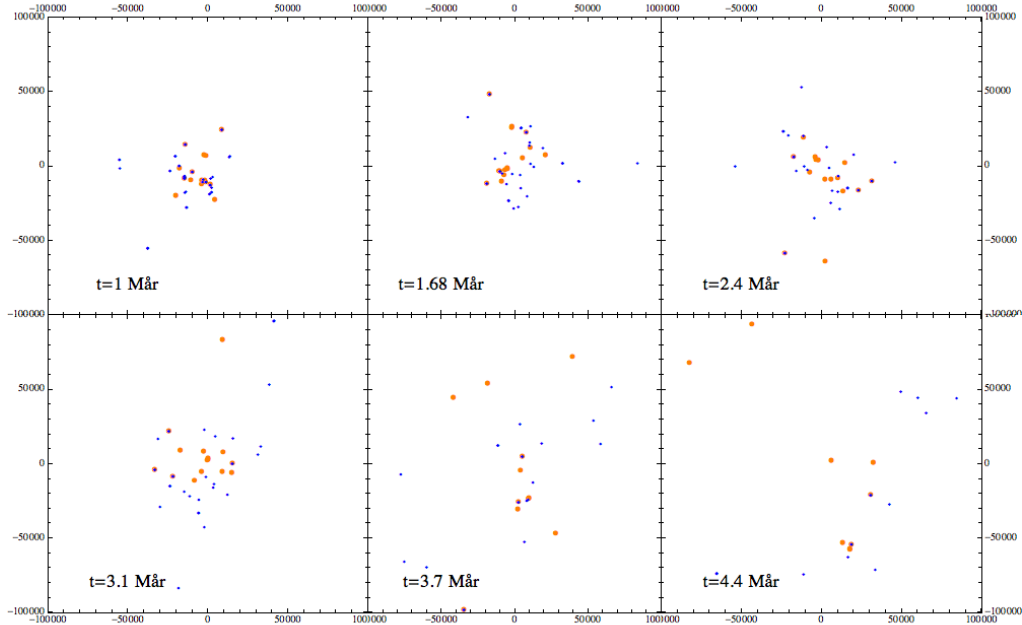
Stjärnhopen profilerades på flera olika sätt. Två viktiga grafer ges i figur 1 som visar dels att plummersfären är en tillräckligt stark potential för att hålla ihop stjärnorna precis som teorin säger och att stjärnorna sprids ut snabbt efter att gasen tagits bort. Antalet bundna stjärnor, det vill säga antalet stjärnor vars totala energi är negativ, visar att alla stjärnor inte blir isolerade så småningom i den bemärkelsen att den gravitationskraft de känner av inte är försumbart svag, något som är viktigt för att de kometer som eventuellt hamnat i Oorts moln kring i en stjärna ska förbli där över en lång tid. Grafen över antalet bundna stjärnor visar också att stjärnorna redan från början hade så mycket kinetisk energi att flera stycken inte var bundna, vilket skulle kunna leda till att stjärnorna snabbt lämnar stjärnhopen utan att interagera med de övriga stjärnorna. Detta kan jämföras med de alternativa begynnelsevärdena som har nämnts där förhållandet mellan den kinetisk och potentiell energi är mycket mindre. I en sådan simulering skulle stjärnorna ha interagerat mer och förmodligen varit bundna tills det att gasen togs.



Figur 1: Den vänstra grafen visar medelavståndet mellan stjärnor i en typisk stjärnhop simulerad med programmet. Den sträckade linjen markerar tidpunkten då gasen togs bort. Grafen visar hur stjärnorna i stjärnhopen därefter sprids ut. Den högra grafen visar antalet bundna stjärnor f_b . En stjärna är bunden om summan av potentiell och kinetisk energi är negativ.

Kometer lämnade sina födelsestjärnor till viss grad. Figur 2 visar hur en typisk simulering kan se ut. Det börjar med att kometerna är bundna till sina födelsestjärnor men väldigt snart har många lämnat sina ursprungliga banor och börjat färdas fritt mellan stjärnorna. När gasen tas bort sprids kometerna ut med stjärnorna. De kometer som senare eventuellt kan hamna

i Oorts moln är de som råkar ha en låg relativ hastighet gentemot någon av stjärnorna då gasen tas bort.



Figur 2: Exempel på en simulering med 20 stjärnor och fyrtio kometer. Stjärnor representeras av orange skivor och kometer representeras av blå skivor. Åxlarnas enhet är AU.

Sex stycken simuleringar genomfördes med parametrar enligt tabell 2. Med "Oorts moln" menas varje område mellan 2000 AU och 50000 AU kring någon stjärna. Tabellen visar att i de fem simuleringarna som genomfördes hamnade 13 % av alla kometer i Oorts moln med en betydligt högre andel i vissa simuleringar än i andra. Antalet "kollisioner" är de kometer som togs bort ur simuleringen på grund av att deras banor gjorde simulatoren långsam. Enligt resonemanget i metodavsnittet betyder detta att kometerna förmodligen befann sig i en bana med liten periapsis. Detta är troligtvis kometer som inte lämnat sina födelsestjärnor men på grund av numeriska fel över miljontals år eller inverkan ifrån andra stjärnor stjärnhopen fått en mindre periapsis. De kortperiodiska kometererna är de som inte lämnade sin födelsestjärna. Kometer som fångats upp och hamnat innanför Oorts molns innersta gräns ej har observerats. Detta betyder att andelen kometer som aldrig lämnar sin födelsestjärna är mellan 21 % och 39 % men förmodligen väldigt nära den övre gränsen. Av de kometer som faktiskt lämnar sin födelsestjärna hamnade 21 % i Oorts moln. De allra flesta kometer som lämnar sin födelsestjärna försvinner alltså ut i rymden men en betydande andel kan

bidra till Oorts moln.

Tabell 2: Antalet stjärnor och kometer i varje simulering, hur många kometer som kolliderade, hur många som förblev i förhållandevis kortperiodiska banor och hur många som hamnade i Oorts moln, samt hur många miljoner år simulering pågick. Följs av en sammanställning på sista raden.

#	Mår	Stjärnor	Kometer	Oorts moln	Kortperiodiska	Kollisioner
1	27	15	30	4	1	7
2	20	15	30	4	13	5
3	20	15	30	8	10	0
4	20	20	40	1	6	1
5	20	15	60	8	9	22
			190	25 (13 %)	39 (21 %)	35 (18 %)

4.1.4 Diskussion

Antalet kometer i den här undersökningens simuleringar var för få för att kunna dra starka slutsatser. Antalet procent av alla kometer som hamnade i Oorts moln ligger dock inom det spann av olika värden för olika stjärnhopar som simuleringarna i [10] gav som resultat. Tendensen är trots allt att färre kometer hamnar i Oorts moln, något som borde kunna förklaras med att andelen kometer som antingen togs bort ur simuleringen, det som har kallats för kollision, eller inte lämnade sin stjärna var högre i denna undersökning. Anledningen till det är förmodligen antalet stjärnor eftersom sannolikheten att två stjärnor passerar nära varandra nog för att rycka loss varandras kometer beror helt på densiteten av stjärnor i stjärnhopen. Som det har nämnts tidigare är antalet stjärnor i dessa stjärnhopar mycket mindre än typiska stjärnhopar, vilket också leder till att gasen har mindre massa. Fler stjärnor och en starkare gaspotential som drar stjärnorna in emot mitten leder till fler nära stjärnpassager vilket leder till att färre kometer förblir i bana kring deras födelsestjärna.

Överlag har modellen av en stjärnhop som konstruerades visat sig fungera väl. Det skulle vara intressant att testa olika värden på stjärnbildningseffektiviteten inom det realistiska intervallet. Eftersom gasen kan ha försvunnit mellan en och fem miljoner år efter att stjärnhopen började bildas, som det har nämnts tidigare, kan det också vara intressant att testa olika värden för

detta. Desto längre tid gasen ligger kvar desto fler kometer lämnar sina födelsestjärnor. Men det som vore mest intressant att testa vore att ha många fler stjärnor. Om stjärnhopen hade bestått av ett par hundra stjärnor hade dessa spridits ut och täckt en större volym så att sannolikheten att kometer som kastats ut fångas upp av en stjärna blir större. Att starta stjärnhopen med mindre kinetisk energi skulle leda till att fler eller till och med alla stjärnor förblir bundna tills dess att gasen tas bort, vilket borde få samma effekt som att ha fler stjärnor i simuleringen.

Implementationen av simuleringen kunde förbättras för att inte behöva ta bort kometer. Resonemanget kring varför simuleringen blir långsam bygger på observationer om när det brukar ske och att problemet löser sig så att simuleringen kan fortsätta om kometerna som ligger närmast stjärnorna, närmre än det ursprungliga periheliumavståndet som varje komet ges, tas bort. En noggrannare analys som på ett precist sätt avslöjar när problemet uppstår skulle eventuellt kunna leda till en lösning som går att implementera inom ramen för programmet. Exempelvis så innehåller en stjärnhop som den nu simuleras lika många singulariteter som den innehåller stjärnor, eftersom varje stjärna har en potential som om den vore en punktmassa. Problemet skulle bli snällare om varje stjärna istället exempelvis representerades av en plummersfär med en stjärnas radie. Huruvida detta också skulle påverka stjärnhopens dynamik behöver testas men radien skulle vara förhållandevis liten så det skulle kunna fungera.

Det finns en del analys som inte har tagits upp här. Bland annat skulle den data som simuleringarna genererade kunna undersökas för att se om det finns fler kometer inom intervallet $50000 \text{ AU} < a < 100000 \text{ AU}$. Stjärnorna är tillräckligt väl isolerade för att banor med sådana stora halvaxlar ska kunna finnas.

4.2 Utkast av kometer till Oorts moln.

4.2.1 Introduktion

Föregående avsnitt gick igenom hur Oorts moln kan ha bildats då solen vid ett tidigt skede växelverkade med andra stjärnor. Detta avsnitt behandlar istället de kometer som kan ha kastats ut från solsystemet till Oorts moln. Detta görs med hjälp av två experiment.

Det första experimentet är en kortperiodisk komet som placerats ut. Detta experiment har valts för att se om en komet som ligger i en bana runt solen skulle kunna bli påverkad på ett sådant sätt att den kommer ut till Oorts moln.

Det andra experimentet handlar om att simulera de kometer som ligger i

asteroidbältet mellan Mars och Jupiter [15]. Kan de kometer som har legat här ha påverkats så att de lämnat området och färdats ut till Oorts moln?

Utöver dessa alternativ finns det kometer i Kuiperbältet. Det enda sättet för dessa kometer att växelverka med planeterna för att ändra bana är om de faller in mot solsystemet, då de ligger utanför planetbanorna. Dessa kometer hamnar i sådana fall i en kortperiodisk bana, vilket innebär att de täcks av experiment ett. Detta leder till att de ovanstående två modellerna är de som testats i detta avsnitt.

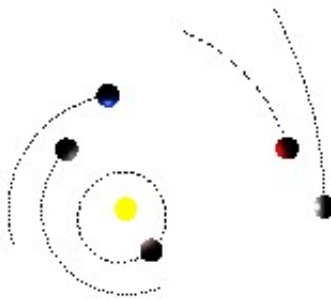
4.2.2 Metod

Det första experimentet som genomfördes är en kortperiodisk komet som har sitt perihelium mellan Mars och Jupiter. Denna komet har följande startvärden:

$$x = 1,7 \text{ AU}, \quad \dot{y} = 0,0186 \text{ AU/Dagar}, \quad t_0 = 25000 \cdot 365 \text{ Dagar} \quad (5)$$

Avståndet på 1,7 AU ger kometen möjlighet att växelverka med de jordlika planeterna. Hastigheten \dot{y} är lite mindre än flykthastigheten v_f , som i detta fall blir $0,01866 \text{ AU/Dag}$, vilket resulterar i att kometen har en bunden bana kring solen, men den bör vid liten påverkan från planeterna ha en möjlighet att lämna sin bana. Tiden t_0 avser det julianska datum där simuleringen startades.

