



# Maskininlärning för kvalitetssäkring inom livsmedelsindustrin

Klassificering av volymfraktioner i inhomogena livsmedelsflöden



#### **INSTITUTIONEN FÖR ELEKTROTEKNIK**

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA Göteborg 2021 www.chalmers.se

Kandidatarbete 2021

# Maskininlärning för kvalitetssäkring inom livsmedelsindustrin

Klassificering av volymfraktioner i inhomogena livsmedelsflöden

ANDREAS FÜHR EDVIN GUNNARSSON HASAN SHARINEH ISAK PALENIUS LINUS JOHANSSON MARTIN DUE



Institutionen för Elektroteknik Avdelningen för Signalbehandling och medicinsk teknik Forskargruppen för signalbehandling CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA Göteborg 2021 Maskininlärning för kvalitetssäkring inom livsmedelsindustrin Klassificering av volymfraktioner i inhomogena livsmedelsflöden

- © ANDREAS FÜHR, 2021.
- © EDVIN GUNNARSSON, 2021.
- © HASAN SHARINEH, 2021.
- © ISAK PALENIUS, 2021.
- © LINUS JOHANSSON, 2021.
- © MARTIN DUE, 2021.

Handledare: Thomas Rylander, Institutionen för Elektroteknik Examinator: Tomas McKelvey, Institutionen för Elektroteknik

Kandidatarbete 2021 Institutionen för Elektroteknik Avdelningen för Signalbehandling och medicinsk teknik Forskargruppen för signalbehandling Chalmers Tekniska Högskola SE-412 96 Göteborg Telefon +46 31 772 1000

Omslag: Spridningsdiagram över uppmätt transmission för vatten-stärkelseblanding med olika volymfraktioner av kikärtor vid fem olika frekvenser jämnt fördelade i spannet 2–3 GHz. Cirklarna representerar medelvärden för spridningsparametrarna vid de olika volymfraktionerna.

Maskininlärning för kvalitetssäkring inom livsmedelsindustrin Klassificering av volymfraktioner i inhomogenalivsmedelsflöden ANDREAS FÜHR, EDVIN GUNNARSSON, HASAN SHARINEH, ISAK PALENIUS, LINUS JOHANSSON, MARTIN DUE

Institutionen för Elektroteknik Chalmers Tekniska Högskola

## Sammandrag

Inom livsmedelsindustrin är det viktigt att säkerställa en hög kvalitet på de producerade livsmedlen. En icke-invasiv kvalitetssäkringsmetod för livsmedelsflöden är elektromagnetiska sensorer som mäter flödesmediets dielektriska egenskaper. Detta arbete undersöker möjligheten att identifiera volymfraktionen av vanligt förekommande matsubstanser i en homogen vatten-stärkelseblandning med propagerande mikrovågor. Två typer av nätverksanalysatorer användes för att mäta spridningsparametrar och I/Q-parametrar från transmission och reflektion i de inhomogena medierna. Mätdatan samlades in från en experimentell testrigg, där mätsubstansen pressades genom ett metallrör med hjälp av tryckluft. Statistiska metoder tillämpades för att skapa attribut ur datan och en linjär modell implementerades för att prediktera volymfraktioner. Resultatet antyder att det under vissa förutsättningar är möjligt att prediktera volymfraktionen av inklusioner i en blandning utifrån mätdata insamlad med mikrovågssensorer. Detta lägger en grund för framtida studier som behöver utföras innan tekniken når den grad av reproducerbarhet som krävs för industriell tillämpning.

Nyckelord: permittivitet, mikrovågor, spridningsparametrar, livsmedel, dielektrikum, maximum likelihood, linjär regression.

# Abstract

In the food industry, it is important to ensure a high quality of the food produced. A non-invasive quality assurance method for flows of food products is usage of electromagnetic sensors that measure dielectric properties of the flow medium. This paper investigates the possibility of identifying the volume fraction of common food substances in a homogeneous water-starch mixture by propagating microwaves. Two types of network analyzers were deployed to measure scattering parameters and I/Q parameters from transmission and reflection in the inhomogeneous medium. Data was collected from an experimental test rig, where the measured substance was pushed through a metal pipe using compressed air. Statistical methods were applied to create features from the data and a linear model was implemented to predict volume fractions. The results suggest that under certain conditions it is possible to predict the volume fraction of inclusions in a mixture based on measurement data collected with microwave sensors. This lays a foundation for future studies that are necessary before the technology reaches the degree of reproducibility required for industrial application.

Keywords: permittivity, microwaves, scattering parameters, food, dielectric, maximum likelihood, linear regression.

## Tillkännagivanden

Vi vill rikta ett stort tack till de anställda på FRS AB för varmt mottagande och deras stöd under hela arbetets gång. Framförallt vill vi tacka Joakim Nilsson för ovärderlig hjälp med idéskapande och vidareutveckling av den experimentella metoden, samt Stig Norén för all hjälp under arbetet och kvalitetssäkring av dielektriska mätningar. Vidare vill vi även rikta ett stort tack till vår handledare Thomas Rylander, som varit en fantastisk rådgivare och hjälpt till att strukturera upp arbetet och leda det framåt med omfattande teoretisk och experimentell vägledning.

Göteborg, maj 2021

# Förkortningar och notationskonventioner

### Förkortningar

- CVNA kalibrerad nätverksanalysator (eng. calibrated vector network analyzer)
- MLE maximum likelihood-skattning
- MTRX okalibrerad, industrialiserad nätverksanalysator

### Matematisk notation

x	skalär, reell eller komplexvärd
$\vec{X}$	vektorfält
x	kolonnvektor
$x_j$	vektorelement
X	matris
$x_{ij}$	matriselement för rad $i$ , kolonn $j$
$\dim(\mathbf{x})$	dimensionen av vektorn $\mathbf{x}$
$\operatorname{diag}(x_1,\ldots,x_n)$	diagnonalmatris med element $x_i$ för rad/kolonn $i$ , för $i = 1, \ldots, n$
$\mathbf{X}^{T}$	transponatet av matrisen $\mathbf{X}$
$\mathbf{X}^+$	pseudoinversen av matrisen $\mathbf{X}$
$\det(\mathbf{X})$	determinanten av matrisen $\mathbf{X}$
log	naturliga logaritmen
$\mathbb{R}$	mängden av reella tal
$\mathbb{C}$	mängden av komplexa tal
j	imaginära enheten
$\mathbb{P}(\cdot)$	sannolikhet
$\mathbb{E}[\cdot]$	väntevärde
$\operatorname{Cov}(X, Y)$	kovariansen mellan slumpvariablerna $X$ och $Y$
$\ \cdot\ $	euklidiska normen
$\lfloor x \rfloor$	golvfunktionen av en reell skalär x

## Notation för fysikaliska storheter

- $\vec{E}$  elektriskt fält (V/m)
- $\vec{D}$  elektrisk flödestäthet (As/m<sup>2</sup>)
- $\vec{H}$  magnetiskt fält (A/m)
- $\vec{B}$  magnetisk flödestäthet (Vs/m<sup>2</sup>)
- $\vec{J}$  strömtäthet (A/m<sup>2</sup>)
- $\rho$  laddningstäthet (As/m<sup>3</sup>)
- $\epsilon$  absolut permittivitet (A s/V m)
- $\epsilon_0$  permittivitet i vakuum (A s/V m)
- $\epsilon_r$  relativ permittivitet
- $\epsilon_{\rm eff}$  effektiv permittivitet (A s/V m)
- $\mu$  absolut permeabilitet (Vs/Am)
- $\mu_0$  permeabilitet i vakuum (V s/A m)
- $\omega$  vinkelfrekvens (rad/s)
- $\nu$  frekvens (Hz)
- $\varphi \quad \text{ volymfraktion }$
- $S_{ij}$  spridningsparameter mellan antenn<br/>port i och j

# Innehållsförteckning

Sa	mma	ndrag	i
$\mathbf{A}$	bstra	ct	i
Ti	llkän	nagivanden	iii
Fċ	örkor	tningar och notation	$\mathbf{v}$
Fi	gure		ix
Ta	abelle	er x	iv
1	Intr	oduktion	1
	1.1	Bakgrund och syfte	1
	1.2	Avgränsningar	2
<b>2</b>	Teo	ri	3
	2.1	Mikrovågsmätningar	3
		2.1.1 Mikrovågssensorer	3
		2.1.2 Elektromagnetisk fältteori	3
		2.1.3 Permittivitet $\ldots$	4
		2.1.4 Spridningsparametrar	5
	2.2	Statistisk parameterinferens	6
		2.2.1 Maximum likelihood-metoden	6
		2.2.2 Multivariat normalfördelning	6
	2.3	Linjär regression	7
3	Met	od	9
	3.1	Mätsubstanser	9
	3.2	Mätuppställning	10
	3.3	Mätprocedur	12
	3.4	Dielektrisk prob	14
	3.5	Insamling och behandling av data	15
		3.5.1 Insamling av data	15
		3.5.2 Lagring och organisation av data	15
		3.5.3 Databehandling	16
	3.6	Linjär modell för volymfraktioner	18
		3.6.1 Implementering av linjär regression	18
		3.6.2 Optimering av hyperparametrar för linjär regression	18

4	Res	ultat	19
	4.1	Relativ permittivitet	19
	4.2	Spridningsdiagram över insamlad data	19
		4.2.1 Vatten från kontrollmätningar	20
		4.2.2 Stärkelseblandning vid olika temperaturer	21
		4.2.3 Stärkelseblandning med varierande salthalt	23
		4.2.4 Stärkelseblandning med varierande mängd kikärtor	24
		4.2.5 Stärkelseblandning med varierande mängd kidneybönor	26
		4.2.6 Stärkelseblandning med varierande mängd gröna ärtor	27
	4.3	Linjär anpassning av spridningsparametrar	29
	4.4	Attribut	29
	4.5	$R^2$ -värdets beroende av antalet mätpunkter per attribut $\ldots \ldots \ldots \ldots$	30
	4.6	Linjär anpassning av attribut	32
		4.6.1 Validering av modell med standardavvikelse som attribut	32
		4.6.2 Validering av modell med medelvärde som attribut	33
		4.6.3 Validering av modell med standardavvikelse och medelvärde som	
		$\operatorname{attribut}$	34
		4.6.4 Test av modell med standardavvikelse som attribut	35
		4.6.5 Test av modell med medelvärde som attribut	38
		$4.6.6  {\rm Test \ av \ modell \ med \ standard avvikelse \ och \ medelvärde \ som \ attribut}$	40
<b>5</b>	Disl	kussion	43
	5.1	Felkällor	44
6	Slut	tsats och framtida studier	45
Li	ttera	turförteckning	46
A	Pra	ktisk tillämpning av volymfraktion i experimentella mätningar	Ι
	A.1	Densistetsmätningar	Ι
	A.2 A.3	Beräkning av massan inklusioner som tillsätts stärkelseblandning Feluppskattning av volymfraktion	II IV

# Figurer

3.1	Ojämn stärkelse- blandning efter 30 min kallsvällning och en andra blandning.	10
3.2	Slät stärkelseblandning efter $30 \min$ kallsvällning, silning blandning och	
	vibration.	10
3.3	Testriggen i FRS lokaler	10
3.4	Schematisk representation av testrigg med beskrivning av dess konstruktion. Mikrovågssensorerna som är sammankopplade med nätverksanalysatorerna CVNA och MTRX är markerade i bilden. Omrörningsarmarna är fastsatta i toppen av varje vertikalt rör. De gröna, fetmarkerade pilarna visar mätsubstansens flödesriktning från en nivå med heldragen linje till en annan nivå med prickad linje	11
3.5	Tvärsnitt av rör med fyra mikrovågsantenner. Figuren visar transmitterade och reflekterade mikrovågssignaler vid excitation av antenn nummer ett, där $u_1^+$ är den infallande spänningsvågen och $u_i^-$ är de reflekterade	10
9 C	spanningarna for $i = 1, \dots, 4$ .	12
3.0	lestriggens baksida dar natverksanalysatorerna och styrsystemet ar	19
3.7	Dielektriska proben DAKS 3.5 som används för att utföra dielektriska	12
0.1	mätningarna.	14
3.8	Schematiskt diagram för olika processteg i den utförda databehandlingen av mätdata från CVNA respektive MTRX. Den insamlade datan vektoriserades, samt trimmades för varje mätsekvens och användes sedan för att skapa olika attribut. Data från CVNA randomiserades också innan	
	attribut skapades	16
4.1	Komplex, relativ permittivitet och förlusttangent från dielektriska mätningar på vatten, stärkelseblandning och använda inklusioner. Linjerna visar medelvärdet från flera mätningar, medan de färgade bandens över och undre gränser visar de maximala respektive minimala uppmätta värdena.	19
4.2	Spridningsdiagram från vattenmätningar med CVNA, för spridningsparametrarna $S_{11}$ och $S_{13}$ , vid 2,02 GHz. De olika mätdagarna representeras av olika färger.	20
4.3	Spridningsdiagram från vattenmätningar med CVNA, för spridningsparametrarna $S_{11}$ och $S_{13}$ , vid 2,99 GHz. De olika mätdagarna representeras av olika färger.	20
4.4	Spridningsdiagram från vattenmätningar med MTRX, för I/Q-parametrarna $I_{13}$ och $Q_{13}$ , vid 2,1 GHz. De olika mätdagarna representeras av olika färger. Skalorna för de två diagrammens axlar är	
	identiska.	21

4.5	Spridningsdiagram från vattenmätningar med MTRX, för	
	I/Q-parametrarna $I_{24}$ och $Q_{24}$ , vid 2,1 GHz. De olika mätdagarna	
	representeras av olika farger. Skalorna for de tva diagrammens axlar ar identiska	91
46	Spridningsdiagram från 20–30 min stärkelsemätningar med CVNA för	21
1.0	spridningsparametern $S_{12}$ , vid 2.02 GHz. Olika temperaturer i slutet av	
	varje mätning representeras av olika färger	22
4.7	Spridningsdiagram från 20–30 min stärkelsemätningar med CVNA, för	
	spridningsparametern $S_{13}$ , vid 2,99 GHz. Olika temperaturer i slutet av	00
1.0	varje matning representeras av olika farger.	22
4.0	spridningsdiagram från frå starkeisematningar med UVNA, för spridningsparametern $S_{13}$ , vid 2,02 GHz. Olika mätningar med tillhörande tomporaturföröndring roprosontoras av olika förgor	າາ
4.0	Spridningsdiagram från 1 h stärkolsomätningar mod CVNA för	
4.3	spridningspraametern $S_{13}$ , vid 2.99 GHz. Olika mätningar med tillhörande	
	temperaturförändring representeras av olika färger.	22
4.10	Spridningsdiagram från 1 h stärkelsemätningar med MTRX, för	
	I/Q-parametrarna $I_{13}$ och $Q_{13}$ , vid 2,1 GHz. Olika temperaturer i	
	slutet av varje mätning representeras av olika färger.	23
4.11	Spridningsdiagram från 1h stärkelsemätningar med MTRX, för	
	$I/Q$ -parametrarna $I_{13}$ och $Q_{13}$ , vid 2,8 GHZ. Olika temperaturer 1 slutet av vario mätning ropresentoras av olika förgor	<u> </u>
4 1 2	Spridningsdiagram över spridningsparametrar uppmätta med CVNA för	20
7.12	stärkelseblandningar med 1 % och 2 % salt. $\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	24
4.13	Spridningsdiagram över mätning på stärkelseblandningar med $1-3\%$ salt med MTRX	24
4.14	Spridningsdiagram och histogram för kikärtor. Transmissions- mätningar	
	från CVNA vid frekvensen 2,02 GHz. Färgerna svarar mot olika	
	volymfraktioner i spannet 4–24 %	25
4.15	Spridningsdiagram och histogram för kikärtor. Reflektions- måtningar från CVNA vid frekvensen 2,99 GHz. Färgerna svarar mot olika volymfraktioner	
	i spannet 4–24 %	25
4.16	Spridningsdiagram och histogram för kikärtor. Transmissions- mätningar från MTRX vid frekvensen 2,1 GHz. Färgerna svarar mot olika	
	volymfraktioner i spannet $4-24\%$ .	26
4.17	Spridningsdiagram och histogram för kikärtor. Transmissions- mätningar	
	fran MTRX vid frekvensen 2,8 GHz. Fargerna svarar mot olika volumfraktioner i grappet $4.24\%$	26
1 18	Spridningsdiagram och histogram för kidnovhönor Transmissions	20
4.10	mätningar från CVNA vid frekvensen 2.02 GHz. De olika färgerna svarar	
	mot volymfraktioner i spannet $4-24\%$ .	27
4.19	Spridningsdiagram och histogram för kidneybönor. Transmissions-	
	mätningar från CVNA vid frekvensen 2,99 GHz. De olika färgerna svarar	
	mot volymfraktioner i spannet $4-24\%$ .	27
4.20	Spridningsdiagram och histogram för kidneybönor. Transmissions-	
	matningar fran MTRA vid frekvensen 2,1 GHz. De olika fargerna svarar mot volumfraktioner i spannet $4.24\%$	97
	$mot vorymmakuomet i spannet 4-24 /0. \dots \dots$	21