Först simulerades kometen utan planeter för att bekräfta att kometbanan är bunden till solen. Efter detta aktiverades planeterna och en ny simulering startades. Startpositionerna för simuleringen kan ses i figur 3, där det även går att se att kometen passerade strax utanför Mars.



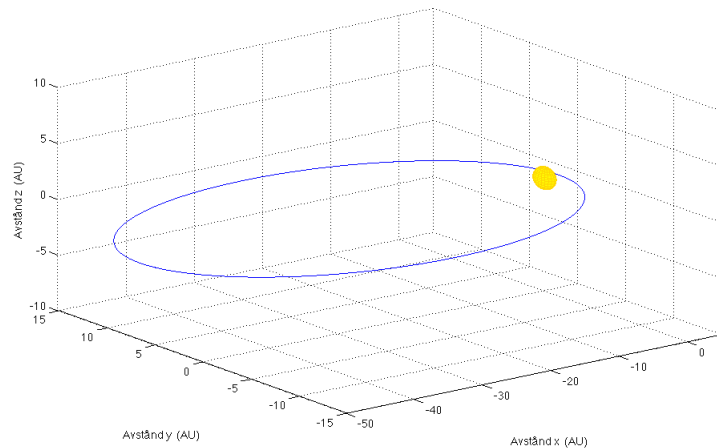
Figur 3: Startpositioner för komet och planeter

För det andra experimentet slumpades 30 kometer. Detta gjordes genom att skapa 30 par av slumpstal, där de första i varje par gav en halv storaxel mellan 2 och 4 AU och det andra angav var på cirkeln kometen hamnade. Excentriciteten i simulatorn sattes till värdet 0.02 och inklinationen till 0° .

För att kunna simulera så många tidssteg som möjligt på kort tid, har toleranserna för simulatorn behövt justeras. Banavvikelsen på Mars har då använts som indikator för noggrannheten i simulatorn. När tidsstegen blir för långa, tappar de kroppar som ligger närmast solen energi snabbast, vilket resulterar i att kroppen hastigt närmar sig solen. Detta resulterade i att både den absoluta toleransen och den relativa toleransen sattes till 10^{-7} .

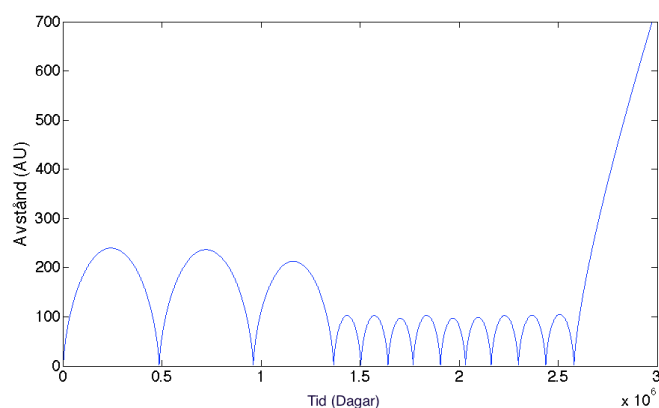
4.2.3 Resultat

Vid det första experimentet gjordes som tidigare nämnts två simuleringar. Den förste utgjorde ett tvåkropparsproblem, med resultat enligt figur 4. I figuren syns att kometen, med startvärden enligt uttryck (5) och figur 3, är bunden till solen i en elliptisk bana.



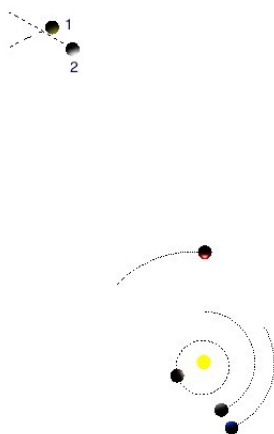
Figur 4: kometens bana runt solen utan aktiverade planeter

I den andra simuleringen, när planeterna aktiverats i simulatorn så att planeternas gravitation påverkade kometen, genererades istället data enligt figur 5. Grafen visar hur kometen först påverkats av en passage bakom Mars vilket accelererat den ut ytterligare 150 AU till ca 240 AU. Kometen håller sin nya bana i tre solpassager, varefter den bromsas in kraftigt till en ny bana med maxavstånd 90 AU. Detta beror på en passage framför Jupiter. Kometen håller den kortare banan i ytterligare nio passager, varefter den accelereras kraftigt vid passage bakom Jupiter.



Figur 5: Avstånd mellan komet och solen

Figur 6 visar kometens position innan den passerar Jupiter. När kometen passerar har Jupiter flyttat sig, vilket leder till att kometen passerar bakom planeten.



Figur 6: Jupiter (1) färdas på ett sådant vis att kometen (2) passerar strax bakom.

Med värden framtagna ur simuleringens data som plottats i figur 5 kalkylerades sedan kometens flykthastighet. Kometens värden vid det sista tidssteget t_{\max} var

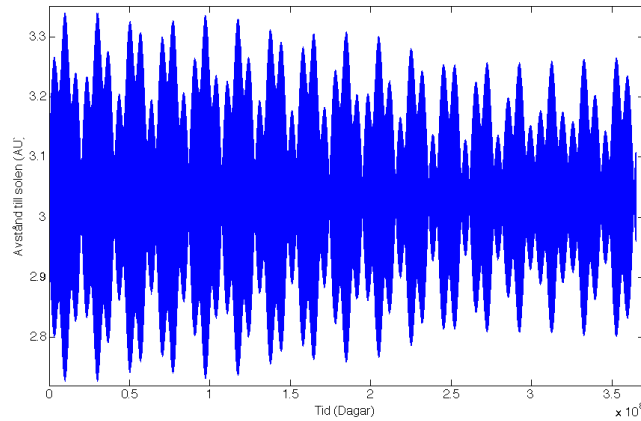
$$v(t_{\max}) = 0,0012 \text{ AU/dag} , R(t_{\max}) = 1539 \text{ AU} , M = 1,98 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

vilket ger resultatet

$$v_f = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = 6,20 \cdot 10^{-4} \text{ AU/dag}$$

Kalkylen visar att $v(t_{\max}) > v_f$, alltså slungas kometen ut ur solsystemet och återvänder inte till solen.

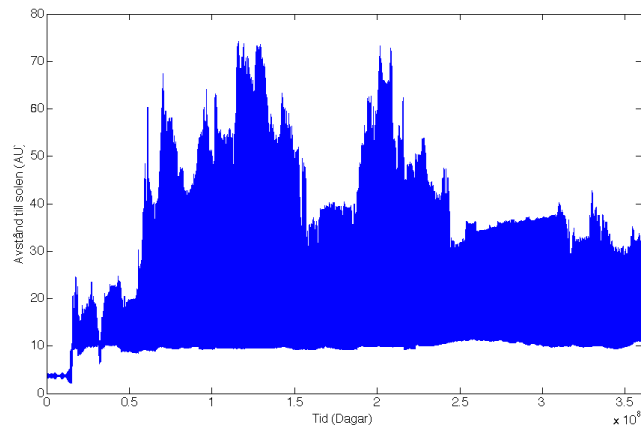
Till det andra experimentet slumpades 30 kometer vars startvillkor bifogats i tabell 5 i appendix A. Av de 30 kometer som simulerades följde 28 en bana liknande den i figur 7. Grafen visar att banan för denna komet varierar, men tittar man på en längre tidsperiod ser man även att denna variation är periodisk, vilket leder till att kometen ej kommer att lämna bältet.



Figur 7: Avstånd till solen för en komet som håller sig innanför astero-idbältet

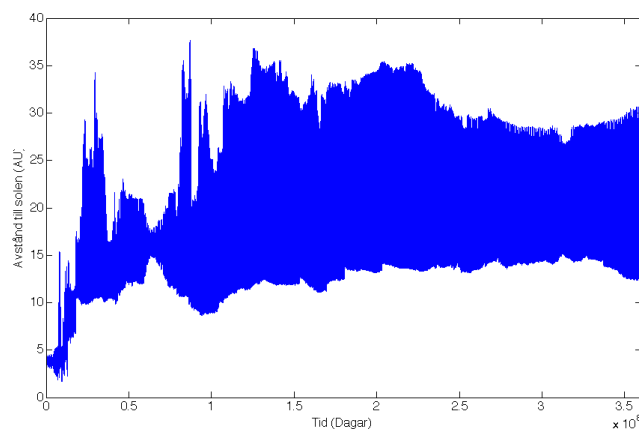
Det fanns dock 2 kometer som påverkats tillräckligt för att lämna bältet. Dessa är komet 14, vars bana syns i figur 8, samt komet 18, figur 9. I dessa figurer syns det att båda får väldigt stora variationer i sina banor samt att de i båda fallen får kraftigt ökade avstånd.

Kometen i figur 8 startade 3,2 AU ut från solen men har påverkats av planeterna så att kometen tagit sig ut till ett avstånd större än 70 AU.



Figur 8: Avstånd till solen för komet 14

Kometen i figur 9 Startade 2,9 AU ut från solen och har nått ett maximalt avstånd på ca 36 AU.



Figur 9: Avstånd till solen för komet 18

De simulerade maximala kometavstånden från de båda experimenten går att finna i tabell 3. Dessa värden visar att kometen från experiment 1 slungades ut i ekvatorplanet. Den visar även att komet 14 och 18 kastas ut främst i ekliptikan då avvikelser i z-led är liten, samt att de kometer som är kvar i asteroidbältet håller en låg inklinering under hela simulerings tiden.

Tabell 3: Maximala avstånd för de utslungade kometerna där Z_{max} är i Z-led och R_{max} det största radiella avståndet från solen. Kometen från första experimentet är komet 1 och komet 14,18 samt övriga kometer är från experiment två.

kometer	Z_{max} (AU)	R_{max} (AU)
komet 1	$5,6 \cdot 10^{-3}$	1539
komet 14	12,3	74,2
komet 18	6,2	37,7021
övriga kometer	0.25	4,4

4.2.4 Diskussion

Resultaten har visat att det med hjälp av planetpassager är möjligt att kasta ut kometer ur solsystemet. Vi har även visat att kometer som eventuellt befunnit sig i asteroidbältet har kunnat påverkas så att de kastas ut till en kortperiodisk bana, vilket leder oss till slutsatsen att även dessa kometer kan slungas ut.

Om en planet kan accelerera en komet till att kastas ut ur solsystemet, bör den även kunna ge kometen en långperiodisk bana. Vid en passage längre bort från planeten blir gravitationskraften mellan planeten och kometen mindre, vilket leder till en minskad impuls. Hur en komet som får en långperiodisk bana skulle stanna ute i Oorts moln har ej testats, men den galaktiska tidvattenkraften kan vara en orsak.

Våra simuleringar har inte visat att de kometer som slungats ut bildar en sfär. Detta innebär dock inte att de kometer som slungats ut inte kan bli en del av Oorts moln. Enligt Fernández[16] bör de kometer som slungats ut ur systemet bildat en skiva, vilket överensstämmer med det första experimentet. Dessa kometer kommer enligt honom sedan att spridas ut till en sfär på grund av olika faktorer under en lång tid.

Vid fortsatt arbete inom området finns det ytterligare några frågor att arbeta vidare med efter denna studie. Man skulle bland annat kunna titta på hur kometer från Kuiperbältet påverkas av den galaktiska tidvattenkraften, som används i avsnitt 4.3, och är kraften tillräcklig för att göra någon skillnad så nära solen?

Utöver detta problem skulle man även kunna titta på följande frågor:

- Resonans mellan gasjättarna och deras växelverkan med utkastade kometer från asteroidbältet.
- Kan utkastade kometer bilda nya ringar i solsystemet genom resonans med Jupiter eller de andra gasplaneterna?

- Går det att simulera fördelningen av kometer till Oorts moln från solsystemet med hjälp av Fernández teori och hur lång tid skulle det ta att bilda en sfär?
- Går det att visa statistiskt säkert sannolikheten för att kometer slungas ut?

4.3 Bildandet av långperiodiska kometbanor från Oorts moln

4.3.1 Introduktion

När Oorts moln väl har bildats där ute bortom gasplaneterna och Kuiperbältet genom diverse utslungningar och infångningar, är det sedan möjligt för kometerna att lämna molnet igen på liknade vis. Långperiodiska kometbanor kan i vissa fall starta i de inre delarna av solsystemet, men detta som enda ursprung hade lett till färre kometer än verkligheten. Kometerna hade även följt banor med inklinations närmare ekliptikan [17], vilket inte stämmer överens med verklighetens banor som tenderar att ha godtycklig inklinations. Därför blir det direkt lättare, när Oorts moln finns i åtanke, att få en förståelse för långperiodiska kometer. En komet som klassas som långperiodisk, tenderar att följa en bana med en excentricitet nära 1.

Eftersom Oorts moln består av just kometer och befinner sig relativt nära resten av solsystemet, säger den vanligaste teorin att kometer som följer långperiodiska banor bör ha härstammat från just detta kometmoln. De lämnar Oorts moln genom att rubbas av tillfälliga störningar, externa dynamiska krafter, vilket resulterar i att kometerna istället bildar ovalare banor som passerar solen med betydligt kortare avstånd. De blir därmed observerbara från jorden och får möjligheten att definieras som långperiodiska kometer.

När Oort presenterade sin teori (1950) om ett moln av kometer som omsluter solsystemet, hade han förslaget att bara stjärnpassager gör det möjligt för Oorts moln-kometerna att rubbas till att ändra bana [18]. Man vet dock numera att det finns fler möjligheter. De tre olika huvudsakliga fenomen som stör och bidrar till påbörjandet av dessa kometbanor, är molekylmoln, galaktiska tidvattenkrafter och som sagt stjärnpassager [19]. Inom detta arbete undersöks dock endast bildandet av långperiodiska kometbanor från yttre Oorts moln, genom stjärnpassager och galaktiskt tidvatten. Molekylmoln utesluts med rimlighet, då detta fenomen är betydligt sällsyntare.

4.3.2 Metod

För denna undersökning beskrevs planeterna tillsammans med solen i simulatorm som en enda punktmassa för att minimera beräkningsprocessen, utan riktiga förluster i modellen då beräkningarna har skett över större avstånd. Scenen var uppbyggd med en punktmassa för solen och planeterna, och sedan en kropp placerad ett ljusår bort med liten massa för att utgöra en komet i yttre Oorts moln. Kometen var given en cirkelbana, där den lät påverkas av de två faktorerna, galaktisk tidvattenkraft och stjärnpassage.

Den galaktiska tidvattenkraften tillsattes i form av en tidsberoende acceleration på kometen, baserat på Fouchards beräkningsmodell [20]. Han använder en kraft

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{\text{tidvatten}} &= \\ &= -\frac{GM_{\odot}}{r^3}\mathbf{r} + (A - B)(3A + B)x'\hat{x}' - (A - B)^2y'\hat{y}' - (4\pi G\rho_0 - 2(B^2 - A^2))z\hat{z} \\ &= -\frac{GM_{\odot}}{r^3}\mathbf{r} + \alpha_1x'\hat{x}' - \alpha_2y'\hat{y}' - \alpha_3z\hat{z}\end{aligned}$$

där G är gravitationskonstanten, M_{\odot} är solens massa, ρ_0 är den galaktiska skivans densitet i solens närområde, r är avståndet mellan sol och komet i riktning \mathbf{r} , A och B är Oorts konstanter, $[\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}]$ är de absoluta cartesiska koordinaterna och $[\hat{x}', \hat{y}', \hat{z}]$ är koordinater som följer solen i rotationen runt galaxens centrum. Tillsammans med solens tangentiella hastighet Ω i Vintergatan och koordinaternas samband

$$\begin{aligned}\hat{x}' &= \hat{x}\cos(\Omega t) - \hat{y}\sin(\Omega t), \\ \hat{y}' &= \hat{x}\sin(\Omega t) + \hat{y}\cos(\Omega t)\end{aligned}$$

gav detta de användbara accelerationerna:

$$\ddot{x} = -\frac{GM_{\odot}}{r^3}x + \alpha_1x'\cos(\Omega t) - \alpha_2y'\sin(\Omega t)$$

för x-ledet,

$$\ddot{y} = -\frac{GM_{\odot}}{r^3}y - \alpha_1x'\sin(\Omega t) - \alpha_2y'\cos(\Omega t)$$

i y-led och

$$\ddot{z} = -\frac{GM_{\odot}}{r^3}z - \alpha_3z$$

i z-led.

För stjärnpassageerna användes den klassiska impulsapproximationen vilket är en fysikalisk förenkling av fenomenet, där komplicerade detaljer kan försummas utan större förluster i noggrannhet. Stjärnan låtes bl.a. passera i en rak linje relativt solen, istället för att inkludera den lilla kurvatur som

resultatet av ett trekropparsproblem hade givit. Dessutom antas kometen endast påverkas av stjärnan när den befinner sig i närheten. De stora avstånden, vägen till och från kometens bana, tar i princip ut varandra när impulser givna kometen integreras över tiden. En hel stjärnpassage över ett oändligt tidsspänn kan approximeras till en simpel hastighetsändring Δv på kometen, vinkelrät mot stjärnans bana.

$$\Delta v = \int_{-\infty}^{+\infty} F_* dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{GM_*}{(D^2 + u^2)^{1/2}} \frac{du}{v_*} = \frac{2GM_*}{v_* D},$$

där stjärnans massa och hastighet är M_* respektive $v_* = du/dt$ [21]. De genomsnittliga värden som användes var $M_* \approx M_\odot$ och $v_* \approx 20$ km/s baserat på de antaganden som gjordes i undersökningar från Rickman et al. (2005) [22]. Även mängden stjärnpassager per tid var baserat på dessa undersökningar, antagna till en passage varje 25000 år. Låt kalla närmaste punkten på stjärnans bana till kometen, för K . Då är D avståndet mellan kometen och punkten K och u är avståndet mellan stjärnan och punkten K . Endast kometens tillförda hastighet relativt solen var av intresse, därför subtraherades solens påverkan Δv_\odot så att enligt solens perspektiv förändringen inklusive riktning blir

$$\vec{\Delta v} = \Delta v_{\text{komet}} \vec{v} - \Delta \vec{v}_\odot = \frac{2GM_*}{v_*} \left(\frac{\vec{D}}{D} - \frac{\vec{D}_\odot}{D_\odot} \right).$$

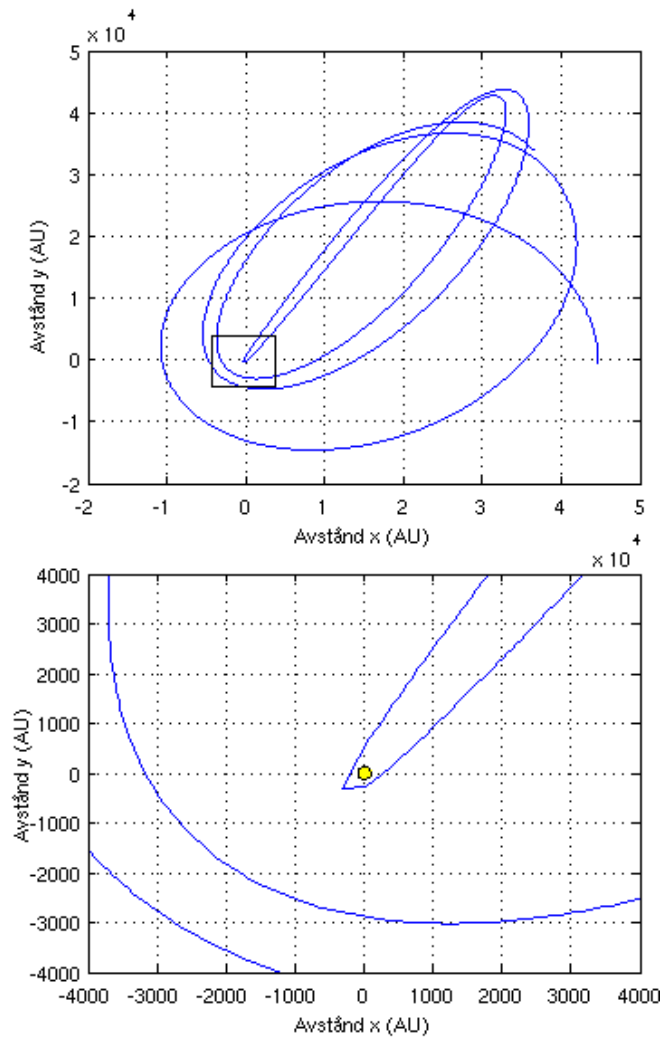
Genom att periodiskt utsätta kometen för hastighetsändringar av denna form, kunde en komplett påverkan av stjärnpassager simuleras utan allt för stora processer.

Kometens rörelse observerades över tidsspänn på omkring 10^7 år.

Vad som i slutändan egentligen undersöktes, var ifall givna störningar var tillräckliga för att ge en Oortsmoln-komet en bana med tillräcklig låg excentricitet för att klassas som observerbar och långperiodisk.

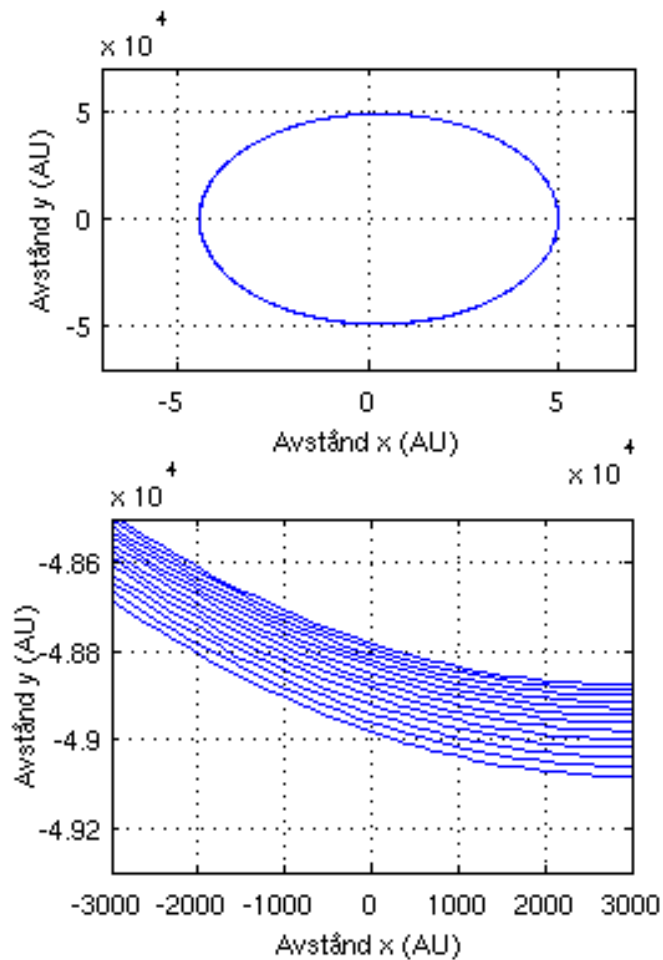
4.3.3 Resultat

Den kometbana som är uppritad i figur 10 visar hur kometen i visst skede passerar solen med ett väldigt litet avstånd, ca. 50 AU, jämfört med dess ursprungliga halva lillaxel på 45000 AU. I detta fall är stjärnpassagerna anpassade till att gynna möjligheten till bildandet av en observerbar kometbana. De är anpassade till den grad att stjärnornas banor inte är helt godtyckligt placerade, utan begränsade till någorlunda färre banor.