4.21	Spridningsdiagram och histogram för kidneybönor. Transmissions- mätningar från MTRX vid frekvensen 2,8 GHz. De olika färgerna svarar	07
4.22	spridningsdiagram och histogram för gröna ärtor. Transmissions-	27
	mätningar från CVNA vid frekvensen 2,02 GHz. De olika färgerna svarar	00
4.23	Spridningsdiagram och histogram för gröna ärtor. Transmissions-	28
	mätningar från CVNA vid frekvensen 2,99 GHz. De olika färgerna svarar	20
4.24	Spridningsdiagram och histogram för gröna ärtor Transmissions-	20
1.21	mätningar från MTRX vid frekvensen 2,1 GHz. De olika färgerna svarar	
	mot volymfraktioner i spannet $4-24\%$ .	29
4.25	Spridningsdiagram och histogram för gröna ärtor. Transmissions-	
	matningar fran MTRX vid frekvensen 2,8 GHz. De olika fargerna svarar mot volvmfraktioner i spannet $4-24\%$	20
4.26	Standard- avvikelse för transmissions- mätning i real och imaginärdel. $S_{13}$ .	25
	CVNA 2.02GHz, kidney bönor.	30
4.27	Standard- avvikelse för transmissions- mätning av real och imaginärdel,	
1.00	$S_{13}$ , CVNA 2.02GHz, kikärtor	30
4.28	Standard- avvikelse för transmissions- mätning av real och imaginärdel,	20
4 29	$S_{13}$ , $CVNA$ 2.02GHz, grona artor	30
1.20	för linjär modell med attribut skapade av mätdata från $4-24\%$	
	volymfraktion inklusioner i stärkelseblandning. Linjerna representerar	
	inklusionstyp och typ av attribut. MLE för medelvärdesvektorn tillhörande	
	$S_{13}(\boldsymbol{\nu})$ representer as av $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ , medan $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ avser en vektor med MLE for standardayyikolsor av $S_{12}(\boldsymbol{\mu})$	21
4.30	$B^2$ -värdets beroende av antal mätpunkter med CVNA per attribut för	51
1.00	linjär modell med attribut skapade av randomiserad mätdata från 4–24	
	%volymfraktion inklusioner i stärkelseblandning. Linjerna representerar	
	inklusionstyp och typ av attribut. MLE för medelvärdesvektorn tillhörande	
	$S_{13}(\nu)$ representer as av $\sigma$ , medan $\mu$ avser en vektor med MLE for standardavvikelser av $S_{12}(\nu)$	31
4.31	$R^2$ -värdets beroende av antal mätpunkter med MTRX per attribut,	01
	för linjär modell med attribut skapade av mätdata från $4-24\%$ volym	
	inklusioner i stärkelseblandning. Linjerna representerar inklusionstyp och	
	typ av attribut. MLE for medelvardesvektorn tillhorande I/Q-parametrarna	
	standardavvikelser av I/Q-parametrarna	31
4.32	Skattningar av volymfraktionen kikärtor utifrån testdata insamlad	
	med CVNA. Attributet som använts är spridningsparametrarnas	
4.99	standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig	36
4.33	Skattningar av volymiraktionen kikartor utifrån testdata insamlad med MTRX Attributet som använts är L/O paramterarnas standardavvikalse i	
	real- och imaginärdel för sig. $\ldots$	36
4.34	Skattningar av volymfraktionen kidneybönor utifrån testdata insamlad	-
	med CVNA. Attributet som använts är spridningsparametrarnas	
	standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig	37

4.35	Skattningar av volymfraktionen kidneybönor utifrån testdata insamlad med MTRX. Attributet som använts är I/Q-paramterarnas standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig	37
4.36	Skattningar av volymfraktionen gröna ärtor utifrån testdata insamlad med CVNA. Attributet som använts är spridningsparametrarnas standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig	37
4.37	Skattningar av volymfraktionen gröna ärtor utifrån testdata insamlad med MTRX. Attributet som använts är I/Q-paramterarnas standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig	37
4.38	Skattningar av volymfraktionen kikärtor utifrån testdata insamlad med CVNA. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde i real- och imaginärdel för sig	39
4.39	Skattningar av volymfraktionen kikärtor utifrån testdata insamlad med MTRX. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde i real- och imaginärdel för sig	39
4.40	Skattningar av volymfraktionen kidneybönor utifrån testdata insamlad med CVNA. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde i real- och imaginärdel för sig.	39
4.41	Skattningar av volymfraktionen kidneybönor utifrån testdata insamlad med MTRX. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde i real- och imaginärdel för sig.	39
4.42	Skattningar av volymfraktionen gröna ärtor utifrån testdata insamlad med CVNA. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde i real- och imaginärdel för sig.	40
4.43	Skattningar av volymfraktionen gröna ärtor utifrån testdata insamlad med MTRX. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde i real- och imaginärdel för sig.	40
4.44	Skattningar av volymfraktionen kikärtor utifrån testdata insamlad med CVNA. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde och standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig.	41
4.45	Skattningar av volymfraktionen kikärtor utifrån testdata insamlad med MTRX. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde och standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig.	41
4.46	Skattningar av volymfraktionen kidneybönor utifrån testdata insamlad med CVNA. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde och standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig	42
4.47	Skattningar av volymfraktionen kidneybönor utifrån testdata insamlad med MTRX. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde och standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig	42
4.48	Skattningar av volymfraktionen gröna ärtor utifrån testdata insamlad med CVNA. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde och standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig.	42
4.49	Skattningar av volymfraktionen gröna ärtor utifrån testdata insamlad med MTRX. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde och standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig.	42

A.1	Densitetsmätning med kidneybönor. Den mindre hinken placerades i den	
	större hinken och vattnet som rann över från den mindre hinken vägdes	
	upp för att bestämma kidneybönornas densitet.	Π

# Tabeller

3.1	Uppmätta volymfraktioner kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor i stärkelseblandning. Osäkerheten är beräknad från mätosäkerheten i beroende variabler	13
4.1	Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med valideringsdataset från CVNA på en linjär modell med standardavvikelse som attribut.	33
4.2	Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med valideringsdataset från MTRX på en linjär modell med standardavvikelse som attribut.	33
4.3	Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med valideringsdataset från CVNA på en linjär modell med medelvärde som attribut.	34
4.4	Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med valideringsdataset från MTRX på en linjär modell med medelvärde som attribut.	34
4.5	Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med valideringsdataset från CVNA på en linjär modell med standardavvikelse och medelvärde som attribut.	35
4.6	Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med valideringsdataset från MTRX på en linjär modell med standardavvikelse och medelvärde som attribut.	35
4.7	Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med testdataset från CVNA på en linjär modell med standardavvikelse-attribut.	35
4.8	Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med testdataset från MTRX på en linjär modell med standardavvikelse-attribut.	36
4.9	Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med testdataset från CVNA på en linjär modell med medelvärde som attribut.	38
4.10	Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med testdataset från MTRX på en linjär modell med medelvärde som attribut.	38
4.11	Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med testdataset från CVNA på en linjär modell med medelvärdes- och standardavvikelse-attribut.	40

4.12	Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och		
	gröna ärtor med testdataset från MTRX på en linjär modell med		
	medelvardes- och standardavvikelse-attribut.	41	
A.1	Uppmätt densitet av kidneybönor, kikärtör, fräna ärtor och		
	stärkelseblandning.	Π	
A.2	Mätosäkerheter för variabler som volymfraktionen är beroende av. Notera		
	att mätosäkerheten för $m_{\rm i, curr}$ är direkt kopplad till summan av tidigare		
	tillagd massa inklusioner $\sum \delta m_{i,added}$ och oberoende av $m_{i,add}$	V	

1

# Introduktion

#### 1.1 Bakgrund och syfte

Automatiseringen av tillverkningsindustrier har lett till en ökad efterfrågan av icke-invasiva sensorer för kvalitetssäkring. Fördelen med att använda icke-invasiva sensorer är att de inte stör tillverkningsprocessen och kan implementeras direkt i produktionslinan. Det finns ett stort urval av sensorer att tillgå för kvalitetssäkring och valet av sensor beror på vilken egenskap eller förändring som ska detekteras. En sensortyp som idag används i många tillverkningsindustrier, i synnerhet sådana där produkten innehåller fukt, är mikrovågssensorer [1].

Mikrovågsteknik är ett etablerat forskningsområde, eftersom den fundamentala teorin utvecklades för över 50 år sedan [2]. Detta har lett till att mikrovågor har fått en bred användning inom ett flertal områden, såsom trådlös kommunikation, medicin samt uppvärmning och torkning av livsmedel [3]. Ett nytt område där intresset inom forskning för mikrovågor ökat och visat sig ha effektiva applikationer är livsmedelsindustrin.

Det finns ett flertal anledningar till att mikrovågor visat sig vara så effektiva i livsmedelsindustrin. För det första propagerar mikrovågor väl genom dielektriska medium, vilket gör det möjligt att få information om produktens egenskap över hela dess volym och inte bara ytan. För det andra kan mikrovågor transmitteras mellan antenner placerade på ett avstånd från varandra, vilket innebär att mätningar kan ske utan kontakt med produkten. För det tredje krävs inte mikrovågor av sådan hög energinivå att dessa ska vara skadliga för produkten eller människor [4].

Den experimentella grunden till detta arbete bygger på mikrovågsmätningar, vilka utnyttjar elektromagnetiska vågor som vid interaktion med produkten dämpas, fasförskjuts och sprids ut. Genom att undersöka hur mikrovågorna påverkas av denna interaktion kan diverse egenskaper urskiljas [4].

I detta arbete analyserades mikrovågsmätningar på ett flytande livsmedelsflöde innehållande inhomogeniteter, hädanefter benämnt som inklusioner. Syftet var att undersöka en metod för att bestämma volymfraktionen mellan dessa inklusioner och ett bakgrundsmedium. Experimenten utfördes på en matblandning bestående av inklusioner, såsom kidneybönor och kikärtor, i en flytande vatten-stärkelseblandning.

Ett mätsystem utvecklat av FRS AB och [5] användes för dessa experiment. Detta mätsystem bestod av två mätinstrument baserade på mikrovågssensorer, vilka båda hade funktionalitet för reflektion- och transmissionsmätningar. FRS är ett teknikföretag som arbetar med kvalitetssäkring inom livsmedelsindustrin, mer specifikt elektromagnetisk detektion av anomalier i livsmedelsflöden. Detta utförs genom att använda ett mätsystem av mikrovågssensorer fästa på ett transportrör och en nätverksanalysator, som deteketerar främmande föremål i livsmedelsflödet och avlägsnar dessa genom en ventil.

Detta kandidatarbete var en del av ett Chalmers-anknutet forskningsprojekt vid namn

Sensor system, som bedrivs vid ChaseOn vilket är ett Vinnova kompetenscentrum med deltagare från svenska universitet och företag. ChaseOn har som vision att bedriva världsledande forskning inom antennsystem med syfte att skapa konkurrenskraftiga företag och ett hållbart samhälle.

### 1.2 Avgränsningar

Mikrovågsmätningarna har avgränsats till att endast göras med det mätsystem som finns i den framtagna testriggen. Frekvensintervallet för mikrovågsmätningarna begränsades till 2–3 GHz, med anledning av att sensorerna var optimerade för detta intervall. Därutöver har reflektionsmätningarna med FRS egenutvecklade mätinstrument valts att inte beaktas då denna funktionalitet inte var implementerad vid arbetets start.

Ytterligare avgränsning har gjorts vad gäller typ av inklusion och maximal volymfraktion. De inklusioner som valts är gröna ärtor, kidneybönor och kikärtor. Till följd av testriggens utformning har den maximala volymfraktionen begränsats till 24 %. Vidare har vi i dataanalysen begränsat oss till att enbart tillämpa linjära modeller.

# 2

# Teori

#### 2.1 Mikrovågsmätningar

Detta delkapitel behandlar mikrovågssensorer, elektromagnetisk fältteori, permittivitet och spridningsparametrar.

#### 2.1.1 Mikrovågssensorer

Det finns många mikrovågsbaserade sensortekniker för att mäta dielektriska egenskaper. Principiellt kategoriseras teknikerna som resonansbaserade eller transmissions- och reflektionsbaserade. Den främsta fördelen med transmissions- och reflektionssensorer är möjligheten att utföra frekvenssvep, medan resonanssensorer som högst mäter ett fåtal frekvenser. Resonanstekniker har i allmänhet en högre noggrannhet för mätning av komplex permittivitet, samt är lämpliga för medium med låga förlusttangenter, medan direkta transmissions- och reflektionsmätningar kan användas även i de fall förlusterna är höga [6].

Sensortypen som tillämpades i arbetet utgår från en transmissions- och reflektionsteknik med distribuerad arkitektur för direkt mätning av spridningsparametrar. I det andra fallet, liserad arkitektur, görs antaganden om ett likformigt elektromagnetiskt fält och kretsteori tillämpas [6].

#### 2.1.2 Elektromagnetisk fältteori

Den makroskopiska elektromagnetismen beskrivs av Maxwells ekvationer, vilka publicerades för första gången år 1873 [7]. För källfria, linjära, isotropa medium med permittivitet  $\epsilon$ , permeabilitet  $\mu$  och konduktivitet  $\sigma$  gäller de konstitutiva ekvationerna

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \tag{2.1}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \tag{2.2}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}.$$
(2.3)

I fallet med ett omagnetiserat medium sådant att  $\mu = \mu_0$ , kan Maxwells ekvationer tecknas på tidsharmonisk form enligt följande:

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H} \tag{2.4}$$

$$\nabla \times \vec{H} = (\sigma + j\omega\epsilon)\vec{E} \tag{2.5}$$

$$\nabla \cdot \epsilon \vec{E} = \rho \tag{2.6}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0. \tag{2.7}$$

Från Faradays induktionslag (2.4) och Ampères lag (2.5) fås Helmholtz vågekvation för  $\vec{E}$ -fältet som

$$\nabla \times \left( \nabla \times \vec{E} \right) + \gamma^2 \vec{E} = 0, \qquad (2.8)$$

där den komplexa propagationskonstanten definieras enligt

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon}\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}},\tag{2.9}$$

med dämpningskonstanten  $\alpha$  och vågtalet  $\beta$ . Förluster i materialet kan utan inskränkning även behandlas med komplex permittivitet,

$$\epsilon_c = \epsilon - j\frac{\sigma}{\omega} \triangleq \epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon_0(\epsilon'_r - j\epsilon''_r), \qquad (2.10)$$

där  $\epsilon'_r$  och  $\epsilon''_r$  är de reella, relativa permittivitetskomponenterna och  $\epsilon_0$  permittiviteten i vakuum. Propagationsfaktorn för en plan våg färdandes i positiv  $\hat{z}$ -riktning tecknas därmed på tidsform som

$$\operatorname{Re}\left\{e^{-\gamma z}\right\} = e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z).$$
(2.11)

Omskrivning av (2.9) ger då propagationstalets komponenter enligt

$$\alpha = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \sqrt{\mu_0 \epsilon' \left(\sqrt{1 + \tan^2 \delta} - 1\right)} \tag{2.12}$$

$$\beta = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \sqrt{\mu_0 \epsilon' \left(\sqrt{1 + \tan^2 \delta} + 1\right)},\tag{2.13}$$

där tan  $\delta = \epsilon''/\epsilon'$  är materialets förlusttangent.

#### 2.1.3 Permittivitet

Permittivitet är ett mått på ett materials förmåga att polariseras under påverkan av ett yttre elektriskt fält, som beror på propagationsmediumets rumsberoende temperatur och det elektriska fältets harmoniska frekvens. Medium med förluster kan beskrivas med komplex permittivitet enligt (2.10). För luft gäller att realdelen av den relativa permittiviteten  $\epsilon'_r \approx 1$  och för vatten är  $\epsilon'_r \approx 80$ . Matvaror har ett värde på  $\epsilon'$  som ligger i det spannet [8].