Figur 10: Plott av en bana tillhörande en Oorts moln-komet med ursprunglig cirkelbana med radie 45000 AU. Över ett tidsspänn på 10^7 år har kometen utsatts för Galaktisk tidvattenkraft och periodiskt återkommande stjärnpassager. Passagerna är i viss utsträckning anpassade för att gynna möjligheten till bildandet av observerbara kometbanor. En gul cirkel motsvarar solens position, men är ej skalenlig.

Med stjärnpassager helt avlägsnade från simuleringen, blir det möjligt att se hur stor verkan den galaktiska tidvatteneffekten ensam har gjort, vilket är fallet för figur 11. Här verkar endast tidvatteneffekten som störning och resulterar i en betydligt minskad ändring av ursprunglig bana.



Figur 11: Plott av en bana tillhörande en komet i yttre Oorts moln. Över ett tidsspann på ett antal miljoner år har kometen utsatts för störning motsvarande galaktisk tidvattenkraft. Den nedre bilden i figuren visar en del av banan i mindre skala. Denna bild säger att banan främst har hunnit smalna av med omkring 500 AU.

4.3.4 Diskussion

Ett optimalt kriterium hade krävt att kometen färdas inom 15 AU från solen, vilket hade garanterat observerbarheten hos kometen. Men nuvarande har vi för enkelhets skull nöjt oss med en gräns på omkring 50 AU för lyckade resultat, i vilket fall kometen åtminstone befinner sig i planetområdet (innanför Kuiperbältet). Skillnaden mellan 15 och 50 blir försumbar i kontrast till de 10000-tals AU som hanteras i samma undersökning.

Att låta stjärnpassageerna beskrivas av hastighetsimpulser gav en kortare process mellan fenomen och dess resulterande påverkan. Alternativet att di-

rekt skicka förbi stjärnor i simulatoren för att påverka via gravitationen, hade beräkningsmässigt varit en större omväg. Impulsapproximationen ska helt enkelt vara tillräckligt bra för att göra denna omväg onödig. Det som däremot kan ha haft märkbar verkan på realiteten i simuleringen är den givna periodiciteten hos passagera. I verkligheten är passagera väldigt slumpmässiga, medan de i simulatoren återkommer med samma tidsintervall. Dessutom har en realistisk rumsfördelning varit svår att imitera. Enklare former av slumpad fördelning har använts, också för att spara beräkningsprocess. Men med lite "tur" (dvs någorlunda gynnsamma förhållanden) har detta varit tillräckligt för kometen att bli observerbar. Utöver detta är förmodligen andra antaganden för stjärnpassagera okej, bland annat antagandet att alla stjärnor haft samma genomsnittsmassa.

Den galaktiska tidvatteneffekten har visat sig ha en positiv verkan på en kometbana, i strävan efter observerbarhet. Främst går banans excentricitet mot 1, dock mycket långsamt. I jämförelse mellan figur 10 och 11 där förhållanden är relativt lika bortsett från olika störning, är skillnaden extrem. Detta kan betyda att stjärnpassager helt dominerar som störning och även som orsak till observerbara långperiodiska kometbanor. Men denna jämförelse kan också dölja för oss att det är kombinationen av dessa två störningar som gör så stor verkan, alltså att tidvattnet gör större skillnad i samklang med de passerande stjärnorna jämfört med hur mycket den påverkar ensam.

4.4 Infångning av komet

4.4.1 Introduktion

Vad händer sen med en komet när den kommer in i solsystemet? Vad händer om en komet passerar nära en planet? Kan en planet fånga in en förbi passerande komet, och få den i omlopps bana så att den blir en måne? Om det är möjligt, vilka villkor måste uppfyllas för att göra detta möjligt?

Jorden har bara en måne, men gasjättarna i vårt solsystem har alla ett större antal månar än jorden. Jupiter har 67 upptäckta månar[23]. Månar brukar även kallas för naturliga satelliter. Denna undersökning kommer att undersöka om Jupiter kan fånga in en komet som sedan blir en måne runt Jupiter. Att välja just Jupiter är intressant då man kan undersöka om vissa av Jupiters månar har blivit infångade. Jupiter är också den planet med störst massa i solsystemet, vilket gör att den har en starkare gravitationskraft som kan påverka en förbipasserande komet. Enligt Keplers andra lag rör sig kometen långsammare ju längre bort från masscentrum den befinner sig. Heliocentriska kometer rör sig alltså långsammare förbi Jupiter än förbi jorden. Detta gör att det är större chans för kometen att bli infångad.

Jupiters olika månar har olika typer av banor. De inre månarna har nästan cirkulära banor och har troligtvis cirkulerat runt planeterna sedan solsystemets skapelse. De yttre månarna har hög excentricitet och ofta även oregelbundna banor. Dessa månar tros ha varit asteroider eller kometer i en heliocentrisk bana, som har fångats in av planeten och på så sätt blivit naturliga satelliter runt Jupiter[24]. Många av dessa yttre, excentriska månar har en retrograd bana. Retrograd bana innebär att den rör sig i motsatt håll runt planeten, jämfört med planetens rotation runt solen. En bana kallas prograd om kometen rör sig i samma riktning som planeten. En prograd bana har inklination $0^\circ < i < 90^\circ$ och retrograd bana har en inklination $90^\circ < i < 180^\circ$. De inre månarna är ofta i prograd banor. Retrograda banor har ett större stabilitetsområde än vad prograd banor har, vilket gör att en retrograd måne kan existera på ett större avstånd. Sannolikheten för att en komet ska fångas in är av ordning 10^{-8} [25], vilket gör att det inte händer så ofta att en komet blir infångad.

4.4.2 Metod

För att en komet ska kunna fångas in måste den befinna sig innanför Hillsfären för planeten. Hillsfären är det område där planeten har den dominerande gravitationskraften på kometen. Hillsfären bestäms av

$$r_H = a \sqrt[3]{\frac{m}{3M}} \quad (6)$$

där a är halva storaxeln för planeten runt solen, m planetens massa och M solens massa. För att en komet ska fångas in och bli en måne krävs det att den hamnar inom Hillsfären. Det betyder dock inte att alla objekt innanför Hillsfären kommer att få en bana runt planeten, utan att det är omöjligt för ett objekt att ha en omlopps bana om den befinner sig utanför sfären. Hillsfären för Jupiter fås ur ekvation (6) och är $r_H \approx 0,35$ AU.

Runt Jupiter finns det gas. Om en komet färdas i området för gasen kommer det bildas luftmotstånd som beskrivs av kraften

$$F_D = \frac{1}{2} \rho v^2 C_D A \quad (7)$$

där ρ är gasens densitet, v är hastigheten, C_D är en dimensionslös konstant och A är tvärsnittsarean. Gasen utanför Jupiter kan då sakta ner kometen, så att den får en bana runt Jupiter och blir en måne.

Det första som gjordes var att bestämma Hillsfären för simuleringsprogrammet; dels för att se att det stämmer överens med det teoretiska värdet och

dels för att veta vilka värden som går att använda för simuleringarna. För att bestämma värdet för Hillsfären sattes en kropp att i en cirkulär bana runt Jupiter för att se hur långt ut kroppen kan befinna sig innan banan ändras. Undersökningarna gjordes på banor med olika radie och olika inklinations.

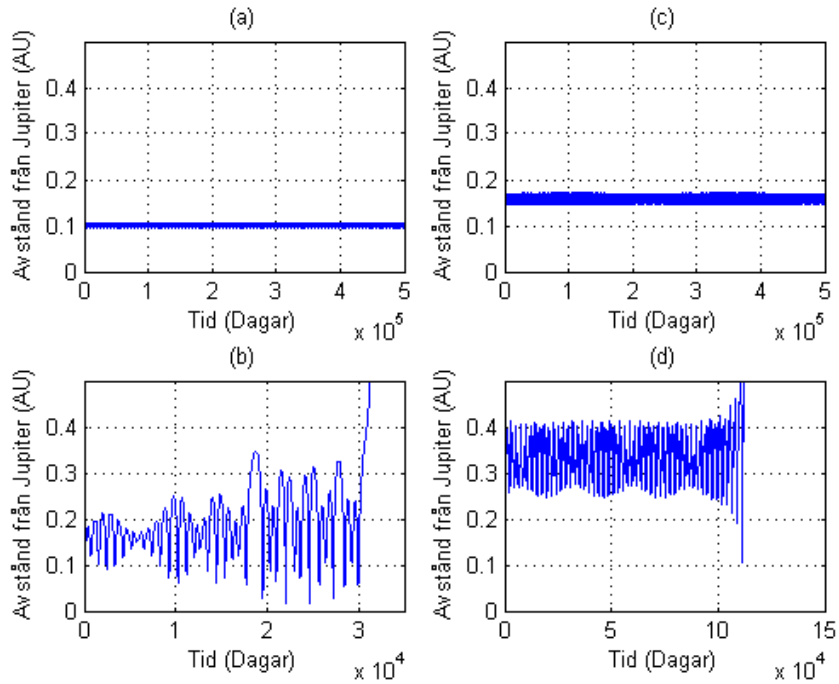
Då det är väldigt liten sannolikhet att en slumpad komet blir infångad genomfördes undersökningen genom att det valdes kometer som passerade Jupiter innanför Hillsfären.

Simuleringarna begränsades så att man enbart har med solen, Jupiter, kometen och en eventuell måne runt Jupiter. Solen betraktas av programmet som en känd kropp och övriga kroppar betraktas som okända kroppar av programmet. Månen placerades 0,1 AU från Jupiter och en massa på $3,5 \cdot 10^{23}$ kg. Undersökningarna använde $ATOL = 10^{-15}$ och $RTOL = 10^{-15}$.

Simuleringarna som använde sig med en gas enligt ekvation (7) använde sig av solen, Jupiter och en komet. Gasen placerades inom Hillsfären runt Jupiter. Undersökningarna använde 10^{-5} som både absolut och relativ tolerans.

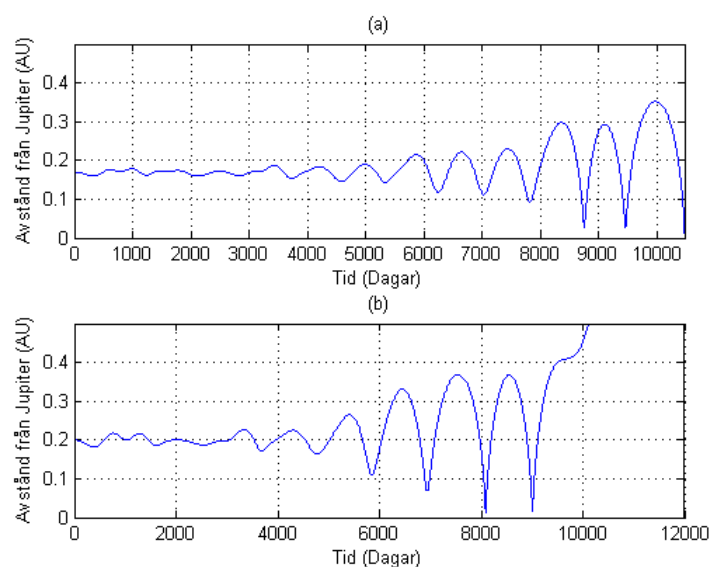
4.4.3 Resultat

Hillsfären bestämdes genom att placera en kropp i omlopps bana runt Jupiter. I figur 12 ser man hur en kropp rör sig för olika startvärden runt Jupiter. Man kan se att kroppen kan röra sig stabilare på ett större avstånd från Jupiter om den har en retrograd bana. Det syns också tydligt att banorna blir mer excentriska ju längre bort kroppen är från Jupiter. Figuren visar även att en retrograd bana har ett större stabilitetsområde än en prograd bana. Figur 12 (b) visar att Hillsfären för en prograd bana är $r_H \approx 0,35$ AU. I figur 12 (d) ser man att Hillsfären för en retrograd bana är $r_H \approx 0,41$ AU.



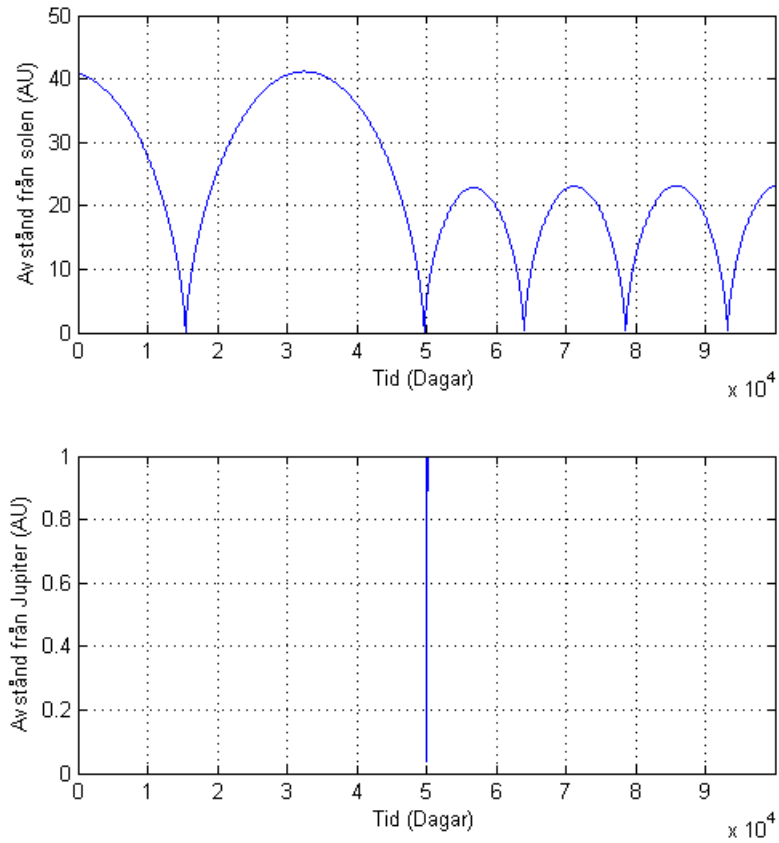
Figur 12: Kroppens bana i förhållande till Jupiter med olika startvärden. (a): Har startvärde 0,1 AU från Jupiter och inklination 0° . (b): Har startvärde 0,15 AU från Jupiter och inklination 0° . (c): Har startvärde 0,15 AU från Jupiter och inklination 180° . (d): Har startvärde 0,26 AU från Jupiter och inklination 180°

Figur 13 visar vad som händer om man försöker få en kropp i omloppsbana när inklinationen är 90° . Figuren visar att banan kommer att bli mer och mer excentrisk för varje varv. När banan får för hög excentricitet kommer den antingen kollidera med Jupiter som i (a), eller skickas iväg och få en bana runt solen som inte beror av Jupiter som i (b). Man kan se i figur 13 (b) att Hillsfären är $r_H \approx 0,40$ AU.



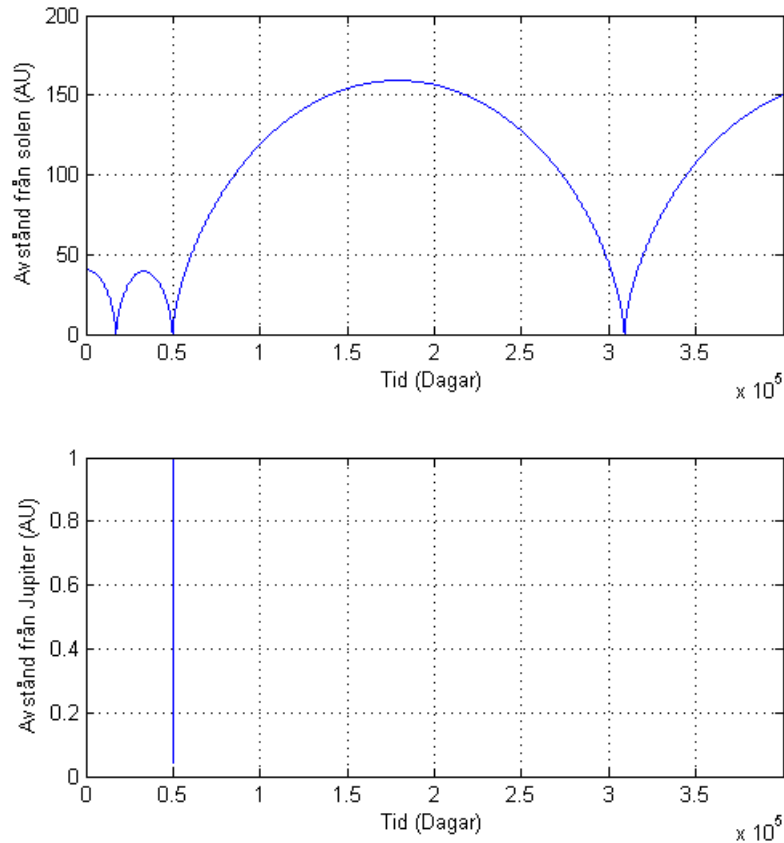
Figur 13: Kroppens bana i förhållande till Jupiter med olika startvärden. (a): Har startvärde 0,17 AU från Jupiter och inklinationsvinkel 90° . (b): Har startvärde 0,2 AU från Jupiter och inklinationsvinkel 90° .

Figur 14 visar vad som händer då en komet passerar nära Jupiter framför Jupiters färdriktning. Kometen har en bana med ett maximalt avstånd på 40 AU från solen. Då kometen passerar nära Jupiter påverkar Jupiters gravitation såpass mycket att kometen får en bana på maximalt 22 AU från solen. Figuren visar att kometen kommer inom Hillsfären för Jupiter, men att den inte blir infångad.



Figur 14: Komet som passerar framför Jupiters färdriktning. När kometen passerat nära Jupiter får den en bana med kortare avstånd från solen.

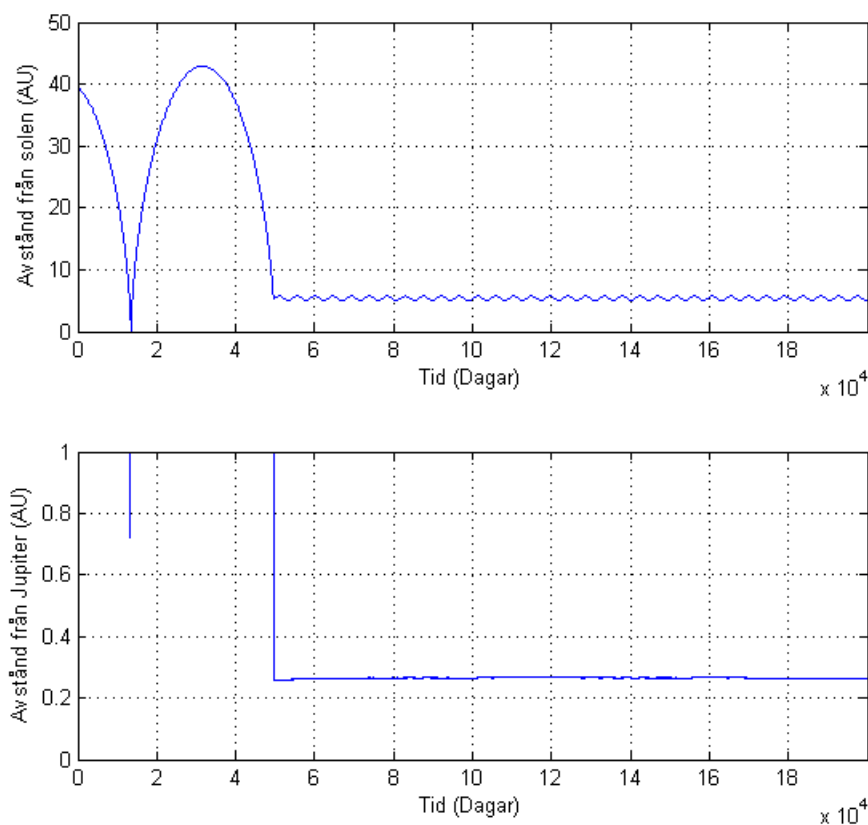
Vad som händer med kometens bana då den passerar Jupiter bakom dess färdriktning visas i figur 15. Kometen har först en bana på maximalt 45 AU från solen. Efter att kometen passerat nära Jupiter får den en bana på maximalt 160 AU från solen. Kometen i figuren kommer nära Jupiter, men kometen blir inte en måne runt Jupiter.



Figur 15: Komet som passerar bakom Jupiters färdriktning. När kometen passerat nära Jupiter får den en bana med längre avstånd från solen.

Om Jupiter har en måne blir resultaten liknande som de då Jupiter saknar måne. Kometen slungas ut om den passerar Jupiter bakom dess färdriktning och få en mindre bana om den passerar Jupiter framför dess färdriktning. Månen gör så att hastigheten på kometen accelereras eller decelereras om kometen kommer tillräckligt nära månen, men simuleringarna tyder på att kometer inte kan bli infångade.

Figur 16 visar en komet som passerar nära Jupiter och när den kommer innanför Hillsfären där det finns gas. Gasen saktar ner kometen så pass mycket att Jupiter kan fånga in den och kometen blir en satellit runt Jupiter. Data från simuleringar visar att om det finns lite gas så kommer resultaten bli lika de som händer om det inte finns någon gas alls. Om det finns väldigt mycket gas kommer kometen saktas in så pass mycket att den kolliderar med Jupiter.



Figur 16: Komet som blir infångad av Jupiter. Gas utanför Jupiter saktar ner kometen så att den blir en måne.