Elektromagnetisk interaktion i förlustmedium bestående av en blandning av komponenter kan modelleras som ett homogent medium med en effektiv, komplex permittivitet  $\epsilon_{\text{eff}}$ . En omfattande, teoretisk behandling av homogeniseringsformler ges av [9]. Volymfraktionen av en inklusion *i* i en blandning definieras som

$$\varphi_i = \frac{V_i}{V_{\text{tot}}},\tag{2.14}$$

där  $V_i$  är volymen av inklusionen *i* och  $V_{tot}$  är blandningens totala volym. En klassisk homogeniseringsformel för sfäriska inklusioner i ett homogent bakgrundsmedium är Maxwell-Garnetts blandningsformel

$$\epsilon_{\rm eff} = \epsilon_{\rm eff}' - j\epsilon_{\rm eff}'' \\ = \epsilon_{\rm b}' - j\epsilon_{\rm b}'' + 3\varphi(\epsilon_{\rm b}' - j\epsilon_{\rm b}'') \frac{\epsilon_{\rm i}' - \epsilon_{\rm b}' - j(\epsilon_{\rm i}'' - \epsilon_{\rm b}'')}{(1 - \varphi)\epsilon_{\rm i}' + (2 + \varphi)\epsilon_{\rm b}' - j[(1 - \varphi)\epsilon_{\rm i}'' + (2 + \varphi)\epsilon_{\rm b}'']}, \qquad (2.15)$$

där  $\epsilon_i$  och  $\epsilon_b$  är de komplexa permittiviterna för inklusionen respektive bakgrundsmediet. Ett antal korrektioner till Maxwell-Garnett (2.15) är nödvändiga om inklusionspartiklarna inte är idealiskt sfäriska och homogena i sig, till exempel om formen är ellipsoid eller om inklusionen har ett yttre skal med annan permittivitet. Blandninsformeln är däremot oberoende av inklusionpartiklars storlek så länge som ett kvasistatiskt antagande kan göras. En gräns för att kvasistatiska förhållanden ska gälla kan approximativt formuleras som

$$\frac{\lambda}{2\pi} > d_{\rm i},\tag{2.16}$$

där  $\lambda$  är våglängden och  $d_i$  är inklusionens längd. Våglängden i ett medium påverkas av permittiviteten, som för TEM-moden kan approximeras som

$$\lambda \approx \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r'}},\tag{2.17}$$

där  $\lambda_0$  är våglängden i vakuum. För mikrovågor i frekvensintervallet 2–3 GHz, med motsvarande våglängder  $100 \text{ mm} < \lambda_0 < 150 \text{ mm}$ , samt för relativ permittivitet  $\epsilon'_r \approx 80$  och inklusioner med längd i storleksordningen  $d_i \approx 10 \text{ mm}$ , gäller att  $\lambda/2\pi < d_i$  och att statiskt framtagna blandningsformler såsom (2.15) inte är tillämpbara.

#### 2.1.4 Spridningsparametrar

Ett nätverk av antennportar kan beskrivas fullständigt med en spridningsmatris, vilken relaterar infallande spänningar till och reflekterade spänningar från portarna. Ett nätverk av n portar med infallande spänningar  $u_i^+$  och reflekterande spänningar  $u_i^-$  för i = 1, ..., n, har en spridningsmatris **S** definierad enligt

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & \cdots & S_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^+ \\ \vdots \\ u_n^+ \end{bmatrix}.$$
(2.18)

Ett enskilt element i matrisen kan erhållas som

$$S_{ij} = \frac{u_i^-}{u_j^+}\Big|_{u_k^+ = 0 \,\forall \, k \neq j} \in \mathbb{C}, \tag{2.19}$$

där varje spridningsparameter utgörs av kvoten mellan den inducerade spänningen hos port *i* och den ingående spänningen i port *j*. Därmed är  $S_{jj}$  reflektionskoefficienten av en infallande spänningsvåg mot port *j* och  $S_{ij}$  representerar transmissionen från port *j* till port *i*, med alla andra infallande spänningar nollställda. [2]

Med antagandet att alla antenner exciteras för en viss frekvens inom ett kort tidsspann sådant att sträckan det flödande mediet har förflyttats är försumbar, kan kvasistationära förhållanden antas gälla. Reciprocitetssatsen medför då att S-matrisen för en mätning kan approximeras till att vara symmetrisk,  $S_{ij} \approx S_{ji}$  [2]. Det kan därmed sägas vara fullgott att utan inskränkning i problemet betrakta hälften av transmissionselementen i spridningsmatrisen.

Spridningsparametrarna, även benämnt S-parametrarna, kan ofta mätas upp direkt med en nätverksanalysator. Saknar nätverksanalysatorn kalibrering, antas spänningar  $\tilde{u}^+$ och  $\tilde{u}^-$  kunna mätas som funktion av de verkliga infallande och reflekterade spänningarna  $u^+$  och  $u^-$ .+ Låt införa följande beteckning för en koefficientmatris **U** för nätverket i det okalibrerade fallet:

$$U_{ij} = I_{ij} + jQ_{ij} = \frac{\tilde{u}_i^-}{\tilde{u}_j^+} \Big|_{\tilde{u}_k^+ = 0 \,\forall \, k \neq j} \in \mathbb{C}.$$
(2.20)

I detta fall benämns vanligen de uppmätta koefficienterna som I/Q-parametrar.

#### 2.2 Statistisk parameterinferens

Ι följande delkapitel presenteras Maximum likelihood-skattaren som en för statistisk inferens, definition av den multivariata metod  $\operatorname{samt}$ ennormalfördelningen och ML-skattningar för medelvärdesvektor, kovariansmatris och standardavvikelsevektor.

#### 2.2.1 Maximum likelihood-metoden

Maximum likelihood-metoden, även kallad ML-metoden, är ett viktigt verktyg för parameterskattning i frekventistisk statistik. Antag att de stokastiska variablerna  $Y_1, \ldots, Y_n$  är kontinuerliga och i.i.d. (oberoende och likafördelade). Givet observerade data  $y_1, \ldots, y_n$  och täthetsfunktioner  $f(y_i|\boldsymbol{\theta})$  för  $i=1,\ldots,n$ , definieras likelihooden av parametervektorn  $\boldsymbol{\theta}$  som

$$\operatorname{lik}(\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i | \boldsymbol{\theta}), \qquad (2.21)$$

vilken söks att maximeras. I praktisk tillämpning används log-likelihooden

$$l(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^{n} \log f(x_i | \boldsymbol{\theta}), \qquad (2.22)$$

eftersom den naturliga logaritmen är en monoton funktion som lättare kan maximeras. ML-skattningen (MLE efter eng. maximum likelihood estimate) av  $\boldsymbol{\theta}$  kan definieras som den vektor  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  som maximerar log-likelihooden, vilken kan skrivas som

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \underset{\boldsymbol{\theta}}{\operatorname{arg\,min}} - l(\boldsymbol{\theta}). \tag{2.23}$$

Se [10] för vidare fördjupning, Andra statistiska inferensmetoder, exempelvis från den Bayesianska statistiken, har inte undersökts närmare i arbetet.

#### 2.2.2 Multivariat normalfördelning

En stokastisk vektor  $\mathbf{X} = [X_1 \cdots X_m]^{\mathsf{T}}$ , med väntevärdesvektor  $\boldsymbol{\mu} = [\mathbb{E}[X_1] \cdots \mathbb{E}[X_m]]^{\mathsf{T}}$  och en symmetrisk, positivt definit kovariansmatris  $\boldsymbol{\Sigma} \sim m \times m$  sådan att  $\Sigma_{ij} = \operatorname{Cov}(X_i, X_j)$ ,

är multivariat normalfördelad enligt  $\mathbf{X} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$  om och endast om dess simultana sannolikhetsfunktion ges av

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\Sigma}) = \frac{1}{\sqrt{\det(2\pi\boldsymbol{\Sigma})}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^{\mathsf{T}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})\right], \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{m}.$$
(2.24)

Det följer att komponenterna  $X_i$  för  $i=1,\ldots,m$  är normalfördelade. Därtill har gemensamma sannolikhetsfunktioner för delmängder av **X** multivariata normalfördelningar. Standardavvikelsen för  $X_i$  definieras som  $\sigma_i = \sqrt{\operatorname{Var}(X_i)} = \sqrt{\Sigma_{ii}}$ . Om  $X_1,\ldots,X_m$  är oberoende slumpvariabler, gäller att  $\Sigma = \operatorname{diag}(\sigma_1^2,\ldots,\sigma_m^2)$ .

Fördelningsparametrarna  $\boldsymbol{\mu}$  och  $\boldsymbol{\Sigma}$  kan skattas med ML-metoden, som i fallet med Gaussiskt fördelad data är skattningar av de empiriska väntevärdena och kovarianserna för datan. Givet observerade data  $\mathbf{x}(t_i) = [x_1(t_i) \cdots x_m(t_i)]^{\mathsf{T}}$  för ett antal tidpunkter  $t_i$ , där  $i = 1, \ldots, n$  sådant att n > 1, ges ML-skattarna av

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{x}(t_i) \tag{2.25}$$

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\mathbf{x}(t_i) - \hat{\boldsymbol{\mu}}) (\mathbf{x}(t_i) - \hat{\boldsymbol{\mu}})^{\mathsf{T}}.$$
(2.26)

Det gäller för ML-skattningen av kovariansmatrisen att  $\mathbb{E}[\hat{\Sigma}] = \frac{n-1}{n} \Sigma$ , det vill säga att (2.26) inte är väntevärdesriktig. Standardavvikelsevektorn  $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1 \cdots \sigma_m]^{\mathsf{T}}$  kan på samma sätt skattas med ML-metoden som

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sqrt{\hat{\Sigma}_{11}} & \dots & \sqrt{\hat{\Sigma}_{mm}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}.$$
(2.27)

#### 2.3 Linjär regression

Regressionsanalys är en uppsättning statistiska metoder, vanligt förekommande för maskininlärning, för att finna relationer mellan olika variabler. För modellering av linjära samband mellan beroende och oberoende variabler, kan en multipel linjär regressionsmodell ställas upp som

$$f(\mathbf{y}) = \beta_0 + \beta_1 y_1 + \dots + \beta_n y_n, \qquad (2.28)$$

där  $f(\mathbf{y})$  är en linjär funktion beroende av oberoende variabler  $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \cdots y_n \end{bmatrix}^T$  och skalära koefficienter  $\beta_0, \dots, \beta_n$  [11]. För tidsberoende, reell indata uppmätt vid tidpunkter  $t_1, \dots, t_m$  söks en lösning till det linjära ekvationssystemet  $\mathbf{Ax} \approx \mathbf{b}$ , där

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{y}^{\mathsf{T}}(t_1) \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \mathbf{y}^{\mathsf{T}}(t_m) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m \times 1+n}$$
(2.29)

är en matris innehållandes indatavärden,  $\boldsymbol{\beta} = [\beta_0 \cdots \beta_n]^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^{n+1}$  en koefficientvektor och  $\mathbf{b} = [f(\mathbf{y}(t_1)) \cdots f(\mathbf{y}(t_m))]^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^m$  en vektor med tidsberoende funktionsvärden. En metod för att beräkna vikterna  $\beta_0, \dots, \beta_n$  för modellen är minstakvadratmetoden, där ett minimeringsproblem ställs upp enligt

$$\min_{\boldsymbol{\beta}} \|\mathbf{A}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}\|^2. \tag{2.30}$$

Till detta kan singulärvärdesfaktorisering utnyttjas, se vidare [12].

Determinationskoefficienten  $R^2$  är ett statistiskt mått på hur stor andel av variabiliteten i  $f(\mathbf{y}(t_i))$  som kan hänföras till linjärkombinationer av  $y_1(t_i), \ldots, y_n(t_i)$ . I minstakvadratmetoden minimeras summan av kvadratiska residualer, vilket medför en maximal determinationskoefficient definierad enligt

$$R^{2} = 1 - \frac{\sum_{i} (b_{i} - \bar{b})^{2}}{\sum_{i} (b_{i} - \bar{b})^{2}},$$
(2.31)

där  $b_i$  är observerade värden,  $\bar{b}$  är medelvärdet av alla observerade värden och  $\hat{b}$  är de av modellen skattade värdena [11]. I fallet då  $R^2 = 0$  är alla skattningar lika med medelvärdet av de observerade värdena, det finns alltså inget linjärt samband mellan de olika datapunkterna. Om istället  $R^2 = 1$  så innebär det att modellen kan vara användbar till att göra förutsägelser [13].

# 3

# Metod

#### 3.1 Mätsubstanser

Mätningarna har gjorts på ett homogent bakgrundsmedium i vilken inklusioner tillsatts. Det homogena bakgrundsmediet bestod av en stärkelseblandning, vilken antogs vara homogent ty permittiviteten förväntades vara konstant över hela dess volym. Stärkelsen som användes var av märket Engelhardt - PASELLI BC, vilken var en kallsvällande potatisstärkelse. Stärkelseblandningen blandades genom att mixa en del stärkelse och 16 delar rumstempererat vatten. Inklusionerna som betraktades i detta arbete var gröna ärtor, kikärtor och kidneybönor, vilka alla hade en permittivitet skild från stärkelseblandningen.

För att få stärkelseblandningen så homogen som möjligt vidtogs vissa åtgärder. Om stärkelseblandningen enbart rördes om ledde det till att det kvarstod klumpar av stärkelse och luftbubblor i blandningen. Luftbubblor var i synnerhet ett problem då luft har en relativ permittivitet nära ett.

Stärkelseblandningen blandades med en industriell mixer och fick sedan stå i 30 min för att kallsvälla, vilket innebär att stärkelsen drar åt sig vatten. Efter 30 minuter blandades stärkelsen ytterligare en gång och silades därefter för att få bort kvarstående stärkelseklumpar. De klumpar som fastnade i silen stavmixades och återfördes till blandningen innan hela stärkelseblandningen blandades en sista gång.

Efter att stärkelseblandningen blandats en sista gång silades hela stärkelseblandningen igen. De klumpar som fortfarande kvarstod slängdes, vilket garanterade att stärkelseblandningen inte hade några stärkelseklumpar kvar.

Efter att denna process gjorts återstod endast att få bort de luftbubblor som uppkommit. Detta gjordes genom att använda en betongvibrator. Betongvibratorn var handhållen med en flexibel vibratorslang av märket MEEC TOOLS (580 W). Genom att vibrera blandningen började luftbubblorna att röra sig uppåt, för att sedan spricka när de nådde ytan. Skillnaden före och efter denna process visas i Figur 3.1 och Figur 3.2.



**Figur 3.1:** Ojämn stärkelseblandning efter 30 min kallsvällning och en andra blandning.



**Figur 3.2:** Slät stärkelseblandning efter 30 min kallsvällning, silning blandning och vibration.

### 3.2 Mätuppställning

Testriggen bestod av två vertikala rör som var sammankopplade med ett horisontellt metallrör i deras nedre kanter (se Figur 3.4). Den inre rördiametern på testriggen var 60,3 mm och rörens tjocklek var 1,6 mm. Den flytande mätsubstansen fördes fram och tillbaka mellan de vertikala rören av ett lufttryck. Varje förflyttning från det ena vertikala röret till den andra kommer att benämnas som en mätsekvens hädanefter. I början och slutet av varje mätsekvens var flödeshastigheten betydligt långsammare än under resterande delen, som uppvisade ett jämnt flöde. I startögonblicket var flödet långsamt på grund av mätsubstansens tröghet och i slutet av mätsekvensen saktade flödet in då mätsubstansen samlades upp i den ena tanken.



Figur 3.3: Testriggen i FRS lokaler.

Inloppet till testriggen bestod av en spjällventil, vilken genom en plastslang var kopplad till ett större metallkärl. Detta metallkärl kan ses i figur 3.3 på vänster sida. Syftet med metallkärlet var att undvika att behöva använda avloppsventilen när fler inklusioner skulle tilläggas. Istället kunde blandningen dras upp i metallkärlet och sedan

manuellt omröras för att sprida ut inklusionerna jämnare i blandningen innan denna drogs in i testriggen.

Varje vertikalt rör hade en ventil på toppen och dessa utnyttjades för att dra in blandningen i testriggen. När blandningen drogs in, stängdes ventilerna i de vertikala rören och venturirör nyttjades för att bilda undertryck i de båda vertikala rören. Genom att ett undertryck bildades i de vertikala rören, drogs blandningen från metallkärlet in i testriggen.

I varje vertikalt rör fanns två komponenter: två omrörningsarmar och en nivågivare. Omrörningsarmarna var metallstänger med vinklade blad jämnt fördelade över hela längden, vilka roterade i motsatta ritningar. Varje omrörningsarm hade en rotationshastighet i storleksordningen 0,1 Hz och syftade till att motverka ansamlingar av inklusioner. Nivågivarna användes till att avgöra när det vertikala röret nådde sin miniminivå. När vertikal rör ett (enligt Figur 3.4) nådde sin miniminivå fördes blandningen över från vertikal rör två till vertikal rör ett och vice versa.

Det horisontella röret hade ett flertal viktiga komponenter: en termometer, en tryckgivare, en videokamera med tillhörande LED-lampa och de två mätinstrumenten. Spetsen av termometerns termoelement var placerat i rörets mitt och temperaturen kunde avläsas manuellt. Tryckgivaren var integrerad med FRS:s mjukvara och kunde avläsas genom denna.



**Figur 3.4:** Schematisk representation av testrigg med beskrivning av dess konstruktion. Mikrovågssensorerna som är sammankopplade med nätverksanalysatorerna CVNA och MTRX är markerade i bilden. Omrörningsarmarna är fastsatta i toppen av varje vertikalt rör. De gröna, fetmarkerade pilarna visar mätsubstansens flödesriktning från en nivå med heldragen linje till en annan nivå med prickad linje.

I mitten av det horisontella röret satt ett siktglas där flödet kunde studeras optiskt. Detta siktglas hade en videokamera riktad mot sig, vilken var kopplad till en PC. Videokameran började spela in varje mätsekvens då den startade och videon sparades som en referens för mätsekvensen. Vid siktglaset satt även två röda LED-lampor som visade blandningens flödesriktning, vilka också kunde ses på videon.