4.4.4 Diskussion

Resultatet av Hillsfären stämmer bra överens med det teoretiska värdet för prograda banor. För banor som är retrograda och för inklination nära 90° är värdet lite större än vad det teoretiska värdet är. Orsaken till de avvikande värdena är inte klart, men skulle kunna bero på att programmet som används enbart tar hänsyn till punktmassor och inte volymen och formen för de olika kropparna.

Simuleringarna tyder på att en modell med tre kroppar inte kan förklara hur kometer har fångats in. Enligt de simuleringar som gjordes fås resultat som visar att en komet som passerar nära Jupiter framför dess färdriktning kommer att få en bana med mindre avstånd till solen. En komet som passerar nära Jupiter bakom dess färdriktning kommer få en bana med större avstånd till solen. Detta kan leda till utslungning av kometen till Oorts moln, vilket

diskuteras i avsnitt 4.2. Ju närmare kometen kommer Jupiter, ju större blir ändringen av banan. Resultaten från en trekropparssimulering kan inte förklara hur kometer har blivit infångade och blivit naturliga satelliter runt Jupiter.

Data från simuleringar tyder på att det heller inte går att fånga in en komet, så att den blir en satellit om det finns en måne runt Jupiter. Resultaten är lika de resultat som fås då Jupiter saknar måne. Detta tyder på att en flerkropparssimulering inte kan förklara hur en komet kan fångas in av en planet och bli en satellit. Det krävs ytterligare någon kraft för att kometen ska fångas in och bli en måne.

Simuleringar visar att en komet kan bli infångad om det finns gas runt Jupiter. Det betyder att de månar runt Jupiter som tros ha blivit infångade kan ha blivit det med hjälp av gas runt Jupiter som då bildar ett luftmotstånd.

De simuleringar som är gjorda visar bara att det kan vara möjligt för Jupiter att fånga in en komet om det finns gas runt planeten. Simuleringarna är inte baserade på hur gasen runt Jupiter ser ut. För att vidareutveckla denna undersökning kan man lägga in hur gasen ligger runt Jupiter i nuläget, för att se om Jupiter i nuläget kan fånga in kometer.

4.5 Störningar av kometbanor

4.5.1 Introduktion

För att en komet ska bli infångad av en planet gäller det att kometen precis missar planeten och fångas in i en bana. Om kometen har en lite annan bana kan det hända att den istället krockar med planeten.

Antag att forskare upptäcker att en komet har en omlopps bana som gör att den kommer att träffa jorden. De vill självklart ändra dess bana så att detta inte inträffar. De skickar upp ett rymdskepp som landar på kometen och påverkar den med en kraft för ändra banan. Hur stor behöver denna kraft vara som ska påverka kometen? Hur påverkar avståndet ifrån jorden kraftens storlek? I vilken riktning är det mest fördelaktigt att påverka kometen?

För att kunna undersöka olika störningar av en kometbana och vad som kan göras för att avfärda ett hot som en komets kollision med jorden undersöks först vilka kriterium som måste uppfyllas för att orsaka en kollision. Eftersom att simuleringen av en komets omlopps bana bygger på Newtons andra lag och gravitationslagen kan det antas att en bana kommer att ha samma utseende oavsett vilken riktning den genomlöps, då kometen har samma startpunkt men en hastighet i motsatt riktning. Detta kan användas för att hitta simulerade kometer som kommer att träffa jorden. Om

en komets startpunkt placeras vid jorden kan riktning och hastighet bort ifrån jorden väljas på så sätt att den inte krockar med någon annan planet och har en rimlig fart. Som jämförelse kan jordens medelhastighet som är 29,8 km/s användas. På så sätt kan alla möjliga kometbanor som resulterar i en kollision med jorden erhållas. Med tanke på att kometbanorna simuleras i motsatt riktning måste även planeternas rörelser simuleras i motsatt riktning.

I ett scenario då det upptäcks att en komet är på väg mot jorden kommer tiden att vara begränsad. Det krävs tid för att förbereda ett uppdrag, därav är det rimligt att anta att rymdskeppet inte hinner färdas mer än cirka 2 år innan den når sin destination. Det snabbaste rymdskeppet som någonsin har lämnat jordens atmosfär är New Horizon, med en hastighet på 16,1 km/s (0,0093 AU/dag). New Horizon har en långsammare hastighet nu, men som referens nådde den Jupiter efter cirka 13 månader och Saturnus efter cirka 2,5 år[26]. Genom att utgå ifrån denna hastighet och sträcka, kan det uppskattas att rymdskeppet hinner att färdas cirka 7 AU, vilket alltså blir det maximala avståndet från jorden där vi kan påverka en komet. Dock kan det inte uteslutas att framtidens rymdskepp kan hålla en högre hastighet, men det sätter även krav på att det finns en hög precision när det gäller kometsens position, hastighet och bana. Med tanke på att det finns parametrar, så som solvindar som gör att kometen tappar massa ju närmare den kommer solen, vars effekt är mycket svår att förutse, kommer avståndet mellan jorden och kometen att vara begränsad i denna undersökning.

Eftersom kometen befinner sig i vakuum, vilket innebär att det inte finns någon friktion av något slag, så kan en liten kraft ge en stor effekt så länge den påverkar kometen under tillräckligt lång tid. Det finns alltså inget tröskelvärde på kraften, utan den börjar påverka kroppen så fort den existerar.

Även om det är solens massa som dominerar på stora avstånd kan en komets bana ändras rejält på grund av planeternas massa. Ett kortare avstånd till en planet ger en större påverkan på kometsens bana. Då kometer med en bana vinkelrät mot ekliptikan befinner sig längre ifrån planeterna än en komet med en bana i ekliptikan, kan det antas att dessa kometer påverkas mindre av planeterna än de som befinner sig i ekliptikan. Planeternas position vid en viss tidpunkt kommer att ge varje komet olika påverkan på dess bana. Det kommer därför finnas mer osäkerhet i undersökningar av kometer med en bana i eller nära ekliptikan.

4.5.2 Metod

Eftersom simulatoren behandlar punktmassor innebär det att då en komet kommer närmare jordens punktmassa än jordens radie resulterar det i en

kollision. Jordens radie (6371km) i AU är cirka $4,26 \cdot 10^{-5}$. Initialvärden för fyra olika kometer bestämdes, två som befann sig i ekliptikan och två som befann sig i z-planet, alla med olika hastighet.

Det fanns många sätt att variera kraften som skulle påverka kometererna. En kontinuerlig kraft kunde anges som påverkade kometen lika mycket under hela simuleringen. Det kunde även anges krafter som endast påverkade kometen vid en bestämd tidpunkt. Olika riktningar för kraften undersöktes för de fyra kometererna; en kraft som påverkade i kometens färdriktning, en kraft som påverkade kometen i motsatt färdriktning och en kraft som påverkade kometen vinkelrät mot färdriktningen.

Det gick inte att anta att alla kometer har lika stor massa. Newtons andra lag innebär att $F = m \cdot a$, alltså har kometmassan och den påverkande kraften ett linjärt förhållande. Det innebär att en variation av kometmassan kunde uteslutas vid undersökningar inom detta område. Istället fokuserades det på en variation av accelerationen som användes för att störa kometens bana.

För att undersöka förhållandet mellan en pålagd acceleration och dess påverkan på kometens bana simulerades kometer med samma initialvillkor, men med en variation av den pålagda accelerationen. Originalkometen kolliderade med jordens centrum, därför mättes det minsta avståndet ifrån jordens centrum för respektive kometer.

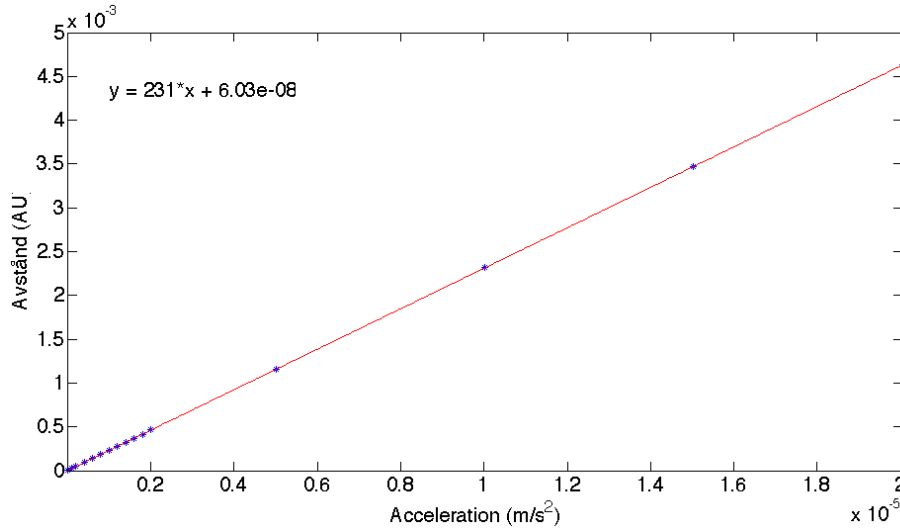
Simuleringarna begränsades till att inkludera solen, Merkurius, Venus, jorden, Mars, Jupiter och kometen. Undersökningarna använde $ATOL = 10^{-20}$ och $RTOL = 10^{-20}$.

4.5.3 Resultat

För att undvika en kollision med jorden krävs att kometen har ett avstånd som är större än radien för jorden, dvs $4,26 \cdot 10^{-5}$ AU.

Då förhållandet mellan avstånd och acceleration undersöktes erhöles ett linjärt samband. Ju mer en kometer påverkades av en acceleration, desto större var minimumavståndet till jordens centrum. Kometer med samma initialvillkor påverkades av olika stora accelerationer under 100 dagar. Resultatet kan ses i figur 17. Komets starthastighet var 23,86 km/s. Den färdades ca 0,48 AU i x-riktning, 0,52 AU i y-riktning och 1,52 AU i z-riktning innan den kolliderade med jorden. För att undvika en kollision med jorden krävdes en acceleration större än cirka $a_{\min} = 1,9 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}^2$ då accelerationen verkade vinkelrät mot komets xy-färdriktning i xy-planet. En acceleration a_{\min} vinkelrät mot komets xy-färdriktning i xy-planet gav ett 43 % större minimumavstånd till jorden än samma acceleration fast i positiv eller

negativ färdriktning i z-planet. Om kometen påverkades i positiv eller negativ färdriktning i z-planet krävdes att accelerationen var större än cirka $a_{\min} = 2,7 \cdot 10^{-7} \text{m/s}^2$. Som jämförelse ger gravitationskraften från jorden kometen en acceleration på $1,79 \cdot 10^{-8} \text{m/s}^2$ då den befinner sig en AU ifrån.



Figur 17: Figuren visar förhållandet mellan minimumavståndet mellan jorden och en komet vid påverkan av en acceleration. Accelerationen påverkade kometen vinkelrät mot kometens xy-färdriktning i xy-planet i 100 dagar och initialvillkoren gav kometen en hastighet på 23,86 km/s.

Om kometen istället endast påverkades under de sista 40 dagarna krävdes en acceleration större än cirka $a_{\min} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{m/s}^2$. En komet som påverkades av en acceleration a_{\min} vinkelrät mot kometens xy-färdriktning i xy-planet resulterade i ett 43 % större minimumavstånd till jorden jämfört med en komet som påverkades av en lika stor acceleration fast i positiv och negativ färdriktning i z-planet.

För en komet som påverkades under de sista 20 dagarna krävdes en acceleration större än cirka $a_{\min} = 5,0 \cdot 10^{-6} \text{m/s}^2$. En komet som påverkades av en acceleration a_{\min} vinkelrät mot kometens xy-färdriktning i xy-planet resulterade i ett 37 % större minimumavstånd till jorden jämfört med en komet som påverkades av en lika stor acceleration fast i positiv och negativ färdriktning i z-planet.

Det var en skillnad beroende på om kometen var påverkad av en acceleration de 20 sista dagarna innan den befann sig vid jorden eller om den påverkades i 20 dagar, mellan 100 och 80 dagar innan den befann sig vid jorden. Om den påverkades av en acceleration de 20 första dagarna krävdes en acceleration på minst $a_{\min} = 5,2 \cdot 10^{-7} \text{m/s}^2$ om den var riktad vinkelrät mot kometens xy-färdriktning i xy-planet och $a_{\min} = 6,9 \cdot 10^{-7} \text{m/s}^2$ om den var riktad i positiv

eller negativ färdriktning i z-led för att undvika en kollision.

En komet med initialhastighet 59,24 km/s som färdades 0,18 AU i x-led, 0,56 AU i y-led och 3,59 AU i z-led innan den krockade med jorden påverkades av en acceleration under 100 dagar. För att undvika en krock behövde accelerationen vara minst $a_{\min}=1,8 \cdot 10^{-7} \text{m/s}^2$. En komet som påverkades av en acceleration a_{\min} vinkelrät mot kometens xy-färdriktning i xy-planet resulterade även här i ett 134 % större minimumavstånd till jorden jämfört med en komet som påverkades av en lika stor acceleration fast i positiv och negativ färdriktning i z-planet.

Två kometer med olika initialvillkor jämfördes. De båda kometerna befanns sig i ekliptikan. Den första kometen färdades cirka 5,45 AU i x-led, 5,07 AU i y-led och 0,13 AU i z-led. Dess starthastighet var 127,87 km/s och den krävde en pålagd acceleration vinkelrät mot kometens xy-färdriktning i xy-planet större än cirka $a_{\min}=1,6 \cdot 10^{-7} \text{m/s}^2$ för att undvika en kollision med jorden. Om den istället påverkades av en acceleration i z-led behövde accelerationen vara större än cirka $a_{\min}=4,4 \cdot 10^{-7} \text{m/s}^2$. Skillnaden i minimumavstånd för en acceleration på $1,6 \cdot 10^{-7} \text{m/s}^2$ vinkelrät mot kometens xy-färdriktning i xy-plan jämfört med en acceleration i z-led var 38 %.

Den andra kometen hade en lägre initialhastighet på 41,77 km/s. Den färdades cirka 2,49 AU i x-led, 1,15 AU i y-led och 0,16 AU i z-led innan den krockade med jorden. Det krävdes en acceleration på $a_{\min}=2,1 \cdot 10^{-7} \text{m/s}^2$ för att undvika en kollision. Det var ingen skillnad om accelerationen påverkade kometen i z-led eller vinkelrät mot kometens xy-färdriktning i xy-planet. Då kometen påverkades i positiv och negativ färdriktning krävdes en acceleration större än $a_{\min}=2,8 \cdot 10^{-7} \text{m/s}^2$.

Ju lägre initialhastighet en komet fick, ju större ökning i procent hade kraschhastigheten. Detta kan ses i tabell 4.

Tabell 4: Initialhastighet och kraschhastighet för opåverkade kometer då initialhastigheten infaller 100 dagar innan kraschen.

Simulering	Initialhastighet (m/s)	Kollisionshastighet (m/s)	Procentuell ökning
1	$2,38609 \cdot 10^4$	$3,61897 \cdot 10^4$	52 %
2	$5,92390 \cdot 10^4$	$6,85374 \cdot 10^4$	16 %
3	$1,27870 \cdot 10^5$	$1,30734 \cdot 10^5$	2 %
4	$4,17723 \cdot 10^4$	$5,01575 \cdot 10^4$	20 %

Data för kometens och planeternas position sparades 10000 gånger per dag, vilket är samma sak som 8,64 sekunder mellan varje mätning. Jorden hinner färdas cirka 257,5 km under den tiden, vilket är 4 % av jordradien. Eftersom precisionen är beroende av hastigheten var den olika vid varje simulering.

Alla initialvärden för samtliga simuleringar kan ses i bilaga A.2.

4.5.4 Diskussion

Ett linjärt samband kan ses mellan den acceleration som påverkade kometen och det minimala avståndet mellan jordens centrum och kometen för kometens bana. Om minimumavståndet för två olika stora accelerationer för en komet uppmäts kan en uppskattning av vilken acceleration som krävs för att undvika en kollision enkelt utföras. Det är klart fördelaktigt att påverka kometen i sidled jämfört med en påverkan i färdriktningen.

Då kometen kommer närmare jorden krävs en allt större kraft för att undvika en kollision. Det är därför bättre att använda en stor kraft under kortare tid fast så tidigt som möjligt.

En acceleration som ger en liten förändring i dess bana kan leda till en intrinsiskt större acceleration på grund av någon planets gravitationskraft. Det leder i sin tur till en större förändring i kometens bana.

Kraften från en raketmotor, till exempel Ariane 5 är cirka 10^6N [27]. En typisk komet väger mellan 10^{11} - 10^{15}kg [28]. Det innebär att raketerna kan ge en komet en acceleration på cirka 10^{-9} till 10^{-5}m/s^2 . Det finns raketmotorer som är starkare än den hos Ariane 5, raketmotorn som användes i Apollo- och Skylabprojektet hade en kraft på nästan 10^7N [29]. Det är därför troligt att en tillräckligt stark raketmotor kan tillverkas. Problemet ligger antagligen snarare i mängden bränsle som behövs.

I denna undersökning har det ej tagits hänsyn till solvindarnas påverkan på kometen. Det är även viktigt att komma ihåg att det är punktmassor simulatören arbetar med. Det innebär att de beräknade accelerationerna endast är en uppskattning. Om en situation uppstår och vi är tvungna att förhindra en komet krasch så rekommenderas att använda stora säkerhetsmarginaler, alternativt lägga till de parametrar som har approximerats bort i simulatören.

5 Sammanfattning

Vårt mål var att utveckla ett program för att kunna simulera kometbanor och undersöka fem specifika fall. Vi var intresserade av att undersöka hur skapandet av Oorts moln kan ha gått till, men även av hur kometer kan lämna denna kometreservoar för att färdas in i solsystemet. Väl inne i solsystemet fanns det två olika fall som fångade vår uppmärksamhet; hur kometer kan fångas in av planeter och hur stor kraft som krävs för att avstyra en komet som är på väg att kollidera med jorden.

När det gäller skapandet av Oorts moln visade våra simuleringar att kometer som har skapats kring en stjärna kan hamna på Oorts moln-avstånd i bana runt en annan stjärna. En annan teori som undersöktes var att kometerna kan ha kommit inifrån vårt solsystem och slungats ut för att skapa Oorts moln. Då denna teori undersöktes visade det sig att en del kometer fick en hastighet större än flykthastigheten, medan andra fick en hastighet som var tillräckligt låg för att stanna kvar och få en bana liknande den för kortperiodiska kometer. Det var även en andel som fick en hastighet däremellan vilket innebär att de kan ha hamnat i Oorts moln. Dock är andelen kometer inte tillräckligt stor för att kunna förklara det stora antalet kometer i kometmolnet idag.

För att kometerna sedan skulle komma in i vårt solsystem simulerades stjärnpassage och tidvattenkraften. Det visade sig att dessa källor var tillräckliga för att skapa en störning som slungade in kometer till de inre delarna av vårt solsystem. De undersökningar som utfördes inne i solsystemet var huruvida en komet kan fångas in av en planet. Det visade sig att en flerkropparssimulering inte var tillräckligt för att uppnå en infångning, utan det krävdes ytterligare en kraft för att bromsa in kometer då de kom nära planeten. Vi undersökte även hur stor kraft som behövdes appliceras på en komet för att undvika en kollision med jorden. Då kom vi fram till att det var bäst att påverka kometen i sidled jämfört med färdriktningen. Kraften som krävdes var inte ouppnåeligt stor, men det kan bli problematiskt att förse en raket med den mängd bränsle som behövs.

Vårt program hjälpte oss att undersöka de frågor som var av intresse för oss, från skapandet av Oorts moln till vad som kan hända då kometer kommer in i de inre delarna av solsystemet. Detta är dock bara en liten del av det som kan undersökas med vår simulator. Vi anser att det finns goda möjligheter att undersöka fler frågor inom detta område med tanke på att det finns mycket i rymden som ännu är outforskat.

Referenser

- [1] Holton, Gerald James; Brush, Stephen G. (2001)
Physics, the Human Adventure: From Copernicus to Einstein and Beyond (3rd paperback ed.) Rutgers University Press, s. 40-46
- [2] Fernández J. A. (2005)
Comets: Nature, Dynamics, Origin and their Cosmogonical Relevance Springer, s. 20-22
- [3] Hannu Karttungen, Pekka Kröger, Heikki Oja, Markku Poutanen & Karl J. Donner. (2004)
Fundamental Astronomy (5th edition Springer, s.123
- [4] Biryukov, E.E. (2007)
Capture of Comets from the Oort Cloud into Halley-Type and Jupiter-Family Orbits
Astronomicheskii Vestnik, vol. 41, nr 3, ss. 211-219.
- [5] Keplerian Elements for Approximate Positions of the Major Planets
NASA Jet Propulsion Laboratory.
http://ssd.jpl.nasa.gov/?planet_pos. (2014-05-19).
- [6] Fernández, J. A. (2005)
Comets: Nature, Dynamics, Origin and their Cosmogonical Relevance Springer. s.273.
- [7] Ibid. s.275
- [8] Adams et al. (2006)
Early Evolution of Stellar Groups and Clusters: Environmental Effects on Forming Planetary Systems
The Astrophysical Journal, vol. 641, ss. 504-525.
- [9] Fernández, J. A. (2005)
Comets: Nature, Dynamics, Origin and their Cosmogonical Relevance Springer. s.276.
- [10] Levison et al. (2010)
Capture of the Sun's Oort Cloud from Stars in Its Birth Cluster
Science 329, vol. 329, nr 5988, ss. 187-190.
- [11] Aarseth, S.J., Hénon, M och Wielen, R. (1974).
A Comparison of Numerical Methods for the Study of Star Cluster Dynamics
Astron. & Astrophys, vol. 37, ss. 183-187.