De mätinstrument som användes vid mätningarna bestod av mikrovågssensorer med tillhörande nätverksanalysatorer. Dessa var placerade i grupper om fyra slitsantenner kring metallröret där blandningen passerade inuti, se Figur 3.5 för en schematisk skiss av en sensor enligt beteckningar introducerade i 2.1.4. Excitation av antenn nummer ett innebar att en transmitterad signal kunde mätas upp vid antenn nummer två, tre och fyra samt att en reflektionsmätning kunde göras vid antenn 1. Utifrån en mätning i Figur 3.5 där samtliga fyra antenner exciterades under en kort tidsperiod kunde en matris med spridningsparametrar eller I/Q-parametrar tecknas.



**Figur 3.5:** Tvärsnitt av rör med fyra mikrovågsantenner. Figuren visar transmitterade och reflekterade mikrovågssignaler vid excitation av antenn nummer ett, där  $u_1^+$  är den infallande spänningsvågen och  $u_i^-$  är de reflekterade spänningarna för  $i=1,\ldots,4$ .

Mikrovågssensorerna var kopplade till två olika nätverksanalysatorer vilka satt monterade på baksidan av testriggen (se Figur 3.6). Den ena var en okalibrerad, industrialiserad nätverksanalysator (MTRX), vilken är utvecklad av FRS. Den andra var en kalibrerad nätverksanalysator (CVNA), av märket N7081A Microwave Transciever. CVNA hade endast två antenner så att spridningsmatrisen blev  $S \sim 2 \times 2$ , men kunde till skillnad från MTRX mäta flera frekvenser samtidigt med hjälp av frekvensblandning och FFT (snabb Fouriertransform, eng. fast Fourier transform). Vidare kunde CVNA samla in S-parametrar över hela det undersökta frekvensområdet på mindre än 40 µs [14]. MTRX mätte endast relativa spridningsparametrar (I/Q-parametrar), medan CVNA mätte faktiska spridningsparametrar eftersom den var kalibrerbar [5].



Figur 3.6: Testriggens baksida där nätverksanalysatorerna och styrsystemet är utmarkerade.

#### 3.3 Mätprocedur

Vid starten av en mätdag utfördes en kalibrering av CVNA. Detta genomfördes med en så kallad SOLT-kalibrering (eng. short, open, load, through). Det fanns en viss osäkerhet vid kalibreringen att kablarna inte fick ordentlig kontakt och därför utfördes även en kontroll av kalibreringen. Denna kontroll utfördes genom att fylla testriggen med vatten och sedan göra mätningar på vattnet. Därefter plottades S-parametrarna av denna mätnings

medelvärde och varians (realdel och imaginärdel för sig) samt absolutbelopp, för att kontrollera att dessa var konsekventa med tidigare kalibreringar. Kontrollen utfördes med rumstempererat vatten då vatten är en homogen substans och dess permittivitet torde därmed vara konstant från dag till dag. För att säkerställa att vattnet var rumstempererat hälldes vattnet upp dagen innan och placerades upphöjt på ett bord då golvet blev kallare än rummet. Om vattenmätningen var konsekvent med tidigare vattenmätningar fylldes det påkopplade metallkärlet med dagens blandning.

Viktmätningen för samtliga mätsubstanser gjordes med en köksvåg av modell Coline Kitchen Scale 24-2040. Köksvågen hade en säkerhet på  $\pm$  3 gram mellan 10 och 100 gram. Mellan 100 och 3000 gram gav den en säkerhet på  $\pm$  5 gram och slutligen mellan 3000-5000 gram gavs säkerheten  $\pm$  7 gram.

Ett undertryck bildades i testriggen, vilket drog in blandningen genom inloppsventilen placerad på undersidan av det horisontella röret på testriggen. När testriggen fyllts stängdes inloppsventilen, vilket gjordes precis innan all blandning hade kommit in, för att undvika att det drogs in någon luft. Därmed fanns alltid lite blandning kvar i röret vid inloppsventilen.

Innan den faktiska mätningen startades, kördes testriggen ett flertal gånger utan att några mätningar gjordes. Detta gjordes för att inklusionerna skulle fördelas jämnt i blandningen med hjälp av omrörningsarmarna. Denna del visade sig vara av yttersta vikt då det hjälpte till att trycka undan eventuella luftbubblor som bildats vid uppfyllning av kärlet. Drivtrycket i testriggen hölls konstant under alla mätningar och det kontrollerades alltid att tryckgivaren pse540-1 hade ett konstant värde. Temperaturmätningar gjordes var 10:e minut. Under en och samma mätdag ändrades aldrig temperaturen mer än 1 °C.

Testriggen var dimensionerad för en maximal vikt för mätsubstansen på 17 kg. Konverteringen från volym till vikt gjordes enligt Bilaga A.2. Denna konvertering byggde på inklusionernas och stärkelseblandningens densitet, som har beräknats en gång under arbetet enligt Bilaga A.1.

Under en mätdag gjordes mätningar från 4% volymfraktion upp till 24% volymfraktion. De uppmätta volymfraktionerna med propagerade osäkerheter redovisas i Tabell 3.1. Beräkningen av mätosäkerheterna för varje volymfraktion presenteras i Bilaga A.3.

Volymfraktion kidneybönor (%)	Volymfraktion kikärtor (%)	Volymfraktion gröna ärtor (%)
4,0±0,2	$4,0 \pm 0,2$	$4,0 \pm 0,3$
$8,0 \pm 0,4$	$8,0 \pm 0,4$	$8,0 \pm 0,4$
$10,\!0\pm\!0,\!5$	$10,\!0\pm\!0,\!5$	$10,\!0\pm\!0,\!5$
$12,0 \pm 0,6$	$12,\!0\pm\!0,\!7$	$12,\!0\pm\!0,\!7$
$16,\!0\pm\!0,\!8$	$16,0 \pm 0,9$	$16,0 \pm 0,9$
$20,0 \pm 1,0$	$20,\!0\pm\!1,\!0$	$20,0 \pm 1,0$
$22,0 \pm 1,2$	$22,0 \pm 1,2$	$22,0\pm 1,2$
$24,0 \pm 1,4$	$24,\!0\pm\!1,\!4$	$24,0 \pm 1,4$

**Tabell 3.1:** Uppmätta volymfraktioner kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor i stärkelseblandning. Osäkerheten är beräknad från mätosäkerheten i beroende variabler.

Mätningarna av olika volymfraktioner gjordes additivt genom att starta med en volymfraktion på 4% och sedan öka denna med 4% för varje ny mätning. Samma stärkelseblandning användes under hela mätdagen och varje mätserie för en viss volymfraktion pågick under 45 min. Utöver dessa mätningar gjordes ytterligare två mätningar på 10% och 22% volymfraktion, vilka vardera pågick under 15 min.

Vid slutet av en mätdag tömdes testriggen genom att använda avloppsventilen och blandningen rann ut i avloppet, istället för att åter dras upp i metallkärlet. Efter att majoriteten av blandningen avlägsnats, fylldes testriggen upp med varmt vatten och testriggen kördes, utan att nätverksanalysatorerna gjorde några mätningar. Detta gjordes ett flertal gånger tills det var tydligt att inga inklusioner eller bitar av stärkelse var kvar (vilket kontrollerades med hjälp av siktglaset).

### 3.4 Dielektrisk prob

Mätdatan av nätverskanalysatorerna var beroende av inklusionernas och stärkelseblandningens permittivitet. För att få reproducerbara mätningar var det därför av stor vikt att permittiviteten för inklusionerna och stärkelsen var konstant mellan mätdagar. Permittiviteten uppmättes med hjälp av en dielektrisk prob, DAKS 3.5, producerad av SPEAG. Den dielektriska proben kalibrerades enligt OSL (eng. open, short och load).

Vid mätning av permittiviteten av inklusioner pressades inklusionerna med en vitlökspress och den dielektriska proben placerades därefter mot de mosade inklusionerna. Vid mätning av permittiviteten hos stärkelseblandningen placerades den dielektriska proben rakt ned i stärkelseblandningen.



**Figur 3.7:** Dielektriska proben DAKS 3.5 som används för att utföra dielektriska mätningarna.

För att undvika eventuella problem med dessa mätningar fördes den dielektriska proben ned i mätsubstansen med en vinkel. Detta för att undvika kvarliggande luftfickor som påverkar mätningen, då permittiviteten för luft och permittiviten för inklusionerna skiljer sig och utgör en potentiell felkälla.

Permittiviteten hos en viss inklusionstyp eller en viss stärkelseblandning antogs vara densamma under en och samma mätdag på grund av små temperaturförändringar. Som referens mättes den relativa permittiviteten hos inklusion och stärkelseblandning under varje mätdag. Ett brusfilter applicerades på mätningarna med hjälp av DAKS mjukvara.

### 3.5 Insamling och behandling av data

Mätdata från testriggen samlades in till en PC. För att göra den insamlade datan lätt att analysera har den förbehandlats och vektoriserats.

#### 3.5.1 Insamling av data

Insamlingen av data hanterades automatiskt av ett specialutvecklat program från FRS. Datan från CVNA skickades till datorn via USB och från MTRX via ethernet. Nätverksanalysatorn CVNA samlade in mätpunkter med frekvensen 45 Hz, medan motsvarande siffra för MTRX var ungefär 1700 Hz. Med mätpunkt avses här en mätning över samtliga mätfrekvenser och mätriktningar. De sker självklart inte helt simultant, men med tanke på den relativt låga flödeshastigheten i röret går det att betrakta de olika mätningarna som en del av samma mätpunkt.

#### 3.5.2 Lagring och organisation av data

Datan som samlades in från varje serie av mätsekvenser sparades automatiskt i datummärkta mappar. Inuti de mapparna fanns enskilda mappar för varje mätsekvens. I de sistnämnda mapparna hamnade datan från nätverksanalysatorerna och en videofil från kameran. För CVNA skapades enskilda textfiler för varje mätpunkt. De hade en fixerad storlek på 10 kB och under varje mätsekvens samlades cirka 800 stycken mätpunkter in. MTRX sparade däremot all data från en mätsekvens i en enskild binär fil. Den binära filen konverterades till textformat med ett verktyg utvecklat av FRS.

Data från mikrovågsmätningarna sparades under varje mätsekvens som två filtyper; för CVNA sparades MATLAB-filer (med filändelse .m) för varje mätpunkt och för MTRX sparades en binär BIN-fil för hela mätsekvensen. Ett program konverterade BIN-filerna till binära MATLAB-filer (med filändelse .mat) för varje mätsekvens.

#### 3.5.3 Databehandling

Insamlad mikrovågsdata från CVNA och MTRX genomgick en behandlingsprocess med ett flertal steg som visas schematiskt i Figur 3.8. Databehandlingen implementerades genom ett antal skript skrivna i Python 3.8, huvudsakligen baserade på datanalytiska metoder från Python-biblioteket *Pandas* [15].



**Figur 3.8:** Schematiskt diagram för olika processteg i den utförda databehandlingen av mätdata från CVNA respektive MTRX. Den insamlade datan vektoriserades, samt trimmades för varje mätsekvens och användes sedan för att skapa olika attribut. Data från CVNA randomiserades också innan attribut skapades.

Data vektoriserades genom att sammanställa mätdata från flera mätsekvenser med samma uppmätta volymfraktion för en viss inklusionstyp på matrisform. Dessa matriser skrevs sedan till CSV-filer (textfil med kommaseparerade värden), där varje rad motsvarade en mätpunkt. Mikrovågsdatan bestod av en uppsättning uppmätta parametrar, som mellan port *i* och *j* var given av  $\operatorname{Re}\{S_{ij}\}$  och  $\operatorname{Im}\{S_{ij}\}$  för CVNA respektive  $I_{ij}$  och  $Q_{ij}$  för MTRX. Vid varje diskret mättidpunkt  $t_i$  skapades en datavektor för CVNA respektive MTRX vid mätfrekvenserna  $\boldsymbol{\nu} = [\nu_1 \cdots \nu_m]^{\mathsf{T}}$  enligt

$$\mathbf{x}_{\text{CVNA}}(t_{i},\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} \text{Re}\{S_{11}(t_{i},\nu_{1})\}\\ \text{Im}\{S_{11}(t_{i},\nu_{1})\}\\ \vdots\\ \text{Re}\{S_{11}(t_{i},\nu_{m})\}\\ \text{Im}\{S_{11}(t_{i},\nu_{m})\}\\ \text{Im}\{S_{11}(t_{i},\nu_{m})\}\\ \text{Im}\{S_{13}(t_{i},\nu_{1})\}\\ \vdots\\ \text{Re}\{S_{13}(t_{i},\nu_{1})\}\\ \vdots\\ \text{Re}\{S_{13}(t_{i},\nu_{m})\}\\ \text{Im}\{S_{13}(t_{i},\nu_{m})\}\\ \text{Im}\{S_{13}(t_{i},\nu_{m})\}\end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2ms}, \quad \mathbf{x}_{\text{MTRX}}(t_{i},\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} I_{11}(t_{i},\nu_{1})\\ Q_{11}(t_{i},\nu_{m})\\ Q_{11}(t_{i},\nu_{m})\\ I_{12}(t_{i},\nu_{1})\\ \vdots\\ I_{12}(t_{i},\nu_{m})\\ Q_{12}(t_{i},\nu_{m})\\ \vdots \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2ms}, \quad (3.1)$$

där *s* är antalet uppmätta transmissionsriktingar och reflektioner. För CVNA var s = 2 och för MTRX var s = 6. Antagandet att mätningar har skett vid tidpunkterna  $\mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_1 & \cdots & t_n \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$ gjordes, så att en vektoriserad matris kunde skapas enligt

$$\mathbf{X}(\mathbf{t},\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t_1,\boldsymbol{\nu}) & \cdots & \mathbf{x}(t_n,\boldsymbol{\nu}) \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^{n \times 2ms}.$$
(3.2)

För varje mätsekvens trimmades mätdata sådant att c antal mätningar klipptes bort i början och slutet av sekvensen. För CVNA valdes c=50 och för MTRX sattes c=500, vilket utifrån referensvideor bedömdes motsvara den del av varje mätsekevens 3. Metod

där mätsubstansflödet var betydligt lägre än i den resterande delen av sekvensen. Den trimmade datan sparades ner i nya CSV-filer. Randomisering av data från CVNA utfördes genom att slumpa raderna i datamatrisen  $\mathbf{X}$  med det inbyggda Python-biblioteket random och den tillhörande funktionen shuffle(),

Attribut skapades av data genom att dela upp raderna för varje vektoriserad datamatris i partitioner av storlek p > 1. Varje partition användes sedan för att ta fram attribut såsom ML-skattningar av medelvärde och standardavvikelse (se avsnitt 2.2). Framtagandet av attribut kan beskrivas med transformationen av en mängd datavektorer till en vektor med attribut för mättiderna  $\mathbf{t}_{1,p} = \begin{bmatrix} t_1 & \cdots & t_p \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$  enligt

$$\mathbf{x}(t_1, \boldsymbol{\nu}), \dots, \mathbf{x}(t_p, \boldsymbol{\nu}) \longrightarrow \mathbf{f}(\mathbf{t}_{1,p}, \boldsymbol{\nu}) \in \mathbb{R}^{2ams},$$
 (3.3)

där 2a är antalet attribut per uppmätt parameter. För de attribut som skapades gällde att  $a \in \{1, 2\}$ . För en vektoriserad datamatris **X** tecknas transformation som

$$\mathbf{X}(\mathbf{t},\boldsymbol{\nu}), p \longrightarrow \mathbf{F}(\mathbf{t},\boldsymbol{\nu},p) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{t}_{1,p},\boldsymbol{\nu}) & \cdots & \mathbf{f}(\mathbf{t}_{n+1-p,n},\boldsymbol{\nu}) \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^{\lfloor n/p \rfloor \times 2ams}$$
(3.4)

I detta arbete användes attributvektorerna motsvarande  $\mathbf{f}(\mathbf{t}_{1,p}, \boldsymbol{\nu})$ 

$$\begin{bmatrix} \hat{\mu}(x_1(t_1, \boldsymbol{\nu}), \dots, x_1(t_p, \boldsymbol{\nu})) \\ \vdots \\ \hat{\mu}(x_{2ms}(t_1, \boldsymbol{\nu}), \dots, x_{2ms}(t_p, \boldsymbol{\nu})) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2ms}$$
(3.5)

$$\begin{bmatrix} \hat{\sigma}(x_1(t_1, \boldsymbol{\nu}), \dots, x_1(t_p, \boldsymbol{\nu})) \\ \vdots \\ \hat{\sigma}(x_{2ms}(t_1, \boldsymbol{\nu}), \dots, x_{2ms}(t_p, \boldsymbol{\nu})) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2ms}$$
(3.6)

$$\begin{bmatrix} \hat{\mu}(x_1(t_1,\boldsymbol{\nu}),\ldots,x_1(t_p,\boldsymbol{\nu})) \\ \hat{\sigma}(x_1(t_1,\boldsymbol{\nu}),\ldots,x_1(t_p,\boldsymbol{\nu})) \\ \vdots \\ \hat{\mu}(x_{2ms}(t_1,\boldsymbol{\nu}),\ldots,x_{2ms}(t_p,\boldsymbol{\nu})) \\ \hat{\sigma}(x_{2ms}(t_1,\boldsymbol{\nu}),\ldots,x_{2ms}(t_p,\boldsymbol{\nu})) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4ms},$$
(3.7)

där  $\hat{\mu}$  och  $\hat{\sigma}$  är ML-skattningar för medelvärde och standardavvikelse (se 2.2 för beskrivning av de statistiska skattningarna).
### 3.6 Linjär modell för volymfraktioner

### 3.6.1 Implementering av linjär regression

En linjär modell skapades utifrån behandlad mätdata  $\mathbf{F}(\mathbf{t}_i, \boldsymbol{\nu}, p)$  enligt (3.4) för mätningar på uppmätta volymfraktioner  $\varphi_i$ , i = 1, ..., n. Låt  $\tau = \sum_{i=1}^n \lfloor \dim(\mathbf{t}_i)/p \rfloor$  beteckna summan av antalet mätpunkter i tidsbemärkelse och  $m = \dim(\boldsymbol{\nu})$  antalet uppmätta frekvenser vid varje given mättidpunkt. Ekvationssystemet formulerades som  $\mathbf{A}\boldsymbol{\beta} \approx \mathbf{b}$ , där

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{F}(\mathbf{t}_1, \boldsymbol{\nu}, p) \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{1} & \mathbf{F}(\mathbf{t}_n, \boldsymbol{\nu}, p) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{\tau \times 1 + 2ams}$$
(3.8)

analogt med (2.29) var en matris med behandlad mätdata från *s* uppmätta transmissionsriktingar och reflektioner och med 2*a* attribut per uppmätt spänningparametrar,  $\boldsymbol{\beta} = [\beta_0 \cdots \beta_{2ams}]^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^{1+2ams}$  en koefficientvektor till den linjära modellen, samt  $\mathbf{b} = [\varphi_1^{\mathsf{T}} \cdots \varphi_n^{\mathsf{T}}]^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^{\tau}$  en vektor innehållandes uppmätta volymfraktioner  $\boldsymbol{\varphi}_i = [\varphi_i \cdots \varphi_i]^{\mathsf{T}}$  sådan att dim $(\boldsymbol{\varphi}_i) = \dim(\mathbf{t}_i)$ .