- [12] Lada, C.J. och Lada, E.A. (2003).
Embedded Clusters in Molecular Clouds
 Annual Review of Astronomy and Astrophysics, vol. 41, ss. 57-115.
- [13] Pavel Kroupa (2002).
The Initial Mass Function of Stars
 Science, New Series, vol. 295, nr 5552, ss. 82-91.
- [14] Bonnell & Davies (1998).
Mass segregation in young stellar clusters
 Astron. Soc., vol. 295, ss. 691-698.
- [15] H. Hsieh and D. Jewitt (2006)
 A Population of Comets in the Main Asteroid Belt. *Science*, vol. 312,
 s. 561-563.
- [16] Fernández, J. A. (2005)
Comets: Nature, Dynamics, Origin and their Cosmogonical Relevance
 Springer. s.121-126.
- [17] "Comet Orbits - Oort Cloud and Kuiper Belt", Solar System Fluff
 (Online), Available: <http://www.astronomynotes.com/solfluf/s8.htm>
 (2014-05-05)
- [18] Dybczynsky SP. A. (2002)
 Simulating observable comets. *Astronomy and Astrophysics*, vol. 396,
 ss. 283-292.
- [19] Fouchard M., Froeschle C., Rickman H., Valsecchi G.B. (2007)
Topics in Gravitational Dynamics: Solar, Extra-Solar and Galactic Systems
 Springer. Sid. 257-258.
- [20] Fouchard M. (2004)
 New fast model of the Galactic tide. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 349, ss. 347-356.
- [21] Fernández J. A. (2005)
Comets: Nature, Dynamics, Origin and their Cosmogonical Relevance
 Springer. Sid. 106-110.
- [22] Rickman H. et al. (2005)
 Algorithms for Stellar Perturbation Computations on Oort Cloud
 Comets. *Earth, Moon, and Planets*, vol. 97, ss. 411-434.
- [23] Sheppard Scott S. (2014) *The Jupiter Satellite and Moon Page*
<http://home.dtm.ciw.edu/users/sheppard/satellites/> (2014-04-08)

- [24] Jewitt D. & Haghighipour N. (2007)
 Irregular Satellites of the Planets: Products of Capture in the Early Solar System. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* vol. 45, ss. 261-295.
- [25] Nesvorn D., Vokrouhlick D. & Deienno R. (2014)
 Capture of irregular satellites at Jupiter. *The Astrophysical Journal*, vol.784, nr. 1, ss. 22.
- [26] Solar System Exploration: New Horizon.
 (Online), Available: <http://solarsystem.nasa.gov/missions/profile.cfm?MCode=PKB>
 (2014-04-14)
- [27] Arianespace Ariane 5
 (Online), Available: <http://www.arianespace.com/launch-services-ariane5/ariane-5-intro.asp>
 (2014-05-14)
- [28] Small Body Density and Porosity: New Data, New Insights
 (Online), Available: <http://www.lpi.usra.edu/meetings/lpsc2006/pdf/2214.pdf> (2014-05-14)
- [29] What Was the Saturn V?
 (Online), Available: <http://www.nasa.gov/audience/foreducators/rocketry/home/what-was-the-saturn-v-58.html> (2014-05-15)

A Kompletterande data

A.1 Simulering av 30 kroppar i asteroidbältet

Tabell 5: Startvärden för trettio slumpgenererade kometer och planeterna Mars, Jupiter, Saturnus, Uranus och Neptunus.

x	y	z	\dot{x}	\dot{y}	\dot{z}
-1.3278140	0.9753696	0.0652663	-0.0072150	0.0105550	$1.0935480 \cdot 10^{-04}$
-0.4579378	5.1871971	0.0083950	0.0076563	$-4.0142713 \cdot 10^{-04}$	$2.0272705 \cdot 10^{-04}$
-2.4564120	8.6914081	0.1441022	0.0058730	-0.001311	$2.0359239 \cdot 10^{-04}$
19.9781015	-2.3097221	-0.3053799	$4.0784535 \cdot 10^{-04}$	0.00373505	$1,3857710 \cdot 10^{-05}$
22.5258986	19.5087804	-0.9128378	-0.0020625	0.0023775	$2.1098406 \cdot 10^{-05}$
3.0732101	1.3043932	0	0.0036454	0.0087753	0
-0.0838546	3.1070339	0	-0.0097577	$-6.8122171 \cdot 10^{-05}$	0
3.1073777	0.1527764	0	$-4.8384032 \cdot 10^{-04}$	-0,009643951	0
-1.1518238	-2.2669910	0	0.0096625	-0.0046926	0
0.1965133	3.4228392	0	0,009281654	$-3.4694318 \cdot 10^{-04}$	0
1.8375609	-3.1543905	0	0.0077417	0,004689053	0
0.6238793	2.3931771	0	0.0106129	-0.0025473	0
2.6440009	-2.0046388	0	0.0056614	0.0076544	0
-3.2641766	0.2464710	0	$-7.2321841 \cdot 10^{-04}$	-0.0093859	0
-2.2130932	-3.0401564	0	0,007215455	0.0050740	0
0.7180963	3.3555968	0	-0,009100852	0.0017614	0
-2.6516240	1.1211515	0	-0,003985678	-0.0092217	0
-1,015996	2.7746010	0	-0,009430943	0.0032525	0
3.7414979	0.3981680	0	$9.2938420 \cdot 10^{-04}$	0.0089088	0
3.0802645	1.0085877	0	0.0029458	0.0091860	0
0.0091860	2.0843547	0	-0.0097182	0.0055810	0
3.2665345	1.2194023	0	0.0031925	0.0087346	0
3.6955334	0.3497668	0	$-8.3314106 \cdot 10^{-04}$	0.0089795	0
1,375447	-2.7410383	0	0.0087416	0.0045821	0
0.6076065	3.3129492	0	0.0092372	-0,001506318	0
-3.0956054	0,4142721	0	-0.0013042	-0.0095495	0
-0.9550222	2.3668089	0	0.0100243	-0.0038287	0
-3.7444312	0.2485724	0	$5.9423824 \cdot 10^{-04}$	0.0087720	0
2.1491238	1.7747473	0	-0.0066130	0.0078003	0
1.8859166	2.2552785	0	-0.0076485	0.0065952	0
2.0336563	1.8831346	0	0.0069703	0.0077327	0
2.7506509	1.5141785	0	0.0046417	0.0086246	0
-0.2402558	3.0256248	0	0.0098521	$-5.8466585 \cdot 10^{-04}$	0
-0.8931327	-2,382369	0	0.0101352	-0,0035831	0

A KOMPLETTERANDE DATA

A.2 Störningar av kometbanor

Tabell 6: Initialvärden för 4 olika kometer som krockar med jorden efter 100 dagar med start vid Juliansk dag 0. Avstånd anges i AU och hastighet i AU/dag.

Simulering 1	x -0.176574205	y -0.4320512317	z -1.5377275932
	\dot{x} $-2.94121284196 \cdot 10^{-3}$	\dot{y} $-9.6536250639 \cdot 10^{-3}$	\dot{z} $9.384434274 \cdot 10^{-3}$
Simulering 2	x -0.128068664566	y -0.392232546838	z -3.60728698349
	\dot{x} $-2.2490057306 \cdot 10^{-3}$	\dot{y} $-6.898578310 \cdot 10^{-3}$	\dot{z} $3.34351142694 \cdot 10^{-2}$
Simulering 3	x 5.1413995888	y 4.12234823727	z 0.121104939509
	\dot{x} $-5.3053210921 \cdot 10^{-2}$	\dot{y} $-5.1357258275 \cdot 10^{-2}$	\dot{z} $-1.32491926305 \cdot 10^{-3}$
Simulering 4	x 0 2.18353294537	y 0.201619460047	z 0.144453004574
	\dot{x} $-1.91101188269 \cdot 10^{-2}$	\dot{y} $-1.46791015462 \cdot 10^{-2}$	\dot{z} $-1.16966425814 \cdot 10^{-3}$

B Bidragsrapport

B.1 Programmet

Calle har skrivit all kod för programmet (det vill säga koden på Github) förutom visualiseringen och gränssnittet som finns i `visualization.java`, `GraphicInterfaceElementsTypeB.java` och `GraphicInterfaceXYZ.java`. `visualization.java` skrevs av Charbel och Alexander tillsammans. Alexander skrev `GraphicInterfaceElementsTypeB.java` och `GraphicInterfaceXYZ.java`.

B.2 Rapporten

Alexander Bore

- Studerande av Java ca. 25 h.
- Kodandet av visualiseringen (`visualization.java`) ca. 75 h.
- Kodandet av grafiskt gränssnitt (`GraphicInterfaceElementsTypeB.java`, `GraphicInterfaceXYZ.java`) ca. 5 h.
- Studier av ämnet ca. 45 h.
- Simulering av Hillsfär och infångning av komet ca. 55 h.
- Planeringsrapport ca. 10 h.
- Rapport, skrivit inledning och delen om "Infångning av komet" ca. 55 h.
- Övrig tid på diverse gruppmöten.
- Total tid ca. 290 h.

Calle Ekdahl

- Skrev all text under avsnittet "Programmet"
- Skrev all text under avsnittet "Kometer, stjärnhopar och bildandet av Oorts moln"
- Skrev koden för alla simuleringar som behövdes för att kunna skriva de två avsnitten som nämns här ovan.
- Skrev all dokumentation,
 - Javadoc

- “Introduction & example simulations”
- “Case study: Simulating a star cluster”

Dokumentationen finns på projektets Github-sida.

- Har arbetat 433h varav 231h gick åt utvecklingen av programmet (inklusive att studera Java), 70h åt simulering av stjärnhop med kometer (metod, skriva kod etc.), 14h åt planeringsrapport, 59h åt rapport och dokumentationen som nämns här ovan, 43h studie av ämnesområdet, 16h åt författandet av 61 texter med kodexempel/dokumentation/feedback m.m. riktat till gruppen. Tiderna är summan av den tid som antecknats i loggboken med ett fåtal tillagda dagar på grund av saker som har gjorts men som inte antecknades.

Stefan Holmgren

- I ett det tidiga skedet av projektet landade valet av programspråk på Java, vilket då var ett språk jag aldrig tidigare arbetat med. Började med att utveckla en koordinattransformation vilken senare inte användes till slutprodukten, men gav en insikt i programmering. Med detta arbetade jag i ca 90 timmar.
- Literaturstudier inom ämnet, söka upp artiklar att läsa, olika koordinatsystem mm. Sammanlagt under perioden ca 50 timmar.
- Programmering och olika experiment inom (*utkast av komet till Oorts moln*) och analys av data och ta fram grafer i ca 130 timmar.
- Rapportskrivning för hela perioden inklusive planeringsrapport och slutrapport ca 150 timmar.

Total arbetstid under projektets gång 420 timmar. Utöver detta även gruppmöten, föreläsningar och handledarmöten.

Charbel Rizk

- Skrev avsnittet “Bildandet av långperiodiska kometbanor från Oorts moln”
- Simulerade undersökningar för avsnittet ovan (inkl. allt kodande av klasserna StellarPerturbation.java och KometFromOort.java, där KometFromOort.java har omkodats i flera omgångar.)
- Total arbetstid: ca. 280 timmar, varav ca. upp till 70 timmar spenderades på kodandet av (och studerandet omkring) visualisation.java, ca. upp till 10 timmar på planeringsrapport och övrig tid spenderades

på bakgrundsstudier, simuleringar och rapportskrivning (även gruppmöten och handledarmöten).

Frida Strömbeck

- Skrev avsnittet Störningar av kometbanor"
- Skrev avsnittet Sammanfattning"
- Har arbetat cirka 380 timmar, ca 120 timmar gick åt programmering av programmet för simulering av Störningar av kometbanor och att lära in java. Ca 80 timmar gick åt att simulera Störningar av kometbanor". Ca 20 timmar gick åt till att skriva på planeringsrapporten och ca 80 timmar gick åt till att skriva på rapporten. Det gick åt ca 40 timmar till studie av ämnesområde och ca 40 timmar till koordination och planering för gruppen.

Rune Visser

Vad jag gjort:

- huvudansvarig för redigering av planeringsrapporten.
- simuleringen "Utkast av kometer till Oorts moln".
- Skrivit Grundläggande Teori.
- Delförfattare i "Utkast av kometer till Oorts moln".
- total arbetstid: 250 timmar, varav 30 timmar litteraturstudier, 40 timmar inläring av Java. 30 timmar har gått åt till programvara och simuleringar. 100h till rapporter samt 50 timmar möten och föreläsningar.