Under arbetet har python-klassen LinearRegression från python-biblioteket *Scikit Learn* [16] använts för att ta fram och analysera den linjära modellen. LinearRegression importeras från *Scikit Learn* och metoden fit(), som tar matrisen **A** och vektorn **b** som parametrar, har använts för att skapa en linjär modell. Processen bygger på att fit() minimerar residualen med hjälp av minsta kvadrat-metoden och singulärvärdesfaktorisering på matrisen **A**. För en teoretisk genomgång av de numeriska metoderna, se [12].

Hur väl den färdiga modellen beskriver verkligheten testades genom att använda valideringsdata och testdata. Datan från 4 % till 24 % mätningar med 4 % mellan rum har uppdelats i 90 % tränningsdata som användes för anpassning av den linära modellen och 10 % valderingsdata som användes huvudsakligen för optimering av hyperparametrar. Datan från 10 % och 22 % mätningar användes enbart testdata. Estimering av volymfraktionen gjordes på enskilda attribut, samt genom en kumulativ skattning där en medelvärdesbildning gjordes över flera estimat. Mängden av mättidpunkter för varje volymfraktion motsvarade ungefär 45 min mättid för träningsdatan, 5 min för valideringsdatan och 15 min för testdatan. Dessutom bestod testdatan av mätningar på volymfraktioner som inte använts för träning och validering.

### 3.6.2 Optimering av hyperparametrar för linjär regression

Från den linjära modellen som tillämpades med behandlad mätdata  $\mathbf{F}(\mathbf{t}_i, \boldsymbol{\nu}, p)$  kan ett antal hyperparametrar identifieras. Valet av attribut togs inte med i beaktande som en hyperparameter. Andelen tränings-, validerings- respektive testdata, antal mätpunkter för varje inklusion, uppmätta frekvenser samt urval av spridnings- och I/Q-parametrar är alla hyperparametrar som ej undersöktes eller optimerades i syfte att förbättra den linjära modellen. Anledningarna till att dessa inte undersöktes närmare var främst experimentella begränsningar och brist på mätserier över flera mätdagar. Den hyperparameter som studerades närmare var partitionsstorleken p av mängden mätpunkter för varje attribut, vilken beräknades för ett spann av storlekar genom att studera  $R^2$ -värdet från linjär regression med tränings- och valideringsdatan.

# 4

### Resultat

### 4.1 Relativ permittivitet

Resultatet från mätningarna med den dielektriska proben redovisas i Figur 4.1, där frekvensintervallet ligger mellan 2–3 GHz. Den komplexa, relativa permittiviteten har mätts upp för vatten, stärkelseblandningar som använts till inhomogena blandningar, samt inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor.



**Figur 4.1:** Komplex, relativ permittivitet och förlusttangent från dielektriska mätningar på vatten, stärkelseblandning och använda inklusioner. Linjerna visar medelvärdet från flera mätningar, medan de färgade bandens över och undre gränser visar de maximala respektive minimala uppmätta värdena.

Realdelen av den relativa permittiviteten i Figur 4.1 skiljer sig mellan inklusionstyperna, som i sig går att urskilja från stärkelseblandningarna och vattenprover. Kikärtor uppvisar störst skillnad i  $\epsilon'_r$  jämfört med stärkelseblandning, följt av kidneybönor och sist ärtor. Kidneybönor har den största förlusttangenten, tan  $\delta$ , av alla substanser, medan vatten och stärkelseblandning här minst, respektive näst minst förlusttangent. Det innebär att signalen dämpas starkast i kidneybönor.

### 4.2 Spridningsdiagram över insamlad data

För att visualera den insamlade datan har spridningsdiagram skapats där realdelen visas på den horisontella axeln och imaginärdelen på den vertikala axeln. Varje enskild mätpunkt representeras av en prick i diagrammet. Eftersom varje mätpunkt inte blir likadan fås ett punktmoln i figurerna. Figurerna i kapitlet är skapade från 5–60 min långa mätserier.

#### 4.2.1 Vatten från kontrollmätningar

De kontrollmätningar som utfördes i början av varje mätdag på rumstempererat vatten visas för CVNA i Figur 4.2–4.3 och för MTRX i Figur 4.4–4.5. Figurerna innehåller ett representativt urval av uppmätta frekvenser och spridningsparametrar. Samtliga vattenmätningar var ungefär fem minuter långa och temperaturen på vattnet i testriggen uppgick vid starten av kontrollmätningen till 20,5–21,3 °C för mätningarna i Figur 4.2–4.3 och 19,1–22,4 °C för Figur 4.4–4.5.



**Figur 4.2** Spridningsdiagram från vattenmätningar med CVNA, för spridningsparametrarna  $S_{11}$  och  $S_{13}$ , vid 2,02 GHz. De olika mätdagarna representeras av olika färger.



**Figur 4.3** Spridningsdiagram från vattenmätningar med CVNA, för spridningsparametrarna  $S_{11}$  och  $S_{13}$ , vid 2,99 GHz. De olika mätdagarna representeras av olika färger.

Från Figur 4.2 och Figur 4.3 framkommer att reflektionsparametern  $S_{11}$  varierar synbarligen oregelbundet, under samma kontrollmätning och mellan mätdagar.

Transmissionsparametern  $S_{13}$  uppvisar jämförelsevis låg spridning mellan mätdagar och mycket liten spridning under samma kontrollmätning. Härvidlag förefaller  $S_{13}$  vara den enda spridningsparametern för CVNA som företer sig ha ett stabilt värde över flera dagar, varför endast CVNA:s transmissionsparameter betraktas hädanefter i resultatkapitlet.



Spridningsdiagram från Figur 4.4: vattenmätningar med MTRX. för I/Q-parametrarna  $I_{13}$ och  $Q_{13},$ olika vid 2,1 GHz. De mätdagarna representeras av olika färger. Skalorna för de två diagrammens axlar är identiska.



Spridningsdiagram från Figur 4.5: MTRX, vattenmätningar med för I/Q-parametrarna  $I_{24}$ och  $Q_{24},$ olika vid 2,1 GHz. De mätdagarna representeras av olika färger. Skalorna för de två diagrammens axlar är identiska.

I Figur 4.4 och Figur 4.5 förflyttar sig punktmolnen mellan olika mätdatum, vilket antyder att MTRX saknar stabilitet för medelvärdet över flera dagar, förutsatt att mätförhållandena approximativt är identiska. Det kan noteras att storleken på punktmolnen är ungefär densamma för alla mätdagar, något som indikerar att skalning är mer stabil än translation för MTRX. I båda figurerna syns band av punkter utanför vissa punktmoln, vilket skulle kunna representera att ett föremål med vitt skild permittivitet rörde sig förbi mikrovågssensorn.

#### 4.2.2 Stärkelseblandning vid olika temperaturer

Följande delresultat presenterar spridningsdiagram från mätningar på stärkelseblandningar utförda under samma dag. Figur 4.6–4.7 samt Figur 4.10–4.11 visar spridninsdiagram från CVNA- respektive MTRX-parametrar under separata mätningar, vardera mätning 20–30 min lång. Dessa mätningar utfördes på samma stärkelseblandning och temperaturer mättes upp vid slutet av mätningen. Resultatet från två 1 h långa mätningar på stärkelseblandningar under samma dag, en med lägre och en med högre starttemperatur än rumstemperaturen, visas i Figur 4.8–4.9. Urvalet av frekvenser och parametrar har gjorts representativt. Observera att skalorna för axlarna i CVNA-diagrammen är identiska för respektive frekvens.



Figur 4.6: Spridningsdiagram från 20–30 min stärkelsemätningar med CVNA, för spridningsparametern  $S_{13}$ , vid 2,02 GHz. Olika temperaturer i slutet av varje mätning representeras av olika färger.



**Figur 4.7:** Spridningsdiagram från 20–30 min stärkelsemätningar med CVNA, för spridningsparametern  $S_{13}$ , vid 2,99 GHz. Olika temperaturer i slutet av varje mätning representeras av olika färger.

I Figur 4.6–4.7 befinner sig punktmolen tätt över varandra, särskilt vid 2,99 GHz. Medelvärdet uppvisar en förskjutning i det komplexa talplanet med ökad temperatur, vilken är märkbar framförallt för 2,02 GHz. Denna förflyttning tyder på att det finns en skillnad mellan punktmolnen i de olika mätningarna som kan bero på stärkelseblandningens temperatur.



**Figur 4.8:** Spridningsdiagram från 1 h stärkelsemätningar med CVNA, för spridningsparametern  $S_{13}$ , vid 2,02 GHz. Olika mätningar med tillhörande temperaturförändring representeras av olika färger.



**Figur 4.9:** Spridningsdiagram från 1 h stärkelsemätningar med CVNA, för spridningsparametern  $S_{13}$ , vid 2,99 GHz. Olika mätningar med tillhörande temperaturförändring representeras av olika färger.

Punktmolnen i Figur 4.8–4.9 representerar en uppmätt temperaturförändring i stärkelseblandningen på ca 1 °C. Vid båda frekvenserna syns en dislokation mellan de två punktmolnen, vilket indikerar att en temperaturförändring på ungefär 4 °C ger upphov till ett förändrat medelvärde för  $S_{13}$ . Vid jämförelse med Figur 4.6–4.7 kan även inses att punktmolnen för 1 h-mätningarna är mindre punktformiga än för de kortare mätningarna,

särskilt vid 2,02 GHz. Detta skulle kunna förklaras med att temperaturförändringen över de längre mätningarna är större än för de kortare mätningarna, vilket ger upphov till en förflyttning av medelvärdet sett över en enskild mätning.





**Figur 4.10:** Spridningsdiagram från 1 h stärkelsemätningar med MTRX, för I/Q-parametrarna  $I_{13}$  och  $Q_{13}$ , vid 2,1 GHz. Olika temperaturer i slutet av varje mätning representeras av olika färger.

**Figur 4.11:** Spridningsdiagram från 1h stärkelsemätningar med MTRX, för I/Q-parametrarna  $I_{13}$  och  $Q_{13}$ , vid 2,8 GHz. Olika temperaturer i slutet av varje mätning representeras av olika färger.

I Figur 4.10–4.11 förflyttas till synes punktmolnen med temperatur, vilket kan indiktera en temperaturkänslighet för MTRX I/Q-parametrar. Dock är MTRX-instrumentets temperatur, till skillnad från CVNA, okänd och troligtvis instabil, vilket medför att det ej går att dra några definitiva slutsatser om hur temperaturen påverkar I/Q-parametrarnas medelpunkt i det komplexa talplanet.

#### 4.2.3 Stärkelseblandning med varierande salthalt

I stärkelseblandningar med salt i dämpas mikrovågorna kraftigt. Figur 4.12 visar uppmätta spridningsparametrar för CVNA med 1% och 2% salthalt med avseende på massan. Vid 2% ligger punktmolnet nära origo. Medelvärdet för mätningen på 1% har absolutbeloppet  $5 \cdot 10^{-3}$ . Motsvarande siffra för mätningen på 2% salthalt är  $5 \cdot 10^{-4}$ . Signalen dämpas därmed 20 dB när man går från 1% till 2% salthalt.



Figur 4.12: Spridningsdiagram över spridningsparametrar uppmätta med CVNA för stärkelseblandningar med 1% och 2% salt.



Figur 4.13: Spridningsdiagram över mätning på stärkelseblandningar med 1-3% salt med MTRX.

I Figur 4.13 visas uppmätta I/Q-parametrar för 1-3% salthalt med avseende på massan för MTRX. Det kan ses att den reella delen av medelvärdet förflyttar sig allt närmare 0 för högre viktprocent salthalt. Därutöver ses tydligt att punktmolnets area minskar då salthalten ökar. Detta kan bero på att signalen blir såpass dämpad att ytterst lite av signalen kan propagera genom mediet.

### 4.2.4 Stärkelseblandning med varierande mängd kikärtor

I Figur 4.14 presenteras uppmätta spridningsparametrar för olika volymfraktioner vid transmissionmätningar på kikärtor för CVNA. Figur 4.15 visar samma transmissionsmätning för frekvensen 2,99 GHz. Cirklarna i figurerna representerar det aritmetiska medelvärdet av punkterna i diagrammet. De olika volymfraktionernas medelvärden ligger på distinkta platser i det komplexa talplanet och är jämnt fördelade. Det tyder på att det finns ett linjärt samband för medelvärdet av spridningsparametrarna och volymfraktionerna. Samma beteende uppvisas i figur 4.16 och 4.17 av MTRX.



**Figur 4.14:** Spridningsdiagram och histogram för kikärtor. Transmissionsmätningar från CVNA vid frekvensen 2,02 GHz. Färgerna svarar mot olika volymfraktioner i spannet 4–24 %.



**Figur 4.15:** Spridningsdiagram och histogram för kikärtor. Reflektionsmätningar från CVNA vid frekvensen 2,99 GHz. Färgerna svarar mot olika volymfraktioner i spannet 4–24 %.

En annan egenskap som till viss del särskiljer mätningar på olika volymfraktioner från varandra är de uppmätta spridningsparametrarnas varians. Spridningsdiagrammen har normerade histogram längs real- och imaginäraxlarna. De ger en uppfattning om spridningsparametrarnas fördelning. Höga, smala toppar innebär att variansen är liten medan lägre, breda fördelningar innebär att variansen är stor. Mätdata insamlad med nätverksanalysatorn MTRX har en väldigt distinkt topp för 4 % volymfraktion i figur 4.16 och 4.17. Vid 4 % volymfraktion befinner det sig vid de flesta mättillfällena enbart stärkelse i mätområdet. Stärkelsen är homogen och ger därmed upphov till ungefär samma spridningsparametrar vid varje mättillfälle, vilket innebär att variansen blir liten. Nätverksanalysatorn CVNA uppvisar ett liknande beteende, men det är inte alls lika distinkt.



**Figur 4.16:** Spridningsdiagram och histogram för kikärtor. Transmissionsmätningar från MTRX vid frekvensen 2,1 GHz. Färgerna svarar mot olika volymfraktioner i spannet 4–24 %.



**Figur 4.17:** Spridningsdiagram och histogram för kikärtor. Transmissionsmätningar från MTRX vid frekvensen 2,8 GHz. Färgerna svarar mot olika volymfraktioner i spannet 4–24 %.

Noterat vid både jämförelse mellan mätdatan från nätverkanalysatorn CVNA, Figur 4.14 och 4.15, men även jämförelsen mellan mätdatan från nätverksanalysatorn MTRX i Figur 4.16 och 4.17, så lägger sig punktmolnet helt i olika lägen, beroende på de olika mätfrekvenserna. Även om CVNA är kalibrerad och MTRX inte är det så uppvisas liknande fall vid jämförelserna av figurerna. Samma former och samband noteras mellan de olika frekvenserna, men en rotation uppkommer vilket troligtvis uppkommer på grund av en annan fasförskjutning vid den högre frekvensen.

# 4.2.5 Stärkelseblandning med varierande mängd kidneybönor

I Figur 4.18 och 4.19 visas spridningsparametrarna för transmissionsmätningarna vid frekvenserna 2,02 GHz och 2,99 GHz för kidneybönor. Medelvärdena ligger närmare varandra än vad de gör för motsvarande mätning på kikärtor i Figur 4.14 och 4.15. Det är väntat då permittiviteten för kidneybönor ligger närmre permittiviteten för stärkelseblandningen än kikärtorna gör, vilket visas av Figur 4.1.

Liknande mönster med en distinkt topp följs i Figur 4.20 och 4.21 som tidigare setts i Figur 4.16 och 4.17. Medelvärdena är återigen tydligt åtskilda och förefaller att ha ett samband med volymfraktionen.



**Figur 4.18:** Spridningsdiagram och histogram för kidneybönor. Transmissionsmätningar från CVNA vid frekvensen 2,02 GHz. De olika färgerna svarar mot volymfraktioner i spannet 4–24 %.



**Figur 4.20:** Spridningsdiagram och histogram för kidneybönor. Transmissionsmätningar från MTRX vid frekvensen 2,1 GHz. De olika färgerna svarar mot volymfraktioner i spannet 4–24 %.



**Figur 4.19:** Spridningsdiagram och histogram för kidneybönor. Transmissionsmätningar från CVNA vid frekvensen 2,99 GHz. De olika färgerna svarar mot volymfraktioner i spannet 4–24 %.



**Figur 4.21:** Spridningsdiagram och histogram för kidneybönor. Transmissionsmätningar från MTRX vid frekvensen 2,8 GHz. De olika färgerna svarar mot volymfraktioner i spannet 4–24 %.

### 4.2.6 Stärkelseblandning med varierande mängd gröna ärtor

I Figur 4.22 och 4.23 visas spridningsdiagrammen av transmissionsmätningarna för CVNA vid frekvenserna 2,02 GHz och 2,99 GHz på gröna ärtor. Mätningarna på gröna ärtor särskiljer sig från kikärtor och kidneybönor då dessa mätningar gjordes i ett annat

rum och där en annan, kortare koaxialkabel använts vid transmissionsmätningarna för CVNA.

Om man jämför Figur 4.22 med figurerna 4.18 och 4.14 ses en annan form. Spridningsdiagrammet för gröna ärtor visar att volymfraktionen för 4% har ett större real- och imaginärvärde än de andra volymfraktionerna. Detta beteende syns inte hos de andra inklusionerna, utan där är det tvärtom. Det kan antas att detta beteende syns genom att en kortare koaxialkabel leder till en annan fasförskjutning av signalen.

Gröna ärtor är rätt homogena i jämförelse med de andra inklusionerna och är även mindre i storlek. Detta visar sig genom att arean av punktmolnen är betydligt mindre än för de andra inklusionerna. Trots detta är medelvärdena återigen tydligt åtskilda och förefaller att ha ett samband med volymfraktionen.



Relativ frekvens  $\times 10^{+}$ 5 0  $imes 10^{-3}$ 6 4 2  $\mathsf{Im}\{\mathsf{S}_{13}\}$ 0 \_2 12 % 16 % -4 20 % 24 % -7.5 0.0 -5.0-2.52.5 0 5  $imes 10^{+2}$  $Re{S_{13}}$  $\times 10^{\circ}$ Relativ frekvens

**Figur 4.22:** Spridningsdiagram och histogram för gröna ärtor. Transmissionsmätningar från CVNA vid frekvensen 2,02 GHz. De olika färgerna svarar mot volymfraktioner i spannet 4–24 %.

**Figur 4.23:** Spridningsdiagram och histogram för gröna ärtor. Transmissionsmätningar från CVNA vid frekvensen 2,99 GHz. De olika färgerna svarar mot volymfraktioner i spannet 4–24 %.

I Figur 4.24 och Figur 4.25 visas transmissionsmätningarna för MTRX. Dessa mätningar skiljer sig inte från tidigare mätningar i samma mån, då koaxialkabeln endast var utbytt till en kortare för CVNA. Det finns fortfarande en skillnad mellan mätningarna med att de för gröna ärtor skedde i ett annat rum. Medelvärdena för MTRX förefaller, likt de andra inklusionerna, att ha ett samband med volymfraktionen.



**Figur 4.24:** Spridningsdiagram och histogram för gröna ärtor. Transmissionsmätningar från MTRX vid frekvensen 2,1 GHz. De olika färgerna svarar mot volymfraktioner i spannet 4–24 %.



**Figur 4.25:** Spridningsdiagram och histogram för gröna ärtor. Transmissionsmätningar från MTRX vid frekvensen 2,8 GHz. De olika färgerna svarar mot volymfraktioner i spannet 4–24 %.

### 4.3 Linjär anpassning av spridningsparametrar

I avsnitt 4.2 visades spridningsdiagrammen för mätningarna. Från dessa kan ses att enskilda mätpunkter hamnar slumpmässigt över ett visst område. Detta till synes slumpmässiga beteende hos de enskilda mätpunkterna beror på att blandningens volymfraktion inte är konstant över hela dess volym. Mätningar görs, vid ett givet tillfälle, endast på en viss volym av blandning. Eftersom blandningen inte har en jämn volymfraktion över hela dess volym innebär detta att mätningarna sker på en varierande volymfraktion, men där den totala volymfraktionen för hela blandningen är konstant. Detta medför att vid en given tidpunkt kan volymfraktionen var betydligt högre eller lägre än vad den totala volymfraktionen i testriggen är.

En linjär anpassning av enbart spridningsparametrarna för kidneybönor ger att  $R^2 \approx 0.7$ . Ett  $R^2$  värde på 0.7 innebär att det finns en viss linjäritet hos de uppmätta spridningsparametrarna, men att det finns en stor spridning, vilket gör datan svår att anpassa linjärt.

### 4.4 Attribut

I avsnitt 4.3 visades att de enskilda punkterna i spridningsdiagrammen beter sig slumpmässigt och är inte linjära i den mån som krävs för att anpassa en god linjär modell. Attribut har istället skapats för att det ska vara möjligt att anpassa en linjär modell och de två attribut som har betraktats är standardavvikelse och medelvärde.

I figurerna 4.26, 4.27 och 4.28 visas standardavvikelse för partitioner av datan för en viss volymfraktion. Partitionerna har i dessa figurer valts att vara 800 mätpunkter. Av detta är det tydligt att standardavvikelsen är unik för de olika volymfraktionerna och samma beteende kan även ses vid högre frekvenser. Problemet med standardavvikelsen

som attribut är att den är formad som en hästsko och det är således svårt att anpassa en god linjär modell efter standardavvikelsen. Möjligtvis hade en icke-linjär modell kunnat ge goda resultat, men det har inte undersökts i detta arbete.



Figur 4.26: Standardavvikelse för transmissionsmätning i real och imaginärdel,  $S_{13}$ , CVNA 2.02GHz, kidney bönor.

Figur 4.27: Standardavvikelse för transmissionsmätning av real och imaginärdel,  $S_{13}$ , CVNA 2.02GHz, kikärtor.

Figur 4.28: Standardavvikelse för transmissionsmätning av real och imaginärdel,  $S_{13}$ , CVNA 2.02GHz, gröna ärtor.

Medelvärde som attribut har till viss del presenterats i avsnitt 4.2, där medelvärdet för fulla mätserier presenterats i spridningsdiagrammen. Till skillnad från standardavvikelse visar sig medelvärdet vara linjärt mellan de olika volymfraktionerna och denna linjäritet består för alla frekvenser i det undersökta frekvensspannet. Det är givetvis inte möjligt att ta medelvärdet av en hel mätserie för en volymfraktion och anpassa den linjära modellen efter detta, utan datan måste partitioneras som för standardavvikelsen i figurerna 4.26, 4.27 och 4.28. Valet av partitionsstorlek motiveras i avsnitt 4.5

# 4.5 $R^2$ -värdets beroende av antalet mätpunkter per attribut

Figurerna 4.29, 4.30 och 4.31 visar hur lång mätning som behövs för att skapa de olika attributen med goda värden på  $R^2$ . I Figur 4.29 har datan randomiserats innan en linjär anpassning av datan skett. Detta visade sig minska antalet mätpunkter som krävs för att nå ett bra mått på  $R^2$ . Inklusionerna låg oftast ojämnt fördelade i blandningen under mätningarna. Detta innebar att det vid vissa tillfällen fanns mindre volymfraktion vid mikrovågssensorn än den totala volymfraktionen i testriggen. Detta kompenserades för under mätningen, eftersom det vid andra tillfällen fanns mer volymfraktion vid mikrovågssensorn än den totala volymfraktionen i testriggen.

Om mätdatan behölls i den ordning som den insamlades, krävdes det dock fler mätpunkter innan  $R^2$  nådde ett bra värde, än när mätdatans ordning randomiserades. När ordningen randomiserats blev varje mätpunkt mer oberoende av andra mätpunkter och gav snabbare en helhetsbild av mätblandningens genomsnittliga volymfraktion. För både medelvärde och standardavvikelse förkortades insvängningsförloppet för  $R^2$ kraftigt när datan randomiserades jämfört med när datan inte hade randomiserats. Denna randomisering har inte gjorts för MTRX, då denna inte är kalibrerbar och I/Q-parametrarna kan på grund av detta förflytta sig under en mätdag utan att mätsubstansen ändras.



Figur 4.29:  $R^2$ -värdets beroende av antal mätpunkter med CVNA per attribut, för linjär modell med attribut skapade av mätdata från 4–24% volymfraktion inklusioner i stärkelseblandning. Linjerna representerar inklusionstyp och typ av attribut. MLE för medelvärdesvektorn tillhörande  $S_{13}(\boldsymbol{\nu})$  representeras av  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ , medan  $\hat{\boldsymbol{\mu}}$  avser en vektor med MLE för standardavvikelser av  $S_{13}(\boldsymbol{\nu})$ .



4.30:  $R^2$ -värdets beroende Figur av antal mätpunkter med CVNA per attribut, för linjär modell med attribut skapade av randomiserad mätdata från 4 - 24%volymfraktion inklusioner i stärkelseblandning. Linjerna representerar inklusionstyp och typ av attribut. MLE för medelvärdesvektorn tillhörande  $S_{13}(\boldsymbol{\nu})$ representeras av  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ , medan  $\hat{\boldsymbol{\mu}}$  avser en vektor med MLE för standardavvikelser av  $S_{13}(\nu).$ 



Figur 4.31:  $R^2$ -värdets beroende av antal mätpunkter med MTRX per attribut, för linjär modell med attribut skapade av mätdata från 4–24% volym inklusioner i stärkelseblandning. Linjerna representerar inklusionstyp och typ av attribut. MLE för medelvärdesvektorn tillhörande I/Q-parametrarna representeras av  $\hat{\sigma}$ , medan  $\hat{\mu}$  avser en vektor med MLE för standardavvikelser av I/Q-parametrarna.

Valet av antalet mätpunkter per attribut, hädanefter benämnt partitionstorlek p, för validering och test av den linjära modellen behöver göras med viss godtycklighet. Måttet som valdes var att  $R^2(p) > 0.99$ . Detta medförde att partitionsstorleken för MTRX valdes till  $p_{\text{MTRX}} = 12000$  och för CVNA till  $p_{\text{CVNA}} = 800$ . För MTRX motsvarar det en mättid på 7 s. Eftersom mätpunkternas ordning har slumpats för CVNA är en direkt konvertering från partitionsstorlek till mättid inte meningsfull. Dock kan det sägas att det tar 18 s att samla in 800 mätpunkter med CVNA.

### 4.6 Linjär anpassning av attribut

Multipel linjär regression har utförts på vektoriserad data med standardavvikelse, medelvärde och de båda i kombination som attribut. Detta kaptiel undersöker resultaten från de olika modellerna med avseende på dessa.

Valideringsdatan består av 10% av mätdatan för de olika volymfraktionerna som använts för att anpassa modellen. Modellen har därmed inte anpassats efter valideringsdatan och ingen träning har skett på datan använd för att göra skattningarna som visas i tabellerna 4.1-4.6. Dessa tabeller visar medelvärdet för alla skattningar som gjorts med valideringsdatan för en viss inklusionstyp. Värt att beakta är att det är medelvärdet av alla skattningar som visas i tabellerna, således kan det finnas stor avvikelse mellan enskilda skattningar men att dessa avvikelser inte ses då medelvärdet tas.

Modellen är testad på data som är helt oberoende, alltså har ingen träning genomförts på  $10\,\%$  och  $22\,\%$  volymfraktion.

## 4.6.1 Validering av modell med standardavvikelse som attribut

Valideringen av linjär regression med endast standardavvikelse som attribut för CVNA presenteras i Tabell 4.1. Denna tabell visar medelvärdet för alla skattningar som gjordes med valideringsdatan.

Medelvärdet av skattningarna för CVNA i Tabell 4.1 tyder på att denna modell inte är välanpassad. Skattningen av volymfraktionen för kidneybönor är 0.9% för hög vid en volymfraktion på 4%. För de andra inklusionstyperna syns en mindre avvikelse från den uppmätta volymfraktionen och medelvärdet av de skattade volymfraktionerna.

Uppmätt volymfraktion (%)	Skattning av volymfraktion för kidneybönor (%)	Skattning av volymfraktion för kikärtor (%)	Skattning av volymfraktion för gröna ärtor (%)
4	4,9	4,1	4,2
8	$^{8,0}$	$^{8,3}$	$7,\!9$
12	11,8	11,5	11,4
16	15,9	16,1	16,0
20	20,5	20,2	21,0
24	$23,\!4$	$23,\!8$	$23,\!5$

**Tabell 4.1:** Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med valideringsdataset från CVNA på en linjär modell med standardavvikelse som attribut.

Medelvärdet av skattningarna för MTRX med standardavvikelse som attribut ses i Tabell 4.2. Denna visar inte på samma avvikelser av skattningarna som för CVNA. Detta kan vara en följd av att partitionerna för MTRX innehåller fler mätpunkter än för CVNA.

**Tabell 4.2:** Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med valideringsdataset från MTRX på en linjär modell med standardavvikelse som attribut.

Uppmätt volymfraktion (%)	Skattning av volymfraktion för kidneybönor (%)	Skattning av volymfraktion för kikärtor (%)	Skattning av volymfraktion för gröna ärtor (%)
4	$^{4,1}$	$4,\!0$	$4,\!0$
8	$^{8,5}$	$^{8,6}$	$^{8,0}$
12	$12,\!6$	12,0	$12,\!0$
16	15,7	16,0	$15,\!8$
20	20,1	20,1	$19,\!8$
24	24,0	23,9	23,9

### 4.6.2 Validering av modell med medelvärde som attribut

Valideringen av linjär regression med endast medelvärde som attribut presenteras i Tabell 4.3 för CVNA. Vid jämförelse med denna validering och den för standardavvikelsen kan ses att de skattade volymfraktionerna avviker avsevärt mindre. Detta anses rimligt utifrån analysen enligt avsnitt 4.4 och medelvärdet förmodas ha ett linjärt samband med volymfraktionen.

Uppmätt volymfraktion (%)	Skattning av volymfraktion för kidneybönor (%)	Skattning av volymfraktion för kikärtor (%)	Skattning av volymfraktion för gröna ärtor (%)
4	4,1	4,0	4,0
8	$^{8,0}$	8,1	$7,\!9$
12	12,0	11,9	12,1
16	16,0	16,0	16,0
20	20,1	20,0	20,0
24	$23,\!9$	$23,\!8$	24,0

**Tabell 4.3:** Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med valideringsdataset från CVNA på en linjär modell med medelvärde som attribut.

Valideringen för MTRX med medelvärde som attribut visar också på liten avvikelse mellan de skattade värderna och den uppmätta volymfraktionen. Således förmodas även medelvärde som attribut för MTRX vara linjärt med volymfraktionen.

**Tabell 4.4:** Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med valideringsdataset från MTRX på en linjär modell med medelvärde som attribut.

Uppmätt volymfraktion (%)	Skattning av volymfraktion för kidneybönor (%)	Skattning av volymfraktion för kikärtor (%)	Skattning av volymfraktion för gröna ärtor (%)
4	$^{4,0}$	3,9	$4,\!0$
8	$^{8,1}$	8,0	7,9
12	11,9	12,0	12,0
16	16,0	16,0	16,1
20	$19,\!9$	20,1	20,0
24	24,0	$23,\!9$	24,0

# 4.6.3 Validering av modell med standardavvikelse och medelvärde som attribut

I Tabell 4.5 och Tabell 4.6 visas valideringen för CVNA och MTRX då standardavvikelse och medelvärde använts som attribut. Kombinationen av medelvärde och standardavvikelse ger liknande resultat som att enbart betrakta medelvärdet.

Uppmätt volymfraktion (%)	Skattning av volymfraktion för kidneybönor (%)	Skattning av volymfraktion för kikärtor (%)	Skattning av volymfraktion för gröna ärtor (%)		
4	4,0	$4,\!0$	$_{4,0}$		
8	7,9	8,0	$^{8,0}$		
12	12,0	11,9	$12,\!0$		
16	$15,\!9$	16,0	16,0		
20	20,0	19,9	20,0		
24	24,0	24,1	24,0		

**Tabell 4.5:** Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med valideringsdataset från CVNA på en linjär modell med standardavvikelse och medelvärde som attribut.

**Tabell 4.6:** Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med valideringsdataset från MTRX på en linjär modell med standardavvikelse och medelvärde som attribut.

Uppmätt volymfraktion (%)	Skattning av volymfraktion för kidneybönor (%)	Skattning av volymfraktion för kikärtor (%)	Skattning av volymfraktion för gröna ärtor (%)
4	$^{4,1}$	3,9	3,8
8	7,9	$^{8,0}$	$^{8,0}$
12	12,0	12,0	12,0
16	16,0	15,9	16,0
20	19,9	20,1	19,9
24	24,1	$24,\!0$	$23,\!9$

### 4.6.4 Test av modell med standardavvikelse som attribut

I Tabell 4.7 och 4.8 visas skattningar på volymfraktionerna 10% och 22% för både CVNA och MTRX med enbart standardavvikelse som attribut. De volymfraktionerna har inte använts för att träna modellen, vilket ger en bild av hur modellen uppför sig i det kontinuerliga spektrumet mellan volymfraktionerna där träningsdata har samlats in.

**Tabell 4.7:** Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med testdataset från CVNA på en linjär modell med standardavvikelse-attribut.

Uppmätt volymfraktion (%)	Skattning av volymfraktion för kidneybönor (%)	Skattning av volymfraktion för kikärtor (%)	Skattning av volymfraktion för gröna ärtor (%)
10	10,1	10,3	10,1
22	22,5	21,2	21,5

Uppmätt volymfraktion (%)	Skattning av volymfraktion för kidneybönor (%)	Skattning av volymfraktion för kikärtor (%)	Skattning av volymfraktion för gröna ärtor (%)
10	10,0	9,8	9,9
22	23,2	21,5	22,2

**Tabell 4.8:** Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med testdataset från MTRX på en linjär modell med standardavvikelse-attribut.

Vid linjär anpassning på enbart standardavvikelse fås för CVNA ganska stor spridning på skattningarna, vilket visas i Figur 4.32, 4.34 och 4.36. Den kumulativa skattningen ger inga större ojämna beteenden, och håller sig jämn längs med hela skattningen.

MTRX visar under samma förhållanden upp ett liknande beteende. Det noteras ett mer ojämnt mönster än CVNA, vilket bidrar till ett större fel från den faktiska volymfraktionen, vilket kan ses i Figur 4.35. I Figur 4.33 noteras även en drift under mätningens gång, där skattningarna placeras högre och högre upp.



Figur 4.32: Skattningar av volymfraktionen kikärtor utifrån testdata insamlad med CVNA. Attributet som använts är spridningsparametrarnas standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig.



Figur 4.33: Skattningar av volymfraktionen kikärtor utifrån testdata insamlad med MTRX. Attributet som använts är I/Q-paramterarnas standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig.



Figur 4.34: Skattningar av volymfraktionen kidneybönor utifrån testdata insamlad med CVNA. Attributet som använts är spridningsparametrarnas standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig.



Figur 4.35: Skattningar av volymfraktionen kidneybönor utifrån testdata insamlad med MTRX. Attributet som använts är I/Q-paramterarnas standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig.



Figur 4.36: Skattningar av volymfraktionen gröna ärtor utifrån testdata insamlad med CVNA. Attributet som använts är spridningsparametrarnas standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig.



Figur 4.37: Skattningar av volymfraktionen gröna ärtor utifrån testdata insamlad med MTRX. Attributet som använts är I/Q-paramterarnas standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig.

### 4.6.5 Test av modell med medelvärde som attribut

Skattningar på testdatan med en modell baserad enbart på medelvärde som attribut för CVNA och MTRX presenteras i Tabell 4.9 och 4.10.

**Tabell 4.9:** Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med testdataset från CVNA på en linjär modell med medelvärde som attribut.

Uppmätt volymfraktion (%)	Skattning av volymfraktion för kidneybönor (%)	Skattning av volymfraktion för kikärtor (%)	Skattning av volymfraktion för gröna ärtor (%)
10	10,0	9,9	9,9
22	22,1	21,4	21,7

**Tabell 4.10:** Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med testdataset från MTRX på en linjär modell med medelvärde som attribut.

Uppmätt volymfraktion (%)	Skattning av volymfraktion för kidneybönor (%)	Skattning av volymfraktion för kikärtor (%)	Skattning av volymfraktion för gröna ärtor (%)
10	10,2	10,0	10,2
22	22,4	21,8	21,8

Vid linjär anpassning på enbart medelvärde ges både för CVNA och MTRX en betydligt bättre skattning, än vid enbart standardavvikelse. För båda nätverksanalysatorerna noteras den kumulativa skattningen hålla sig i princip helt konstant. De största felet noteras i Figur 4.38 och 4.41 med ett absolut fel på mellan en halv och en procentenhet. Det indikeras tydligt att attribut baserade på medelvärde presterar bättre än standardavvikelse och är intressant att bygga ett underlag från.



Figur 4.38: Skattningar av volymfraktionen kikärtor utifrån testdata insamlad med CVNA. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde i real- och imaginärdel för sig.



**Figur 4.39:** Skattningar av volymfraktionen kikärtor utifrån testdata insamlad med MTRX. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde i real- och imaginärdel för sig.



Figur 4.40: Skattningar av volymfraktionen kidneybönor utifrån testdata insamlad med CVNA. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde i real- och imaginärdel för sig.



Figur 4.41: Skattningar av volymfraktionen kidneybönor utifrån testdata insamlad med MTRX. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde i real- och imaginärdel för sig.



Figur 4.42: Skattningar av volymfraktionen gröna ärtor utifrån testdata insamlad med CVNA. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde i real- och imaginärdel för sig.

Figur 4.43: Skattningar av volymfraktionen gröna ärtor utifrån testdata insamlad med MTRX. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde i real- och imaginärdel för sig.

20

#### Test av modell med standardavvikelse och medelvärde 4.6.6som attribut

Skattningar på testdatan med en modell baserad på både standardavvikelse och medelvärde som attribut för CVNA och MTRX presenteras i Tabell 4.11 och 4.12.

Tabell 4.11: Skattning av volymfraktion för inklusionerna kidneybönor, kikärtor och gröna ärtor med testdataset från CVNA på en linjär modell med medelvärdes- och standardavvikelse-attribut.

Uppmätt volymfraktion (%)	Skattning av volymfraktion för kidneybönor (%)	Skattning av volymfraktion för kikärtor (%)	Skattning av volymfraktion för gröna ärtor (%)
10	10,0	9,8	9,9
22	22,1	21,5	21,7

Tabell	4.12:	Skat	tning	av v	olymfi	aktion	för	inkl	usione	rna	kidı	neybö	nor,	kikärtor	och
gröna	ärtor	$\operatorname{med}$	testda	ataset	från	MTRX	på	en	linjär	mod	dell	$\operatorname{med}$	med	elvärdes-	$\operatorname{och}$
standa	rdavv	ikelse	-attrik	out.											

Uppmätt volymfraktion (%)	Skattning av volymfraktion för kidneybönor (%)	Skattning av volymfraktion för kikärtor (%)	Skattning av volymfraktion för gröna ärtor (%)
10	10,2	10,0	10,2
22	22,5	22,1	21,9

Vid linjär anpassning genom en kombination av både standardavvikelse och medelvärde presterar både CVNA och MTRX väldigt bra. En stor likhet noteras mellan testet av modellen med attribut enbart beroende av medelvärde och kombinationen av både standardavvikelse och medelvärde. Det indikerar att standardavvikelsen inte ger någon större påverkan på skattningen, till skillnad från medelvärdet. Det följer då att det största felet återigen noteras hos kikärtor för CVNA och kidneybönor för MTRX i Figur 4.44 och 4.47, vilket är identiskt för dessa inklusioner, med enbart attribut beroende av medelvärde.



26 24 22 20 Volymfraktion (%) 18 16 14 12 10 8 6 Skattning Kumulativ skattning 4 Uppmätt volymfraktion 2 15 0 5 10 20 Partition

Figur 4.44: Skattningar av volymfraktionen kikärtor utifrån testdata insamlad med CVNA. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde och standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig.

**Figur 4.45:** Skattningar av volymfraktionen kikärtor utifrån testdata insamlad med MTRX. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde och standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig.





Figur 4.46: Skattningar av volymfraktionen kidneybönor utifrån testdata insamlad med CVNA. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde och standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig.



Figur 4.48: Skattningar av volymfraktionen gröna ärtor utifrån testdata insamlad med CVNA. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde och standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig.

Figur 4.47: Skattningar av volymfraktionen kidneybönor utifrån testdata insamlad med MTRX. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde och standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig.



**Figur 4.49:** Skattningar av volymfraktionen gröna ärtor utifrån testdata insamlad med MTRX. Attributet som använts är spridningsparametrarnas medelvärde och standardavvikelse i real- och imaginärdel för sig.

### Diskussion

Ett nödvändigt krav för att man med framgång ska kunna tillämpa en maskininlärningsalgoritm för att lösa ett problem, är att situationen vid träning är likvärdig med situationen då algoritmen är tänkt att implementeras. I det här arbetet har medelvärde och standardavvikelse hos spridningsparametrar använts som attribut vid träning. Resultatdelen visar att man på testdata insamlad under samma dag som träningsdatan kan få oerhört goda skattningar av volymfraktionen av inklusion hos blandningen. En annan dag kan däremot externa parametrar, som exempelvis temperatur och kablars position vara annorlunda. Det kan ge upphov till att de uppmätta spridningsparametrarna för samma volymfraktion blir olika från en dag till en annan, vilket i sin tur leder till att modellen inte kommer att kunna göra lika goda skattningar. Nästintill total reproducerbarhet från en mätdag till en annan är en förutsättning för att modeller som använder spridningsparametrarnas medelvärden rakt av ska kunna användas.

Något som eventuellt kan påverka den insamlade mätdatan är flödeshastigheten. I det här arbetet noterades väldigt avvikande värden i början och slutet av mätsekvenserna då mätsubstansen var nästintill stillastående. Det problemet hanterades genom att trimma bort en sekunds mätdata från början och slutet av varje mätsekvens. Under resten av mätsekvensen var flödeshastigheten inte konstant, utan den högsta hastigheten uppnåddes under mätsekvensens första halva, för att sedan avta i takt med att tryckskillnaden jämnades ut. Att flödeshastigheten i ett rör inom livsmedelsindustrin varierar inom ett visst intervall är rimligt att förvänta sig. Om den variationen inte kan elimineras måste modellen som bestämmer volymfraktioner hantera den. En uppmätt flödeshastighet skulle kunna tas in som en del av modellen, eller så räcker det med att samla in träningsdata på flöden med varierande hastighet så som vi har gjort i det här arbetet.

Mätdatan påverkas också av temperaturen i mätsubstansen. Under de dagar där mätningar har utförts i det här arbetet har temperaturvariationerna varit mindre än en grad. De mätningarna har gett upphov till goda skattningar av volymfraktionen, men med större variationer krävs sannolikt någon form av temperaturkompensering.

Felet i skattningarna understiger i de flesta fall den beräknade osäkerheten i den uppmätta volymfraktionen, vilket antyder att ingående mätosäkerheter i volymfraktion kan behöva förbättras för att med säkerhet kunna utvärdera en linjär modell. Attributet som har presterat sämst i den linjära modellen för både CVNA och MTRX är standardavvikelsen. Det beror sannolikt på att den har ett icke-linjärt samband med volymfraktionen, vilket Figur 4.26-4.28 pekar på.

Sammanfattningsvis har undersökningarna som presenteras i det här arbetet skett under relativt tillrättalagda former. I en verklig fabriksmiljö skulle variationer i temperatur och flödeshastighet kunna vara mycket större, vilket ställer mer omfattande krav på insamling och behandling av data.

### 5.1 Felkällor

Under arbetets gång har ett flertal felkällor uppdagats. De är i huvudsak av experimentell karaktär. En stor sådan felkälla är osäkerhet kring om rätt etikett sätts på den insamlade datan eller ej. Mekaniska uppmätningsfel kan ge upphov till att testriggen innehåller en annan volymfraktion än vad som sedan anges vid träning av modellen. För att säkerställa ett så litet sådant fel som möjligt har en metod där densitet och vikt mäts upp för att sedan konverteras till volym använts (se Bilaga A). Fördelen är att vikt kan mätas med en högre noggrannhet än volym.

Varje gång som volymfraktionen ska ökas, sker ett visst bortfall av stärkelse. Rätt mängd stärkelse mäts upp på våg och tas bort från mätblandningen, men ytterligare stärkelse försvinner alltid, då det fastnar på den utrustning som används. Detta leder till att rätt mängd inklusioner tillsätts, men att en felaktigt stor mängd stärkelse tas bort, vilket påverkar den slutgiltiga volymfraktionen.

En annan felkälla är att inklusionerna kan vara ojämnt fördelade i testriggen. Vissa delar av riggen kan vid en given tidpunkt ha en väldigt liten volymfraktion, medan en annan har en mycket större. Över tid mildrades detta problem med hjälp av omrörningsarmarna i de vertikala rören. Därför kördes även blandningen några minuter i testriggen utan att spara någon mätdata innan den riktiga mätningen kördes igång, vilket jämnade ut fördelningen något. Det är dock svårt att empiriskt bedöma effekten av omrörningsarmarna.

Ytterligare en felkälla som påverkar den slutgiltiga volymfraktionen är hur mätriggens inlopp är utformat. Inloppet består av en T-ventil, som sitter på det horisontella rörets undersida. När mätblandningen sugs in underifrån, finns en risk att luft förs in i systemet. För att undvika detta sugs inte hela mätblandningen in i testriggen. Om inklusionerna då är ojämnt fördelade kan volymfraktionen som förs in i testriggen bli felaktig. För att minimera risken av detta användes metallkärlet utanför riggen till att blanda runt inklusionerna så jämnt som möjligt. Vid en jämn fördelning spelar det då ingen roll för volymfraktionen om en viss mängd blir kvar utanför testriggen.

Att mätblandningen innehöll luftbubblor påverkar mätresultatet, då luft har en klart lägre densitet än stärkelseblandningen och inklusionerna [8]. Försiktig hantering av mätblandningen och nyttjandet av en betongvibrator, lämnade kvar endast små luftbubblor, som la sig stilla i det horisontella röret. Dessa bubblor kan, trots deras storlek, ändå påverka mätningarna.

Figur 4.6–4.11 tyder på att temperaturen har en inverkan på mätresultatet. Rumstemperaturen påverkar vilken temperatur som mätblandningen har. Olika dagar har rummet olika temperatur. Temperaturen i rummet har under vårt arbete dessutom varit som kallast på morgonen och stigit något under mätdagen. Detta har gjort att temperaturen varken har kunnat hållas konstant mellan olika mätdagar, eller under själva mätdagen. Temperaturdriften, om än under 1 °C för en mätserie, medför osäkerheter i vad det är för skillnad i mätdatan som den linjära regressionen tränar på. 6

### Slutsats och framtida studier

Den övergripande slutsatsen som kan dras från det här arbetet är att det under vissa förutsättningar är möjligt att med hjälp av mikrovågsmätningar bestämma volymfraktionen av inklusioner i ett homogent bakgrundsmedium med relativt hög noggrannhet. De viktigaste förutsättningarna för att metoderna som har presenterats i den här rapporten ska vara framgångsrika i en industriell tillämpning är sannolikt att temperaturen och flödeshastigheten är nästintill konstanta samt att nätverksanalysatorerna är välkalibrerade.

Resultaten tyder på att temperaturvariationer i huvudsak translaterar punktmolnens position i det komplexa talplanet utan att skala om deras storlek. Attribut som kan plockas fram ur punktmolnets form förefaller därmed att vara betydligt mer robusta än de som bygger på punktmolnets position. Ett sådant attribut har testats i det här arbetet i form av standardavvikelsen i real- och imaginärdelar separat. Nackdelen med det attributet är att det påverkas väldigt starkt om punktmolnet roteras. Framtida studier skulle med fördel kunna träna maskininlärningsmodeller med attribut som är både translation- och rotationsinvarianta. Ett sådant attribut kan eventuellt skapas genom att för varje frekvenskanal ta det geometriska medelvärdet av standardavvikelsen i real och imaginärdel. Det finns inget som säger att en linjär modell skulle prestera bra med ett sådant attribut (Figur 4.26-4.28 pekar snarare på motsatsen) så det kanske krävs en icke-linjär modell. En modell med den typen av attribut har väldigt goda förutsättningar att fungera väl på data insamlad från den okalibrerade nätverksanalysatorn MTRX.

Om det skulle visa sig vara omöjligt att få en modell av den typen att prestera tillräckligt väl så finns det ett annat alternativ. Det är att göra noggranna kalibreringar samt att på förhand kompensera för variationer i flödeshastighet och temperatur. Kalibreringarna skulle potentiellt kunna utföras löpande med hjälp av ett automatiskt kalibreringschip. Framtida studier får utröna vilket alternativ det är som är att föredra.

En slutsats som kan dras ifrån Figur 4.12 är att salt kraftigt dämpar mikrovågorna. Med över 2% salthalt är nästan all signal bortdämpad för CVNA. Ett möjligt område för framtida studier är att undersöka om det går att utveckla en modell som skattar salthalten hos livsmedel i rör.

Ytterligare en rekommendation för framtida studier är att studera kombinationen av två eller flera inklusionstyper samtidigt. Mätresultatet kommer i ett sådant fall troligtvis att vara mer komplext än i fallet med endast en inklusion. För att lösa det problemet skulle det vara av intresse att implementera någon typ av artificiell intelligens, som exempelvis ett neuronnät.

Resultaten från det här arbetet tyder starkt på att volymfraktionen av inklusioner i ett homogent bakgrundsmedium går att bestämma med hjälp av mikrovågsmätningar, men ett omfattande arbete kvarstår innan metoderna är redo att implementeras.

### Litteraturförteckning

- Gibson AAP, Ng SK, Noh BBM, Chua HS, Haigh AD, Parkinson G, et al. An overview of microwave techniques for the efficient measurement of food materials. Food Manufacturing Efficiency. 2008;2(1):35–43. Doi: 10.1616/1750-2683.0026.
- [2] Pozar D. 4.3 The Scattering Matrix. I: Microwave engineering. Hoboken, NJ, Förenta staterna: Wiley; 2012. s. 178–182.
- [3] Gupta KC. Microwaves. New Delhi, Indien: Wiley Eastern; 1979.
- [4] Nohlert J. Microwave measurement techniques for industrial process monitoring and quality control [doktorsavhandling på internet]. Göteborg: Institutionen för Elektroteknik, Chalmers Tekniska Högskola; 2018 [citerad 10 februari 2021]. Hämtad från: research.chalmers.se/en/publication/500655.
- [5] Johansson Gunnarsson F, Lindberg C, Lundström O, Persson A, Svensson Qvistberg K, Willbo M. Artificiell Intelligens för Detektionsproblem inom Industriella Kontinuerliga Processer [kandidatuppsats på internet]. Göteborg: Institutionen för Elektroteknik, Chalmers Tekniska Högskola; 2019 [citerad 8 februari 2021]. Hämtad från: odr.chalmers.se/bitstream/20.500.12380/300537/1/EENX15\_19\_25.pdf.
- [6] Sheen J. Comparisons of microwave dielectric property measurements by transmission/reflection techniques and resonance techniques. Measurement Science and Technology. 2009 jan;20(4):042001. Doi: 10.1088/0957-0233/20/4/042001.
- [7] Maxwell JC. A Treatise on Electricity and Magnetism. Vol. 1. Oxford, Storbritannien: Clarendon Press; 1873.
- [8] Tiras B, Dede S, Altay F. Dielectric Properties of Foods. Turkish Journal of Agriculture - Food Science and Technology. 2019;7(11):1805. Doi: 10.24925/turjaf.v7i11.1805-1816.2650.
- [9] Sihvola A. Electromagnetic Mixing Formulas and Applications. 1:a uppl. London, Storbritannien: The Institution of Engineering and Technology; 2008.
- [10] Rice J. Mathematical Statistics and Data Analysis. 3:e uppl. Belmont, CA, Förenta staterna: Brooks/Cole, Cengage Learning; 2007.
- [11] Mirko Stojiljković et al. Linear Regression in Python. Real Python; u.d. [citerad 14 april 2021]. Hämtad från: realpython.com/linear-regression-in-python/.
- [12] Gander W, Gander MJ, Kwok F. 6.3. I: Least Squares Problems. Cham: Springer International Publishing; 2014. s. 269–279. Doi: 10.1007/978-3-319-04325-8\_6.
- [13] Weiss NA. Introductory statistics. 10:e uppl. Pearson; 2017.

- [14] Keysight Technologies. N7081A Microwave Transceiver Online Documentation [citerad 2021]. (.chm file); u.d. 12maj Hämtad från: www.keysight.com/se/en/lib/resources/help-files/ n7081a-microwave-transceiver-online-documentation-chm-file-3035659. html.
- [15] Wes McKinney. Data Structures for Statistical Computing in Python. I: Stéfan van der Walt, Jarrod Millman, editors. Proceedings of the 9th Python in Science Conference; 2010. s. 56 – 61. Doi: 10.25080/Majora-92bf1922-00a.
- [16] Pedregosa F, Varoquaux G, Gramfort A, Michel V, Thirion B, Grisel O, et al. Scikit-learn: Machine Learning in Python. Journal of Machine Learning Research. 2011;12:2825–2830.
- [17] Taylor JR. An Introduction to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements. 2:a uppl. Sausalito, CA, Förenta staterna: University Science Books; 1997.

# A

### Praktisk tillämpning av volymfraktion i experimentella mätningar

Detta arbete bygger på identifiering av *volymfraktioner* av inklusioner i en homogen stärkelseblandning. Det experimentella tillvägagångssättet för att skapa dessa blandningar med olika volymfraktioner utgick däremot från *massfraktioner*. Dels var testriggens kända kapacitet ca 17 kg och dels tillsattes fler inklusioner till testriggen successivt utan att pumpa ut all blandning, vilket gjorde en direkt mätning av volymfraktion praktiskt ogenomförbart. Följande bilaga beskriver genomförandet av och resultatet från densitetsmätningar, vilka syftade till att ta fram en omvandlingsfaktor mellan volym och massa. Därutöver presenteras de beräkningar som låg till grund för praktisk tillsättning av inklusioner i stärkelseblandning utifrån massa för att uppnå en viss volymfraktion.

### A.1 Densistetsmätningar

I syfte att kunna tillsätta volymfraktioner av inklusioner till stärkelseblandningen utifrån massa, gjordes densitetsmätningar. Till de empiriska mätningarna användes två hinkar, en köksvåg, termometer och rumstemperatur vatten. En mindre hink fylldes upp till toppen med vatten och ställdes i den andra hinken. Därefter hälldes en känd vikt av rumstempererade inklusioner ner i blandningen, vilket resulterade i att vatten strömmade över från den lilla hinken till den stora. Figur A.1 visar en densitetsmätning med kidneybönor. Slutligen, genom att mäta volymen av det vattnet som runnit över i den större hinken, erhölls en uppmätt densitet på för inklusionstypen.



Figur A.1: Densitetsmätning med kidneybönor. Den mindre hinken placerades i den större hinken och vattnet som rann över från den mindre hinken vägdes upp för att bestämma kidneybönornas densitet.

Tabellvärden för vattnets densitet togs fram utifrån uppmätt temperatur på vattnet. För att mäta densiteten av de flytande mätsubstanser, som exempelvis stärkelseblandningen, behövdes enbart substansen hällas upp till en känd volym. Därefter vägdes den och densiteten kunde då beräknas. Anledningen till att de fasta mätsubstanserna inte gjordes på detta vis var för att luft kunde samlas mellan inklusionerna under volymmätningen, vilket därmed bidrog till ett markant fel i den slutliga beräknade densiteten.

**Tabell A.1:** Uppmätt densitet av kidneybönor, kikärtör, fräna ärtor och stärkelseblandning.

Substans	Uppmätt densitet $(kg/m^3)$
Kidneybönor	$1183 \pm 20$
Kikärtor	$1120\pm20$
Gröna ärtor	$1112\pm20$
Stärkelseblandning	$1028\pm20$

### A.2 Beräkning av massan inklusioner som tillsätts stärkelseblandning

Låt  $V_{i,add}$  och  $V_{i,curr}$  vara volymen inklusionen som ska tillsättas stärkelseblandningen respektive nuvarande volym i testriggen, samt  $V_{s,add}$ ,  $V_{s,sub}$  och  $V_{s,curr}$  den stärkelseblandning som ska tillsättas till, tas bort från respektive redan finns i testriggen. Låt  $m_{i,add}$  vara den massa inklusion som ska tillsättas,  $\rho_s$  stärkelseblandningens densitet,  $\rho_i$  inklusionens densitet och  $V_{tot}$  den totala önskade volymen. Låt därutöver  $\varphi$  och  $\varphi_{curr}$ vara önskad respektive nuvarande volymfraktion av inklusioner i blandningen. Testriggens begränsning i total massa på 17 kg medför att

$$m_{\rm tot} = m_{\rm i} + m_{\rm s} = 17 \,\rm kg.$$
 (A.1)

Vi studerar två fall, då  $\varphi_{curr} = 0$  samt i det fall  $\varphi_{curr} > 0$ .

### Fall 1: $\varphi_{curr} = 0$

Om  $V_{i,curr} = \varphi_{curr} = 0$ , det vill säga om testriggen är tom, är den önskade volymfraktionen

$$\varphi = \frac{V_{i,add}}{V_{tot}} = \frac{V_{i,add}}{V_{i,add} + V_{s,add}}.$$
(A.2)

Inför en kvot för volymfraktionen enligt

$$\kappa \triangleq \frac{\varphi}{1 - \varphi}.\tag{A.3}$$

Detta leder till att volymen inklusioner som ska tillsättas kan skrivas som

$$V_{i,add} = \kappa V_{s,add} \tag{A.4}$$

$$\implies m_{\rm i,add} = \kappa \rho_{\rm i} V_{\rm s,add} = \frac{\kappa \rho_{\rm i} m_{\rm s}}{\rho_{\rm s}} = \frac{\kappa \rho_{\rm i}}{\rho_{\rm s}} (m_{\rm tot} - m_{\rm i,add}) \tag{A.5}$$

$$\implies m_{\rm i,add} = m_{\rm tot} \frac{\kappa \rho_{\rm i}/\rho_{\rm s}}{1 + \kappa \rho_{\rm i}/\rho_{\rm s}}.$$
(A.6)

Genom att initialt välja  $m_{\rm s} = m_{\rm tot}$ , kan lika mycket massa stärkelseblandning tas bort som massan inklusioner läggs till.

#### Fall 2:: $\varphi_{\text{curr}} > 0$

Om det redan finns en blandning i testriggen med viss volymfraktion inklusioner  $\varphi_{curr} > 0$ , ges den önskade volymfraktionen  $\varphi \ge \varphi_{curr}$  istället som

$$\varphi = \frac{V_{i,add} + V_{i,curr}}{V_{tot}} = \frac{V_{i,add} + V_{i,curr}}{V_{i,add} + V_{i,curr} + V_{s,curr} - V_{s,sub}}.$$
(A.7)

$$\implies V_{i,add} = \kappa (V_{s,curr} - V_{s,sub}) - V_{i,curr}.$$
(A.8)

Vidare finns som tidigare villkoret för den totala vikten i testriggen

$$m_{\rm tot} = (V_{\rm i,add} + V_{\rm i,curr})\rho_{\rm i} + (V_{\rm s,curr} - V_{\rm s,sub})\rho_{\rm s}.$$
 (A.9)

$$\implies V_{\rm s,sub} = V_{\rm s,curr} - \frac{m_{\rm tot} - \rho_i (V_{\rm i,add} + V_{\rm i,curr})}{\rho_{\rm s}}.$$
 (A.10)

Insättning av (A.10) i (A.8) medför att

$$\begin{split} V_{\text{i,add}} &= \kappa \Big( V_{\text{s,curr}} - V_{\text{s,curr}} + \frac{m_{\text{tot}} - \rho_{\text{i}} (V_{\text{i,add}} + V_{\text{i,curr}})}{\rho_{\text{s}}} \Big) - V_{\text{i,curr}} \\ &= \frac{\kappa}{\rho_{\text{s}}} \big( m_{\text{tot}} - \rho_{\text{i}} \Big( V_{\text{i,add}} + V_{\text{i,curr}}) \Big) - V_{\text{i,curr}} \end{split}$$

$$=\frac{\kappa}{\rho_s}m_{\rm tot} - \frac{\kappa\rho_{\rm i}}{\rho_s}V_{\rm i,add} - \left(1 + \frac{\kappa\rho_{\rm i}}{\rho_s}\right)V_{\rm i,curr} \tag{A.11}$$

$$\implies V_{i,add} = \frac{\kappa m_{tot}/\rho_s - (1 + \kappa \rho_i/\rho_s) V_{i,curr}}{1 + \kappa \rho_i/\rho_s} = \frac{\kappa}{\rho_s} \frac{m_{tot}}{1 + \kappa \rho_i/\rho_s} - V_{i,curr}.$$
 (A.12)

$$\implies m_{i,add} = \frac{\kappa \rho_i}{\rho_s} \frac{m_{tot}}{1 + \kappa \rho_i / \rho_s} - m_{i,curr}.$$
(A.13)

Från villkoret i (A.9) inses att

$$m_{\rm s,sub} = m_{\rm i,add},\tag{A.14}$$

det vill säga att lika mycket stärkelse i massa tas bort som massa inlusioner läggs till. Det finns nu två olika sätt att få fram  $m_{i,add}$ , antingen genom att veta tidigare viktprocent via (A.6) eller genom att veta vikten på redan tillsatta inklusioner enligt (A.13). Det senare ansågs vara mer noggrant och praktiskt. Resultatet från dessa beräkningar implementerades i ett Python-skript, som sedan användes i det experimentella genomförandet.

### A.3 Feluppskattning av volymfraktion

Volymfraktioner uppmättes inte direkt, utan en experimentell metod baserad på massfraktioner användes utifrån önskad volymfraktion. Det är av intresse att uppskatta hur mätosäkerheten i det praktiska tillvägagångssättet propagerade i volymfraktionen. En heltäckande genomgång av felupskattning ges av [17]. Antag en reellvärd funktion  $f(x_1, \ldots, x_n)$ , med variabler  $x_i \in \mathbb{R} \forall i \in \{1, \ldots, n\}$  uppmätta med oberoende och stokastiska mätosäkerheter  $\delta x_i \in \mathbb{R}_{\geq 0} \forall i \in \{1, \ldots, n\}$ . Osäkerheten i f kan då skrivas som

$$\delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{df}{dx_i} \delta x_i\right)^2}.$$
(A.15)

Volymfraktionen kan erhållas ur (A.13) i A.2 som en variabelberoende funktion enligt

$$\varphi(\rho_{\rm i}, \rho_{\rm s}, m_{\rm tot}, m_{\rm i,add}, m_{\rm i,curr}) = \frac{\rho_{\rm s}(m_{\rm i,add} + m_{\rm i,curr})}{\rho_{\rm i}(m_{\rm tot} - m_{\rm i,add} - m_{\rm i,curr}) + \rho_{\rm s}(m_{\rm i,add} + m_{\rm i,curr})}.$$
 (A.16)

Den propagerade osäkerheten i volymfraktionen togs fram med det symboliska beräkningsprogrammet Mathematica som

$$\delta \varphi = \sqrt{\frac{I + II + III + IV + V}{VI}}, \quad d\ddot{a}r$$
 (A.17)

$$\mathbf{I} = \left(\rho_{\rm i}\rho_{\rm s}(m_{\rm i,add} + m_{\rm i,curr})\delta m_{\rm tot}\right)^2 \tag{A.18}$$

$$II = \left(\rho_{s}(m_{i,add} + m_{i,curr})(m_{i,add} + m_{i,curr} - m_{tot})\delta\rho_{i}\right)^{2}$$
(A.19)

$$III = \left(\rho_{i}(m_{i,add} + m_{i,curr})(m_{i,add} + m_{i,curr} - m_{tot})\delta\rho_{s}\right)^{2}$$
(A.20)

$$IV = \left(\rho_{\rm i}\rho_{\rm s}m_{\rm tot}\delta m_{\rm i,add}\right)^2 \tag{A.21}$$

$$\mathbf{V} = \left(\rho_{\rm i} \rho_{\rm s} m_{\rm tot} \delta m_{\rm i, curr}\right)^2 \tag{A.22}$$

$$VI = \left(\rho_{i}(m_{i,add} + m_{i,curr} - m_{tot}) - \rho_{s}(m_{i,add} + m_{i,curr})\right)^{4}.$$
 (A.23)

Mätosäkerheterna för volymfraktionens beroende variabler redovisas i Tabell A.2, där variabeln  $m_{i,added}$  införts för att beteckna en massa inklusioner som lagts till i blandningen tidigare.

**Tabell A.2:** Mätosäkerheter för variabler som volymfraktionen är beroende av. Notera att mätosäkerheten för  $m_{i,curr}$  är direkt kopplad till summan av tidigare tillagd massa inklusioner  $\sum \delta m_{i,added}$  och oberoende av  $m_{i,add}$ .

Mätpunkt	Mätosäkerhet
Densitet av inklusioner, $\delta \rho_i$	$20\mathrm{kg/m^3}$
Densitet av stärkelseblandning, $\delta \rho_{\rm s}$	$20{ m kg/m^3}$
Total massa av mätsubstans, $\delta m_{\rm tot}$	$0,1\mathrm{kg}$
Tillsatt massa inklusion, $\delta m_{\rm i,add}$	$0,\!03\mathrm{kg}$
Nuvarande massa inklusion i blandning, $\delta m_{\rm i,curr}$	$\sum \delta m_{\rm i,added}$

### INSTITUTIONEN FÖR ELEKTROTEKNIK CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA Götenorg www.chalmers.se



**CHALMERS**